

Міністерство освіти і науки України

Луцький національний технічний
університет

НАУКОВІ НОТАТКИ

Міжвузівський збірник наукових праць

(Видання відповідає кластеру «Механічна
інженерія та машинобудування»)

Випуск 86

Луцьк 2026

Міжвузівський збірник наукових праць «Наукові нотатки» |
«Naukovi Notatki» є фаховим виданням України, категорії Б.

Збірник зареєстрований Державною реєстраційною службою України (свідоцтво серія КВ, № 15901-4373ПР від 13.11.2019 р.). Збірнику присвоєно міжнародний стандартний серійний номер ISSN 24-15-39-66.

Рік заснування: 1993

«Наукові нотатки» – це фахове рецензоване видання категорії Б з відкритим доступом, яке публікує оглядові статті та результати оригінальних фундаментальних і прикладних наукових досліджень за напрямом «Механічна інженерія та машинобудування». Відповідно до Наказу Міністерства освіти і науки України "Про внесення змін до Порядку формування Переліку наукових фахових видань України" №56 від 19.01. 2026 р. видання відповідає кластеру «Механічна інженерія та машинобудування», а наукові праці публікуються за наступними спеціальностями:

- G8 Матеріалознавство;
- G9 Прикладна механіка;
- G11 Машинобудування (за спеціалізаціями).

Періодичність – 4 рази на рік

Мова видання: **українська, англійська**

Засновник: **Луцький національний технічний університет, Україна, Волинська обл., 43018 Луцьк. вул. Львівська 75.**

Редакція: тел. (0332) 26-25-19, E-mail: naukovi-notatki@lutsk-ntu.com.ua;
<http://eforum.lntu.edu.ua/index.php/naukovi-notatky>

Видання зареєстровано Національною радою України з питань телебачення і радіомовлення як суб'єкт у сфері друкованих медіа (рішення № 40 від 11.01.2024р., ідентифікатор медіа **R30-2455**).

Склад редакції затверджено Вченою радою Луцького національного технічного університету (протокол №10 від 26.03. 2026 р.).

Головний редактор: Рудь Віктор Дмитрович, доктор технічних наук, професор

Заступники головного редактора: Мельничук Микола Дмитрович, кандидат технічних наук, доцент
Федосов Сергій Анатолійович, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фізики та вищої математики
Шимчук Сергій Петрович, кандидат технічних наук, доцент

Помічники головного редактора: Клименко Олександр Дмитрович, кандидат технічних наук, доцент
Мартинюк Віктор Леонідович, кандидат технічних наук, доцент
Мисковець Сергій Васильович, кандидат технічних наук, доцент

РЕДКОЛЕГІЯ

Рудь Віктор Дмитрович, доктор технічних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0001-5025-9510](https://orcid.org/0000-0001-5025-9510). **Scopus:** [55963472900](https://scopus.org/55963472900).

Шимчук Сергій Петрович, PhD, доцент, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0002-1293-560X](https://orcid.org/0000-0002-1293-560X). **Scopus:** [57207860498](https://scopus.org/57207860498).

Мельничук Микола Дмитрович, PhD, доцент, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0001-6813-250X](https://orcid.org/0000-0001-6813-250X). **Scopus:** [57202913523](https://scopus.org/57202913523).

Федосов Сергій Анатолійович, доктор фізико-математичних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0003-3457-8911](https://orcid.org/0000-0003-3457-8911). **Scopus:** [7005670405](https://scopus.org/7005670405).

Зайчук Наталія Петрівна, PhD, доцент, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0001-6258-4820](https://orcid.org/0000-0001-6258-4820). **Scopus:** [57209242947](https://scopus.org/57209242947).

Єфременко Василь Георгійович, доктор технічних наук, професор, ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», Україна. **ORCID:** [0000-0002-4537-6939](https://orcid.org/0000-0002-4537-6939). **Scopus:** [7005748111](https://scopus.org/7005748111).

Садова Оксана Леонідівна, PhD, доцент, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0002-6152-5447](https://orcid.org/0000-0002-6152-5447). **Scopus:** [56324720700](https://scopus.org/56324720700).

Імбірович Наталія Юріївна, доктор технічних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0001-8276-6349](https://orcid.org/0000-0001-8276-6349). **Scopus:** [57223183682](https://scopus.org/57223183682).

Налобіна Олена Олександрівна, доктор технічних наук, професор, Національний університет водного господарства та природокористування, Україна. **ORCID:** [0000-0003-1661-7331](https://orcid.org/0000-0003-1661-7331). **Scopus:** [56830570100](https://scopus.org/56830570100).

Заболотний Олег Васильович, PhD, доцент, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0002-9169-9173](https://orcid.org/0000-0002-9169-9173). **Scopus:** [56520138000](https://scopus.org/56520138000).

Кашицький Віталій Павлович, PhD, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0003-2346-912X](https://orcid.org/0000-0003-2346-912X). **Scopus:** [57194007438](https://scopus.org/57194007438).

Мікуліч Олена Аркадіївна, доктор технічних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0003-4522-596X](https://orcid.org/0000-0003-4522-596X). **Scopus:** [57112445700](https://scopus.org/57112445700).

Никируй Любомир Іванович, кандидат фізико-математичних наук, професор, Карпатський національний університет імені Василя Стефаника, Україна. **ORCID:** [0000-0002-3754-0348](https://orcid.org/0000-0002-3754-0348). **Scopus:** [56009792600](https://scopus.org/56009792600).

Ткачук Валентина Віталіївна, доктор технічних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0001-5793-5227](https://orcid.org/0000-0001-5793-5227). **Scopus:** [55555980000](https://scopus.org/55555980000).

Луцьов Сергій Валентинович, доктор фізико-математичних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0003-0737-8703](https://orcid.org/0000-0003-0737-8703). **Scopus:** [35756334500](https://scopus.org/35756334500).

Самчук Людмила Михайлівна, PhD, доцент, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0003-2516-045X](https://orcid.org/0000-0003-2516-045X). **Scopus:** [57190969673](https://scopus.org/57190969673).

Ярошевич Микола Павлович, доктор технічних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0002-2436-5608](https://orcid.org/0000-0002-2436-5608). **Scopus:** [55302518900](https://scopus.org/55302518900).

Толстушко Наталія Олександрівна, PhD, доцент, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0001-8811-7868](https://orcid.org/0000-0001-8811-7868). **Scopus:** [57194657984](https://scopus.org/57194657984).

Пальчевський Богдан Олексійович, доктор технічних наук, професор, Луцький національний технічний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0002-4000-4992](https://orcid.org/0000-0002-4000-4992). **Scopus:** [57191729424](https://scopus.org/57191729424).

Баглюк Геннадій Анатолійович, доктор технічних наук, професор, Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича, Україна. **ORCID:** [0000-0003-4840-3346](https://orcid.org/0000-0003-4840-3346). **Scopus:** [7003663169](https://scopus.org/7003663169).

Korniejeko Kinga, PhD, associate professor, Cracow University of Technology, Poland. **ORCID:** [0000-0002-8265-3982](https://orcid.org/0000-0002-8265-3982). **Scopus:** [57190986563](https://scopus.org/57190986563).

Grabowska Karolina, PhD, associate professor, Jan Dlugosz University in Czestochowa, Poland. **ORCID:** [0000-0002-8323-8094](https://orcid.org/0000-0002-8323-8094). **Scopus:** [57197709649](https://scopus.org/57197709649).

Уманський Олександр Павлович, доктор технічних наук, професор, Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича, Україна. **ORCID:** [0000-0003-3629-7224](https://orcid.org/0000-0003-3629-7224). **Scopus:** [6602186355](https://scopus.org/6602186355).

Мікосянчик Оксана Олександрівна, доктор технічних наук, професор, Державний університет "Київський авіаційний", Україна. **ORCID:** [0000-0002-2438-1333](https://orcid.org/0000-0002-2438-1333). **Scopus:** [10041907700](https://scopus.org/10041907700).

Сизоненко Ольга Миколаївна, доктор технічних наук, професор, Інститут імпульсних процесів і технологій Національної академії наук України, Україна. **ORCID:** [0000-0002-8449-2481](https://orcid.org/0000-0002-8449-2481). **Scopus:** [6506656939](https://scopus.org/6506656939).

Бейгельзімер Яків Юхимович, доктор технічних наук, професор, Донецький фізико-технічний інститут ім. О.О. Галкіна НАН України, Україна. **ORCID:** [0000-0002-1321-8565](https://orcid.org/0000-0002-1321-8565). **Scopus:** [6603568653](https://scopus.org/6603568653).

Веселовська Наталія Ростиславівна, доктор технічних наук, професор, Дон НУ імені Василя Стуса, Україна. **ORCID:** [0000-0001-9399-6721](https://orcid.org/0000-0001-9399-6721). **Scopus:** [57193455338](https://scopus.org/57193455338), [57901533300](https://scopus.org/57901533300).

Barbhuiya Salim, PhD, University of East London, United Kingdom. **ORCID:** [0000-0002-4325-281X](https://orcid.org/0000-0002-4325-281X). **Scopus:** [14022256100](https://scopus.org/14022256100).

Згалат-Лозинський Остап Броніславович, доктор технічних наук, професор, Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича, Україна. **ORCID:** [0000-0002-7013-5010](https://orcid.org/0000-0002-7013-5010). **Scopus:** [8939997000](https://scopus.org/8939997000).

Szczot Jacek, PhD, associate professor, Lubelska Szkoła Wyższa, Poland. **ORCID:** [0000-0002-5313-5246](https://orcid.org/0000-0002-5313-5246). **Scopus:** [57226139947](https://scopus.org/57226139947).

Штерн Михайло Борисович, доктор технічних наук, професор, Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича, Україна. **ORCID:** [0000-0002-7757-5721](https://orcid.org/0000-0002-7757-5721). **Scopus:** [7005771180](https://scopus.org/7005771180).

Halfa Hossam, PhD, associate professor, Central Metallurgical Research & Development Institute, Cairo, Egypt. **ORCID:** [0000-0002-5063-5026](https://orcid.org/0000-0002-5063-5026). **Scopus:** [15765173200](https://scopus.org/15765173200).

Falat Ladislav, PhD, associate professor, Institute of Materials Research Slovak, Academy of Science, Slovakia. **ORCID:** [0000-0001-6571-511X](https://orcid.org/0000-0001-6571-511X). **Scopus:** [25228483000](https://scopus.org/25228483000).

Juozas Padgurskas, Doctor of Technical Sciences, professor, Vytautas Magnus University, Lithuania. **ORCID:** [0000-0003-1275-9105](https://orcid.org/0000-0003-1275-9105). **Scopus:** [12545481300](https://scopus.org/12545481300).

Грабар Іван Григорович, доктор технічних наук, професор, Поліський національний університет, Україна. **ORCID:** [0000-0002-7193-6960](https://orcid.org/0000-0002-7193-6960). **Scopus:** [57192963535](https://scopus.org/57192963535).

Biswas Tuser Tirtha, PhD, University of Boras, Sweden. **ORCID:** [0000-0003-2412-9004](https://orcid.org/0000-0003-2412-9004). **Scopus:** [57200757791](https://scopus.org/57200757791).

Arras Peter, PhD, KU Leuven, Belgium. **ORCID:** [0000-0002-9625-9054](https://orcid.org/0000-0002-9625-9054). **Scopus:** [54395094700](https://scopus.org/54395094700).

Campean Emilia. Doctor of Technical Sciences, Professor, Technical University of Cluj-Napoca, România. **ORCID:** [0000-0003-1378-1996](https://orcid.org/0000-0003-1378-1996). **Scopus:** [55513703100](https://scopus.org/55513703100).

ЗМІСТ

Зміст	6
С.В. Коробка, М.М. Толстушко, І.Г. Стукалець, І.О. Дудко, Н.О. Толстушко Експериментальне дослідження світлових характеристик фотоелектричного модуля.....	8
В. Піддубний, С. Голячук, О. Пилипець, В. Каспрук, В. Гіджельський Методика розрахунку оптимальних параметрів прокатки.....	23
В.М. Мартишко, Ю.О. Гуменюк, О.П. Деркач Обґрунтування кількості збирально-транспортних агрегатів для потокового збирання плодів.....	30
Г. В. Кречковська Фрактографічні особливості руйнування штока регулювального клапана парової турбіни.....	37
А.Є. Тітаренко, В.М. Горностай, С.Ф. Сабол Вплив геометричної форми заготовки на процес гарячого зворотного видавлювання круглих порожнистих виробів з високовуглецевої сталі.....	41
Б.І. Придальний, А.О. Сяський, О.А. Мікуліч, Р.Я. Грудецький Методологія розрахункового оцінювання точності та жорсткості роботизованих технологічних комплексів.....	49
Самчук Л.М., Карпуть С.Г., Гулієва Н.М., Сичук В.А. Оцінка ефективності роботизованого зварювального комплексу з урахуванням стабілізації теплофізичних параметрів технологічного процесу.....	63
А.В. Сапронова, П.П. Фостик, В.Л. Алексєнко Інноваційні транспортно-логістичні технології та матеріалознавчі рішення у післявоєнному відновленні Херсонщини.....	73
В. Курка, Г. Герасимчук, О. Карлаш, Б. Онищенко, О. Лавріненко, Н. Гаркуша, Ю. Росамаха Дослідження силових характеристик ґрунтообробних робочих органів.....	81
Я.А. Степчин, С.І. Радкевич, В.В. Отаманський Застосування модульного принципу проектування верстатів з ЧПК.....	89
Ю.І. Турнич Сучасний стан та перспективні напрями досліджень технологічної точності деревообробних верстатів.....	95
П. Мікуш, А. Брезніцька, М. Козутиар, М. Еккерт, М. Крбата, І. Грицук Використання ультразвукових датчиків на безпілотних літальних апаратах та аналіз їхньої точності.....	104
В.І. Панченко, Ю.Ю. Брек, О.Б. Злат-Лозинський Гратчасті (ауксетичні) структури отримані 3D-друком методами пошарового наплавлення (FDM) та фотополімерізації (LCD-SLA).....	111
В. Л. Калюжний, В.М. Горностай, О.Є. Марков, П.Б. Абхари Холодне видавлювання із саморегульованим протитиском за допомогою рідини пуансонів зі сталі AISI 52100 для карбування монет.....	116
М.Л. Рябчиков, В.С. Пуць, Р.В. Андрущак Умови роботи приводу з багатьма ступенями свободи в мультимодальних роботах для забезпечення бойових дій.....	131
С.А. Федосов Л.В. Яциньський, Ю.В. Коваль, Д.А. Захарчук, Л.І. Панасюк, Н.Ю. Коваль Напружена кристалічна решітка n-Si за наявності домішки фосфору.....	139
Д.С. Судаков, М.Я. Втерковський Перспективи використання композитів на основі системи ZrB ₂ -BEC для аерокосмічної промисловості.....	145
Р.Т. Біщак, О.О. Сапронов, А.В. Букетов, В.В. Соценко, М. В. Браїло, В.Л. Демченко Вибір способу зварювання чавуну при ремонті та відновленні деталей автомобілів.....	150
О.Л. Садова, Є.Ю. Чернота Розробка біокompозитних матеріалів на основі глютину та волокон льону.....	158
Д.А. Дубовик Дослідження індивідуальних транспортних засобів реабілітації: ТО І ПР.....	162
О.В. Ксюковський Визначення показників міцності трапецеїдальних мультифракталів.....	166
Р. Р. Пишка, Б. Я. Бакай Метод SIMP із прискоренням збіжності для топологічної оптимізації несучих деталей машин.....	172
М. В. Коваленко, Т. О. Соловійова Розробка та структурно-фазова еволюція біодеградуємого високоентропійного сплаву Fe-Zn-Mn-Cu.....	183
Б.К. Ганулів, О.В. Гуда, Т.А. Крадінова Власні функції рівняння Лапласа/Гельмгольца для клиноподібних областей.....	191

CONTENTS

Contents	7
S. Korobka, M. Tolstushko, I. Stukalets, I. Dudko, N. Tolstushko Experimental study of the light characteristics of a photovoltaic module	8
V. Piddubnyi, S. Holiachuk, O. Pylypets, V. Kaspruk, V. Hydzhelitskyi Methods of calculation of optimal parameters of rolling.....	23
V.M. Martyshko, Yu.O. Gumenyuk, O.P. Derkach Justification of the number of harvesting and transport units for flow fruit harvesting	30
H. V. Krechkovska Fractographic features of fracture of a steam turbine control valve stem.....	37
A. Titarenko, V. Hornostai, S. Sabol Influence of the billet geometric shape on the process of hot backward extrusion of hollow products from high-carbon steel.....	41
B. Prydalnyi, A. Siaskyi, O. Mikulich, R. Hrudetskyi Methodology for computational evaluation of the accuracy and stiffness of robotic technological complexes.....	49
L. Samchuk, S. Karpus, N. Huliieva, V. Sychuk Efficiency assessment of a robotic welding system considering stabilization of thermophysical parameters of the technological process.....	63
A.V. Sapronova, P.P. Fostyk, V.L. Aleksenko Innovative transport and logistics technologies and materials science solutions in the post-war recovery of the Kherson region.....	73
V. Kurka, H. Herasymchuk, B. Onishchenko, O. Lavrinenko, N. Garkusha, Y. Rosamaha Study of the force characteristics of soil-working implements.....	81
Y.A. Stepchyn, S.I. Radkevych, V.V. Otamanskyi Application of the modular design principle for CNC machine tools.....	89
Y.I. Tyrpych Current state and prospective directions of research on the technological accuracy of woodworking machines.....	95
P. Mikuš, A. Breznická, M. Kohutiar, M. Eckert, M. Krbat'a, I. Grytsuk Utilization of ultrasonic sensors on drones and analysis of their accuracy.....	104
V.I. Panchenko, Y.Y. Brek, O.B. Zgalat-Lozynskyi Auxetic lattice structures fabricated by 3D printing using fused deposition modeling and LCD-SLA photopolymerization.....	111
V. Kaliuzhnyi, O. Markov, V. Gornostai, P. Abkhari Cold stamping with self-regulating counterpressure using liquid AISI 52100 steel punches for coin minting	116
M.L. Riabchykov, V.S. Puts, R.V. Andrushchak Operating conditions for multi-degree-of-freedom actuators in multimodal combat support robots.....	131
S. Fedosov, L. Yashchynskyy, Yu. Koval, D. Zakharchuk, L. Panasyuk, N. Koval Strained n -Si crystal lattice in the presence of phosphorus impurity.....	139
D.S. Sudakov, M.Y. Vterkovsky Prospects of using composites based on the ZrB_2 -HEA system for the aerospace industry.....	145
R.T. Bishchak, O.O. Sapronov, A.V. Buketov, V.V. Sotsenko, M.V. Brailo, V.L. Demchenko Intelligent system for monitoring the technical condition of an aboveground pipeline.....	150
O. Sadova, Ye. Chernota Development of biomposite materials based on gluten and flax fiber.....	158
D.A. Dubovik Research on individual rehabilitation vehicles: maintenance and repair.....	162
O.V. Ksiukovskyi Determination of the strength characteristics of trapezoidal multifractals.....	166
R. R. Pyshka, B. Ya. Bakay Forward-accelerated simp for topology optimization of load-bearing machine parts.....	172
M. Kovalenko, T. Soloviova Development and structural-phase evolution of the biodegradable high-entropy Fe-Zn-Mn-Cu alloy.....	183
B.K. Hanulich, O.V. Huda, T.A. Kradinova Eigenfunctions of the Laplace/Helmholtz equation for wedge-shaped domain.....	191

С.В. Коробка¹ [0000-0002-4717-509X], М.М. Толстушко² [0000-0001-9230-3831],
І.Г. Стукалець¹ [0000-0001-7107-4865], І.О. Дудко¹, Н.О. Толстушко² [0000-0001-8811-7868]

Львівський національний університет ветеринарної медицини та біотехнологій
імені С.З. Гжицького¹

Луцький національний технічний університет²

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ СВІТЛОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФОТОЕЛЕКТРИЧНОГО МОДУЛЯ

У статті наведено результати дослідження світлових вольт-амперних характеристик фотоелектричного модуля 615 Вт Longi Solar LR8-66HGD-615M в умовах різної інтенсивності освітлення. Виконано аналіз впливу сонячного випромінювання на ключові електричні параметри модуля, зокрема напругу холостого ходу, струм короткого замикання та вихідну потужність. Досліджено особливості зміни характеристик фотоелектричного модуля залежно від режимів його роботи. Отримані результати можуть бути застосовані для вдосконалення режимів експлуатації фотоелектричних систем і підвищення ефективності перетворення сонячної енергії.

Ключові слова: фотоелектричний модуль, сонячна панель, вольт-амперна характеристика, ВАХ, сонячна енергетика, відновлювані джерела енергії, освітленість, струм короткого замикання, напруга холостого ходу, максимальна потужність, коефіцієнт корисної дії.

S. Korobka, M. Tolstushko, I. Stukalets, I. Dudko, N. Tolstushko

EXPERIMENTAL STUDY OF THE LIGHT CHARACTERISTICS OF A PHOTOVOLTAIC MODULE

The article presents the results of an investigation of the light current–voltage characteristics of a photovoltaic module 615 W Longi Solar LR8-66HGD-615M under different levels of irradiance. The influence of solar radiation on the key electrical parameters of the module, including open-circuit voltage, short-circuit current, and output power, is analyzed. The features of changes in the photovoltaic module characteristics depending on its operating modes are studied. The obtained results can be used to improve the operating regimes of photovoltaic systems and to increase the efficiency of solar energy conversion.

Keywords: photovoltaic module, solar panel, current–voltage characteristic, I–V curve, solar energy, renewable energy sources, irradiance, short-circuit current, open-circuit voltage, maximum power, efficiency coefficient.

Постановка проблеми. У процесі тривалої експлуатації сонячних панелей відбувається поступове зниження їхньої продуктивності, що пов'язано з природною деградацією напівпровідникових матеріалів. Зазвичай виробники гарантують збереження близько 80 % початкової потужності фотомодулів після 20 років роботи, однак перші сонячні електростанції України вже досягли цього експлуатаційного терміну. Це зумовлює необхідність проведення оцінювання технічного стану фотоелектричних модулів, модернізації існуючих систем та заміни елементів, які втратили свої експлуатаційні характеристики.

Ефективність роботи фотоелектричних установок значною мірою залежить від відповідності параметрів окремих сонячних панелей між собою, оскільки навіть один несправний або деградований модуль може призвести до помітного зниження енергетичних показників усієї системи. У зв'язку з цим особливої актуальності набувають питання контролю технічного стану фотомодулів, проведення їх періодичного моніторингу та визначення фактичних вольтамперних і енергетичних характеристик. Результати таких досліджень дозволяють обґрунтувати доцільність заміни окремих панелей або переукомплектації фотоелектричних установок модулями з близькими параметрами.

Складність виконання контролю та оцінювання ефективності сонячних панелей полягає у впливі значної кількості зовнішніх факторів, серед яких температура навколишнього середовища, рівень сонячної інсоляції, режими навантаження та інші змінні умови експлуатації. Тому виникає потреба у вдосконаленні методів діагностики та створенні спеціалізованих вимірювальних стендів, які забезпечують можливість приведення контрольованих параметрів до стандартних умов вимірювання.

Актуальність дослідження також обумовлена активним розвитком сонячної енергетики в Україні, збільшенням частки відновлюваних джерел енергії у структурі електрогенерації та реалізацією державної енергетичної стратегії щодо підвищення рівня енергоефективності та енергетичної безпеки. Розвиток галузі стимулює впровадження нових технологій, удосконалення конструкцій фотомодулів, підвищення їх коефіцієнта корисної дії та розширення наукових досліджень у сфері моніторингу й оптимізації роботи сонячних електростанцій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В Україні активно проводяться наукові дослідження у сфері сонячної енергетики, зокрема в НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», де з 2017 року впроваджуються сонячні панелі для забезпечення корпусів університету електроенергією та використання їх у науково-дослідній роботі студентів. Подібні дослідження здійснюються і в Національний університет біоресурсів і природокористування України, де розглядаються методи підвищення максимальної потужності сонячних електростанцій із застосуванням технологій штучного інтелекту та систем сонячного трекінгу. Крім того в Львівському національному університеті ветеринарної медицини та біотехнологій є наявний навчальний вимірювальний стенд призначений тільки для демонстраційного зняття світлових вольт-амперних характеристик невеликих за розміром фотомодулів у межах поля рівномірної освітленості розміром 60×60 см. Його вимірювальна схема відповідає наведеній на рис. 1.1.

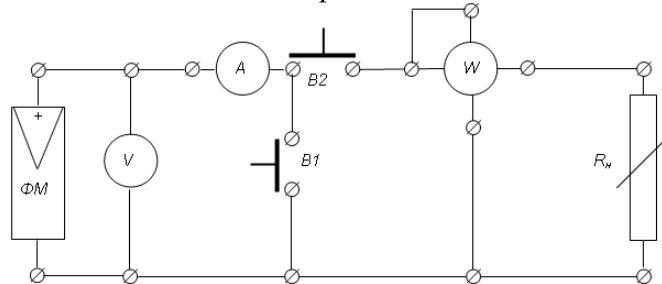


Рис. 1. Стендова схема вимірювання навантажувальних вольт-амперних характеристик сонячного модуля

При ввімкненому вимикачі B1 реалізується режим короткого замикання фотомодуля, при вимкнених B1 і B2 – режим холостого ходу, а режими навантаження забезпечуються ввімкненням вимикача B2, при цьому для зменшення похибок використовуються цифрові вимірювальні прилади з низьким власним енергоспоживанням [1]. Світлову вольт-амперну характеристику фотомодуля визначають шляхом вимірювання струму та напруги на змінному навантаженні, однак під час лабораторних досліджень було виявлено нестабільність результатів у режимах, близьких до короткого замикання та холостого ходу, що пов'язано з нестабільністю світлового потоку, нагріванням фотомодуля та недосконалістю регулювання опору навантаження [2]. Для підвищення точності вимірювань доцільно використовувати декілька реостатів із системою комутації, а також забезпечити стабілізацію освітленості фотомодуля шляхом живлення лампи розжарювання стабілізованим струмом, наприклад від акумуляторної батареї через інвертор. Крім того, під час опромінення фотомодуля необхідно контролювати його температуру, оскільки нагрівання спричиняє зміщення вольт-амперної характеристики та точки максимальної потужності, тому температуру вимірюють термопарою, закріпленою на тильній поверхні фотомодуля, з реєстрацією сигналу цифровим мілівольтметром [3]. Незважаючи на розроблення електричної схеми вимірювання темнових струмів сонячних панелей та створення модернізованого лабораторного стенду, існуючі методики дослідження фотомодулів мають ряд недоліків, пов'язаних з обмеженими функціональними можливостями вимірювального обладнання, недостатньою автоматизацією процесу вимірювання та залежністю результатів від зовнішніх умов експерименту. Використання наявних лабораторних приладів без спеціалізованих систем стабілізації та обробки даних може призводити до похибок під час визначення темнових вольт-амперних характеристик, що ускладнює отримання високоточної інформації про реальний технічний стан фотомодулів. Крім того, обмежене фінансування та необхідність використання переважно наявної матеріально-технічної бази стримують подальше вдосконалення лабораторного стенду та розширення його вимірювальних можливостей.

В роботі [6] на рис. 2 показано, що від'ємна ділянка фотоструму відповідає зворотному включенню фотодіода, тоді як додатна – його прямому зміщенню. Таким чином, повна вольт-амперна характеристика складається з двох основних складових: темної (dark) та світлової (illuminated), які зміщені одна відносно одної вздовж осі струму.

Темнові ВАХ фотодіода і сонячного елемента отримують при подачі на їх вихідні клемми зовнішньої напруги відповідної полярності, тоді як світлові характеристики визначають за відсутності прикладеної напруги, але за наявності фотогенерації струму та напруги при освітленні, причому при переході напруги через нуль змінюються напрям струму та полярність.

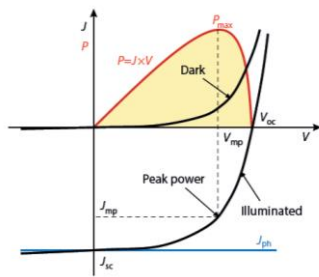


Рис. 2. Темнова і світлова ВАХ p - n переходу у двох системах координат, зміщених по осі струму

При малих опорах навантаження фотоелемент працює в режимі, близькому до короткого замикання ($I_n \rightarrow I_{кз}$), а при великих опорах — наближається до режиму холостого ходу ($U_n \rightarrow U_{хх}$), при цьому його ВАХ визначається різницею між фотогенерованим струмом і струмом заступного діода, що відображає перехід від режиму ідеального джерела струму до ідеального джерела напруги (рис. 3) [6].

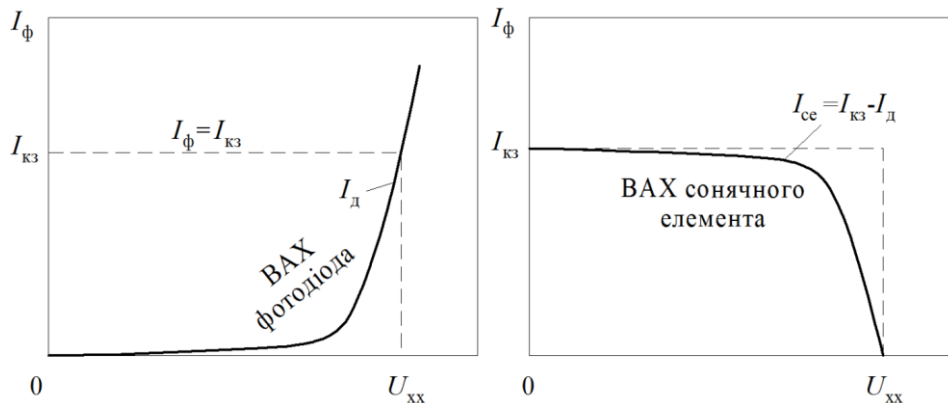


Рис. 3. Утворення ВАХ ідеального сонячного елемента накладанням протилежних струмів фотодіода та ідеального джерела струму [6]

У науковій літературі складові повної вольт-амперної характеристики сонячного елемента зазвичай подають у вигляді графіків у чотирьох квадрантах координатної системи (рис. 4 [7]), де за початок відліку струму та напруги приймають стан відсутності різниці потенціалів між вихідними клемми фотоелемента.

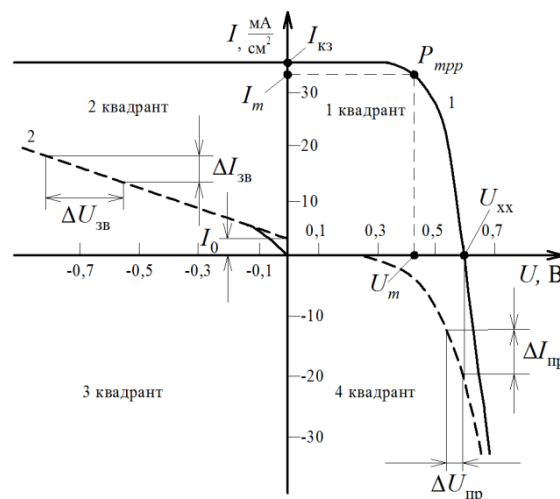


Рис. 4. Повна ВАХ сонячного елемента з ілюстрацією визначення його внутрішніх опорів

Представлена таким чином ВАХ сонячного елемента є узагальнюючим параметром для оцінювання його енергетичних, світлових і темнових характеристик, на основі яких виконують розрахунок параметрів як окремих елементів, так і сонячних панелей, проте її складність ускладнює сприйняття та інтерпретацію нефахівцями, зокрема під час експлуатації фотоенергетичних установок у реальних умовах. Для забезпечення коректного проведення вимірювань і формування

практичних рекомендацій розробляються спеціальні навчальні матеріали з додатковими вимогами до достовірності результатів. Світлові характеристики сонячних елементів описують залежність струму від напруги в режимі резистивного навантаження за різних рівнів освітлення та температури, при цьому робочі параметри суттєво залежать від великої кількості зовнішніх і конструктивних факторів. Тому режими роботи сонячних батарей визначають на основі експериментально отриманих вольт-амперних характеристик (ВАХ) при різних значеннях світлового потоку Φ , повного потоку сонячної енергії G та температури поверхні T .

Фотострум I_Φ ідеального сонячного елемента, фотонапруга U_Φ , темновий струм I_s та навантажувальні параметри – напруга U_n і струм I_n , взаємно пов'язані такими співвідношеннями:

$$U_\Phi = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{I_\Phi}{I_s} + 1 \right); \quad (1)$$

$$I_\Phi = I_n - I_s \left(e^{\frac{qU_n}{kT}} - 1 \right); \quad (2)$$

$$U_n = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{I_\Phi - I_n}{I_s} + 1 \right); \quad (3)$$

Другий доданок залежності (2) називають **темною** характеристикою сонячного елемента

$$I_d = I_s \left(e^{\frac{qU_n}{kT}} - 1 \right) \quad (4)$$

де $q = 1,602 \times 10^{-19}$ Кл – заряд електрону; $k = 1,3806503 \times 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

Множник A називають фактором ідеальності діода, який враховує різні механізми перенесення носіїв заряду через р–n перехід, при цьому $A=1$ відповідає переважанню дифузійного процесу, а при $A \approx 2$ домінує рекомбінаційний механізм в області виснаження. Темновий струм є еквівалентним струму діода при прямому зміщенні напруги за відсутності освітлення та відіграє роль, що врівноважує фотогенерований струм у процесах рекомбінації електронів і дірок. Під час рекомбінації енергія може виділятися у вигляді випромінювання фотонів або переходити в теплову енергію, нагріваючи кристалічну ґратку напівпровідника. У заступній схемі ідеального фотоелемента (див. рис. 4) темновий струм моделюється обернено ввімкненим діодом, який одночасно визначає полярність напруги джерела фотоструму.

Аналіз сучасних наукових публікацій показує, що фізичний опис роботи сонячних елементів базується на моделі р–n переходу, в якій вольт-амперна характеристика (ВАХ) формується як сума темної діодної складової та фотогенерованого струму. Встановлено, що форма ВАХ визначається механізмами перенесення носіїв заряду, параметром ідеальності діода та рекомбінаційними процесами, які враховуються через моделі темного струму. Дослідження також підтверджують тісний взаємозв'язок світлових і темнових характеристик, що дозволяє здійснювати комплексну оцінку енергетичних параметрів фотоелектричних елементів і модулів у різних режимах їх роботи.

Водночас показано, що зовнішні фактори, зокрема освітленість, температура та режим навантаження, суттєво впливають на відхилення реальних характеристик від ідеалізованих моделей, ускладнюючи інтерпретацію експериментальних результатів.

Таким чином, сучасні підходи до аналізу ВАХ передбачають поєднання теоретичних напівпровідникових моделей із експериментальними методами вимірювання, що забезпечує підвищення точності та достовірності оцінювання параметрів фотоелектричних систем.

Постановка завдання. Метою роботи є підвищення точності та достовірності вимірювання вольт-амперних характеристик сонячних елементів шляхом удосконалення методики та лабораторного стенду для дослідження їх темнових і світлових режимів роботи. Для досягнення поставленої мети необхідно розробити електричну схему вимірювання темнових струмів фотомодулів, обґрунтувати вибір вимірювального обладнання за метрологічними та енергетичними параметрами, а також створити макет модернізованого лабораторного стенду. Окремим завданням є забезпечення можливості проведення вимірювань у різних режимах роботи фотомодуля (коротке замикання, холостий хід та навантаження) з мінімізацією впливу зовнішніх факторів і похибок вимірювання. Також необхідно перевірити працездатність розробленого стенду шляхом експериментального отримання вольт-амперних характеристик та порівняння їх із типовими літературними даними.

Виклад основного матеріалу. Сонячні модулі зазвичай складаються з багатьох сонячних елементів, у яких відбувається перетворення енергії випромінювання у електричну. Сонячний

елемент, як первинний перетворювач енергії, виготовляється у вигляді тонкої пластини (товщиною близько 0,3 мм) кристалічного кремнію розміром 100×100 мм, у яку методом термодифузії вводяться донорні (n) та акцепторні (p) домішки через обидві поверхні. У результаті в різних частинах кристалу формуються області з рухливими електронами та дірками, тоді як нерухомі заряди залишаються на домішкових атомах (рис. 5). При контакті донорного та акцепторного кристалів відбувається природне вирівнювання концентрацій рухомих зарядів, подібне до дифузії газів у спільному об'ємі.

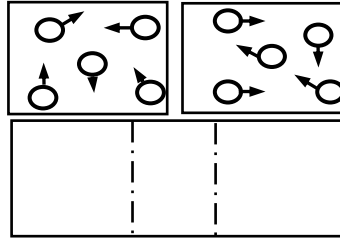


Рис. 5. Схема просторового розділення зарядів та утворення *p-n* переходу при контакті донорного та акцепторного напівпровідників

У результаті розділення зарядів у *p-n* переході виникає контактна різниця потенціалів U_k , а у вузькій перехідній області формується електричне поле, яке перешкоджає подальшій дифузії носіїв заряду. При освітленні кристалу утворюються фотостимульовані електронно-діркові пари, які в області *p-n* переходу розділяються, зменшуючи контактну різницю потенціалів до значення U_{oc} , тоді як пари, що виникають поза переходом, рекомбінують і не впливають на потенціал. За наявності зовнішніх металевих контактів і замикання клем через провідник (рис. 6, а) рух зарядів може відбуватися в обхід *p-n* переходу, що електрично еквівалентно схемі з двома паралельними гальванічними елементами (рис. 6, б). Навіть за відсутності освітлення в сонячному елементі протікає темновий струм I_S , зумовлений термогенерованими носіями заряду, який зростає зі збільшенням температури кристалу. Темновий струм зменшує ефективне значення контактної різниці потенціалів і впливає на робочі характеристики фотоелемента.

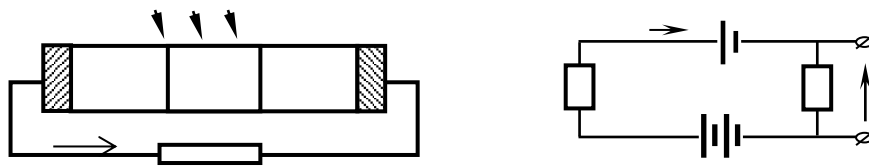


Рис. 6. Структурна (а) та функціональна (б) схеми сонячного елемента

Фото-електрорушійною силою E_ϕ або фотонапругою U_ϕ називають різницю потенціалів між освітленим та неосвітленим *p-n* переходами, що виникає внаслідок фотогенерації та розділення носіїв заряду в області просторового заряду.

$$E_\phi \equiv U_\phi = U_k - U_{oc}, \quad (5)$$

Під час освітлення кристалу при замкненому зовнішньому колі між металевими контактами та *p-n* переходом виникає фотострум I_ϕ , який відновлює порушену світлом рівновагу розподілу зарядів. Ключові характеристики фотоелектричного перетворювача – фотонапруга U_ϕ , фотострум I_ϕ , темновий струм I_S та заряд електрона e – утворюють взаємопов'язану систему параметрів, що визначається також впливом температури як зовнішнього фізичного фактора.

$$U_\phi = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_\phi}{I_S} + 1 \right). \quad (6)$$

На рис. 7 наведено заступну електричну схему сонячного елемента з підключеним зовнішнім навантаженням.

Діод, включений у заступну схему, визначає полярність сонячного елемента та напрям темного струму I_S . Шунтовий опір $R_{ш}$ моделює паразитні струми витоку через *p-n* перехід, зокрема в області виходу переходу на поверхню напівпровідникової пластини. Послідовний опір втрат R_v враховує сумарний опір об'єму напівпровідника, перехідної області *p-n* переходу та контактних з'єднань, і за фізичним змістом відповідає внутрішньому опорі гальванічного джерела.

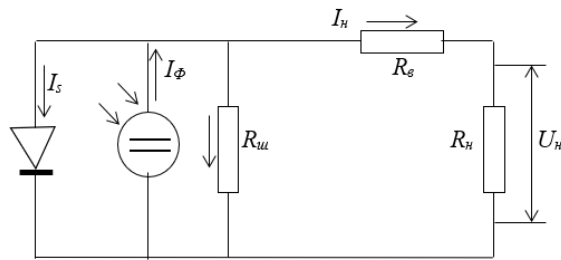


Рис. 7. Заступна електрична схема фотоелектричного модуля

При підключенні навантаження R_n напруга на клеммах U_n і струм I_n визначаються взаємозв'язаними електричними співвідношеннями, що описують режим роботи сонячного елемента.

$$U_n = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_{\phi} - I_n}{I_s} + 1 \right); \quad I_n = I_{\phi} - I_s \left(e^{\frac{eU_n}{kT}} - 1 \right). \quad (7)$$

Для математичного моделювання в дослідженні використано прикладний програмний пакет Matlab, а побудова нейронних мереж виконувалась у середовищі Matlab Simulink із застосуванням відповідних бібліотек моделювання фотоелектричних систем, при цьому поєднано емпіричні методи (опис, вимірювання, експеримент та порівняння) і теоретичні підходи, зокрема формалізацію фізичних процесів у сонячних елементах у вигляді математичних моделей. Моделювання роботи сонячних панелей виконано для типових умов експлуатації, де досліджено вплив температури в діапазоні 25–70 °C та рівня сонячної інсоляції 600–1000 Вт/м² на вольтамперну характеристику (ВАХ) і вихідну потужність, що підтвердило зниження ефективності зі зростанням температури та зменшенням освітленості.

Отримані результати (рис. 8.а, 8.б) демонструють зміну положення точки максимальної потужності P_{mpp} (maximum power point) і характерну деформацію ВАХ та кривої потужності, що узгоджується з фізичними закономірностями роботи кремнієвих сонячних елементів. Встановлено, що графіки ВАХ будуються за результатами вимірювання струму та напруги на клеммах зовнішнього навантаження R_n , при цьому визначаються ключові параметри I_{kz} , U_{xx} (U_{nx}) та P_{mpp} . У технічній документації сучасних фотомодулів результати наводяться для стандартних умов STC (1000 Вт/м², AM1,5, 25 °C), тоді як реальні умови описуються стандартами NOCT та NMOT, що враховують підвищену робочу температуру та знижену інсоляцію. Для коректного порівняння експериментальних і паспортних характеристик необхідно максимально точно відтворювати стандартні умови випробувань і стабілізувати освітленість та температуру фотомодуля, оскільки саме ці фактори визначають основні похибки вимірювань.

Згідно з поставленим завданням, виконано адаптацію існуючого лабораторного стенда для вимірювання темнових вольтамперних характеристик сучасних сонячних панелей із підвищеними габаритами, номінальними струмами та напругами. Для відпрацювання методики запропоновано використання навчального фотомодуля з 36 кремнієвих сонячних елементів розміром 2,5×3,0 см і паспортними параметрами: $P_{mpp}=10$ В, $U_m=17,5$ В, $I_m=0,57$ А, $U_{xx}=21,5$ В, $I_{kz}=0,65$ А. Темнові ВАХ, на відміну від світлових, визначаються при кімнатній температурі без освітлення фотомодуля (у повній темноті), що забезпечує їх відтворюваність і залежність лише від стабільності прикладеної напруги постійного струму. Для цього використано лабораторний блок живлення НУ-3000 зі стабілізацією напруги та струму в межах 0...30 В і 0...2 А або альтернативно – магазин опорів чи реостат з живленням від акумуляторів. Як джерело напруги застосовано два послідовно з'єднані акумулятори LOGIC-POWER AGM–MG 12–20 із номінальною напругою 12 В, ємністю 20 А·год та внутрішнім опором $r = 8$ мОм, для яких розрахункові розрядні струми становлять $I_{20} = 1,0$ А та $I_{10} = 2,0$ А.

Для проектування конструкції та проведення статичного міцнісного аналізу використовувалося програмне забезпечення SolidWorks. За результатами виконаного аналізу навантажень встановлено, що розроблена конструкція має достатній запас міцності та здатна надійно витримувати вагу фотоелектричної панелі при зміні кута нахилу в межах від 0° до 70°.

На зображенні представлена опорна конструкція для встановлення сонячної панелі з можливістю регулювання кута нахилу. Конструкція складається з вертикальної металевої опорної стійки, яка виконує функцію несучого елемента та сприймає основні механічні й вітрові навантаження, а також похилої рами для кріплення фотоелектричного модуля, що виконана з

паралельних профільних напрямних. Для забезпечення зміни кута нахилу панелі конструкція оснащена підкосами та шарнірними з'єднаннями, які дозволяють адаптувати положення сонячної панелі залежно від умов експлуатації та інтенсивності сонячного випромінювання.

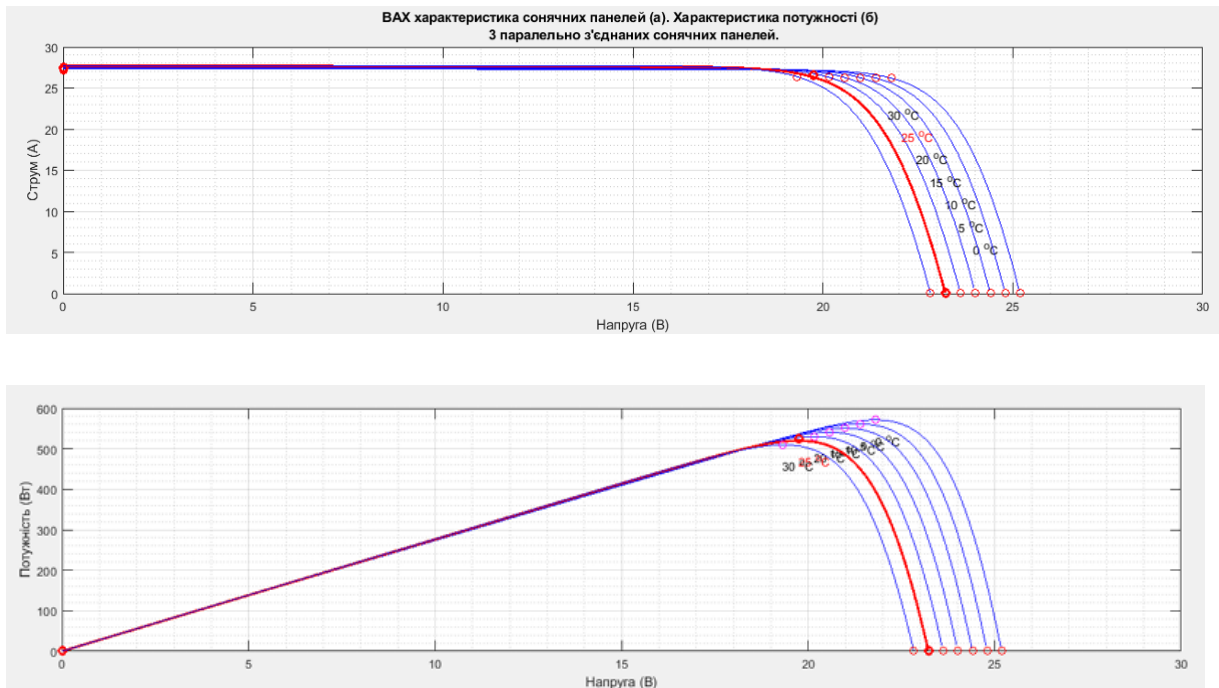


Рис. 8. Вольт-амперна характеристика кремнієвого сонячного елемента фотоелектричної установки за освітленості 1000 Вт/м^2 (1), графік потужності (2); P_{mpp} – точка максимальної потужності ВАХ

З метою підвищення жорсткості та механічної стійкості використано додаткові діагональні балки, кронштейни та підсилюючі елементи, що зменшують деформації конструкції під дією навантажень. У місцях з'єднання передбачені фіксуючі вузли та обмежувачі, які забезпечують надійну фіксацію рами й запобігають її надмірному зміщенню.

Конструкція характеризується компактністю, відносно невеликою масою, можливістю регулювання кута нахилу та надійним кріпленням сонячної панелі у двох площинах, що робить її придатною для використання як у автономних, так і в мережових фотоелектричних системах, а також у складі експериментальних або малопотужних сонячних електростанцій (рис. 9).

На фотографії зображено наземну фотоелектричну установку (рис. 10), що складається з шести сонячних панелей (1), змонтованих на металевій опорній конструкції (2). Панелі об'єднані у єдину систему та розташовані під оптимальним кутом нахилу для ефективного сприйняття сонячного випромінювання. Конструкція встановлена на вертикальній металевій опорі (3), закріпленій на бетонній основі (4), що забезпечує її стійкість та надійність під час експлуатації. Фотоелектричні модулі мають прямокутну форму та з'єднані між собою алюмінієвими рамами (5).



Рис. 9. Конструкція опорної системи для встановлення сонячної панелі з можливістю регулювання кута нахилу.



Рис. 10. Загальний вигляд наземної фотоелектричної установки на металевій опорній конструкції.

Розташування панелей у відкритій місцевості дозволяє мінімізувати затінення та підвищити ефективність генерації електроенергії. На задньому плані видно природне оточення з деревами та будівлею, а на поверхні землі присутній сніговий покрив, що свідчить про експлуатацію системи у зимовий період. Представлена конструкція може використовуватися як автономна або мережева сонячна електростанція для забезпечення електричною енергією житлових чи господарських об'єктів.

Відповідно до поставленого завдання необхідно модернізувати існуючий лабораторний стенд для проведення вимірювань темнових вольт-амперних характеристик сучасних сонячних панелей, які характеризуються більшими геометричними розмірами, а також підвищеними значеннями номінальних струмів і напруг. Для апробації електричної схеми та відпрацювання методики проведення темнових вимірювань запропоновано використати навчальний фотоелектричний модуль, що складається з 136 кремнієвих сонячних елементів розміром 2,5×3,0 см, основні технічні характеристики якого наведені у паспортних даних.

Темнові вольт-амперні характеристики, на відміну від світлових, вимірюються за відсутності освітлення фотомодуля та при кімнатній температурі, тобто в умовах повної темряви. Дотримання таких умов забезпечує стабільність і відтворюваність результатів вимірювань, які в цьому випадку залежать виключно від стабільності прикладеної до фотомодуля напруги постійного струму. Для реалізації таких вимірювань доцільно використовувати лабораторний блок живлення постійного струму НУ-3000, який забезпечує стабілізацію регульованої напруги та струму в діапазонах 0–30 В і 0–2 А відповідно.

Табл. 1

Основне обладнання автономної фотоелектричної системи

№	Обладнання	Основні параметри	Кількість
1	Сонячна панель (Фотомодуль)	Фотоелектричний модуль виготовлений на основі полікристалічних кремнієвих елементів розміром 156×156 мм. Конструкція панелі містить 36 фотоелементів. Габаритні розміри модуля становлять 1480×680×30 мм, а його маса дорівнює 11,6 кг. Номінальна вихідна потужність панелі складає 170 Вт при номінальній напрузі 12 В. Напруга в точці максимальної потужності досягає 19,75 В, а струм короткого замикання становить 9,15 А. Коефіцієнт корисної дії фотоелектричного модуля дорівнює 13,8 %.	6

2	Контролер заряду (КЗ)	Контролер розрахований на роботу в системах із номінальною напругою 12 або 24 В. При цьому значення вхідного струму та струму навантаження не повинні перевищувати 50 А.	1
3	Акумуляторна батарея (АБ)	Акумуляторна батарея має номінальну напругу 12 В та ємність 100 А·год. Її габаритні розміри становлять 305×168×215 мм, що забезпечує зручність розміщення та експлуатації в складі автономних енергетичних систем.	2
4	Інвертор	Інвертор призначений для роботи від мережі змінного струму з вхідною напругою 230 В АС. Пристрій забезпечує стабілізацію вихідної напруги на рівні 230 В АС з допустимим відхиленням $\pm 5\%$. У режимі інвертування формується вихідна напруга 220 В, а робоча частота становить 50 Гц.	1
5	Плата BTM32F4	Мікроконтролер побудований на базі високопродуктивного ядра Cortex-M7 з тактовою частотою 216 МГц. Для зберігання програмного коду передбачено 1 МБ вбудованої FLASH-пам'яті, а обсяг оперативної пам'яті SRAM становить 320 КБ. Крім того, система оснащена зовнішньою пам'яттю обсягом 128 Мбіт Quad-SPI Flash та 128 Мбіт SDRAM, що забезпечує розширені можливості для зберігання даних і виконання складних алгоритмів керування та обробки інформації.	2
6	Електролічильник	Вимірювальний прилад має клас точності 1,0, що забезпечує достатньо високу достовірність отриманих результатів. Для обміну даними та зчитування показників використовується інтерфейс IrDA. Пристрій дозволяє виконувати вимірювання основних електричних параметрів, зокрема потужності, сили струму, напруги та частоти електричної мережі.	3
7	Асинхронний двигун	Електродвигун призначений для роботи від однофазної мережі змінного струму з напругою 220 В. Номінальна частота обертання вала становить 3000 об/хв, а потужність двигуна дорівнює 0,25 кВт. Висота осі обертання складає 71 мм, що є важливим конструктивним параметром під час монтажу та приєднання двигуна до робочого механізму.	4

Як альтернативний варіант може бути застосовано магазин опорів або повзунковий реостат, підключений до акумуляторної батареї, номінальна напруга якої повинна перевищувати напругу холостого ходу фотомодуля на декілька вольт. У даному проєкті пропонується використовувати два послідовно з'єднані акумулятори LOGIC-POWER AGM-MG 12-20, номінальна напруга та ємність яких становлять відповідно 12 В і 20 А·год. Внутрішній опір акумулятора дорівнює 8 мОм, що забезпечує можливість формування стабільного джерела живлення для проведення експериментальних досліджень темнових вольт-амперних характеристик фотоелектричного модуля.

$$I_{20} = C_n/20 = 1,0 \text{ А}; I_{10} = C_n/10 = 2,0 \text{ А}$$

Для експериментального визначення світлових параметрів фотомодуля запропоновано стабілізувати світловий потік лампи розжарювання шляхом її живлення через стабілізатор мережевої напруги або від акумуляторної батареї великої ємності з подальшим інвертуванням. В умовах лабораторії, де практично відсутні повітряні потоки, фотомодуль під дією опромінення швидко нагрівається, що призводить до зміщення напруги холостого ходу, точки максимальної потужності та світлової гілки вольт-амперної характеристики. Для контролю температури фотомодуля та дослідження теплових процесів на стенді пропонується використовувати восьмиканальний регулятор-вимірювач РТ-0802 у комплекті з термопарами. Вимірювання параметрів світлових ВАХ на лабораторному стенді здійснюється універсальними тестерами з ручним перемиканням діапазонів напруги та струму.



Рис. 11. Батарея з двох акумуляторів для прикладання зовнішньої напруги до фотомодуля

Оскільки темнові струми фотомодуля можуть змінюватися від кількох мікроампер до 1 А при напругах від 1 мВ до 30 В, для проведення точних вимірювань у мікроамперному та міліамперному діапазонах запропоновано використовувати цифровий вимірювальний прилад UNI-T UTM1804.



Рис. 12. Тридіапазонний вимірювач темного струму фотомодуля

Напрямок сонячної енергетики лабораторії відновлюваної енергетики оснащений двома приладами для вимірювання прямого (G_b), дифузного (G_d) та глобального (G_{gh}) потоків сонячної радіації, при цьому на навчальному стенді пряме випромінювання моделюється лампою розжарювання зі спектром, близьким до сонячного, а для його вимірювання використовується метеорологічний піранометр ПЗ×3 з чутливою поверхнею 3×3 см та чорно-білою шаховою структурою.

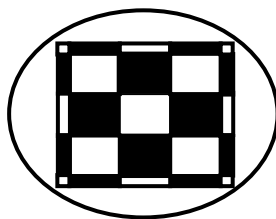


Рис. 13. Геометрія чутливої поверхні піранометра.

Чорні елементи повністю поглинають сонячну енергію та нагріваються інтенсивніше за білі, які її відбивають, а різницю температур між ними реєструють диференційні термопари, об'єднані в термобатарею з кількох десятків елементів, при цьому її вихідна напруга пропорційна різниці температур ΔT гарячих і холодних спайів та, за умови термодинамічної рівноваги, дозволяє визначити інтенсивність прямого потоку сонячної радіації G_b за відповідною формулою:

$$U \cdot \Delta T = kU \quad \text{звідки} \quad G_b = kU \quad (8)$$

Коефіцієнт пропорційності k називають чутливістю приладу та зазначають у його паспорті, при цьому для захисту від запилення і механічних пошкоджень чутливу поверхню піранометра прикривають прозорим напівсферичним ковпачком (див. рис. 14).

За потреби вимірювальну головку піранометра можна встановлювати окремо для безперервного моніторингу інтенсивності променистого потоку, зокрема сонячного випромінювання або освітленості поверхні фотомодуля, а вихідний сигнал термобатареї у мВ узгоджується з входом регулятора РТ-0102-8, який забезпечує його візуалізацію, реєстрацію та передавання даних на ПК для подальшої обробки.

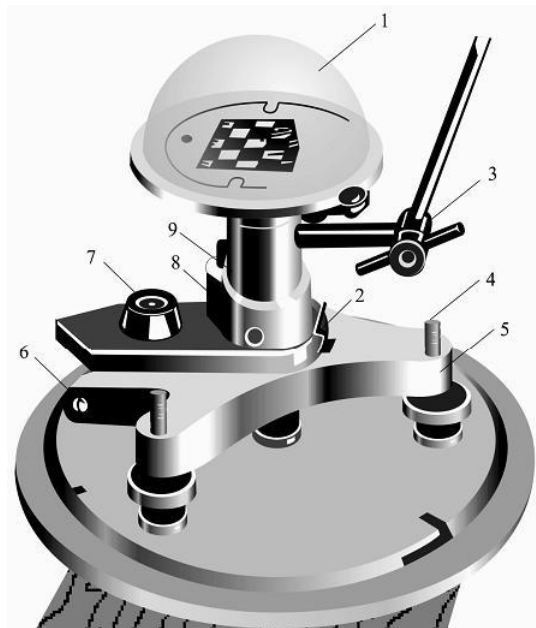


Рис. 14. Загальний вигляд піранометра для контролю енергії світлового потоку

Восьмиканальний регулятор-вимірювач РТ-0102 (див. рис. 15) призначений вимірювання, архівування, індикації зміни вимірюваних величини для автоматичного реагування або керування відповідними технологічними процесами.



Рис. 15. Зовнішній вигляд регулятора-вимірювача РТ-0102 [12]

Прилад РТ-0102 забезпечує зв'язок із персональним комп'ютером через інтерфейси RS232 або RS485 та виконує регулювання за двопозиційним і ПІД-законами керування, причому ПІД-регулювання реалізується імпульсним сигналом із широтно-імпульсною модуляцією, а керування та сигналізація здійснюються по восьми незалежних каналах з індивідуальними уставками рівня.

Вихідні каскади пристрою можуть бути реалізовані через реле 220 В, оптосимістор або транзисторний ключ з різними параметрами комутації, а сам РТ-0102 працює з термоперетворювачами опору, термопарами, піранометрами та уніфікованими аналоговими сигналами, при цьому його передня панель містить індикатори, світлодіоди стану, а також кнопки для налаштування режимів роботи.

Темнові ВАХ будують за результатами вимірювання струму зовнішнього джерела через неосвітлений фотомодуль за умови відсутності фотоструму, при цьому темновими називають

© С.В. Коробка, М.М. Толстушко, І.Г. Стукалець, І.О. Дудко, Н.О. Толстушко

струми, що виникають при прикладенні напруги до його клем, яка може бути прямою або оберненою залежно від полярності, що визначає напрямок струму відносно фотоструму.

Оскільки темнові струми охоплюють широкий діапазон значень, у вимірювальну схему введено перемикач діапазонів і багатофункціональний цифровий прилад із частковим перекриттям шкал, а для забезпечення стабільності використовують акумуляторне живлення з плавним регулюванням напруги через реостати стенда.

Лабораторний стенд виконано у вигляді діючого макета з реальними вимірювальними засобами, що відповідає вимогам дослідження фотомодулів різної потужності, при цьому для безпеки передбачено обов'язкове заземлення металевого каркаса та елементів вимірювальної системи для зменшення шумів і електромагнітних завад.

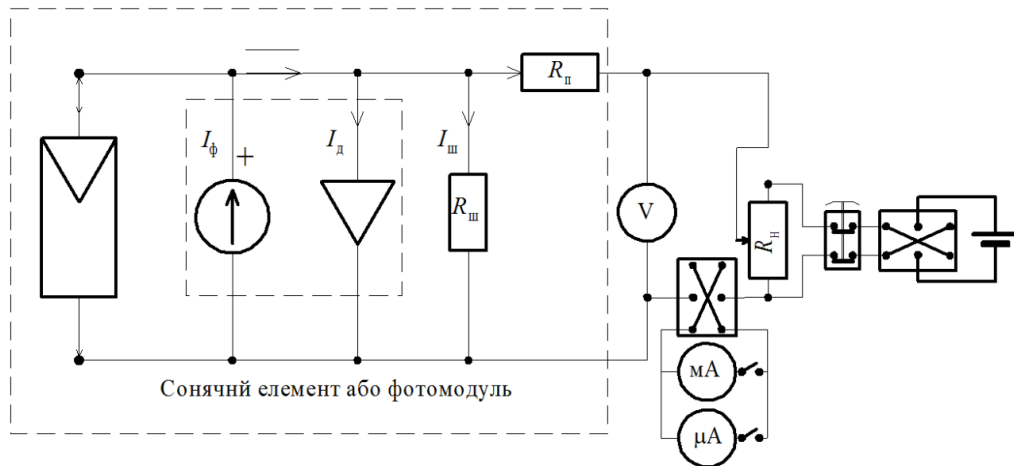


Рис. 16. Схема для вимірювання темнових ВАХ з вузлом живлення та перемикачем його полярності.

За надійного затемнення фотомодуля стабільність його темнових характеристик визначається переважно температурою та прикладеною напругою, при цьому вимірювання в області малих струмів потребують додаткового часу для стабілізації показів цифрових приладів, тоді як у зоні великих струмів тривалість експерименту зменшується, тому вимірювання доцільно починати з малих струмів і обмежувати їх тривалість для уникнення перегріву та спотворення ВАХ.

У процесі експерименту всі операції зводяться до ручної зміни напруги реостатами з кроком 0,5 В із одночасною реєстрацією показів вольтметра та амперметра, з обов'язковим перемиканням діапазону вимірювання з мікроамперного на міліамперний у середині процесу, а отримані результати представлені в таблиці 2 та графічно відображені на рис. 17–19.

Темнова ВАХ фотомодуля при прямій полярності прикладеної напруги та зворотному напрямі струму відповідає моделі ідеального планарного фотодіода, однак її подання в лінійному масштабі є малоприматним через різницю між мінімальними та максимальними значеннями струму на кілька порядків.

Параметри елементів заступної схеми фотомодуля, зокрема шунтовий і послідовний опори, визначають за крайніми ділянками нахилу ВАХ, а її якість оцінюють за середньою частиною, при цьому для наочності ці інтервали доцільно аналізувати за графіками в напівлогарифмічній системі координат, як показано на рис. 17.

Табл. 2

Результати вимірювання прикладених напруг і темнових струмів

$U_{пр}, В$	$I_{зв} мкА$	$\ln I_{зв}$	$U_{пр}, В$	$I_{пр} мкА$
Напруга прямої полярності Напрямок струму – зворотний			Напруга протилеж. полярності Напрямок струму прямий	
1	0,005	-5,29832	0,5	15
1,5	0,013	-4,34281	1	26
2	0,03	-3,50656	1,5	32
2,5	0,05	-2,99573	2	35
3	0,08	-2,52573	2,5	41
3,5	0,11	-2,20727	3	46

4	0,14	-1,96611	3,5	52
4,5	0,19	-1,66073	4	58
5	0,263	-1,3356	4,5	63
5,5	0,32	-1,13943	5	68
6	0,37	-0,99425	5,5	74
6,5	0,44	-0,82098	6	78
7	0,511	-0,67139	6,5	85
7,5	0,58	-0,54473	7	90
8	0,675	-0,39304	7,5	95
8,5	0,78	-0,24846	8	100
9	0,9	-0,10536	8,5	107
9,5	1,004	0,003992	9	115
10	1,18	0,165514	9,5	120
10,5	1,25	0,223144	10	127
11	1,55	0,438255	10,5	130
11,5	1,695	0,527683	11	138
12	1,975	0,680568	11,5	145
12,5	2,35	0,854415	12	150
13	2,7	0,993252	12,5	158
13,5	3,12	1,137833	13	166
14	3,7	1,308333	13,5	173
14,5	4,36	1,472472	14	180
15	4,934	1,59615	14,5	185
15,5	6,65	1,894617	15	195
16	8,5	2,140066	15,5	200
16,5	10,5	2,351375	16	210
17	15	2,70805	16,5	216
17,5	18,9	2,939162	17	223
18	26,6	3,280911	17,5	230
18,5	39	3,663562	18	237
19	59	4,077537		
19,5	85	4,442651		
20	125	4,828314		
20,5	176	5,170484		
21	245	5,501258		
21,5	328	5,793014	$R_{\pi}=1,75 \text{ Ом}$	
22	420	6,040255		

Лінійні крайні ділянки ВАХ визначають межі інформативних інтервалів показника досконалості та послідовного опору, тоді як для визначення шунтового опору додатково будують темнову ВАХ при прикладенні напруги протилежної полярності до фотомодуля (див. рис. 18), за якою обчислюють шунтовий опір R_{π} та нульове значення темнового струму I_0 .

Отже, модернізацію лабораторного стенда для вимірювання темнових ВАХ сучасних фотоелектричних модулів, розрахованих на напруги до 22 В і струми до 1 А та більше, що відповідає параметрам реальних панелей потужністю до 170 Вт. Для експериментів використано навчальний модуль із 36 кремнієвих елементів розміром 2,5×3,0 см, а також акумуляторну батарею 12–24 В ємністю 20 А·год із внутрішнім опором близько 8 мОм, що забезпечує стабільне джерело живлення.

Вимірювання темнових струмів проводились у діапазоні від 0,005 мкА до 420 мА при зміні напруги від 0,5 до 22 В, з кроком 0,5 В, що дозволило отримати повну нелінійну ВАХ фотомодуля. Для точного вимірювання застосовано багатодіапазонний цифровий прилад із перекриттям шкал та перемиканням діапазонів між мікроамперним і міліамперним режимами.

За результатами обробки експериментальних даних побудовано темнові ВАХ у лінійному та напівлогарифмічному масштабах, що охоплюють зміну струму на 5–6 порядків. Встановлено, що в області малих струмів ($<10^{-3}$ – 10^{-2} А) спостерігається експоненційна залежність, тоді як у великих струмах ($>0,1$ А) проявляється вплив послідовного опору.

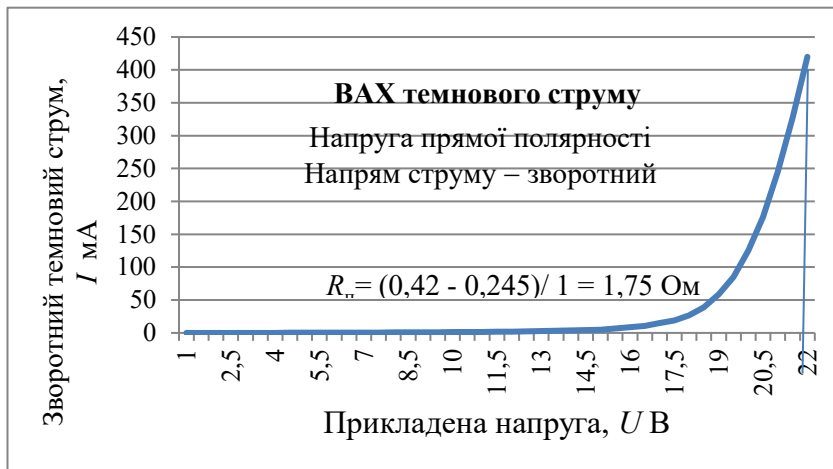


Рис. 17. Темнова ВАХ фотомодуля за результатами вимірювання зворотного струму від прикладеної напруги прямої полярності



Рис. 18. Темнова ВАХ фотомодуля від прикладеної напруги прямої полярності

З аналізу крайніх ділянок ВАХ визначено послідовний опір фотомодуля, який становить близько 1,75 Ом, що узгоджується з експериментальними даними. Додатково побудована характеристика при зворотній полярності дозволила оцінити шунтовий опір $R_{ш}$, значення якого є суттєвим для оцінки якості фотомодуля.

Результати підтвердили, що модернізований стенд забезпечує коректне відтворення темнових характеристик у широкому діапазоні напруг і струмів, а також придатний для аналізу параметрів реальних сонячних панелей. Отримані дані можуть бути використані для оцінки електричної досконалості фотомодулів і їх заступної схеми.

Висновки. У роботі виконано комплексне обґрунтування та модернізацію лабораторного стенда для дослідження темнових вольт-амперних характеристик сучасних фотоелектричних модулів з підвищеними електричними параметрами та збільшеними геометричними розмірами. Запропоновано схему вимірювального комплексу, що забезпечує формування регульованої напруги, перемикання полярності та точне вимірювання струмів у широкому діапазоні значень.

Розглянуто методику проведення темнових вимірювань, яка передбачає роботу фотомодуля в умовах повного затемнення, стабілізацію температурного режиму, поетапну зміну прикладеної напруги та використання багатодіапазонних вимірювальних приладів для реєстрації малих і великих струмів. Показано, що коректність отриманих характеристик суттєво залежить від стабільності джерела живлення, якості контактів та мінімізації електромагнітних завад.

На основі експериментальних даних побудовано темнові ВАХ для різних режимів полярності прикладеної напруги, що дозволило ідентифікувати особливості поведінки фотомодуля, зокрема нелінійність струмових залежностей у широкому діапазоні напруг. У напівлогарифмічному

представленні визначено інформативні ділянки характеристик, за якими оцінено параметри заступної схеми, включаючи послідовний та шунтовий опори.

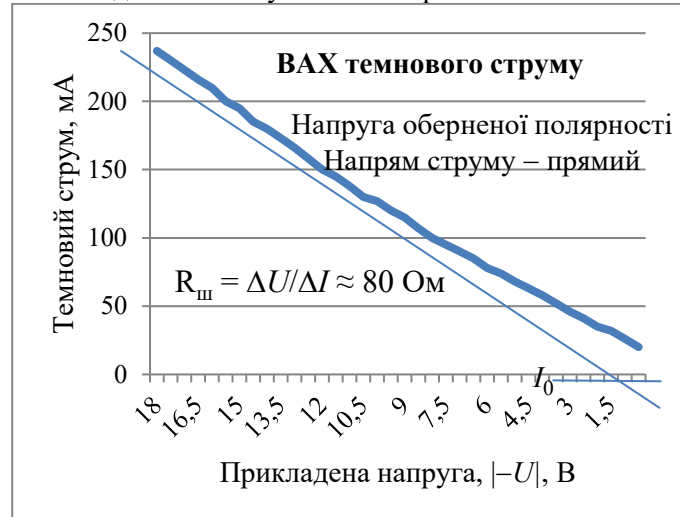


Рис. 19. Темнова ВАХ фотомодуля від прикладеної напруги протилежної полярності

Додатково встановлено, що побудова ВАХ при протилежній полярності дозволяє визначити шунтовий опір $R_{ш}$ та оцінити нульовий темновий струм I_0 , що є важливим для аналізу якості фотомодуля та його електричної досконалості. Отримані результати підтверджують придатність модернізованого стенда для дослідження сучасних фотоелектричних систем у навчальних і наукових цілях.

Список використаних джерел.

1. Anani N., Ibrahim H. Adjusting the Single-Diode Model Parameters of a Photovoltaic Module with Irradiance and Temperature // *Energies*. 2020. Vol. 13, No. 12. P. 3226. DOI: 10.3390/en13123226.
2. Hishikawa Y., Yamagoe K., Asaoka K. et al. Improved precision of the outdoor performance measurements of photovoltaic modules by using the photovoltaic irradiance sensor // *Solar Energy*. 2020. Vol. 211. P. 82–89. DOI: 10.1016/j.solener.2020.09.002.
3. Bensalem S., Chegaar M., Nehari D. Description of short circuit current of outdoor photovoltaic modules by multiple regression analysis under various solar irradiance levels // *Renewable Energy*. 2020. Vol. 147. P. 895–902. DOI: 10.1016/j.renene.2019.09.083.
4. Laudani A., Fulginei F. R., Salvini A. An accurate one-diode model suited to represent the current-voltage characteristics of crystalline and thin-film photovoltaic modules // *Renewable Energy*. 2020. Vol. 145. P. 725–743. DOI: 10.1016/j.renene.2019.06.074.
5. Leitão D., Torres J. P. N., Fernandes J. F. P. Spectral Irradiance Influence on Solar Cells Efficiency // *Energies*. 2020. Vol. 13, No. 19. P. 5017. DOI: 10.3390/en13195017.
6. Appelbaum J., Maor T. Dependence of PV Module Temperature on Incident Time-Dependent Solar Spectrum // *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10, No. 3. P. 914. DOI: 10.3390/app10030914.
7. Bonilla Castro J., Schweiger M., Moser D. et al. *Climatic Rating of Photovoltaic Modules: Different Technologies for Various Operating Conditions*. IEA PVPS Task 13 Report IEA-PVPS T13-20:2020. 166 p. ISBN 978-3-907281-08-6.

Дата надходження статті до видання: 21.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

В. Піддубний¹ [0000-0002-1497-7133], С. Голячук² [0000-0002-4835-8154], О. Пилипець³ [0000-0003-0957-8282],
В. Каспрук³ [0000-0001-5864-4042], В. Гіджеліцький⁴ [0000-0001-5959-514X]

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОКАТКИ

¹ Київський національний торговельно-економічний університет,

² Луцький національний технічний університет,

³ Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя,

⁴ Київський кооперативний інститут бізнесу та права.

На підприємствах різних галузей промисловості ще в недостатній кількості використовуються машини з різними за конструкціями роликівими робочими органами, які в залежності від технологічного процесу виконують різноманітні операції. Такі машини потрібно удосконалювати особливо малогабаритні з керованими процесами, в яких основний процес проходить в робочій зоні. Попередньо проведений аналіз роботи певного класу машин показав недостатню їх продуктивність та якість готової продукції. Зазначена проблема показала сучасні тенденції в удосконаленні роликівими робочими органами в машинах різних класів де за допомогою них проходять різні робочі процеси. Метою дослідження є розробка методу визначення та розподілу величини стиснення тістової заготовки в проміжку між вальцьовими робочими органами, з підвищенням якості продукції та опису даних процесів за допомогою математичної моделі. Проведено аналіз складності процесу нагнітання, недостатньої стабільності та надійності роботи; при нерівномірній подачі компонентів в робочу камеру. Крім того, на якість подачі валків впливає ряд інших факторів: фізико-механічні властивості сировини, режим роботи, недостатній імпульс зовнішніх сил при основному переміщенні, надмірна кількість робочих органів. Визначення руху середовища в проміжку між валками є однією з досить складних задач. Вирішення цих завдань можливе на основі ретельного вивчення суті процесу, що відбувається під час прокатки. Такий підхід дозволить визначити характер стадійного розподілу злипання тіста в проміжку між валками з урахуванням кута контакту. Таким чином, конструкція поверхні нового валка дозволила зменшити вплив на тісто і, таким чином, підвищити якість формування при тих же технологічних параметрах. При цьому зменшуються втрати сухих речовин і технологічний брак. Розроблена модель дозволяє визначити стисливість тіста при початкових і кінцевих значеннях в'язкості при заданих технологічних і конструктивних параметрах а проведений аналіз може бути основою для розробки інженерних методів проектування робочих органів для регулювання стабільності процесу.

Ключові слова: трифазне середовище, валки, реологія, деформація зсуву, тісто, газова фаза.

V. Piddubnyi, S. Holiachuk, O. Pylypets, V. Kaspruk, V. Hydzhelitskyi

METHODS OF CALCULATION OF OPTIMAL PARAMETERS OF ROLLING

Enterprises in various industries are still using machines with different designs of roller working bodies, which, depending on the technological process, perform various operations. Such machines need to be improved, especially small-sized machines with controlled processes in which the main process takes place in the working area. A preliminary analysis of the operation of a certain class of machines showed insufficient productivity and quality of finished products. This problem has shown modern trends in the improvement of roller working bodies in machines of different classes where different work processes are carried out with their help. The aim of the study is to develop a method for determining and distributing the amount of compression of the dough piece in the gap between the roller working bodies, improving product quality and describing these processes using a mathematical model. The paper analyzes the complexity of the injection process, insufficient stability and reliability of operation; with uneven feeding of components into the working chamber. In addition, a number of other factors affect the quality of rolls feeding: physical and mechanical properties of raw materials, operating mode, insufficient impulse of external forces during axial movement, and an excessive number of working bodies. Determining the movement of the medium between the rolls is one of the most difficult tasks. The solution to these problems is possible on the basis of a thorough study of the essence of the process occurring during rolling. This approach will make it possible to determine the nature of the stage distribution of dough sticking together in the gap between the rolls, taking into account the contact angle. Thus, the surface design of the new roll made it possible to reduce the impact on the dough and thus improve the quality of forming with the same technological parameters. At the same time, dry matter losses and process rejects are reduced. The developed model makes it possible to determine the compressibility of the dough at the initial and final viscosity values at given technological and design parameters, and the analysis can be the basis for the development of engineering methods for designing working bodies to regulate the stability of the process.

Keywords: three-phase medium, rollers, rheology, shift deformation, dough, gas phase.

1. INTRODUCTION

Using machine tools with rollers is one of the main areas of rational technical support for product formation in various industries. A key aspect of optimizing technical support for product formation processes across various industries involves the use of machines equipped with roller working tools. Presently, there is not enough large variety of designs of roller working tools, which carry out a technological operation on injection, rolling, transportation of a viscous medium. Many of these machines require refinement and research in order to introduce new developments in their production. Special

© В. Піддубний, С. Голячук, О. Пилипець, В. Каспрук, В. Гіджеліцький

attention is placed on compact, efficient machines that feature controlled processes within the operating chamber. When creating or upgrading small machines with clearly defined roller working tools, it is crucial to focus on justifying the technological scheme and the corresponding constructive solving of taken decisions. Since the design parameters are interrelated with the process, it substantially affects the feasibility of producing such a machine in enterprises such, technological capabilities of which are focused on repair and restoration of equipment [1,2].

Machines designed to form viscous medium should influence it in such a way that the loss of raw materials and final products were minimum, but the quality of the products were high. This brings the necessity of ensuring that processing regimes, geometric shapes and structural parameters of working roller bodies complete correspond to structural and mechanical properties of a viscous medium[3,7]. The stated problem identified current trends in the design of roller working bodies in machines of different classes, where they carry out working processes: rolling, injection, kneading, transportation. The inventors constantly direct their calculations and designs on optimizing geometric profile and structural elements, use of pre-cast constructions, use of materials and coatings.

Drop of scientific developments behind the practical needs is explained by the various properties of technological environments' properties, variety of materials used for their transportation and the difference in their exploitation conditions of [2,3].

2. EXPERIMENTAL METHODS

Constructive parameters of the rollers have to ensure supply of dough for its alignment and redistribution of its volume mass by injection and transportation in the gap between them. The process of injecting dough with rollers may seem straightforward, but the mathematical model and basic dependencies calculations are quite complex. Now there are some solutions for this problem, based on simplification of the actual process and which do not take into account the influence of the elastic-viscous and plastic structure of dough and the way it acts on pressure fluctuations.

In general, the productivity of the injection unit (kg/s), that has roller working bodies of different diameters, which rotate at different speeds, can be determined by formula [3,4]:

$$\Pi = \pi l \delta \rho (R_1 n_1 K_1 + R_2 n_2 K_2), \quad (1)$$

For the case of identical diameters of roller working bodies rotating at the same speed, the productivity is calculated as follows:

$$\Pi = 2\pi l \delta \eta \rho K, \quad (2)$$

where l - the length of the feeder chain, m; b - gap width, m; R_1 and R_2 are the radii of rolls, m; n_1 and n_2 - frequency of their rotation, c^{-1} ; K_1 , K_2 , - coefficients of feeding the dough, depending on the roll diameter and dough consistency. For the wheat flour dough of the 1-st and premium quality K is 0.7 at $R = 0.15$ m, with decreasing R - decreases; ρ - average density of dough, kg / m^3 .

Due to the fact that pressure of dough on the roller working bodies is transmitted on the normal, considering working pressure prescribed and the diagrams of its change over the length of the working chamber, it is possible to determine the forces acting on them in the areas of feeding and rolling

$$P_n = 0,5 P_p R l \alpha \quad (3)$$

$$P_n = 0,5 P_p R l \beta \quad (4)$$

The moment on the roller working body is created by the action of the tangential forces P_n and P_n , which occur because of friction of dough on the roller and direct opposite to the rotation of rollers

$$M_n = 0,5 P_p R^2 l \tan \varphi \quad (5)$$

$$M_n = P_p R^2 k l \tan \varphi \quad (6)$$

where φ is the angle of friction of the dough on the roll working body; for wheat flour dough, depending on the recipe and moisture content, it is 25-30 °; $\tan \varphi$ (varies from 0.47 to 0.57).

Since the roller working bodies are interconnected by gear transmission and rotate in different directions, their torques are folded. In our case, the resulting moment on the drive shaft (in $N \cdot m$) is

$$M = P_p R^2 l (\alpha + 2\beta) \tan \varphi \quad (7)$$

To perform these calculations, it is necessary to find rational constructional size of rolls, which correspond to the designed capacity for given kinds of dough. In present calculations, the effect of the tightening angle (contact) on the distribution of the density of the dough mass at the injection, that is, in the node zones, is not determined.

A dough with a moisture content of 33% was prepared for high-quality wheat flakes using pressed yeast. The dough was made through an opaque method with a fermentation period of 60 minutes at a temperature of 32-33°C. The quality of the pressed yeast met the standards specified by DSTU. The characteristics of the wheat flour used in the preparation are as follows:

© В. Піддубний, С. Голячук, О. Пилинець, В. Каспрук, В. Гіджельський

- Moisture content (%): 14.5.
- Raw gluten content (%): 28.
- Gluten resistance to compression (IDK-1 device): 54 units.
- Gluten stretch (cm): 14.

Various structural schemes involving roller working bodies can be mathematically characterized using time-dependent continuous functions. These functions encompass geometric dimensions of the equipment, characteristics of the working rolls, and the physical and mechanical properties of the viscous medium, all of which are influenced by rolling conditions. Utilizing developed methodologies for describing the dough injection process in the gap between rolls, the hydrodynamic theory of pseudoplastic fluid calibration was applied. This theory facilitates establishing quantitative relationships between the material properties and the geometric features of the working space in different processing conditions [4].

Employing this theoretical framework, numerous formulas were derived to calculate the pressure within the roll gap, considering parameters such as medium viscosity. The experimentally determined dependencies are expressed using partial algebraic functions. To generalize these partial dependencies, the multifactor Protoediakonov function is utilized, which, when applied to chemical research results, provides accurate outcomes.

The characteristics of the dough with an indestructible structure were examined using the RV-8 device. Experiments were conducted under low shear forces, below the threshold shear stress. Deformation values, indicated by arrow deviations, were recorded every 10-20 seconds. By knowing the geometric characteristics of the device and the measurement data, the shear stress (τ') is calculated using the formula:

$$\tau' = \tau - \tau_k = \frac{(m - m_0)gR_{pul}}{2\pi R_{int}^2 h_{rol}}$$

where m is the load mass rotating the rotor, consisting of the masses of two weights and cups (excluding the value compensating for bearing friction); m_0 is the load mass at which the rotor begins to rotate, g is free fall acceleration, R_{pul} roll pulley radius, R_{int} internal swath radius, h_{rol} distance between rolls. Consequently, the plastic viscosity was determined according to Machihin U., 1991 [5]:

$$\mu_{pl} = (\tau - \tau^l) / \gamma$$

Formulation of the problem. Analysis of studying the dough injection and the performance of existing machines indicates the complexity of the process, insufficient stability and reliability of the work; the components are fed into the working chamber unevenly. In addition, a number of other factors influence the quality of injection of rolls: physical and mechanical properties of raw material, operation mode, excessive number of working bodies, the insufficient pulse of external forces in axial displacement, etc., because, the design, parameters of working bodies and kinematics of motion are not still sufficiently studied [6,7]. Therefore, despite a significant number of scientific achievements, development of new more promising constructive technical solutions of working bodies, working chambers with improvement of quality indicators of products based on the construction of a mathematical model remains an urgent problem.

In experiments, when compressing dough in a closed chamber, it shows the properties of elasticity largely because the gas phase and partly because of elastic protein skeleton. Determination of the effect of dough compression in the process of pouring justifies further technological processes and study of its properties. The compressibility of the yeast dough [6] is due to two reasons: the compressibility of gas bubbles and deformation of structural grid. In terms of rolling, it is unreasonable to talk about the decrease of distance between molecules of biopolymers in the dough, because it requires too high pressure. Accordingly, we note that the volume of semi-finished product is reduced only due to compression and subsequent dissolution of gas bubbles in the liquid phase of dough [8,9].

As we can see, determining the motion of the environment in the gap between rolls is one of rather complex. At the same time, it is a very important practical problem which is connected with the necessity of making various calculations of forming working rolls and determining their impact on the environment [10]. To solve such a kind of problems, it is necessary to involve algebra of logic and set theory, properties of medium, allowing to consider the layout as an ordered set of working units, and their various combinations as logical relations of elements of this set [11,12]. Solving these tasks is possible on the basis of thorough study the essence of the process that occurs during rolling. Such approach will allow us to determine the nature of stage distribution of dough join ability in the gap between the rotating rolls, taking into account the angle of contact [13,14].

© В. Піддубний, С. Голячук, О. Пилипець, В. Каспрук, В. Гіджельський

The purpose of the article is to develop the method of determining and distributing the level of compression of dough in the gap between the roller working bodies.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Study of works [1,2] showed that uneven velocity of the medium (yeast wheat cracknel dough) is caused by the nature of the flow. Therefore, a significant factor of increasing the effectiveness of the intensive action of rolls on the environment is even rolling out of its elementary amounts that come from the working chamber of machine. Proceeding from the assumptions that specific supply of the medium is the same for all elementary volumes of the mass in the gap between the rolls, the viscosity remains constant and it has been taken into account in the calculations.

Consider the process of dough rolling between rollers. The regularity of changing the thickness of dough layer during the rolling between the rolls is shown in Fig.1. When cylindrical rollers are used, the thickness of the dough sheet continuously changes in the central region, known as the clogging zone. However, at the exit from the rollers, the thickness remains uniform. Throughout all rolling cycles on the curved surface, the gap in the central part of the rollers remains unchanged from one capture to the next. This ensures the compression and displacement of the dough during the rolling process, resulting in a uniform thickness across the entire sheet. The rollers, which have identical diameters, rotate at the same angular velocity (ω) with radius (R) and length (L).

When forming the material, its deformation passes through the surfaces of the rolls. The deformation process consists in obtaining the effect of compression and stretching. In general, the deformation data is shown in Fig. 1. According to Fig. 1, modeling of acting forces on the material was carried out. In this case, the force of the pressure action, which depends on the angle φ . Angle φ constrains the passage of material between the rotating rolls.

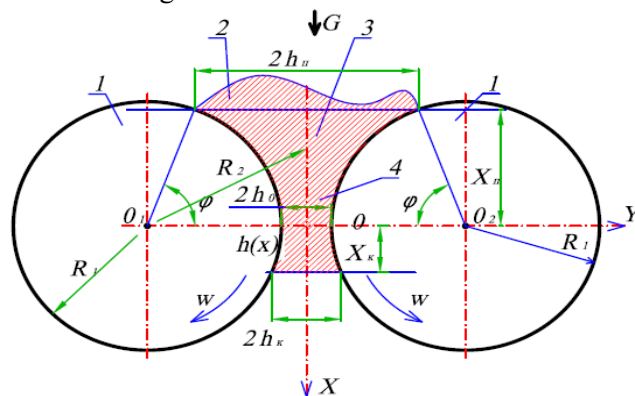


Fig. 1. Scheme of dough movement in the vertical gap between the rolls: 1 – rolls; 2 – dough; 3, 4 - the opposite zone and the direct zone of the joint flow.

The most critical factor is the pressure component. Considering the design specifics of the injection site, the mathematical model of the process can be represented as follows [6]:

$$P = \frac{2\mu}{R} \int \frac{\left(Q - \frac{\omega R h}{2}\right) d\varphi}{(R+h) \left[\ln\left(1 + \frac{h}{R}\right) - \frac{h}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+h}\right) \right]} + C_3$$

where R-radius of the roller working body, mm; h-gap size, mm; Q- rate of flow of dough, kg / s;
 μ - viscosity.

$$\text{If } P(\varphi=0)=P_0, \text{ then: } P_0 = \frac{2\mu}{R} \int_{\varphi=0} \left| +C_3 \Rightarrow C_3 = P_0 - \frac{2\mu}{R} \int_{\varphi=0} \right|$$

$$P(\varphi) = P_0 \frac{2\mu}{R} \int_0^\varphi \frac{\left(Q - \frac{\omega R h}{2}\right) d\varphi}{(R+h) \left[\ln\left(1 + \frac{h}{R}\right) - \frac{h}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+h}\right) \right]}$$

Let's introduce the designation:

$$I_k(\varphi) = \int_0^\varphi \frac{h^k d\varphi}{(R+h) \left[\ln \left(1 + \frac{h}{R} \right) - \frac{h}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+h} \right) \right]} \quad k=0,1$$

$$I_1(\varphi) = \int_0^\varphi \frac{h^k d\varphi}{(R+h) \left[\ln \left(1 + \frac{h}{R} \right) - \frac{h}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+h} \right) \right]}$$

$$\text{Then: } P(\varphi) = P_0 + \frac{2\mu}{R} \left(QI_0(\varphi) - \frac{\omega R}{2} I_1(\varphi) \right)$$

We eliminate the variable Q from the conditions that the pressure distribution is a periodic function of the angle φ , that is: $P(\varphi + 2\pi) = P(\varphi)$

in a partial case $\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) = P(0) = P_0$, therefore:

$$P = P_0 + \frac{2\mu}{R} \left[QI_0\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\omega R}{2} I_1\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (8)$$

From the equation it is seen that the size of the dough placement (angle of the surface of feeding the mass on the roll) vastly determines the value of pressure. Function $P(\varphi)$ depends on angle, and not on time, that is why, the derivatives are not the characteristics of speed and acceleration of the sealing process. We introduce additional functions that reveal the discreteness of the injection process:

$$F(\varphi) = \ln \left(1 + \frac{h}{R_2 \cdot \sin(\varphi)} \right) - \frac{h}{2} \cdot \left(\frac{1}{R_2 \cdot \sin(\varphi)} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$L(\varphi) = Q - \omega \cdot R_2 \cdot \sin(\varphi) \cdot \frac{h}{2}$$

Taking into account our data and using (8) the graph of Fig. 2 was drawn.

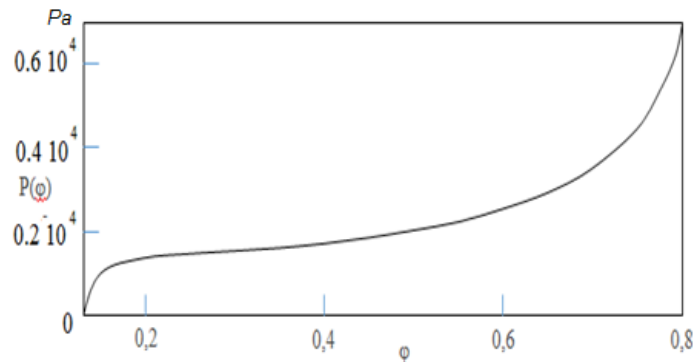


Fig. 2. Diagrams of the pressure value versus the angle of the dough piece φ . P- pressure value, φ - the value of the gripping angle

As you can see, the function $P(\varphi)$ is defined for the angle φ from 0.1277 to 0.8034 rad. It is characterized by three sections, depending on the angle φ (Fig. 2). The first section (the beginning of the process) φ from 0.8034 to 0.65 radians (process of feeding and sealing). It is characterized by a decrease in $P(\varphi)$ from 0.705·10⁴ to 0.229·10⁴. In this case, there is a nonlinear decrease in the derivative $\frac{dP(\varphi)}{d\varphi}$ and nonlinear decrease of the second derivative $\frac{d^2P(\varphi)}{d\varphi^2}$ to 0. The second section indicates stabilization of the process where φ is from 0.65 to 0.24 radians. It also characterizes a partial decrease of P from 0.229·10⁴ to 0.145·10⁴. Accordingly, there is a linear decrease in the derivative $\frac{dP(\varphi)}{d\varphi}$ and the second derivative $\frac{d^2P(\varphi)}{d\varphi^2} = 0$ (or indefinite). The third section at φ from 0.24 to 0.1277 radians: the function $P(\varphi)$ decreases from 0.145·10⁴ to 0; nonlinear increase of the derivative $\frac{dP(\varphi)}{d\varphi}$; nonlinear decrease of the second derivative $\frac{d^2P(\varphi)}{d\varphi^2}$ from 0.

From the above-stated justified influence of the interaction of a roll and dough it follows that the optimum elasticity of the dough essentially depends on the ratio of the given values of compression between them. Very insignificantly it depends on the ambient temperature in the temperature range from 20° C to 35° C. Given the fact that there is a change in compression of dough with deviation, and accordingly, its structural and mechanical properties, using the mathematical model (8), we determined the effect of the optimal level of compression of the dough on the structure of the finished product. In this case, the experimental data on changes in the viscosity values relative to the velocity of tensile angle of dough were used [15]. It is stated that this dimension varies in small values, so for the dough viscosity at the beginning of discrete action of the rolls, the changes are slight. Thus, the design of the surface of a new roll has allowed to reduce the impact on the dough and, in the same way, to improve the quality of the forming with the same technological parameters. At the same time, losses of dry substances and technological shortage decrease. Graphic dependence of the optimum compression degree of the dough on the ratio of the given values of change in viscosity with the course of the angle of tightening is shown on Fig. 3. At the same time, change of structure of the finished crackles according to discretion of the injection process, due to the developed method is reflected.

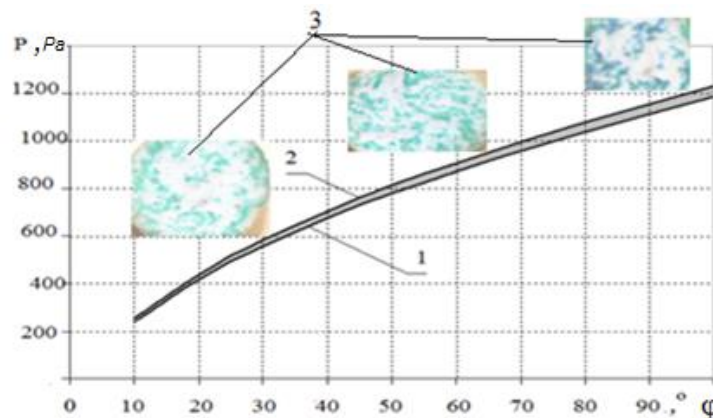


Fig. 3. Phases of dough structure depending on the pressure P and stretching φ angle of the dough for compression during injection in the second section: 1 - compression after many stretching cycles; 2 - compression at the beginning of stretching; 3 - structure of the finished cracker.

From the graphic dependence (Fig. 3) it follows that compression of the mass of dough occurs at gradually changing pressure. This value varies in small values and it is insignificant for viscosity of dough at the beginning of discrete action of the rollers. This is evident on the structure of cracknel. Thus, the new roll's surface design has allowed to reduce the impact on dough and, in the same way, to improve the quality of forming with the same technological parameters. At the same time, losses of dry substances and technological shortage decrease.

4. CONCLUSIONS

The main purpose of this study is to develop a method for determining and distributing the amount of compression of the dough piece between the rolling working bodies, improving product quality and describing these processes using a mathematical model. The analysis showed that the injection process is complex, with insufficient stability and reliability of operation due to uneven feeding of components into the working chamber.

The physical and mechanical properties of the raw material, the operating mode, insufficient impulse of external forces during axial movement and an excessive number of working bodies affect the quality of roll feeding. One of the most challenging tasks is to determine the movement of the medium between the rolls. A thorough study of the rolling process made it possible to determine the nature of the stage distribution of dough sticking in the gap between the rolls, taking into account the contact angle. The surface design of the new roll reduces the impact on the dough and improves the quality of moulding under the same process parameters, which reduces dry matter losses and process rejects.

The developed mathematical model allows to determine the compressibility of the dough at the initial and final viscosity values according to the specified technological and design parameters. The analysis can be the basis for the development of engineering methods for designing working bodies to regulate the stability of the process.

References

1. I. Pawel Drozdziel. Simulation of components mixing in order to determine rational parameters of working bodies / Pawel Drozdziel, Andrij Derkach, Igor Stadnyk, Tatiana Vitenko. //Advances in Science and Technology Research Journal. – 2016. – Vol. 9. – P. 130 – 138.
2. I. Stadnyk, L. Novak, L. Matenchuk Global rheological approach to the quality of medium injected by the rollers. Potravinarstvo Slovak Journal for Food Sciences, -2018, vol.1, P1-8.
3. Gavrillko P. Substantiation of parameters that take place in working chambers of machines with rolling working bodies. / P. Gavrillko, A. Derkach, I. Stadnyk, // Storing and processing of grain. – 2017 – № 2 (210). – Vol. Том 2. – P. 34 – 38.
4. I. Stadnyk, I. Dobrotvor, S. Katarzyna, Determination of power output and impact on the rheological parameters of raw materials during rolling» Agricultural Engineering. 2016 Vol. 20 DE GRUYTER. 5-12s.
5. Machihin U., (1991), Engineering reology of food materials. P.23-59: Light & Food Industry, – 216 p.
6. I. Stadnik, Scientific and technological bases of processes and development of equipment for loosely mixing of dough: author's abstract. dis ... doc. tech Sciences: special 05.18.12 "Processes and equipment of food, microbiological and pharmaceutical industries" / Stadnik Igor Yaroslavovich; NUTH - K., 2013. - 40 p.
7. I. Stadnyk, V. Piddubnyi, R. Mykhailyshyn, I. Petrychenko, V. Fedoriv, V. Kaspruk The Influence of Rheology and Design of Modeling Rolls On the Flow and Specific Gravity During Dough Rolling and Injection. Journal of Advanced Manufacturing Systems Vol. 22, No. 02, pp. 403-421, 2023.
8. Dolomakin, Y. 2015. Influence of humidity on structural and mechanical characteristics of liquid wheat flour. "Modern trends of technology and mechanization of processes of processing and food industries". Bulletin of the Kharkov National Technical University of Agriculture named after Petr Vasilenko. Kharkiv, 166 p.
9. I. Stadnyk, V. Piddubnyy, A. Chagaida, V. Fedoriv Dynamics of interaction of components during mixing // Sci.J.TNTU.2022 Vol. 107, № 3. P. 86-98.
10. Piskunov S., Iasechko M., Minko N., Dolomakin Y. Taking into account the correlated errors of measurements when estimating parameters of object trajectory at mechanical movement. International Journal of Emerging Trends in Engineering Research. 2020. Volume 8. No. 9. P. 5603–5606.
11. Szwedziaka K., Golyachuk S., Grzywacz Z. Justification of the rheological model of process of plastic material injection by the rollers. Agricultural Engineering. 2019. Vol. 23. No. 3. P. 101–114. ISSN 2083-1587. e-ISSN
12. Dolomakin Y., Babanov I., Shevchenko A., Babkina I. Influence of eccentricity of internal rotor's cylinder for mixing water-flour mixture on its kinematic and dynamic parameters. Scientific Letters of Academic Society of Michal Baludansky. Volume 5. Issue 4. 2017. P. 26–29. ISSN 1338-9432.
13. Dolomakin Y. Simulation of liquid dough mixing in the machine with the rotor unit. Ukrainian Journal of Food Science. 2016. Volume 4. Issue 1. P. 120–130. ISSN 2310-1008. 5.
14. The Influence of Rheology and Design of Modeling Rolls On the Flow and Specific Gravity During Dough Rolling and Injection. Stadnyk Ihor, Piddubnyi Volodymyr, Mykhailyshyn Roman, Petrychenko Ievgenii, Fedoriv Viktor, Kaspruk Volodymyr. JOURNAL OF ADVANCED MANUFACTURING SYSTEMS. SINGAPORE, 2022. –P.1-19.
15. Shishkin A., Sadygova M., Belova M., Kirillova T. Mathematical model of resource-saving technology for the production of bakery products from amaranth flour. Journal of Engineering Research. 2020. Issue 26 (3). C. 195-203.

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

В.М. Мартишко¹ [0000-0002-9846-7455], Ю.О. Гуменюк¹ [0000-0003-2463-1950],
О.П. Деркач¹ [0000-0002-6881-3521]

ОБґРУНТУВАННЯ КІЛЬКОСТІ ЗБИРАЛЬНО-ТРАНСПОРТНИХ АГРЕГАТИВ ДЛЯ ПОТОКОВОГО ЗБИРАННЯ ПЛОДІВ

Національний університет біоресурсів та природокористування України, Київ, Україна¹
Луцький національний технічний університет, Луцьк, Україна²

Дослідження присвячене удосконаленню потокового процесу «збирання – транспортування – товарна обробка» плодів у садівництві, що є важливим для продовольчої безпеки та експортного потенціалу галузі. Розглянуто вплив організації внутрішньогосподарської логістики на збереження якості продукції та мінімізацію втрат. Досліджено формування черг перед приймальним каналом та умови безперервності технологічного циклу виробництва. Запропоновано модель системи масового обслуговування, що дозволяє аналітично описати процес надходження врожаю, визначити оптимальну кількість транспортних засобів і узгодити пропускну здатність ланок. Результати сприяють зниженню втрат урожаю та підвищенню ефективності виробництва.

Ключові слова: потокова технологія, збирання плодів, транспортування, товарна обробка, система масового обслуговування, логістична схема.

V.M. Martyshko, Yu.O. Gumenyuk, O.P. Derkach

JUSTIFICATION OF THE NUMBER OF HARVESTING AND TRANSPORT UNITS FOR FLOW FRUIT HARVESTING

The study focuses on improving the flow process of “harvesting – transportation – post-harvest handling” of fruit in horticulture, which is important for food security and the export potential of the industry. The impact of on-farm logistics organization on product quality preservation and loss reduction is examined. Queue formation at the reception channel and conditions ensuring continuous technological flow are analyzed. A queuing system model is proposed, enabling an analytical description of crop arrival, optimization of the number of transport units, and coordination of processing capacities. The results contribute to reducing crop losses and increasing production efficiency.

Keywords: flow technology, fruit harvesting, transportation, post-harvest handling, queuing system, logistics scheme.

Стан питання та постановка проблеми. Рівень механізації садівництва в Україні досить низький, що не відповідає вимогам сучасних технологій, а частка ручної праці при збиранні плодів залишається критично високою. Збирання та транспортування плодів – це процеси, від яких залежить якість продукції та термін її зберігання. Плоди є живими організмами, у яких навіть після знімання тривають процеси дихання та обміну речовин. Як показали дослідження при збиранні і транспортуванні яблук більше 15-20% продукції не доходить до споживача [6]. Головна мета транспортування – доставити плоди до місця зберігання або реалізації з мінімальними втратами. Для перевезення плодів використовують причеми або спеціальні платформи.

Ефективність логістичних процесів у садівництві суттєво нівелюється значними часовими втратами: встановлено, що до 50% бюджету робочого часу транспортних засобів становлять простой в пунктах навантаження та розвантаження. Це не лише знижує продуктивність виконання робіт, а й впливає на збереження якісних показників продукції, зумовлюючи суттєві збитки. У структурі собівартості виробництва плодів частка транспортних витрат сягає 30-40%. Збільшення витрат на збирання плодової продукції (зокрема яблук) у поточному періоді обумовлене браком сезонного персоналу та посиленням інфляційного тиску на економіку садівничих підприємств [13].

Використання самохідних плодозбиральних платформ дозволяє досягти продуктивності на рівні 157–239 кг/год на одного збирача. Впровадження поточкових методів дозволяє мінімізувати частку ручної праці, що в структурі собівартості плодів становить 50-70%, а також забезпечує скорочення втрат стандартної продукції на 10-20% [2].

Проблемам механізації збирання, транспортування і товарної обробки плодів присвячено роботи низки вітчизняних учених, зокрема: В.П. Бабія, П.Г. Бондаренка, Я.І. Беренштейна, М.О. Демидка, І.С. Привалова та ін. Проте питання інтенсифікації поточкових методів у сучасному садівництві досі не знайшли належного відображення у вітчизняних наукових працях, що потребує розроблення відповідного методичного інструментарію.

Світовий та вітчизняний досвід доводять, що застосування спеціалізованих причепів-контейнеровозів і самохідних платформ мінімізує кількість операцій із перевантаження плодів, трансформуючи збирання врожаю в безперервний логістичний процес [16].

Попри наявність розроблених технічних рішень, залишається низка системних суперечностей, що обмежують ефективність потокового методу в господарствах. Зокрема, відчувається брак математичного обґрунтування моделей для синхронізації темпів роботи збиральних ланок із логістичним циклом руху контейнеровозів.

Традиційні методи збирання та товарної обробки передбачають 4-6 етапів перевантаження, що призводить до механічних пошкоджень 10-15% врожаю [2]. Водночас реалізація потокового методу на базі спеціалізованих транспортних засобів та ліній товарної обробки (ЛТО) дозволяє суттєво оптимізувати ці процеси. Застосування зазначеного підходу забезпечує зниження рівня травмування плодів до 2-3% та значне скорочення часового інтервалу доставки продукції з саду до плодосховища [11].

Відтак, удосконалення технологій та розроблення науково обґрунтованих систем їх функціонування, спрямованих на інтенсифікацію збирання та підвищення збереженості врожаю, є пріоритетним науково-практичним завданням».

Мета дослідження – розробка математичної моделі функціонування системи «сад – контейнеровоз – лінія товарної обробки» як системи масового обслуговування для встановлення раціонального співвідношення між продуктивністю роботи збирачів, кількістю збирально-транспортних засобів та пропускною здатністю лінії товарної обробки.

Матеріали та методи. У дослідження використано комплекс наукових методів, зокрема: абстрактно-логічний – для узагальнення теоретичних і методичних засад; монографічний – при опрацюванні емпіричної бази. Методологічну основу дослідження становлять принципи теорії масового обслуговування, зокрема багатоканальної системи масового обслуговування (СМО) з чергою (очікуванням).

Результати дослідження та обговорення. В основу зазначеної технології покладено застосування збирально-транспортного агрегату, що складаються з енергетичного засобу (трактора) та спеціалізованого причепа-контейнеровоза. Алгоритм реалізації безперевалочного потокового збирання передбачає чітку послідовність операцій.

Технологічний процес збирання плодів за поточною схемою реалізується у кілька етапів. На підготовчій стадії здійснюється завантаження порожньої тари на платформу контейнеровоза за допомогою вилчастого навантажувача. Після комплектування тарою агрегат спрямовується у міжряддя саду для виконання основної технологічної операції [10].

Процес знімання плодів здійснюється одночасно з двох суміжних рядів із безпосереднім заповненням встановленої тари. Для мінімізації дистанції переміщення врожаю збирально-транспортний агрегат виконує дискретне просування вздовж робочої зони, синхронізоване з інтенсивністю роботи збирачів. Після повного заповнення контейнерів агрегат транспортує продукцію до лінії товарної обробки (ЛТО) плодосховища для подальшого розвантаження (рис. 1).

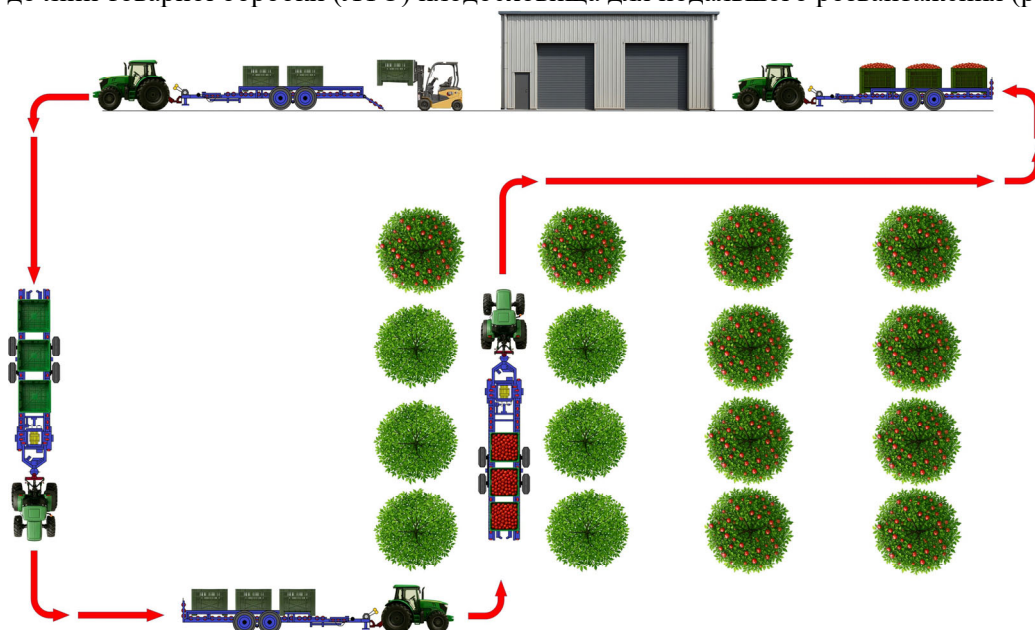


Рис. 1. Потокова технологія збирання, транспортування і товарної обробки плодів

Безперервність технологічного циклу забезпечується впровадженням принципу ротаційної заміни, що передбачає оперативне подання у робочу зону міжряддя збирально-транспортного засобу з порожньою тарою. Реалізація цієї моделі дає змогу мінімізувати непродуктивні витрати часу персоналу та техніки, сприяючи підвищенню загальної ефективності виробничого процесу.

Враховуючи стохастичну природу збирального процесу, надходження збирально-транспортних агрегатів до пунктів приймання продукції має ймовірнісний характер. З огляду на це, взаємодію контейнеровозів із лініями товарної обробки (ЛТО) доцільно моделювати з позицій теорії масового обслуговування. У межах такої системи (СМО) заповнені контейнеровози інтерпретуються як вхідний потік заявок, а приймальний вузол ЛТО – як канал обслуговування. Зазначений процес класифікується як багатофазна система з обмеженою чергою: у разі зайнятості каналу транспортні одиниці очікують початку обслуговування у сформованій черзі.

У процесі функціонування кількох збиральних ланок кожна з них генерує автономний потік наповнених контейнеровозів. Відповідно до граничних теорем теорії ймовірностей, сумарний потік, що замикається на ЛТО, при достатній кількості елементарних потоків апроксимується до найпростішого (пуассонівського) потоку. Це дозволяє застосовувати класичний математичний апарат теорії масового обслуговування для розрахунку параметрів системи [7].

Згідно з обраною моделлю, якщо в момент надходження нової заявки канал обслуговування вільний, її приймають негайно. У разі зайнятості каналу заявка стає в чергу з обмеженою кількістю місць ($m = \infty$). Параметри системи вважаються сталими ($\lambda = \text{const}, \mu = \text{const}$), що при $t \rightarrow \infty$ забезпечує встановлення в системі стаціонарного режиму [4].

Прийнято одноканальну систему СМО з обмеженою чергою, що має один канал ($i = 1$) обслуговування, на який поступає найпростіший потік заявок з інтенсивністю λ . Для потоку контейнеровозів наповнених плодами $\lambda = W_{36} / Q$ (заявки/годину), де W_{36} продуктивність ЛТО, а Q – вантажопідйомності контейнеровоза. Інтенсивність обслуговування заявок каналом становить μ . Обмеження черги $\delta = 2$ – за умови, що на території плодосховища є лише 2 місця в черзі.

За таких умов ймовірність того, що система вільна з обмеженою чергою $\delta = 2$ визначено за формулою [5]:

$$P_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{\lambda + \delta}} \quad (1)$$

де ρ – коефіцієнт завантаження $\rho = \lambda / \mu$ (інтенсивність навантаження) системи, причому умова існування стаціонарного режиму – ($\rho < 1$).

У системі з обмеженою чергою ймовірність обслуговування кожної заявки рівна одиниці ($i = 1$). Ймовірність того, що канал зайнятий (середня кількість зайнятих каналів), дорівнює $P_{з.к.} = \rho$.

Ймовірність відмови $P_{відм.}$ (відмова виникає тоді, коли зайнятий канал обслуговування і всі місця в черзі. Це стан системи коли $k = \delta + 1$).

Для оцінки логістичного ланцюга в садівництві, зокрема ефективності реалізації потокового збирання плодів, застосовано модель СМО з обмеженою довжиною черги (δ). Ймовірність відмови в обслуговуванні ($P_{відм.}$), що призводить до технологічних простоїв, визначено за формулою [3]:

$$P_{відм.} = \frac{\rho^{k+1}(1 - \rho)}{1 - \rho^{k+2}}, \quad (2)$$

де k – гранична кількість контейнеровозів, що можуть одночасно перебувати в зоні очікування. Результати аналізу свідчать, що для мінімізації ймовірності простоїв до рівня нижче критичного (наприклад $P_{відм.} < 0,05$) необхідно підвищити інтенсивність вивезення плодів або розширити зону накопичення (накопичувальний майданчик) у межах плодосховища.

Середній час очікування контейнеровоза в черзі:

$$\bar{t}_q = \frac{\rho^2}{\mu(1 - \rho)} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}. \quad (3)$$

Середній час перебування заявки в системі дорівнює:

$$t = \frac{1}{(\mu - \lambda)} \quad (4)$$

У межах досліджуваної СМО час перебування контейнеровозів у черзі теоретично є необмеженим. Проте зростання тривалості очікування безпосередньо зумовлює додаткову потребу в технічних засобах: для забезпечення безперервності збирального процесу в саду необхідно

збільшувати чисельність транспортного парку. Загальну потребу в контейнеровозах, з урахуванням часових втрат у черзі, розраховують за формулою:

$$k_{\text{заг}} = k_0 \left(1 + \frac{\delta}{k_0} \right), \quad (5)$$

де k_0 – середня кількість контейнеровозів, що перебувають в системі (один розвантажується та один, що в черзі $\delta = 2$)

$$k_0 = \frac{\rho}{1 - \rho},$$

Тривалість одного циклу:

$$t_{\text{ц}} = t_{\text{зб}} + t_{\text{тр.п}} + t_{\text{роз}} + t_{\text{пус}}, \quad (6)$$

де $t_{\text{зб}}$ – тривалість наповнення контейнеровоза плодами в саду;

$t_{\text{тр.п}}$ – тривалість руху до плодосховища;

$t_{\text{роз}}$ – тривалість обслуговування одного контейнеровоза в плодосховищі;

$t_{\text{пус}}$ – тривалість повернення в сад пустого контейнеровоза.

Для обґрунтування оптимальної кількості контейнеровозів, необхідної для забезпечення безперервності збирального процесу та ритмічного функціонування ЛТО, прийнято такі вихідні дані:

- в саду працює 3 бригади збирачів, по 8 працівників у кожній;
- вантажопідйомність одного контейнеровоза $Q = 2,4$ тони;
- плеча перевезень $L = 2,5$ км;
- середня швидкості руху транспортного агрегату $V = 15$ км/год;
- продуктивність одного збирача $W_{\text{зб}} = 0,2$ т/год;
- продуктивність роботи ЛТО складає 8,0 т/год.

Обґрунтування кількості контейнеровозів для забезпечення безперебійності роботи збирачів в саду роботи і ЛТО ґрунтується на тривалості повного циклу $t_{\text{ц}}$. Останній, у свою чергу, є комплексним показником, що залежить від плеча перевезень L , середньої швидкості руху транспортного агрегату V , вантажопідйомності контейнеровоза Q , продуктивності роботи збиральних ланок $W_{\text{зб}}$ лінії товарної обробки $W_{\text{ЛТО}}$. Ключову роль в цій залежності відіграє коефіцієнт завантаження ρ , який безпосередньо корелює з кількістю задіяних ланок n і пропускною здатністю ЛТО.

Варіант 1. Потокова логістична схема включає 3 бригади збирачів в саду, а контейнеровози доставляють зібрані плоди на сортування до ЛТО.

Для розрахунку кількості контейнеровозів в межах одноканальної СМО з обмеженою чергою, де заявкою прийнятій моделі є заповнений контейнеровоз, що прибуває з саду до ЛТО. Інтенсивність надходження заявок $\lambda = 2$ заявки/годину. Інтенсивність обслуговування заявок (тобто продуктивність роботи лінії $W_{\text{ЛТО}} = 8$ т/год) $\mu = 3,33$ заявки/годину. При цьому коефіцієнт завантаження системи $\rho = 0,6$, а ймовірність того, що канал вільний $P_0 = 40\%$. Середня кількість контейнеровозів, що перебувають у системі дорівнює 1,5 одиниці.

Для забезпечення безперервності технологічного циклу та недопущення простоїв збирачів в очікуванні порожньої тари, розрахункова чисельність парку контейнеровозів має враховувати одиниці, що перебувають у транзиті, під розвантаженням на ЛТО та в черзі. Враховуючи, що продуктивність збирання становить 4,8 т/год, а вантажопідйомність одного контейнеровоза - 2,4 т, у процесі навантаження постійно задіяно 2 одиниці техніки. Розрахункова кількість транспортних засобів, що перебувають під розвантаженням (з урахуванням імовірнісного часу очікування), становить 1,5 одиниці. Таким чином, сумарне середнє число контейнеровозів у системі становить $k_0 = 3,5$ одиниці.

Внаслідок дефіциту порожньої тари на кожному технологічному циклі фіксується вимушений простій бригад, що становить 15-20 хвилин. Для уникнення простоїв в системі, загальна кількість транспортних засобів потрібно буде $k_{\text{заг}} = 4$ одиниці, тоді час очікування бригад прямує до нуля, оскільки в системі є додатковий контейнеровоз, який підміняє той що затримався на ЛТО, ймовірно черги з трьох наповнених контейнеровозів не більше 8%.

Унаслідок дефіциту порожньої тари на кожному технологічному циклі фіксуються вимушені простой збиральних ланок тривалістю 15-20 хвилин. Для нівелювання цих втрат загальну чисельність транспортних засобів необхідно збільшити до $k_{\text{заг}} = 4$ одиниці. За таких умов час

очікування персоналу мінімізується (пряме до нуля), оскільки наявність додаткового контейнеровоза забезпечує ротаційну заміну одиниць, затриманих на ЛТО. При цьому ймовірність формування черги з трьох заповнених контейнеровозів не перевищує 8%.

Варіант II. Поточкова логістична схема передбачає функціонування трьох збиральних ланок із подальшим транспортуванням плодів контейнеровозами до загального пункту приймання (плодосховища). Методика та вихідні дані розрахунку аналогічні *Варіанту I*, за винятком інтенсивності обслуговування $\mu = 5,0$ од./год, що визначається пропускнуою здатністю лінії розвантаження плодосховища $Q = 16$ т/год.

Інтенсифікація обслуговування (μ) з 3,33 до 5,0 од./год (на 50%) дозволила знизити ймовірність простою каналу до 40%, а тривалість перебування техніки в черзі - майже в 3,5 рази (з 27 до 8 хв). Це підтверджує високу чутливість логістичної системи до пропускнуої здатності ЛТО. Середня кількість контейнеровозів, що одночасно перебувають у системі, становить 0,42 од., тобто менше одиниці.

Порівняльний аналіз свідчить, що логістична схема з доставкою плодів безпосередньо до плодосховища (*Варіант II*) характеризується вищою стабільністю завдяки зростанню інтенсивності обслуговування. Це забезпечує мінімальний коефіцієнт завантаження системи ($\rho = 0,3$) та високу ймовірність вільного стану каналу розвантаження (70%), що практично нівелює ризик утворення черг.

Натомість включення лінії товарної обробки як безпосередньої ланки потоку (*Варіант I*) створює технологічне обмеження («вузьке місце») у логістичному ланцюзі. Через нижчу пропускну здатність ЛТО коефіцієнт завантаження зростає вдвічі (до $\rho = 0,6$), що зумовлює збільшення середньої кількості транспортних засобів у системі до 1,5 одиниць та підвищує ймовірність виникнення затримок.

Залежність середньої кількості одиниць контейнеровозів, що заходяться в черзі від коефіцієнта завантаження системи ρ наведений на рис. 2.

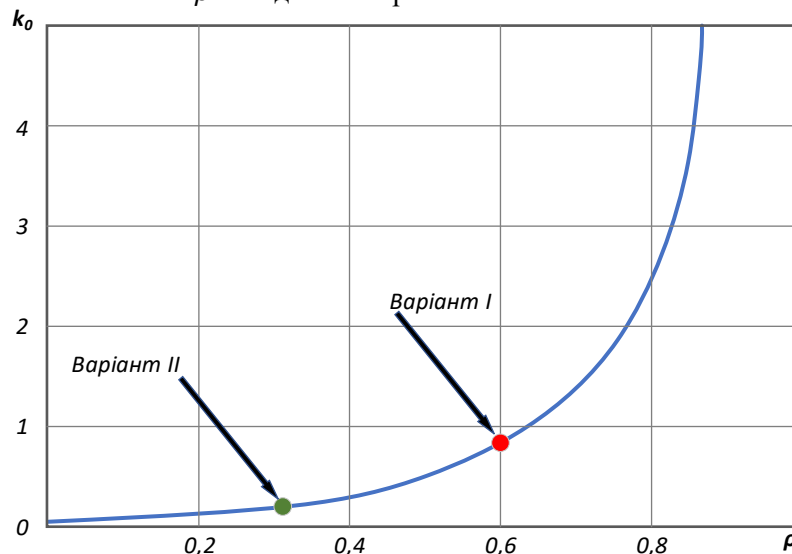


Рис. 2. Залежність середньої кількості одиниць контейнеровозів k_0 , що заходяться в черзі від коефіцієнта завантаження системи ρ : Варіант I ($\rho = 0,6$; $P = 0,9$); Варіант II ($\rho = 0,3$; $P = 0,13$)

Графік наочно демонструє, що після досягнення значення ($\rho > 0,7$) черга починає зростати нелінійною та стрімко зростати. Це означає, що навіть незначне збільшення інтенсивності збирання за недостатньої потужності лінії обробки призведе до порушення логістики.

Графічна інтерпретація результатів наочно демонструє, що при досягненні коефіцієнтом завантаження критичного значення ($\rho > 0,7$) довжина черги починає збільшуватися за нелінійною залежністю з тенденцією до стрімкого зростання. Це свідчить про те, що навіть незначне підвищення інтенсивності збирання за умови обмеженої потужності лінії обробки призведе до дестабілізації логістичного ланцюга.

Якщо *Варіант I* ($\rho = 0,6$), система працює на межі стабільності. Середня черга становить $P = 0,9$ одиниці (разом із розвантаженням у системі 1,5 од.). Це створює ризик простоїв збирачів у саду через дефіцит порожньої тари.

Якщо *Варіант II* ($\rho = 0,3$), система має значний запас міцності. Черга ($P = 0,13$ од.) практично відсутня, що гарантує безперебійність процесу.

Іншим критичним показником ефективності системи є середній час очікування в черзі. Встановлено, що він є функцією продуктивності ЛТО та загального завантаження системи (рис. 3). Зокрема підвищення ЛТО у поєднанні з мінімальним значенням ρ сприяє істотному скороченню часу перебування заявок у черзі.

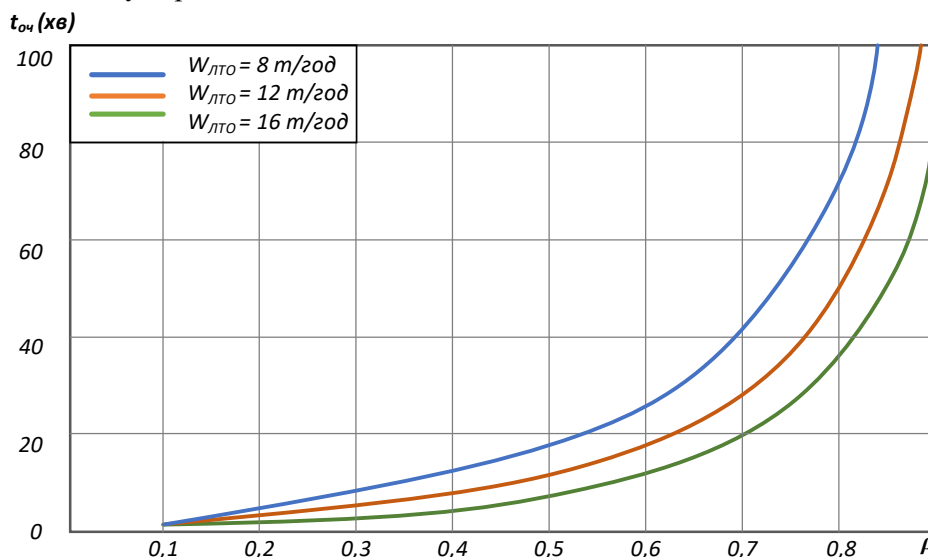


Рис. 3. Залежність середнього часу очікування в черзі $t_{оч}$ від продуктивності лінії товарної обробки $W_{ЛТО}$ і коефіцієнта завантаження системи ρ .

Аналіз графічних залежностей свідчить, що при наближенні коефіцієнта завантаження ρ до одиниці тривалість очікування зростає експоненціально. Це обґрунтовує необхідність залучення додаткового контейнеровоза (*Варіант I*, $\rho = 0,6$) для нівелювання ризику виникнення простоїв. Підвищення пропускної здатності лінії з 8 до 16 т/год (*Варіант II*) не лише безпосередньо скорочує час очікування, а й суттєво підвищує стійкість системи до випадкових затримок, про що свідчить більш пологий характер кривої.

Зокрема, при реалізації *Варіанта I* ($W_{ЛТО} = 8$, $\rho = 0,6$) розрахунковий час очікування становить приблизно 27 хвилин, тоді як у *Варіанті II* ($W_{ЛТО} = 16$, $\rho = 0,3$) цей показник скорочується до 8 хвилин.

Для забезпечення безперервності збирання ($P_{відм} < 0,05$) необхідно підтримувати баланс між кількістю техніки та пропускною здатністю ЛТО, інакше виникають черги, які призводять до фізіологічного псування плодів. Доцільно передбачити додатковий буферний запас порожньої тари в саду або збільшити кількість транспортних одиниць понад розрахункову. Це дозволить нівелювати розрив між темпом збирання та тривалістю логістичного циклу, забезпечуючи коефіцієнт готовності системи на рівні 0,95-0,98.

Висновки. Удосконалення потокової технології збирання та внутрішньогосподарського транспортування плодів із застосуванням математичного апарату теорії масового обслуговування дозволяє суттєво підвищити ефективність збиральної кампанії. Це досягається завдяки мінімізації кількості перевантажень, скороченню часу перебування продукції поза сховищем, зниженню рівня механічного травмування плодів та усуненню простоїв усіх технологічних ланок.

Встановлено, що для безперебійної роботи трьох збиральних бригад (при продуктивності ЛТО 8 т/год) розрахункова кількість контейнеровозів становить 4 одиниці. Наявність четвертого (додаткового) агрегату дозволяє повністю нівелювати 15-20-хвилинні простої персоналу, оскільки він виконує роль «буфера» під час затримок на етапі розвантаження.

Стабільність поточкових процесів забезпечується лише за умови, коли темп вивезення плодів перевищує темп їх збирання, а кількість збирально-транспортних агрегатів розрахована з урахуванням імовірності їх перебування в черзі.

Впровадження науково обґрунтованих потокових методів дозволяє скоротити втрати товарної продукції на 10-20% та суттєво зменшити частку ручної праці, яка в традиційних господарствах перевищує 50% у структурі собівартості.

Список використаних джерел:

1. Бабій П. Т. Механізація виробництва плодів та ягід / за ред. П. Т. Бабія. Київ : Урожай, 1980. 256 с.
2. Бондаренко П. Г. Особливості технологічного процесу та продуктивність праці при збиранні яблук різних сортів у інтенсивних насадженнях північної Італії // Вісник Уманського національного університету садівництва. 2025. № 1. С. 49–56. DOI: <https://doi.org/10.32782/2310-0478-2025-1>
3. Донченко В. С., Сидоров М. В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук : навч. посіб. Київ : ВПС Київський університет, 2015. 400 с.
4. Ефременко Р. О., Глушакова Г. Ю. Збірник вправ та задач з теорії марківських ланцюгів й теорії систем масового обслуговування. Харків : УкрДАЗТ, 2002. 45 с.
5. Катренко А. В. Дослідження операцій : підручник / за ред. В. В. Пасічника. 2-ге вид., випр. та доп. Львів : Магнолія, 2007. 480 с.
6. Комарова Н. В., Скрипник Л. Р., Камінецька О. В., Крупа Н. М. Сталий розвиток садівництва в Україні: екологічні та економічні аспекти // Агросвіт. 2025. № 4. С. 91–97. DOI: <https://doi.org/10.32702/2306-6792.2025.4.91>
7. Литвинов А. Л. Теорія систем масового обслуговування : навч. посіб. Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. 141 с.
8. Мазнев Г. Є. Оптимізація збирально-транспортних комплексів методами теорії масового обслуговування // Вісник ХНТУСГ. 2013. Т. 2, вип. 93. С. 56–68.
9. Малогабаритні транспортні засоби для потокового збирання плодів в інтенсивних садах АТС–1, АТС–2 : протокол держ. прийм. випробувань № 03-007-10-1. Херсон : Південноукраїнська філія УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого, 2010. 37 с.
10. Мартишко В., Волянський М. Обґрунтування параметрів транспортного засобу для потокової технології збирання плодів // Техніка і енергетика. 2019. Т. 10, № 3. С. 39–44.
11. Привалов І. С., Петренко С. О., Соколов В. О., Ведмідь Д. М. Тенденції в удосконаленні технічних засобів для потокового збирання плодів в інтенсивних садах // Садівництво. 2012. Вип. 65. С. 235–240.
12. Сидорчук О. В., Дуганець В. І., Днесь В. І. Методи узгодження збиральних і транспортних робіт у процесі оперативного їх планування // Східноєвропейський журнал передових технологій. 2012. № 1/10. С. 35–38.
13. Слепцова Л. Економіко-математичне моделювання оптимізації виробничих витрат у садівництві // Вісник аграрної науки. 2023. Т. 101, № 2. С. 72–77. DOI: <https://doi.org/10.31073/agrovisnyk202302-10>
14. Demidko M., Martyshko B. Rationalisierung und Mechanisierung der Obsternte // Akademie der Landwirtschaftswissenschaften der DDR. Berlin, 1986. S. 115–117.
15. Saraf N., Gal B., Salzer Y. Modelling apple harvesting mechanization: labour efficiency, cost and decision support for platform adoption // Journal of ASABE. 2026. Vol. 69(1). P. 181–194. DOI: <https://doi.org/10.13031/ja.16431>
16. Van der Merwe G. The use of harvesting systems and labourer platforms in the South African deciduous fruit industry : MSc thesis. Stellenbosch University, 2015.
17. Zoth M. Ertragsoptimierung und Qualitätssicherung // Obstbau. 2014. № 4. S. 204–207.

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення: 28.05.2026

Г. В. Кречковська^{1, 2} [0000-0001-7392-7753]¹Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України²Національний університет «Львівська політехніка»**ФРАКТОГРАФІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РУЙНУВАННЯ ШТОКА РЕГУЛЮВАЛЬНОГО КЛАПАНА ПАРОВОЇ ТУРБІНИ**

Проведено фрактографічний аналіз поверхні руйнування штока регулювального клапана парової турбіни та проаналізовано механізм його руйнування. Досліджено пошкодження в азотованому шарі та основному металі штока. Мікроаналізом виявили вторинні тріщини по всьому периметру штока, що є ознакою слабкої адгезії між основним металом та азотованим шаром, яку зв'язали з внутрішнім окисненням. Класичний боріздовий механізм втомного руйнування зберігався практично на більшій частині зламу штока, що відповідає багатоциклової втоми, і лише на завершальній стадії руйнування візуалізувалися ознаки малоциклової втоми.

Ключові слова: сталь, регулювальний шток парової турбіни, пошкодженість, механізм руйнування.

H. V. Krechkovska

FRACTOGRAPHIC FEATURES OF FRACTURE OF A STEAM TURBINE CONTROL VALVE STEM

Fractographic analysis of the fracture surface of a steam turbine control valve stem was performed, and its fracture mechanism was examined. Damage inside the nitrided layer and the base metal of a stem was investigated. Microanalysis revealed secondary cracks along the entire perimeter of a stem, a sign of weak adhesion between the base metal and the nitrided layer, and associated with internal oxidation. The classical failure mechanism by fatigue striation formation dominated practically the majority of a stem fracture, which is typical of high-cycle fatigue. Only at the final stage of stem failure were signs of low-cycle fatigue visualized.

Keywords: Steel, steam turbine control rod, damage, failure mechanism.

Постановка проблеми. Надійність і безпечна експлуатація енергетичного обладнання електростанцій значною мірою залежать від роботоздатності елементів парових турбін, які експлуатуються в умовах високих температур, тисків, циклічних навантажень і агресивного середовища. Одним із відповідальних елементів системи регулювання роботи парової турбіни є шток регулювального клапана парової турбіни, від якого залежить стабільність її роботи, ефективність регулювання подачі пари та надійність енергоблоку в цілому. Під час тривалої експлуатації такі штоки зазнають комплексного впливу механічних, термічних та корозійних чинників, що сприяють накопиченню пошкоджень у матеріалі, зародженню та розвитку тріщин, а в окремих випадках спричиняють раптове руйнування. Особливо небезпечними є втомні та корозійно-втомні руйнування, які можуть тривалий час розвиватися без очевидних зовнішніх ознак деградації. Встановлення причин руйнування регулювального штока є важливим завданням технічної діагностики та оцінки залишкового ресурсу енергетичного обладнання. Одним із найінформативніших методів дослідження механізмів руйнування є фрактографічний аналіз поверхонь зламів, який дозволяє визначити характер пошкоджень, локалізувати осередок зародження тріщини, особливості її поширення аж до остаточного руйнування. Аналіз фрактографічних ознак дає можливість встановити домінуючі ознаки деградації матеріалу та встановити причини аварійного руйнування елемента.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Тривала експлуатація сталей під впливом температурних, силових та наводнювальних чинників створює передумови для їх деградації, що проявляється зміною мікроструктури, фізико-механічних властивостей та мікромеханізмів руйнування [1–3]. Деградація сталей за дії наводнювальних середовищ залежить від структурно-механічного стану сталей і знижує надійність роботи відповідальних об'єктів енергетики. Крім того, все частіше експлуатаційну деградацію сталей оцінюють з використанням залежностей між механічними і фрактографічними показниками. Розвиток кількісної метало- та фрактографії розширив межі їх застосування для встановлення особливостей впливу різних чинників, зокрема навантажень, температури та корозійно-наводнювальних середовищ [4, 5].

На сьогодні матеріалознавчі методи дослідження широко використовуються для оцінки технічного стану елементів енергетичного устаткування. Основна увага приділяється аналізу мікроструктурних змін та механічних характеристик, оцінюванню корозійно-наводнювальної та термічної стійкості матеріалів. Значний внесок у дослідження механізмів руйнування матеріалів енергетичного обладнання зробили науковці, що займаються вивченням повзучості, втоми, термостійкості та корозійного розтріскування [6–8]. Проте точність подібних прогнозів значною

мірою залежить також від експериментально визначених властивостей матеріалу в конкретний момент його експлуатації в реальних умовах. Попри значний прогрес у дослідженнях, все ще залишається низка не вирішених питань. Зокрема, недостатня надійність прогнозування технічного стану відповідальних елементів зумовлена складністю врахування впливу експлуатаційних факторів на його зміну, відсутністю комплексного підходу, що поєднував би аналіз матеріалознавчих аспектів деградації матеріалів, моделювання напружено-деформованого стану в елементах конструкцій з урахуванням поточного технічного стану деградованих матеріалів, та недостатністю науково-обґрунтованих рекомендацій щодо підвищення довговічності експлуатованих матеріалів для забезпечення надійності окремих елементів енергетичного обладнання.

Постановка завдань. Метою роботи є дослідження фрактографічних особливостей руйнування штока регулювального клапана парової турбіни для встановлення механізму зародження та розвитку тріщини, визначення характеру руйнування матеріалу й оцінювання впливу експлуатаційних чинників на роботоздатність елемента.

Виклад основного матеріалу. Проаналізовано шток, який зруйнувався у його нижній високотемпературній зоні експлуатації в місці галтельного переходу від конічної частини штока до його головки (рис. 1а). Візуальним аналізом встановлено, що руйнування розпочалося в декількох місцях по периметру штока від пошкоджень у поверхневому азотованому шарі і поширювалося на всю його глибину (до 200 мкм). Поширення руйнування в штоці продовжувало відбуватися незалежними фронтами аж до їх злиття і наступного спонтанного руйнування (рис. 2). На його бічній поверхні в зоні переходу конічної поверхні в циліндричну виявлено сліди контактного зношування (рис. 1б).



Рис. 1. Загальний вигляд поверхні зламу штока регулювального клапана (а) та сліди контактного зношування на бічній його поверхні (б).

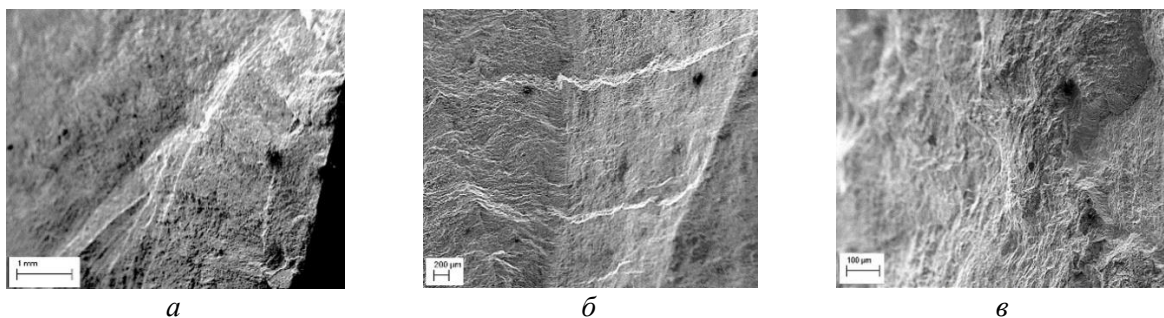


Рис. 2. Макрофрактограми зародження тріщини в декількох місцях по периметру штока.

Мікроаналізом виявили особливості росту тріщин в штоці. Зокрема, практично по всьому його периметру виявили вторинні тріщини, що є ознакою слабкої адгезії між основним металом та азотованим шаром, яку зв'язали з внутрішнім окисненням (рис. 3а). В азотованому шарі руйнування відбувалося внаслідок втомного руйнування перетинок між фрагментами, відокремленими від матриці внутрішнім окисненням з утворенням борізdkового рельєфу, орієнтованого паралельно зовнішній поверхні штока та з вторинним розтріскуванням (рис. 3б).

На переході до основного металу штока спостерігали вторинну тріщину пов'язану з ослабленням когезивного зв'язку між азотованим шаром і матрицею внаслідок внутрішнього окиснення. Загалом на початковому етапі переходу руйнування в основний метал втомні тріщини зароджувалися від затупленої вершини тріщини в азотованому шарі шляхом формування гладкого рельєфу з ледь помітними втомними борізdkами. Зі зростанням довжини тріщини контури борізdk

ставали щораз чіткішими, їх крок більшим, а фестони, поверхню яких покривали борізки, рельєфнішими (рис. 4).

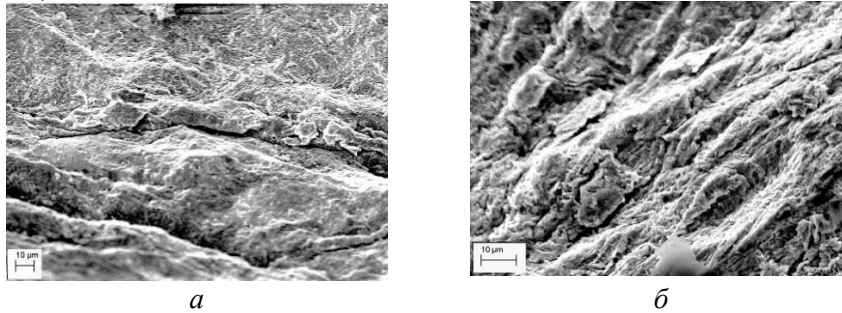


Рис.3. Вторинні тріщини в зоні одного з осередків зародження тріщини (а) та на ділянці азотованого шару (б).

Це ознаки зростання швидкості росту тріщини. Класичний боріздковий механізм втомного руйнування зберігався на більшій частині зламу штока, що зазвичай вважається ознакою багатоциклової втоми (рис. 4в). Чим глибше поширювалося руйнування від бокової поверхні штока, тим більшим ставав крок боріздок, глибшими та чіткішими були вторинні тріщини, які декорували їх, та зростала рельєфність фестонів.

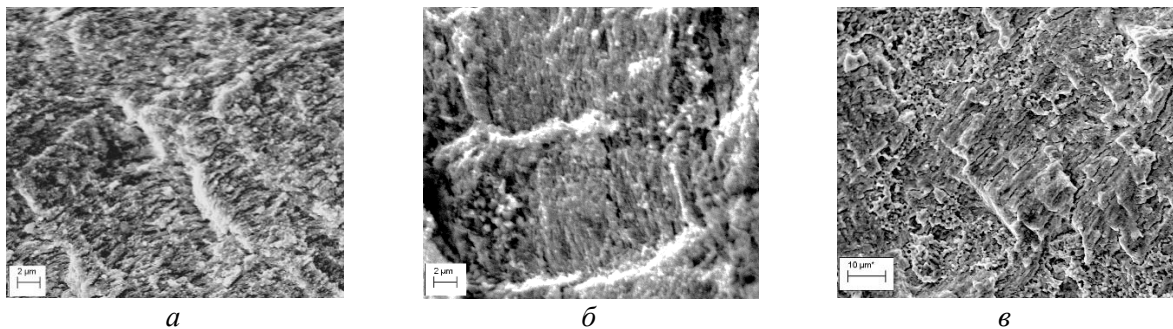


Рис. 4 – Мікрофрактограми, зафіксовані в зонах зародження руйнування в основному металі штока (а, б) та на етапі стабільного його поширення (в).

Разом з тим, по периметру зламу штока були також ділянки, на яких руйнування з азотованого шару поширювалося в основний метал значно пізніше і мало характерні ознаки малоциклової втоми (рис. 5). При цьому на межі азотованого шару та основного металу не спостерігали вторинного розтріскування, а лише затуплення вершини тріщини в азотованому шарі (рис. 5а). Втомне руйнування в основному металі відбувалося зі значними ознаками пластичного деформування, розшарування, формування шевронних візерунків та тракових слідів (рис. 5б, в). Припустили, що передумови для такого руйнування виникли внаслідок заглиблення тріщин в інших місцях по периметру штока внаслідок багатоциклової втоми. А завдяки малоцикловій втомі відбувалося лише вирівнювання фронту руйнування.

Таким чином на основі дослідження мікрофрактографічних особливостей руйнування штока регулювального клапана парової турбіни прийшли до висновку, що воно відбулося внаслідок зародження колових мікротріщин в азотованому шарі через його внутрішнє окиснення та руйнування перетинок між окисненими ділянками завдяки циклічним навантаженням штока, спричинених перепадами тиску пари, турбулентністю потоків та резонансними явищами, коли власна частота коливань штоків співпадає з частотою коливань, спричинених впливом технологічних чинників. Висока концентрація напружень в їх вершинах, низький опір високотемпературному окисненню та руйнуванню матриці (через виділення карбідів хрому і збіднення його вмісту в матриці) сприяли їх проростанню в основу штока за механізмом багатоциклової втоми. Якби наявний у складі сталі ніобій виконав покладену на нього функцію (не допустити зниження вмісту хрому у матриці), то ресурс штока був би значно більшим. Тому в подальшому для недопущення непередбачуваних пошкоджень таких відповідальних конструктивних елементів, як штоки, слід запровадити вхідний контроль структури сталі.

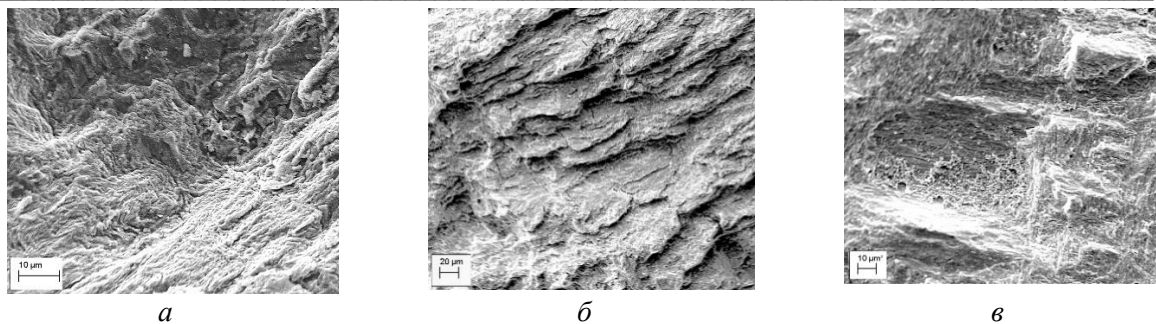


Рис. 5. Мікрофрактограми руйнування штока в зоні росту тріщини за високої асиметрії циклу навантаження (на етапі малоциклової втоми).

Висновки. Макрофрактографічним аналізом виявлено, що шток регулювального клапана парової турбіни зруйнувався внаслідок множинного зародження мікротріщини вздовж його периметру в зоні концентрації напружень на галтельному переході між його конічною частиною і головкою. Зародження тріщин у штоці відбулося за механізмом багато циклової втоми внаслідок низькоамплітудних експлуатаційних навантажень. На етапі зародження тріщини на зламі штоку спостерігали класичні втомні боріздки, які є характерними елементами втомного руйнування. Класичний борізdkовий механізм втомного руйнування зберігався практично на більшій частині зламу штока, що відповідає багатоциклової втоми, і лише на завершальній стадії руйнування проявилися ознаки малоциклової втоми.

Наукові дослідження за Проєктом 2025.02/0031 виконано за рахунок коштів гранту Президента України, наданого Національним фондом досліджень України.

Список використаних джерел:

1. Dlouhý I., Strnadel B., 2008. The effect of crack propagation mechanism on the fractal dimension of fracture surfaces in steels. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, Is. 3–4, pp. 726–738. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.03.038>
2. Hilders O. A., Quintero A., Berrio L., Caballero R., Sáenz L., Peña N., Ramos M., 2000. Effects of aged conditions on the fracture surface fractal dimension and mechanical behavior of an austenitic stainless steel. *Microscopy and Microanalysis*, Vol. 6, Is. S2, pp. 768–769. <https://doi.org/10.1017/S1431927600036333>
3. Nedović S., Alil A., Martinović S., 2025. Novel approach to the surface degradation assessment of 42CrMo4 steel in marine and cavitation erosion environments. *Metals*, Vol. 15 (10), 1154. <https://doi.org/10.3390/met15101154>
4. Wojciech Macek, 2021. Correlation between fractal dimension and areal surface parameters for fracture analysis after bending-torsion fatigue. *Metals*. 11 (11), Number article 1790. <https://doi.org/10.3390/met11111790>
5. Кречковська Г. В., Головчук М. Я., Лісничук А. Є., Студент О. З. 2021, Візуалізація фрактографічних ознак експлуатаційної деградації теплотривкої сталі. *Міжвузівський збірник «Наукові нотатки»*, №71. 286 – 294.
6. Vorobel R., Student O., Ivasenko I., Maruschak P., Krechkovska H., Zvirko O., Berehulyak O., Mandziy T., Tsybailo I., Solovei P., 2024. Development of a method for computer processing of fractographic images to assess the cohesion of inclusions to the matrix in the weld metal after its operational degradation and hydrogenation. *Materialia*, Number article 102074. <https://doi.org/10.1016/j.mtla.2024.102074>
7. Бреславський Д., Хорошун А., Сенько А., Татарінова О. Аніщенко Г., 2025. Моделювання процесів повзучості та корозійного розтріскування труб. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Динаміка та міцність машин, 2, 21–26. <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2025.2.336089>
8. Hutsaylyuk V., Student O., Maruschak P., Krechkovska H., Zvirko O., Svirsk L., Tsybailo I., 2023. Analysis of mechanical properties of welded joint metal from tpp steam piping after its operational degradation and hydrogenation. *Materials*, 16, 7520. <https://doi.org/10.3390/ma16247520>
9. Андрейків О. Є., Гембара О. В., 2008, *Механіка руйнування та довговічність металевих матеріалів у водневмісних середовищах*, Наукова думка, Київ, Україна, 344 с.

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

А.Є. Тітаренко ^[0000-0002-0407-5144], В.М. Горностай ^[0000-0001-5766-931X],
С.Ф. Сабо́л ^[0009-0004-8585-508X]

КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ, Україна

ВПЛИВ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ ЗАГОТОВКИ НА ПРОЦЕС ГАРЯЧОГО ЗВОРОТНОГО ВИДАВЛЮВАННЯ КРУГЛИХ ПОРОЖНИСТИХ ВИРОБІВ З ВИСОКОВУГЛЕЦЕВОЇ СТАЛІ

Методом скінчених елементів створено математичні моделі і проведено дослідження процесів гарячого зворотного видавлювання з високовуглецевої сталі порожнистих виробів із заготовок круглого і квадратного перерізів. Використано пластичну модель металу. Визначено швидкість деформування для забезпечення температурного режиму гарячої деформації на протязі процесів формоутворення виробів. Для двох форм заготовок отримано залежності зусилля видавлювання від переміщення пуансонів, розподіли питомих зусиль на контактуючих поверхнях деформованих заготовок з інструментом. Приведено розподіли температури, компонент напружень і деформацій для кінцевих стадій видавлювання. Пропрацювання структури металу пластичною деформацією оцінено по розподілах інтенсивності деформацій. Виявлено кінцеві форми та розміри виробів. Виконано порівняння отриманих результатів моделювання процесу видавлювання.

Ключові слова: гаряче зворотне видавлювання, порожнистий виріб, метод скінчених елементів, заготовка круглого і квадратного перерізу, зусилля, питомі зусилля, температура, напруження, деформації.

A. Titarenko, V. Hornostai, S. Sabol

INFLUENCE OF THE BILLET GEOMETRIC SHAPE ON THE PROCESS OF HOT BACKWARD EXTRUSION OF HOLLOW PRODUCTS FROM HIGH-CARBON STEEL

Mathematical models were developed using the finite element method to investigate the hot reverse extrusion of high-carbon steel hollow products from round and square billets. A plastic metal model was employed. The deformation rates were determined to maintain the required thermal conditions for hot deformation throughout the forming process. For both billet shapes, the relationships between extrusion force and punch displacement were established, along with the distribution of specific forces on the contact surfaces between the deformed billets and the tooling. The distribution of temperature, stress components, and strains for the final stages of extrusion are presented. The refinement of the metal structure through plastic deformation was evaluated based on strain intensity distributions. The final shapes and dimensions of the products were identified. A comparative analysis of the simulation results for the extrusion processes was performed.

Keywords: hot reverse extrusion, hollow product, finite element method, round and square billets, force, specific forces, temperature, stress, strain.

Постановка проблеми. Для виготовлення круглих порожнистих виробів з високовуглецевої сталі в умовах серійного і масового виробництва раціонально використовувати процес гарячого зворотного видавлювання. Основними перевагами гарячого пластичного формоутворення є зменшення зусилля деформування та збільшення ресурсу пластичності металу. Такі вироби в якості напівфабрикатів отримують на перших переходах крупносерійного штампування корпусів спеціального призначення в оборонній промисловості. При цьому, крім потрібної форми напівфабрикатів, необхідно забезпечити певне пропрацювання структури металу пластичною деформацією деформованого металу для забезпечення заданих механічних властивостей по висоті стінок і в донних частинах. На собівартість напівфабрикатів суттєво впливають витрати металу та затрати на виготовлення деформуючого інструменту. Тому збільшення коефіцієнта використання металу і підвищення стійкості інструменту є актуальними задачами, вирішення яких проведе до зниження собівартості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Результати моделювання методом скінчених елементів (МСЕ) в середовищі DEFORM по впливу швидкості деформування на процес гарячого зворотного видавлювання порожнистих виробів із маловуглецевої сталі представлені в джерелі [1, 2]. Дослідження параметрів процесу гарячого зворотного видавлювання порожнистих виробів із маловуглецевої сталі за допомогою проведення чисельних експериментів з використанням МСЕ приведені в джерелі [3].

В джерелах [4,5] моделюванням з застосуванням МСЕ і програми DEFORM визначено вплив форми деформуючого інструменту на процеси обтиску і видавлювання порожнистих деталей із високовуглецевої сталі. Це дозволило оптимізувати процес формоутворення шляхом застосування спеціалізованого деформуючого інструменту.

Дослідження структури матеріалу при гарячому видавлюванні описано в статті [6]. Авторами за допомогою чисельних експериментів встановлено, що при деформуванні заготовки з матеріалу In718, нагрітої до 1000-1050°С та швидкості переміщення деформуючого інструменту 5 мм/с утворюється рівномірна дрібнозерниста структура матеріалу у виробі.

© А.Є. Тітаренко, В.М. Горностай, С.Ф. Сабо́л

Дослідження процесу обертального-зворотного видавлювання обертовою головкою описані в джерелі [7]. В роботі використано МСЕ та проведений натурний експеримент цього процесу. Було встановлено, що при деформуванні даним способом матеріалу STD 810 кінцевий виріб набуває покращених механічних властивостей.

Дослідження новітньої схеми зворотного деформування порожнистої заготовки описано в роботі [8]. Схема деформування відрізняється від класичної наявністю нерухомої втулки між пуансоном та матрицею, в яку встановлюється заготовка. Під час деформування, пуансон діє на заготовку в отворі втулки, внаслідок чого матеріал починає текти між матрицею та втулкою і заготовка набуває необхідної форми. Дослідження проведено за допомогою МСЕ та встановлено, що за допомогою деформування з застосування даної схеми, збільшується ступінь деформації, що позитивно впливає на структуру деформованого матеріалу.

В статті [9] з використанням МСЕ проведені чисельні розрахунки деформування порожнистого виробу з титанового сплаву Ti-6Al-4V та здійснено порівняльний аналіз отриманих результатів з натурним експериментом. Отримані результати мають хорошу збіжність, що дозволяє їх використовувати для моделювання деформуючого інструменту в схожих процесах.

Способи усунення небажаних дефектів, які виникають при видавлюванні заготовки квадратного перерізу описано в роботі [10], зокрема усунення виступів на торці виробу за допомогою утворення фасок в кутових зонах такої заготовки.

Вплив коефіцієнта тертя на процес гарячого видавлювання порожнистих виробів з маловуглецевої сталі із заготовок круглого і квадратного перерізу описано в джерелі [11]. Отримані результати при моделюванні МСЕ в програмі DEFORM вказують на те, що при деформуванні заготовки квадратного перерізу тертя здійснює менший вплив на процес формоутворення, завдяки чому отримано менше зусилля деформування в порівнянні із заготовкою круглого перерізу.

З аналізу літературних джерел встановлено, що для гарячого видавлювання круглих порожнистих виробів використовують вихідні заготовки круглого і квадратного перерізу. Практично відсутні дані для видавлювання таких виробів із заготовок з високовуглецевої сталі.

Постановка завдань. Мета дослідження полягає в визначенні впливу заготовки круглого і квадратного перерізу на параметри процесу гарячого видавлювання круглих порожнистих виробів із високовуглецевої сталі.

Завданнями дослідження є визначення і порівняння силових режимів видавлювання і питомих зусиль на деформуючому інструменті, розподілів компонент напружень і деформацій по об'ємах виробів та проведення оцінки пропрацювання структури металу пластичною деформацією.

Форму і розміри виробу, схему гарячого видавлювання виробу та розміри заготовок зображено на рис. 1. На рис. 1а показано ескіз виробу із загальним виглядом з розрізом. Для отримання виробу використано схему зворотного видавлювання, яку для заготовки круглого перерізу наведено на рис. 1б. Ліворуч від вісі симетрії наведено початок процесу деформування, а праворуч – в кінці процесу. Заготовку 1 встановлено в матриці 3 з центруванням за допомогою фаски. Деформування здійснено за допомогою пуансона 2, який переміщується зі швидкістю V_o , та отримано виріб 5. При цьому метал заповнює порожнину на виштовхувачі 4 з утворенням виступу нижньому торці виробу 5. Видалення виробу 5 із матриці 3 здійснюється за допомогою виштовхувача 4.

Заготовки круглого і квадратного перерізів з розмірами після нагрівання та фасками для центрування в матриці із загальними виглядами приведено відповідно на рис. 1в і рис. 1г. Заготовки із сталі С60 мали однаковий об'єм.

Моделювання процесу гарячого деформування здійснено з використанням МСЕ і програми Deform 3D з використанням пластичної моделі металу. Початкова температура заготовок була 1000° С, швидкість переміщення деформуючого інструменту (пуансона) складала $V_o = 60$ мм/с і забезпечила режим гарячої деформації. Температура деформуючого інструменту була 20 °С. Тертя враховано по Зібелю з коефіцієнтом тертя $\mu = 0,3$.

Викладення основного матеріалу. Положення деформуючого інструменту, зміну форми заготовки та отримання виробу при моделюванні видавлювання заготовок круглого і квадратного перерізу зображено на рис. 2. Початкове положення в розрізі половини заготовки круглого перерізу 1, пуансона 2, матриці 3 і виштовхувача 4 представлено на рис. 2а. На рис. 2б наведено положення на проміжній стадії видавлювання, а на рис. 2в показано положення в кінці видавлювання з отриманням виробу 5. Робочий хід пуансона 2 склав 250 мм. Аналогічні положення для видавлювання заготовки квадратного перерізу приведено на рис. 2г – рис. 2е. Робочий хід пуансона

2 склав 350 мм. При деформуванні заготовки квадратного перерізу на торці стінки виробу утворюються чотири виступи, які утворюються в кутових зонах заготовки.

Для вибору пресового обладнання та проектування штампового оснащення, призначення матеріалу для деформуючого інструмента і визначення кількості бандажів для матриць потрібно знати зусилля деформування та розподіли питомих зусиль на контактуючих поверхнях деформованих заготовок з інструментом. Питомі зусилля можна оцінити по розподілах нормальних напружень σ_n на таких поверхнях, які дозволяє виявити програма Deform.

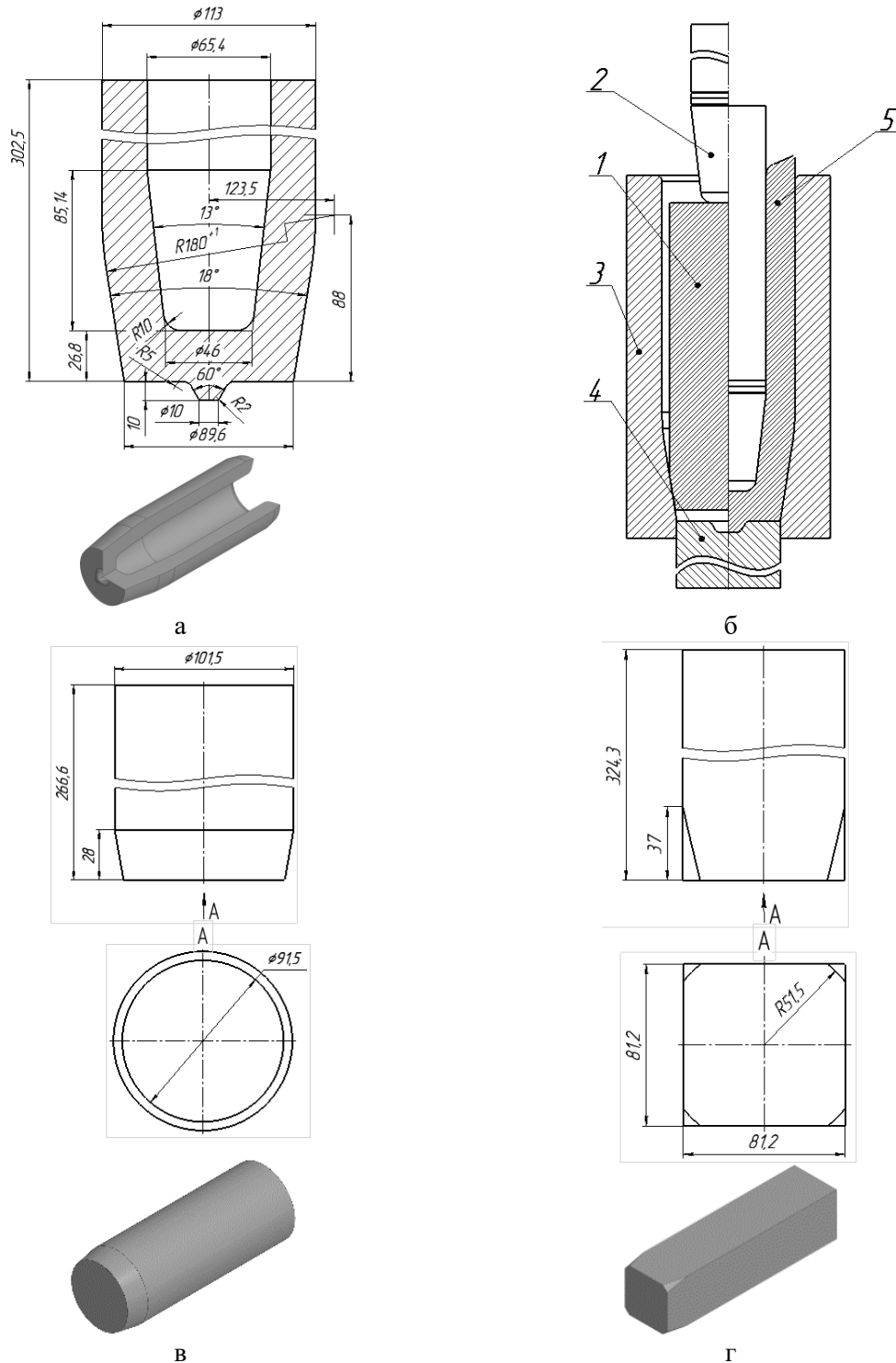


Рис. 1. Розміри виробу (а), схема видавлювання (б), розміри заготовок із загальним виглядом для круглого перерізу (в) та для квадратного перерізу (г).

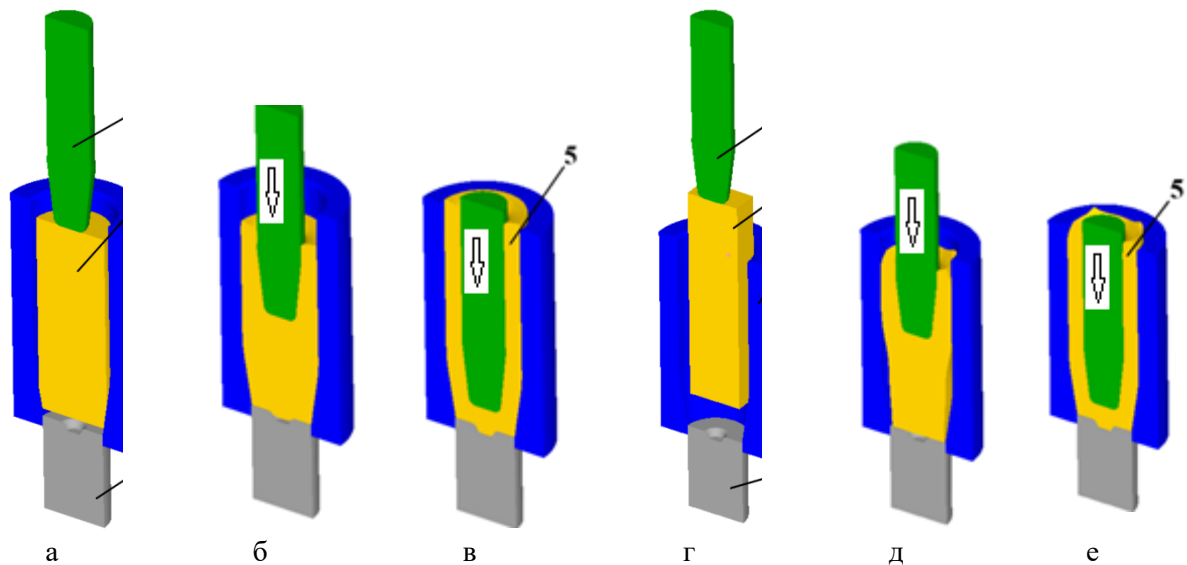
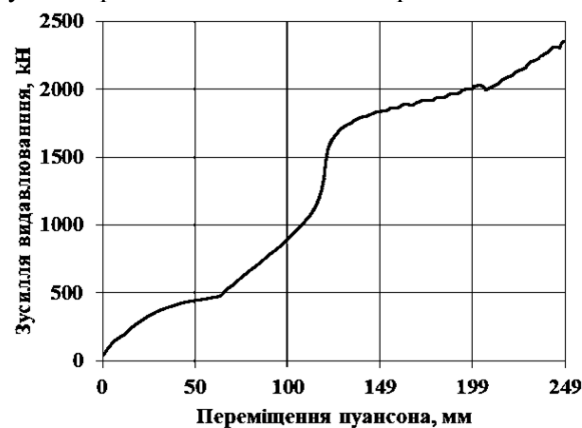
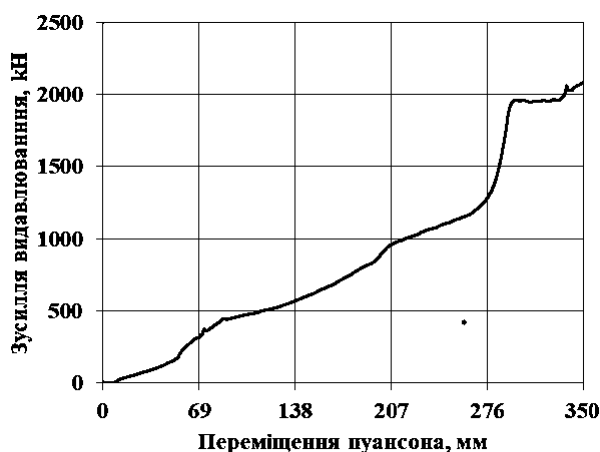


Рис. 2. Положення інструменту, зміна форми заготовки та отримання виробу при моделюванні (1 – заготовка, 2 – пуансон, 3 – матриця, 4 – виштовхувач, 5 – виріб): а, б і в – видавлювання заготовки круглого перерізу; г, д і е – видавлювання заготовки квадратного перерізу

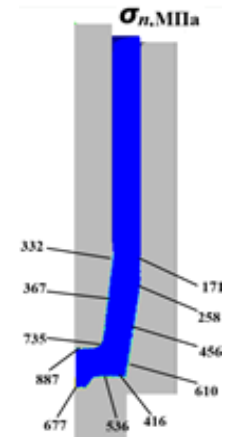
Залежності зусилля видавлювання, яке виникає на пуансоні, від його переміщення для розглянутих варіантів видавлювання представлено на рис. 3.



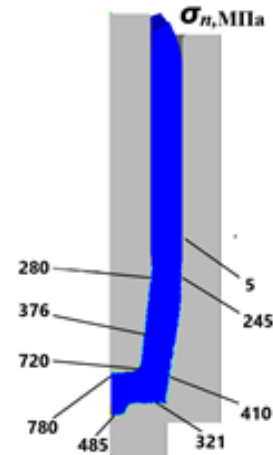
а



в



б



г

Зусилля видавлювання поступово зростає зі збільшенням переміщення пуансонів. При деформуванні заготовки круглого перерізу (рис. 3а) максимальне значення зусилля досягає 2353 кН. На рис. 3б наведено розподіли напружень σ_n для цієї заготовки. Максимальні значення питомих зусиль у межах $\sigma_n = 887 \div 735$ МПа зафіксовано на контактній поверхні торця пуансона з виробом. На поверхні контакту з виштовхувачем значення становлять $667 \div 416$ МПа, а на конусній поверхні

матриці 610÷258 МПа. Встановлено, що для даної схеми видавлювання конструкція матриці не потребує застосування бандажів. Залежність зусилля видавлювання від переміщення пуансона наведено на рис. 3г. В кінці видавлювання отримано максимальну величину зусилля 2046 кН. Різниця в зусиллях видавлювання склала 12%. Розподіл напружень σ_n при деформуванні заготовки квадратного перерізу представлено на рис. 3г. Використання цього варіанту забезпечує зниження питомих зусиль до рівня 780÷720 МПа на торці пуансона, 485÷381 на виштовхувачі та 410÷245 МПа на конусній поверхні матриці. Зменшення напружень сприяє підвищенню експлуатаційної стійкості деформуючого інструменту.

Розподіли температури у об'ємах четвертих частин виробів в кінці процесів видавлювання зображено на рис. 4. При деформуванні заготовки круглого перерізу (рис. 4а) температура в внутрішніх шарах металу верхньої частини стінки виробу склала 980÷900 °С. У шарах металу зовнішньої поверхні цієї частини стінки виробу отримано зменшення температури до 850÷680 °С. У донній частині виробу температура дорівнює 980÷700 °С, а у шарах металу біля пуансона температура зменшується до 600÷550 °С. В зоні контакту з конусною поверхнею матриці отримано зниження температури до 550÷520 °С.

При деформуванні заготовки, квадратного перерізу (рис. 4б) температура деформованого металу по висоті стінки виробу знаходиться у межах 980÷920 °С. В зовнішніх шарах металу стінки отримано 830÷620 °С, а у шарах металу стінки зі сторони порожнини - 910÷710 °С. Спостерігається менше охолодження в порівнянні з попереднім випадком по причині меншого часу контакту деформованої заготовки з матрицею в процесі видавлювання.

Також має місце менше охолодження в зонах біля торця пуансону, біля поверхні матриці та виштовхувача у донній частині виробу. У цих зонах отримано температуру у межах 830÷598 °С.

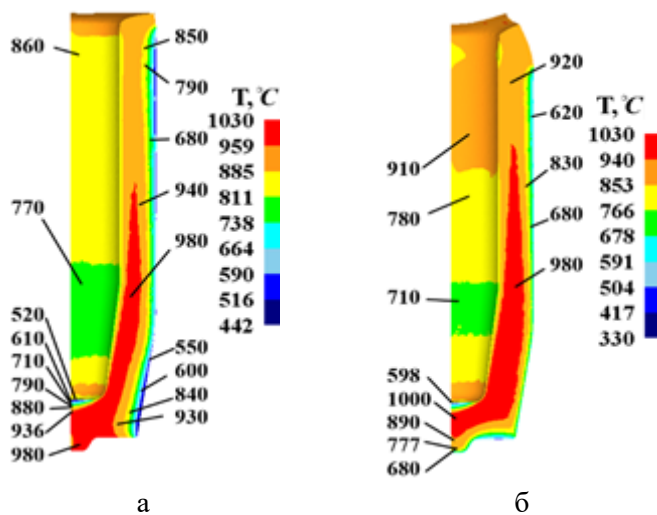


Рис. 4. Розподіли температури у об'ємах четвертих частин виробів в кінці процесів видавлювання: а – при деформуванні заготовки круглого перерізу; б – при деформуванні заготовки квадратного перерізу

Також має місце менше охолодження в зонах біля торця пуансону, біля поверхні матриці та виштовхувача у донній частині виробу. У цих зонах отримано температуру у межах 830÷598 °С.

Моделюванням встановлено напружено-деформований стан, який отримано в кінці процесів видавлювання. На рис. 5 зображено розподіли нормальних напружень σ_z , σ_y і σ_x у четвертих частинах виробів. На цих рисунках ліворуч наведено розподіл при видавлюванні заготовки круглого перерізу, а праворуч – для видавлюванні заготовки квадратного перерізу. Вигляди розподілів перерахованих компонент напружень практично не відрізняються для розглянутих перерізів заготовок. Розподіли

напружень σ_z показано на рис. 5а. Для двох варіантів видавлювання у верхніх частинах стінок виробів виникають розтягувальні напруження у межах $\sigma_z = 110 \div 100$ МПа. У стінках біля донних частин виробів ці напруження стають стискаючими $\sigma_z = -100 \div -390$ МПа, а у донних частинах вони досягають значень у межах $\sigma_z = -640 \div -900$ МПа. Деяко зменшуються розтягувальні напруження σ_y та σ_x у верхніх частинах стінок і знижуються по абсолютній величині стискаючі напруження σ_y та σ_x у нижніх частинах стінок та донних частинах виробів (рис. 5б і рис. 5в).

Розподіли кінцевих деформацій ε_z , ε_y , ε_x , та інтенсивності деформацій ε_i у четвертих частинах виробів представлено на рис. 6. Тут також ліворуч наведено розподіл після видавлювання заготовки круглого перерізу, а праворуч – заготовки квадратного перерізу. На рис. 6а показано розподіли деформацій ε_z . В шарах металу стінок зі сторони порожнини виникають розтягувальні деформації у межах $\varepsilon_z = 0,3 \div 0,4$ та змінюються до значення $\varepsilon_z = 0,15$ у зовнішніх шарах металу стінки після видавлювання заготовки круглого перерізу та до нульових значень після деформування заготовки квадратного перерізу.

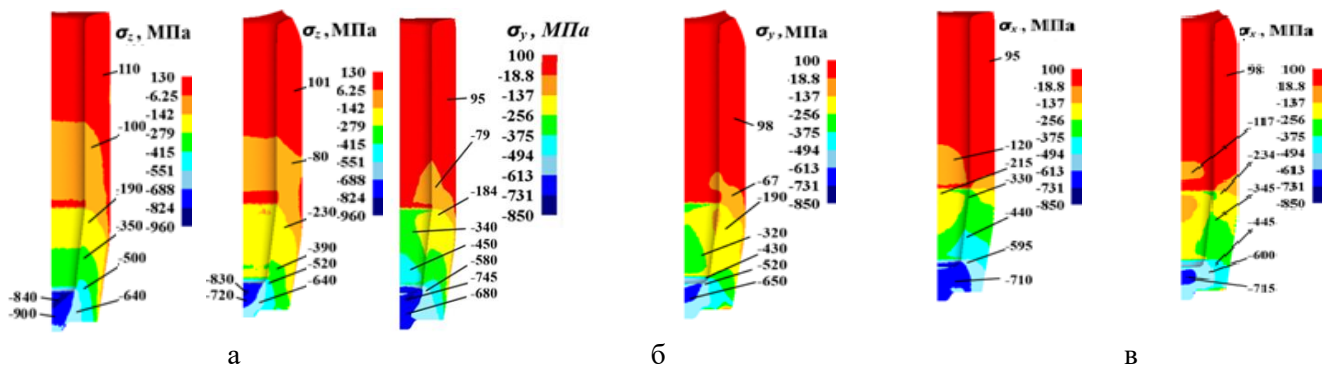


Рис. 5. Розподіли нормальних напружень σ_z , σ_y , σ_x у четвертих частинах виробів в кінці видавлювання заготовок круглого і квадратного перерізів: а – розподіл σ_z , б – розподіл σ_y , в – розподіл σ_x

В області донної частини під торцем пуансона виникають стискаючі деформації у межах $\varepsilon_z = -0,3 \div -0,4$ після деформування двох варіантів заготовок. У стінках виробів та у донних частинах отримано розтягуювальні деформації ε_y у межах $\varepsilon_z = 0,22 \div 0,4$ (рис. 6б). При цьому такі величини розповсюджуються на три четверти по ширині стінки для видавлювання заготовки круглого перерізу і займають половину ширини стінки для видавлювання заготовки квадратного перерізу

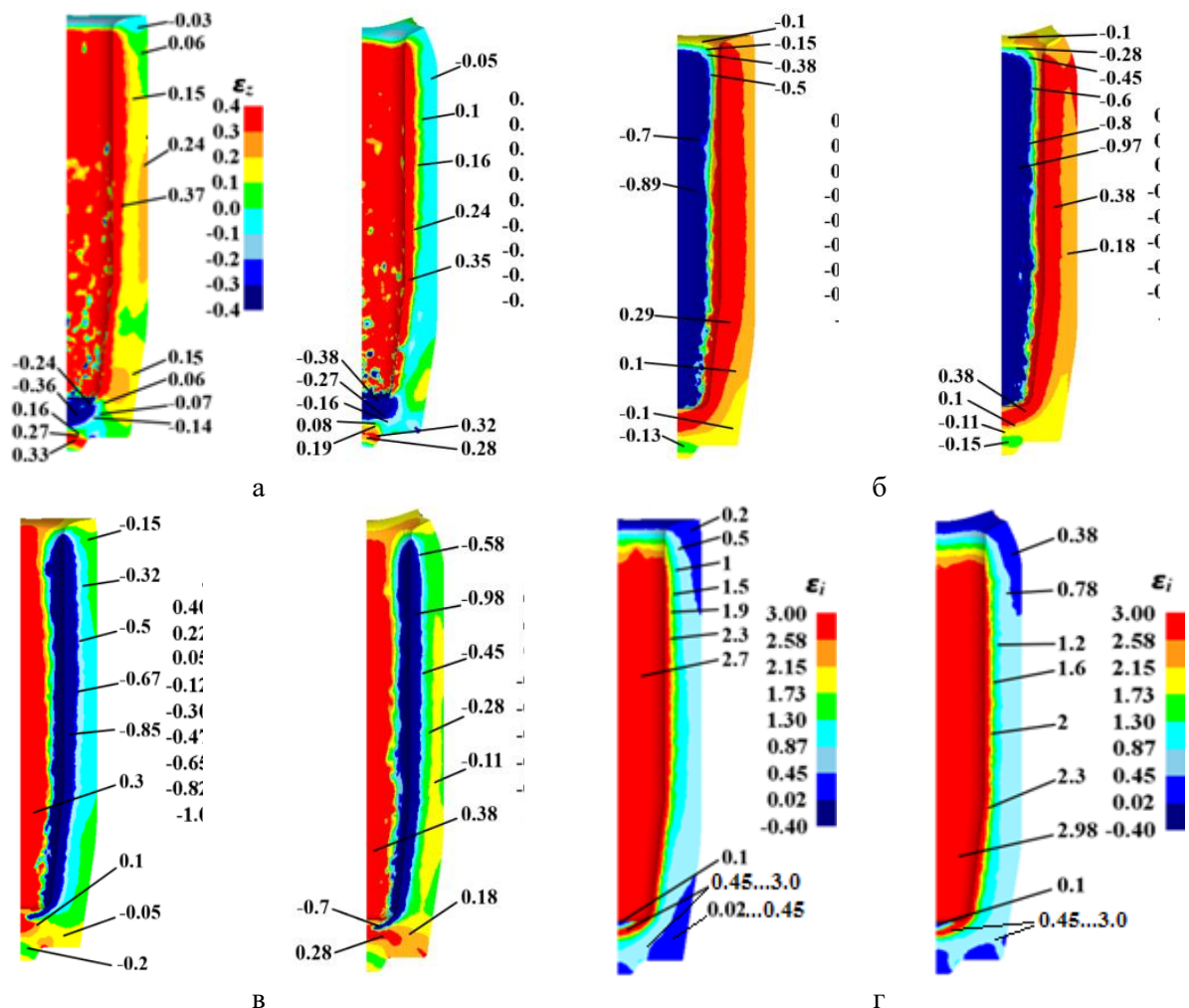


Рис. 6. Розподіли кінцевих деформацій ε_z , ε_y , ε_x і ε_i у четвертих частинах виробів після видавлювання заготовок круглого і квадратного перерізів: а - розподіл ε_z , б - розподіл ε_y , в - розподіл ε_x , г - розподіл ε_i

У зовнішніх шарах металу стінок має отримано $\varepsilon_y = 0,05 \div 0,22$ для видавлювання двох варіантів заготовок. У донних частинах виробів також має місце практично однаковий розподіл деформацій ε_y . На рис. 6в зображено розподіли деформацій ε_x . Донна частина виробу після видавлювання

заготовки круглого перерізу має невелику область з розтягувальними деформаціями у межах $\varepsilon_x=0,05\div0,4$ та значну область зі стискаючими деформаціями до значення $\varepsilon_x=-0,12$. Після видавлювання заготовки квадратного перерізу у донній частині отримано тільки розтягувальні деформації у межах $\varepsilon_x=0,05\div0,4$. У стінках отримано стискаючі деформації ε_x для двох варіантів заготовок. Результуюче пропрацювання структури металу пластичною деформацією можна оцінити по величині розподілах інтенсивності деформацій ε_i , розподіли яких представлено на рис. 6г. По ширині і висоті стінок. Значення інтенсивності деформацій змінюються від величин $\varepsilon_i=2,58\div3,00$ у шарах металу зі сторони порожнини до $\varepsilon_i=0,45\div0,87$ в шарах металу біля зовнішньої поверхні виробів. Форма перерізу заготовок суттєво впливає на пропрацювання пластичною деформацією донних частин виробів. Після видавлювання заготовки круглого перерізу у цій частині отримано дві області зі зміною величин деформацій у межах $\varepsilon_i=0,02\div0,45$ та область зі значеннями від $\varepsilon_i=0,45$ до $\varepsilon_i=3,00$. Квадратний переріз заготовки забезпечує практично одну область, в якій величини деформацій змінюються у межах $\varepsilon_i=0,45\div3,0$. Таким чином, використання заготовки квадратного перерізу забезпечує інтенсивне пропрацювання пластичною деформацією донної частини виробу.

Кінцеві форма та розміри виробів після видавлювання різних заготовок показано на рис. 7. Після видавлювання заготовки круглого перерізу на торці стінки виробу зі сторони порожнини утворюється утяжина (рис. 7а). При деформуванні заготовки квадратного перерізу (рис. 7б) також утворюється утяжина на торці стінки зі сторони порожнини та має місце викривлення стінки зі сторони зовнішньої поверхні. В обох випадках необхідна додаткова операція підрізання торців. Інші розміри виробів забезпечуються деформуючим інструментом згідно креслення виробу (див. рис. 1а).

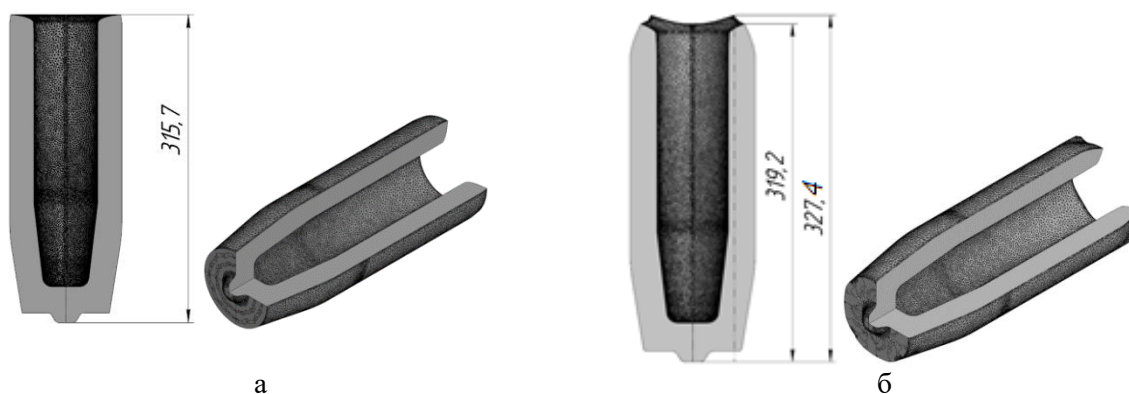


Рис. 7. Кінцеві форми та розміри половин виробів та загальні вигляди з розрізом: а – після видавлювання заготовки круглого перерізу, б - після видавлювання заготовки квадратного перерізу

Висновки. За допомогою методу скінчених елементів створено математичні моделі та проведено розрахункове дослідження процесів гарячого зворотного видавлювання з високовуглецевої сталі круглих порожнистих виробів із заготовок круглого і квадратного перерізів.

Встановлено залежності зусиль видавлювання від переміщення пуансонів. Максимальне значення зусилля деформування заготовки квадратного перерізу менше на 12%.

Визначено розподіли компонент напружень і деформацій у деформованому металі виробів. По розподілу інтенсивності деформацій проведено оцінку пропрацювання структури металу пластичною деформацією. Використання заготовки квадратного перерізу забезпечує більш інтенсивне пропрацювання донної частини виробу.

Виявлено кінцеві форми і розміри виробів після видавлювання. Використання різних форм заготовок потребує додаткової операції підрізання торців виробів. було встановлено, що при видавлюванні квадратною заготовки більші витрати металу на обрізку.

Список використаних джерел

1. Драгобецький В. В. Вплив швидкості деформування на процес гарячого видавлювання з роздачою круглих порожнистих напівфабрикатів / В. В. Драгобецький, О. В. Калюжний, В. Л. Калюжний, С. В. Ситник // Mech. Adv. Technol. — 2024. — Vol. 8, No. 1. — Рр. 45–53. — DOI: 10.20535/2521-1943.2024.8.1(100).297296.
2. Калюжний В. Л. Напівгаряче та гаряче зворотне видавлювання з роздачою осесиметричної порожнистої деталі / В. Л. Калюжний, С. В. Ситник, Д. В. Савченко, О. В. Чучин // Обробка

- матеріалів тиском : зб. наук. пр. — Краматорськ : ДДМА, 2023. — № 1(52). — С. 10–19. — DOI: 10.37142/2076-2151/2023-1(52)10.
3. Калюжний В. Гарячий обтиск в матриці спеціального профілю вісесиметричних порожнистих заготовок із високовуглецевої сталі / В. Калюжний, С. Ситник, А. Титаренко // Mech. Adv. Technol. — 2022. — Vol. 6, No. 2. — Pp. 187–194. — DOI: 10.20535/2521-1943.2022.6.2.264785.
 4. Калюжний В. Л. Гаряче видавлювання із високовуглецевої сталі конусних порожнистих виробів / В. Л. Калюжний, Л. І. Алієва, О. С. Ярмоленко, С. В. Ситник // Mech. Adv. Technol. — 2022. — Vol. 6, No. 3. — Pp. 302–308. — DOI: 10.20535/2521-1943.2022.6.3.269897.
 5. Hu X. Numerical Simulation for Microstructure Evolution in In718 Alloy During Cylindrical Cup Backward Extrusion / X. Hu et al. // Advanced Materials Research. — 2013. — Vol. 650. — Pp. 92–97. — DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.650.92.
 6. Zota S. Theoretical and experimental analysis of the backward extrusion process with a rotational die of AZ31 alloy / S. Zota // Metabk. — 2021. — No. 60 (1–2). — Pp. 36–38.
 7. Hosseini S. H. Applicability of a modified backward extrusion process on commercially pure aluminium / S. H. Hosseini, K. Abrinia, G. Faraji // Materials and Design. — 2015. — Vol. 65. — Pp. 521–528. — DOI: 10.1016/j.matdes.2014.09.043.
 8. Yeom J.-T. Prediction of Microstructure Evolution in Hot Backward Extrusion of Ti-6Al-4V Alloy / Jong-Taek Yeom et al. // Journal of Metallurgy. — 2012. — Vol. 2012. — Pp. 1–6. — DOI: 10.1155/2012/989834.
 9. Драгобецький В. В. Підвищення точності форми і розмірів порожнистих напівфабрикатів при гарячому зворотному видавлюванні із заготовок квадратного перерізу / В. В. Драгобецький, О. В. Калюжний, В. Л. Калюжний, С. В. Ситник // Mech. Adv. Technol. — 2024. — Vol. 8, No. 3. — Pp. 256–264. — DOI: 10.37142/2076-2151/2022-1(51)10.
 10. Калюжний О. В. Вплив тертя при гарячому зворотному видавлюванні порожнистих напівфабрикатів із заготовок круглого і квадратного перерізу / О. В. Калюжний, В. Л. Калюжний, С. В. Ситник // Наукові нотатки : міжвуз. зб. — Луцьк, 2024. — № 78. — DOI: 10.36910/775.24153966.2024.78.12.

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Б.І. Придальний [0000-0001-8565-5986], А.О. Сяський [0000-0002-2943-2873],
О.А. Мікуліч [0000-0003-4522-596X], Р.Я. Грудецький [0000-0001-5747-4168]

Луцький національний технічний університет

МЕТОДОЛОГІЯ РОЗРАХУНКОВОГО ОЦІНЮВАННЯ ТОЧНОСТІ ТА ЖОРСТКОСТІ РОБОТИЗОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ

У статті розглянуто проблему розрахунково-інформаційного оцінювання точності та жорсткості роботизованих технологічних комплексів, що виконують операції з силовою взаємодією інструмента із заготовкою або об'єктом маніпулювання. Актуальність дослідження зумовлена тим, що паспортні характеристики промислового робота не дають достатньої підстави для висновку про придатність комплексу до конкретної технологічної операції, оскільки фактична похибка TCP формується під впливом конфігураційно залежної податливості, технологічного навантаження, параметрів інструмента, динамічних ефектів, калібрування, вимірювальних даних і технічного стану системи. Метою роботи є формування інтегрованої методології оцінювання, яка поєднує кінематико-статичну модель положення точки центра інструменту, модель жорсткості й податливості, динамічну складову похибки та цифровий інформаційний шар даних. Запропоновано структурне подання роботизованого технологічного комплексу як системи, що включає промисловий робот, систему керування, технологічний інструмент, об'єкт взаємодії, технологічну операцію, сенсорну підсистему та цифровий інформаційний шар. Сформовано послідовність оцінювання, у межах якої визначаються положення центральної точки інструменту, wrench-навантаження, узагальнені моменти в суглобах, деформаційна похибка, динамічна складова та сумарна похибка робочої точки. Окремо запропоновано інформаційну структуру даних для зберігання параметрів робота, інструмента, операції, навантажень, калібрування, вимірювань, діагностики та результатів оцінювання. На відміну від підходів, у яких точність, жорсткість, динаміка й цифрове представлення розглядаються окремо, запропонована методологія забезпечує формалізований перехід від вихідних даних і розрахункових моделей до інженерного рішення про придатність, умовну придатність або непридатність комплексу до заданої операції.

Ключові слова: роботизований комплекс, промисловий робот, точність, жорсткість, система керування, технологічне навантаження, цифровий інформаційний шар, калібрування, вимірювання, програмно-інформаційна модель.

B. Prydalnyi, A. Siaskyi, O. Mikulich, R. Hrudetskyi

METHODOLOGY FOR COMPUTATIONAL EVALUATION OF THE ACCURACY AND STIFFNESS OF ROBOTIC TECHNOLOGICAL COMPLEXES

The article addresses the problem of computational and information-based evaluation of the accuracy and stiffness of robotic technological complexes performing operations involving force interaction between the tool and the workpiece or manipulated object. The relevance of the study is обусловлена by the fact that the nominal specifications of an industrial robot do not provide sufficient grounds for determining the suitability of the complex for a specific technological operation, since the actual TCP error is formed under the influence of configuration-dependent compliance, technological loading, tool parameters, dynamic effects, calibration, measurement data, and the technical condition of the system. The aim of the study is to develop an integrated evaluation methodology combining a kinematic-static model of the tool center point position, a stiffness and compliance model, a dynamic error component, and a digital information data layer. A structural representation of the robotic technological complex is proposed as a system including an industrial robot, a control system, a technological tool, an interaction object, a technological operation, a sensor subsystem, and a digital information layer. A sequential evaluation procedure has been developed, within which the position of the tool center point, wrench loading, generalized joint torques, deformation error, dynamic component, and total working-point error are determined. In addition, an information data structure is proposed for storing robot, tool, operation, loading, calibration, measurement, diagnostics, and evaluation-result parameters. Unlike approaches in which accuracy, stiffness, dynamics, and digital representation are considered separately, the proposed methodology provides a formalized transition from input data and computational models to an engineering decision regarding the suitability, conditional suitability, or unsuitability of the robotic complex for a specified operation.

Keywords: robotic technological complex, industrial robot, accuracy, stiffness, control system, technological loading, digital information layer, calibration, measurement, software-information model.

Постановка проблеми. Промислові роботи дедалі частіше застосовуються не лише для маніпулювання, транспортування чи позиціонування об'єктів, а й для виконання технологічних операцій, у яких кінцева точність результату залежить від силової взаємодії інструмента із заготовкою. До таких операцій належать роботизоване фрезерування, свердління, шліфування, зварювання, складання, позиціонування технологічного оснащення та інші процеси, де промисловий робот фактично функціонує як складова роботизованого технологічного комплексу (RTS). У цих умовах оцінювання його придатності не може обмежуватися паспортними характеристиками повторюваності, вантажності або робочої зони, оскільки фактична точність у зоні умовної точки центру інструмента -toolcenterpoint (TCP) визначається сукупною дією кінематичних, силових, жорсткісних, динамічних та інформаційних чинників.

© Б.І. Придальний, А.О. Сяський, О.А. Мікуліч, Р.Я. Грудецький

Особливо критичним є те, що промисловий робот має конфігураційно залежну жорсткість і податливість. Одна й та сама технологічна сила, прикладена в ТСП, може спричинити різні переміщення робочої точки залежно від просторової конфігурації маніпулятора, орієнтації інструмента, напрямку дії навантаження, параметрів end-effector, режиму руху та стану механічної системи. Тому формальна відповідність робота вимогам за вантажністю або геометричною досяжністю ще не гарантує придатності комплексу до виконання операції з необхідною точністю. Для технологічних процесів із підвищеними вимогами до якості результату необхідно оцінювати не лише положення ТСП, а й очікувану деформаційну, динамічну та вимірювально-калібрувальну складові похибки.

Актуальність проблеми посилюється переходом від ізольованого використання промислових роботів до інтегрованих роботизованих технологічних комплексів, у яких робот, система керування, інструмент, сенсори, технологічна операція, заготовка та цифровий інформаційний шар повинні розглядатися як взаємопов'язані компоненти єдиної системи. У такому комплексі точність і жорсткість визначаються не лише механікою маніпулятора, а й коректністю toolframe, якістю калібрування, достовірністю вимірювальних даних, станом діагностики, параметрами траєкторії та способом подання інформації для прийняття інженерного рішення.

Наявні підходи до розрахунку кінематики, статичної, динамічної, жорсткості та податливості роботів створюють необхідну теоретичну основу для такого оцінювання. Водночас у практиці інженерного аналізу часто виникає методологічний розрив між окремими моделями та підсумковим рішенням про придатність конкретного роботизованого комплексу до заданої технологічної операції. Окремо можуть визначатися кінематичні параметри, сили в ТСП, моменти в суглобах, переміщення від податливості, динамічна похибка або результати калібрування, проте ці складові не завжди об'єднуються в єдину відтворювану процедуру оцінювання.

У зв'язку з цим важливим є розроблення такої методології, яка дозволяє пов'язати структурне представлення роботизованого технологічного комплексу з розрахунковими моделями ТСП, технологічного навантаження, податливості, динамічної поведінки та інформаційного забезпечення. Такий підхід має забезпечити не лише визначення сумарної похибки робочої точки, а й виявлення домінуючих джерел її формування, перевірку запасу за навантаженням, оцінювання повноти вихідних даних і формування обґрунтованого висновку щодо придатності, умовної придатності або непридатності комплексу без конструктивних, технологічних чи інформаційних змін.

Отже, актуальним науково-прикладним завданням є формування інтегрованої розрахунково-інформаційної методології оцінювання точності та жорсткості роботизованих технологічних комплексів, у якій кінематико-статична модель ТСП, технологічне навантаження, конфігураційно залежна податливість, динамічна складова похибки, параметри інструмента, калібрування, вимірювальні й діагностичні дані розглядаються як єдина система підтримки інженерного рішення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Сучасні дослідження роботизованої обробки демонструють стійкий перехід від використання промислових роботів як універсальних маніпуляторів до їх розгляду як технологічних систем із конфігураційно залежною жорсткістю, динамічною поведінкою та обмеженою точністю під час силової взаємодії. У [1] розглянуто динамічне моделювання мобільного промислового робота для фрезерування in-situ та запропоновано метод підвищення жорсткості. Перевагою цього підходу є орієнтація на реальну технологічну операцію, однак його застосування переважно обмежене конкретним класом роботизованої обробки і не формує узагальненої процедури оцінювання придатності роботизованого комплексу. У [2] запропоновано комплексну рамку моделювання жорсткості промислового робота для обробних застосувань. Важливою перевагою є врахування поступальних і кутових деформацій кінцевого ефектора, що безпосередньо пов'язано з фактичною похибкою ТСП. Водночас основна увага зосереджена на жорсткісній моделі, тоді як зв'язок цієї моделі з даними калібрування, вимірювання, діагностики та прийняття інженерного рішення залишається недостатньо формалізованим. У [3] розроблено глобальну модель жорсткості роботизованої системи свердління з урахуванням гнучкості руки робота та кінцевого ефектора на основі методу віртуальних суглобів. Цінність цього підходу полягає у виході за межі моделювання лише маніпулятора та включенні інструментального вузла до загальної жорсткісної схеми. Разом з тим така модель орієнтована на конкретну технологічну систему свердління і не охоплює повний контур оцінювання: кінематична модель, силове навантаження, податливість, динамічна похибка, цифровий шар даних і підсумкова класифікація придатності. Окремий напрям досліджень

пов'язаний із цифровими двійниками, віртуальним введенням в експлуатацію та оптимізацією роботизованих систем. У [4] розглянуто віртуальне введення в експлуатацію для роботизованої обробки з використанням цифрового двійника та машинного навчання. У [5] подано платформу керування промисловими роботами на основі поєднання цифрового двійника і віртуальної реальності. У [6] запропоновано цифровий двійник технологічного обладнання для промислових роботів у задачах обробки, а в [8] — використання цифрового двійника для оптимізації контролера в реальному часі. Ці роботи підтверджують актуальність цифрового представлення роботизованих систем, однак здебільшого зміщують акцент на моделювання, віртуальну валідацію, керування або оптимізацію, не розкриваючи повною мірою механічний зв'язок між технологічним навантаженням, податливістю, ТСП-похибкою та інформаційним супроводом оцінювання. У [7] досліджено оптимальне планування експерименту для моделювання податливості промислових роботів. Такий підхід є важливим для зменшення обсягу експериментальних вимірювань і підвищення інформативності compliance-моделі. Проте він переважно спрямований на отримання параметрів моделі, а не на формування повної методики, у якій ці параметри використовуються для оцінювання точності, жорсткості, динамічної стабільності, інформаційної повноти та придатності комплексу до заданої операції. Узагальнення підходів до ідентифікації та моделювання жорсткості промислових роботів наведено в [9]. У цьому джерелі систематизовано основні групи методів, зокрема скінченно-елементне моделювання, матричний структурний аналіз і метод віртуальних суглобів. Це підтверджує достатній рівень розвитку окремих механічних моделей жорсткості. Водночас наявність різних груп методів свідчить про фрагментованість предметної області: моделювання жорсткості, динамічні ефекти, компенсація похибок, калібрування та цифрове представлення даних часто розглядаються як окремі задачі. Праці [10–12] формують прикладне підґрунтя, пов'язане з технологічним оснащенням, приводами затискних механізмів і цільовими механізмами маніпулювання верстатів. Їхня цінність полягає у висвітленні ролі інструментальних і виконавчих механізмів, передавання зусиль, фіксації об'єктів, жорсткості та надійності технологічного оснащення. Вони вказують на необхідність переходу до формалізованої моделі роботизованого технологічного комплексу, у якій технологічне навантаження в ТСП, податливість робота, параметри інструмента, сенсорні дані та цифровий шар оцінювання розглядаються як єдина система. У [13, 14] розглянуто мехатронні затискні пристрої для шпиндельних вузлів верстатів. Ці дослідження є важливими для розуміння силових виконавчих механізмів, двостадійного затиску та мехатронної інтеграції технологічного оснащення. Але в них основна увага зосереджена на затискному пристрої, а не на комплексній системі, що включає ланцюг елементів від об'єкта маніпулювання до об'єкта який з ним взаємодіє.

Отже, у сучасних дослідженнях достатньо ґрунтовно розроблено окремі складові проблеми: динамічне моделювання роботизованої обробки [1], моделювання жорсткості й податливості [2, 3, 7, 9], цифрові двійники та віртуальне введення в експлуатацію [4–6, 8], а також прикладні питання технологічного оснащення і мехатронних виконавчих механізмів [10–14]. Однак недостатньо формалізованим залишається проміжний методологічний рівень, на якому кінематико-статична модель ТСП, wrench-навантаження, конфігураційно залежна податливість, динамічна складова похибки, параметри toolframe, калібрування, вимірювальні й діагностичні дані поєднуються в єдину процедуру оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу до заданої технологічної операції. Саме ця невирішена проблема визначає спрямованість даного дослідження.

Об'єктом дослідження є роботизований технологічний комплекс у процесі виконання технологічної операції з урахуванням механічної поведінки робота, інструмента, ТСП, системи керування, сенсорів і інформаційного супроводу.

Предметом дослідження є взаємозв'язок між кінематичними, силовими, жорсткісними, динамічними та інформаційними параметрами роботизованого технологічного комплексу, які визначають деформаційну похибку ТСП і придатність комплексу до виконання заданої технологічної операції.

Метою дослідження є розроблення методології розрахунково-інформаційного оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу, яка поєднує кінематико-статичне й динамічне моделювання ТСП з цифровим інформаційним описом робота, інструмента, технологічної операції, навантаження, вимірювальних даних і діагностичного стану.

Задачі дослідження

1. Сформулювати структурне представлення роботизованого технологічного комплексу як системи, що включає промисловий робот, систему керування, технологічний інструмент, ТСП, технологічну операцію, сенсори та цифровий інформаційний шар.

2. Розробити кінематико-статичну модель зв'язку між положенням ТСП, конфігурацією робота та технологічним навантаженням, використовуючи залежності між узагальненими координатами, якобіаном маніпулятора, wrench-навантаженням у ТСП та узагальненими моментами в суглобах.

3. Сформувати модель жорсткісної та деформаційної складової похибки ТСП, у якій переміщення робочої точки визначається через еквівалентну податливість або жорсткість роботизованого комплексу з урахуванням конфігурації робота, напрямку навантаження та параметрів інструмента.

4. Обґрунтувати врахування динамічної складової похибки ТСП через швидкість, прискорення, динамічну податливість, демпфування, модальні властивості та частотну реакцію механічної системи.

5. Розробити інформаційну структуру даних для підтримки розрахунково-аналітичного оцінювання, яка охоплює параметри робота, інструмента, ТСП, технологічної операції, навантажень, вимірювань, калібрування, діагностики та результатів оцінювання.

6. Запропонувати алгоритм інтегрованого оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу до заданої технологічної операції за критеріями точності, жорсткості, динамічної стабільності, запасу за навантаженням та повноти інформаційного забезпечення.

Наукова новизна дослідження полягає у розробленні інтегрованої розрахунково-інформаційної методології оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу, у якій кінематико-статична модель ТСП, модель податливості, динамічна складова похибки, параметри toolframe, вимірювальні та діагностичні дані об'єднані в єдину структуру прийняття інженерного рішення щодо придатності комплексу до заданої технологічної операції. Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що розроблено інтегровану розрахунково-інформаційну методологію оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу, яка поєднує кінематико-статичну модель ТСП, модель податливості, динамічну складову похибки, параметри інструмента й калібрування, вимірювальні та діагностичні дані в єдину структуру прийняття рішення щодо придатності комплексу до заданої технологічної операції. На відміну від підходів, у яких точність, жорсткість, динаміка, калібрування та цифрове представлення виробничої системи розглядаються окремо, запропонована методологія встановлює формалізований зв'язок між технологічним навантаженням у ТСП, конфігураційно залежною податливістю робота, сумарною похибкою робочої точки та інформаційним шаром даних, необхідним для верифікації, діагностики й технічного супроводу роботизованого комплексу.

Методика дослідження. Методологія дослідження побудована як інтегрований розрахунково-інформаційний підхід до оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу. На відміну від ізольованого аналізу промислового робота як маніпулятора, у роботі розглядається повний технологічний комплекс, у якому фактична точність робочої точки ТСП залежить від кінематичної конфігурації робота, параметрів інструмента, технологічного навантаження, жорсткості й податливості механічної системи, динамічних впливів, калібрування, вимірювальних даних і стану інформаційного супроводу. Вихідна ідея методології полягає у поєднанні двох взаємопов'язаних блоків:

- розрахункового блоку, який описує кінематику, статику, жорсткість, податливість, динамічну складову похибки та запас за навантаженням;

- інформаційного блоку, який забезпечує структуроване зберігання параметрів робота, інструмента, ТСП, технологічної операції, навантажень, вимірювань, калібрування, діагностики та результатів оцінювання.

Викладення основного матеріалу дослідження. Роботизований технологічний комплекс (RTC) подано як систему

$$RTC = \{R, C, T, W, P, S, D\}, \quad (1)$$

де R — промисловий робот; C — система керування; T — технологічний інструмент або end-effector; W — заготовка, об'єкт оброблення або об'єкт маніпулювання; P — технологічна операція; S — сенсорна підсистема; D — цифровий інформаційний шар.

Промисловий робот розглянуто не лише як механічний маніпулятор, а як сукупність геометричної моделі, trajectorygenerator, firmware, calibration, commissioning, simulation, machinevision і hardware-компонентів; це підтверджує доцільність системного подання RTC як інтегрованого комплексу, а не лише як кінематичного ланцюга.

У базовій постановці прийнято такі припущення:

- роботизований технологічний комплекс розглядається як система з відомою або заданою кінематичною структурою.
- положення та орієнтація TCP визначаються через узагальнені координати робота та параметри toolframe.
- технологічне навантаження в TCP подається у вигляді wrench-вектора, що включає силу і момент.
- деформаційна похибка TCP визначається через еквівалентну податливість або жорсткість комплексу.
- динамічна складова похибки може бути оцінена через спрощену модель, частотну характеристику, експериментально ідентифікований показник або введена як окремий коригувальний член.
- дані про робота, інструмент, навантаження, вимірювання і діагностику мають бути збережені в інформаційному шарі з фіксацією джерела їх отримання.

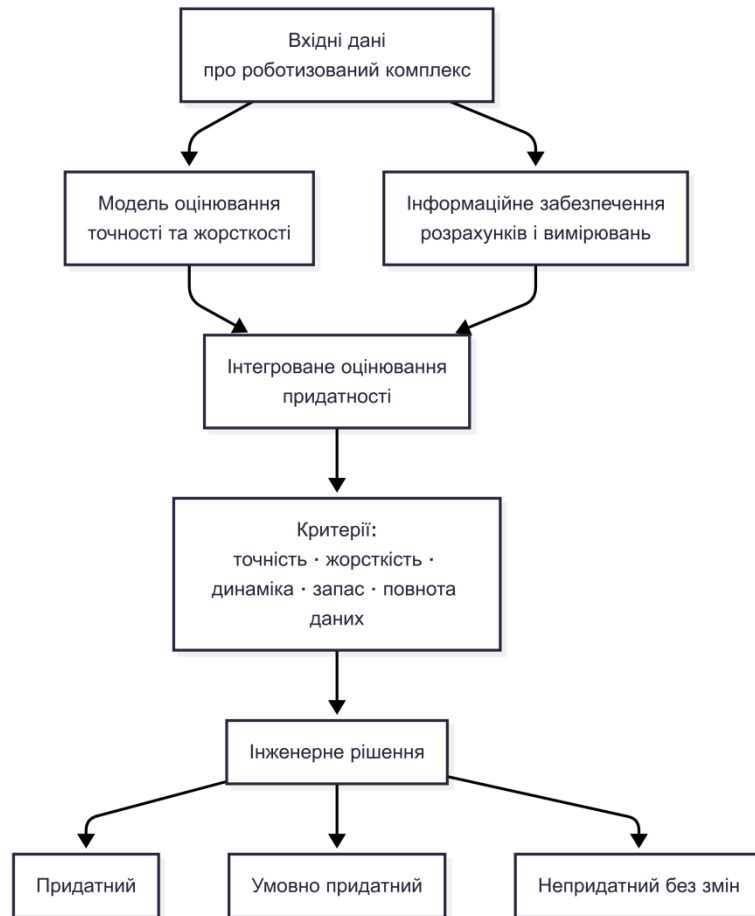


Рис. 1. Спрощена структура розрахунково-інформаційного оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу

Табл.1

Структурні компоненти роботизованого технологічного комплексу як об'єкта розрахунково-інформаційного оцінювання

Познач	Компонент	Зміст у межах дослідження	Основні параметри
R	Промисловий робот	Маніпулятор, ланки, суглоби, приводи	кількість осей, робочий простір, вантажність, повторюваність, конфігурація
C	Система керування	Контролер, генератор траєкторій, режими руху	швидкість, прискорення, jerk, інтерполяція, фільтрація
T	Інструмент, ЕОАТ	Захват, палець, шпиндель, шліфувальний або інший інструмент	маса, центр мас, інерція, toolframe, TCP
W	Заготовка, об'єкт	Об'єкт технологічної взаємодії	матеріал, геометрія, закріплення, контактна зона

P	Технологічна операція	Зварювання, шліфування, транспортування, позиціонування, складання	траєкторія, допуск, технологічна сила, режим
S	Сенсори	Вимірювання стану комплексу	force/torque, vision, енкодери, датчики вібрації
D	Інформаційний шар	Дані, моделі, результати оцінювання	база параметрів, вимірювання, діагностика, протокол оцінювання

Область застосування методології обмежується інженерним оцінюванням і не замінює повну сертифікацію робота, детальний скінченно-елементний аналіз, повну багатотільну динамічну модель або експериментальне випробування за стандартами. Методологія формує проміжний рівень між теоретичною моделлю, розрахунком, вимірюванням і практичним рішенням про придатність комплексу.

Положення та орієнтація TCP визначаються через вектор узагальнених координат робота q та трансформацію інструмента T_{tool}

$$x_{TCP} = f(q, T_{tool}), \quad (2)$$

де x_{TCP} – вектор положення та орієнтації TCP; q — вектор узагальнених координат суглобів; T_{tool} – матриця переходу від фланця робота або mountingpoint до TCP.

Для опису миттєвого руху TCP використовується якобіан маніпулятора:

$$\dot{x}_{TCP} = J(q)\dot{q}, \quad (3)$$

де $J(q)$ – якобіан робота; $\dot{q}$ – вектор швидкостей узагальнених координат; $\dot{x}_{TCP}$ – вектор лінійних і кутових швидкостей TCP.

Для малих похибок положення TCP використовується лінеаризоване представлення:

$$\Delta x_{TCP} \approx J(q)\Delta q + \Delta x_{tool}, \quad (4)$$

де Δq — похибки або пружні зміщення узагальнених координат; Δx_{tool} – складова похибки, пов'язана з визначенням toolframe, TCP offset та калібруванням інструмента.

Технологічне навантаження, прикладене до робочої точки, подається у вигляді wrench-вектора:

$$w_{TCP} = \begin{bmatrix} F_{TCP} \\ M_{TCP} \end{bmatrix} \quad (5)$$

F_{TCP} вектор сили, Н; M_{TCP} вектор моменту, Н·м

Зв'язок між wrench-навантаженням у TCP та узагальненими моментами у суглобах робота визначається через транспонований якобіан:

$$\tau_{ext} = J^T(q)w_{TCP} \quad (6)$$

Ця залежність є наслідком кінето-статичної дуальності. Цим показано, що якобіан відображає узагальнені швидкості в швидкості задачі, тоді як транспонований якобіан відображає сили й моменти в суглобові моменти; ця дуальність також використовується для перетворення wrench і оброблення даних wristforce/torquesensor. Отже, технологічне навантаження у TCP не розглядається ізольовано. Воно перетворюється в систему узагальнених сил і моментів робота, що дає змогу оцінити вплив навантаження на деформаційну похибку TCP та запас за навантаженням.

Деформаційна складова похибки TCP визначається через матрицю податливості роботизованого технологічного комплексу:

$$\Delta x_{stiff} = C_{TCP}(q)w_{TCP}, \quad (7)$$

де $C_{TCP}(q)$ – конфігураційно залежна матриця податливості в просторі TCP; Δx_{stiff} – вектор переміщень і малих поворотів TCP, зумовлених навантаженням.

Матриця жорсткості визначається як обернена до матриці податливості:

$$K_{TCP}(q) = C_{TCP}^{-1}(q). \quad (8)$$

У спрощеному випадку, коли аналіз виконується в одному критичному напрямку, використовується скалярне представлення:

$$\delta_{TCP} = F_{TCP} / k_{eq}, \quad (9)$$

де δ_{TCP} – переміщення TCP у критичному напрямку, м; F_{TCP} — сила в цьому напрямку, Н; k_{eq} – еквівалентна жорсткість, Н/м

У високоточних мехатронних системах жорсткість є базовою характеристикою точності, оскільки прикладена сила спричиняє відхилення положення інструмента. Тому, доречно спеціально виділити stiffness, dynamiccompliance, dynamicstiffness, transferfunctionofcompliance,

modaldecomposition і mechanicalfrequencyresponse як ключові елементи аналізу динаміки рухових систем.

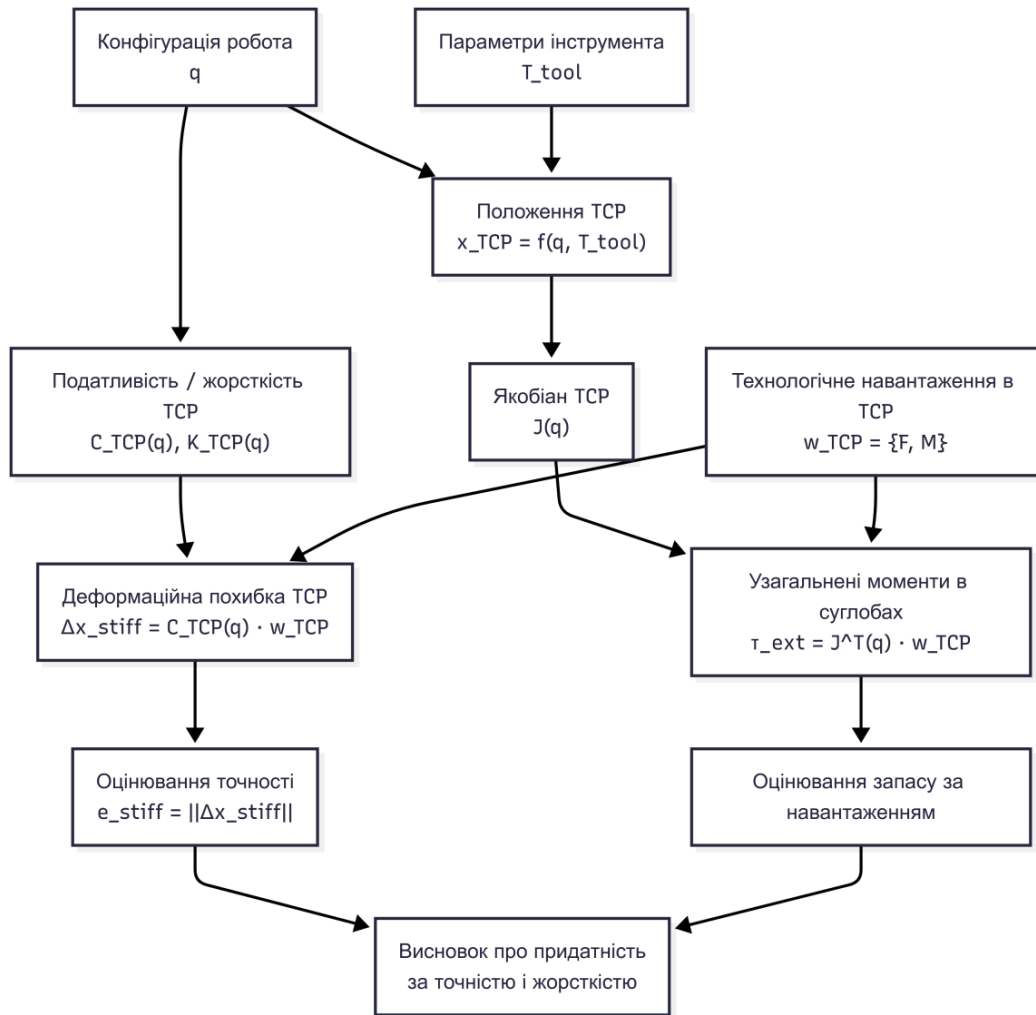


Рис. 2. Кінематико-статичний контур оцінювання навантаження, податливості та деформаційної похибки TCP

Це дає підставу розглядати жорсткість не як довідковий параметр, а як центральну змінну в оцінюванні фактичної точності TCP. Для повнішого врахування джерел податливості можна використовувати розширене представлення:

$$C_{TCP}(q) = C_R(q) + C_T + C_M + C_F, \quad (10)$$

$C_R(q)$ податливість робота у заданій конфігурації; C_T – податливість інструмента; C_M – податливість монтажної з'єднання; C_F – податливість закріплення об'єкта або заготовки.

Якщо податливість суглобів робота відома у просторі узагальнених координат, може бути використано наближене перетворення:

$$C_{TCP}(q) \approx J(q) C_q J^T(q) + C_T + C_M, \quad (11)$$

де C_q – матриця податливості суглобів або приводів. Ця залежність показує, що фактична жорсткість TCP залежить не лише від властивостей суглобів, але й від конфігурації робота та напрямку технологічного навантаження.

Для технологічних операцій із прискореним рухом, змінною траєкторією або силовою взаємодією точність TCP визначається не лише статичною податливістю, а й динамічною реакцією системи. Динамічну складову похибки доцільно подавати через частотно залежну податливість:

$$\Delta x_{dyn}(\omega) = C_{dyn}(\omega, q) w_{TCP}(\omega) \quad (12)$$

де $C_{dyn}(\omega, q)$ – динамічна податливість комплексу; ω – кутова частота, рад/с; $w_{TCP}(\omega)$ – частотне представлення технологічного навантаження.

Якщо детальна частотна модель відсутня, допускається інженерне представлення динамічної похибки у вигляді окремої складової:

$$e_{dyn} = f(v_{TCP}, a_{TCP}, j_{TCP}, A_f, \zeta, \omega_n), \quad (13)$$

де v_{TCP} – швидкість TCP; a_{TCP} – прискорення TCP; j_{TCP} – jerk; A_f – амплітуда вібраційного показника; ζ — коефіцієнт демпфування; ω_n – власна частота системи.

Це відображає, що для рухових систем важливими є не лише жорсткість і маса, а й damping, transmissibility, modaldecomposition та frequencyresponse; зокрема, зміна демпфування може суттєво впливати на передавання вібрацій у високочастотній області. Тому динамічна складова в методології виділяється окремо, а не поглинається статичною жорсткістю.

У межах даних досліджень динамічну складову не ототожнюють із повною багатотільною динамічною моделлю робота. Вона вводиться як параметр, який може бути визначений одним із трьох способів: за спрощеною інженерною моделлю; за результатами експериментального вимірювання; за результатами чисельного або частотного аналізу.

Окрема складова похибки пов'язана з визначенням toolframe, TCP offset та калібруванням робочої комірки. У промисловому роботизованому комплексі TCP є точкою фактичної технологічної взаємодії, тому похибка його визначення безпосередньо впливає на результат операції.

Положення TCP відносно базової системи можна подати як:

$$T_0^{TCP} = T_0^F(q) T_F^T, \quad (14)$$

де $T_0^F(q)$ – трансформація від бази робота до фланця; T_F^T – трансформація від фланця до toolframe чи TCP.

Похибка, пов'язана з інструментом і калібруванням, визначається як:

$$\Delta x_{tool} = f(\Delta T_F^T, \Delta T_{cell}, \Delta TCP), \quad (15)$$

де ΔT_F^T – похибка трансформації toolframe; ΔT_{cell} – похибка калібрування робочої комірки; ΔTCP – похибка визначення toolcenterpoint.

Це дає підставу включити до методології окремий блок калібрування, оскільки фактична точність TCP залежить не лише від жорсткості й динаміки, але й від правильного визначення геометрії інструмента та систем координат.

Сумарна похибка TCP подається як результат взаємодії кількох складових:

$$e_{tot} = \|\Delta x_{geom} + \Delta x_{stiff} + \Delta x_{dyn} + \Delta x_{tool} + \Delta x_{meas}\| \quad (16)$$

де Δx_{geom} – геометрична або кінематична складова похибки; Δx_{stiff} – складова від пружного переміщення; Δx_{dyn} – динамічна складова; Δx_{tool} – похибка toolframe і TCP; Δx_{meas} – похибка вимірювання.

У спрощеній інженерній формі допускається консервативне скалярне представлення:

$$e_{tot} = e_{geom} + e_{stiff} + e_{dyn} + e_{tool} + e_{meas}. \quad (17)$$

Умова придатності комплексу за точністю:

$$e_{tot} \leq e_{adm}, \quad (18)$$

де e_{adm} – допустима похибка TCP для заданої технологічної операції.

Табл. 2

Складові сумарної похибки TCP та способи їх визначення

Складова	Джерело похибки	Одиниця SI	Спосіб визначення
e_{geom}	кінематична модель, неточність параметрів	m	калібрування, вимірювання, модель
e_{stiff}	податливість робота, інструмента, кріплення	m	$C_{TCP} W_{TCP}$ або F/k
e_{dyn}	прискорення, вібрації, резонанс, демпфування	m	частотна модель або експеримент
e_{tool}	toolframe, TCP offset, cellcalibration	m	процедура калібрування
e_{meas}	сенсори, вимірювальна система	m	паспортна похибка або оцінка невизначеності

Інформаційний шар D призначений для зберігання вихідних даних, параметрів моделей, результатів розрахунків, вимірювань, діагностики та висновків про придатність комплексу. Його доцільно будувати за логікою цифрового двійника.

Таким чином можна запропонувати п'ятивимірну модель digitaltwin:

$$M_{DT} = (PE, VE, Ss, DD, CN) \quad (19)$$

де PE — physicalentity; VE — virtualentity; Ss — services; DD — digitaltwindata; CN — connection. Автори підкреслюють, що додавання DT data і services дозволяє інтегрувати дані з фізичного та віртуального просторів і використовувати функції цифрового двійника як стандартизовані сервіси.

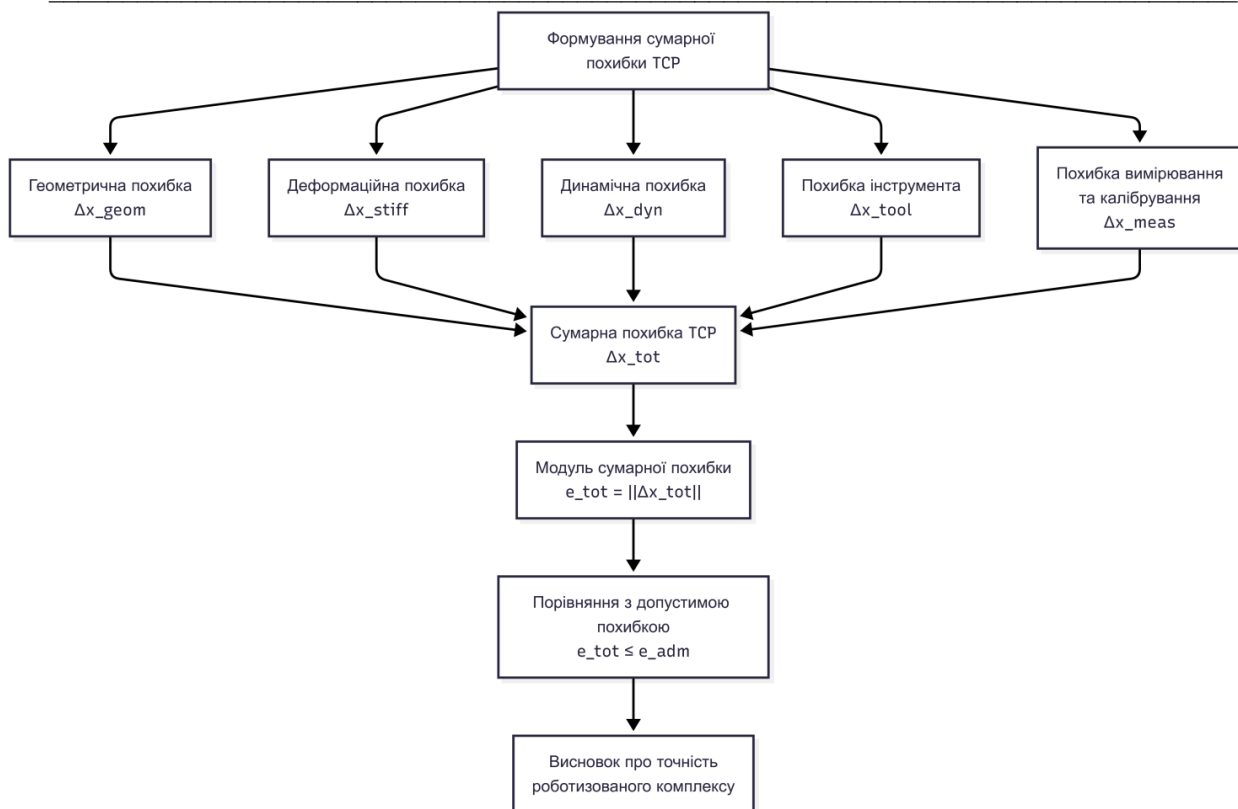


Рис. 3. Формування сумарної похибки TCP з урахуванням геометричної, деформаційної, динамічної, інструментальної та вимірювально-калібрувальної складових

Для задачі оцінювання роботизованого технологічного комплексу ця модель адаптується так:

$$D_{RTC} = \{P_{RTC}, V_{RTC}, S_{assess}, DD_{RTC}, CN_{RTC}\} \quad (20)$$

де P_{RTC} – реальний роботизований технологічний комплекс; V_{RTC} – його розрахункова або симуляційна модель; S_{assess} – сервіси оцінювання точності, жорсткості, динаміки, діагностики та придатності; DD_{RTC} – дані комплексу; CN_{RTC} – зв'язки між фізичним комплексом, моделлю, даними та результатами оцінювання.

Табл. 3

Інформаційні сутності цифрового шару для підтримки оцінювання роботизованого технологічного комплексу

Сутність інформаційної моделі	Основні поля	Призначення
Robot_Data	model, axes, payload, reach, repeatability, configuration	опис промислового робота
Tool_Data	tool_id, mass, CoG, inertia, TCP_offset, tool_frame	опис інструмента і TCP
Operation_Data	operation_type, path, speed, tolerance, processparameters	опис технологічної операції
Load_Case	force_vector, torque_vector, duration, direction, source	опис технологічного навантаження
Calibration_Data	toolcalibration, cellcalibration, frameerrors	параметри калібрування
Measurement_Data	TCP error, force, vibration, temperature, timestamp	результати вимірювання
Diagnostic_Data	alarms, deviations, wearindicators, servicestate	діагностичний стан
Assessment_Result	e_{tot} , k_{eq} , S_F , I_s , class	результат оцінювання

Інформаційний шар забезпечує простежуваність розрахунку: кожен висновок про придатність комплексу повинен бути пов'язаний із вихідними параметрами, джерелом даних, прийнятими припущеннями та методом оцінювання.

Для оцінювання роботизованого технологічного комплексу використовуються такі основні критерії:

- точність TCP;
- еквівалентна жорсткість;
- динамічна стабільність;
- запас за навантаженням;
- повнота інформаційного забезпечення.

Коефіцієнт запасу за навантаженням визначається як:

$$S_F = F_{adm} / F_{work}, \quad (21)$$

де F_{adm} – допустиме навантаження; F_{work} – робоче технологічне навантаження.

Інтегральний індекс придатності подається у вигляді:

$$I_s = w_1 I_a + w_2 I_k + w_3 I_d + w_4 I_l + w_5 I_i, \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^5 w_i = 1$$

де I_a – індекс точності; I_k – індекс жорсткості; I_d – індекс динамічної стабільності; I_l – індекс запасу за навантаженням; I_i – індекс інформаційної повноти; w_i – вагові коефіцієнти.

Можливі нормовані представлення індексів:

$$I_a = \min(1, e_{adm} / e_{tot}) \quad (24)$$

$$I_k = \min(1, k_{eq} / k_{req}) \quad (25)$$

$$I_l = \min(1, S_F / S_{req}) \quad (26)$$

$$I_i = n_{verified} / n_{required} \quad (27)$$

де k_{req} – потрібна жорсткість для заданої операції; S_{req} – мінімально допустимий коефіцієнт запасу; $n_{verified}$ – кількість перевірених інформаційних параметрів; $n_{required}$ – загальна кількість параметрів, необхідних для коректного оцінювання.

Табл.4

Шкала інтерпретації інтегрального індексу придатності роботизованого технологічного комплексу

Значення I_s	Клас придатності	Інтерпретація
$0.80 \leq I_s \leq 1.00$	придатний	комплекс може виконувати операцію за заданих умов
$0.60 \leq I_s < 0.80$	умовно придатний	потрібне уточнення параметрів, обмеження режимів або додаткова перевірка
$I_s < 0.60$	непридатний без змін	необхідна зміна робота, інструмента, режиму, траєкторії або калібрування

Порогові значення I_s не є універсальним нормативом. Вони використовуються як інженерна шкала для демонстрації методології та можуть уточнюватися залежно від технологічної операції, вимог до якості й доступності експериментальних даних.

Розрахунково-інформаційне оцінювання виконується за таким алгоритмом:

1. Визначити технологічну операцію, допустиму похибку e_{adm} , робочу траєкторію і технологічне навантаження.
2. Задати структуру роботизованого технологічного комплексу $RTC = \{R, C, T, W, P, S, D\}$.
3. Ввести параметри робота: кінематичну схему, конфігурацію q , обмеження швидкості, прискорення, $\dot{q}$, вантажність і доступні паспортні характеристики.
4. Ввести параметри інструмента: масу, центр мас, момент інерції, T_{tool} , TCP offset і результати калібрування.
5. Побудувати кінематичну модель TCP:

$$x_{TCP} = f(q, T_{tool}).$$
6. Визначити якобіан $J(q)$ і встановити зв'язок між швидкостями суглобів та швидкістю TCP:

$$\dot{x}_{TCP} = J(q)\dot{q}$$
7. Подати технологічне навантаження як w_{req} визначити узагальнені моменти:

$$\tau_{ext} = J^T(q)w_{TCP}$$
8. Оцінити деформаційну складову похибки:

$$\Delta x_{\text{stiff}} = C_{\text{TCP}}(q) w_{\text{TCP}}.$$

9. Оцінити або задати динамічну складову похибки e_{dyn} з урахуванням швидкості, прискорення, jerk, демпфування або частотної реакції.

10. Оцінити складову похибки, пов'язану з toolframe, TCP і калібруванням.

11. Розрахувати сумарну похибку:

$$e_{\text{tot}} = \|\Delta x_{\text{geom}} + \Delta x_{\text{stiff}} + \Delta x_{\text{dyn}} + \Delta x_{\text{tool}} + \Delta x_{\text{meas}}\|$$

12. Перевірити умову точності:

$$e_{\text{tot}} \leq e_{\text{adm}},$$

13. Розрахувати коефіцієнт запасу за навантаженням:

$$S_F = F_{\text{adm}} / F_{\text{work}},$$

14. Обчислити нормовані індекси

$$I_a, I_k, I_d, I_l, I_i$$

15. Обчислити інтегральний індекс придатності I_s

16. Визначити клас придатності комплексу: придатний, умовно придатний або непридатний без зміни умов.

17. Зберегти у цифровому інформаційному шарі всі вихідні дані, припущення, результати розрахунків, вимірювань, діагностики та фінальний висновок.

Сумарна похибка TCP визначається з урахуванням геометричної, деформаційної, динамічної, інструментальної та вимірювально-калібрувальної складових. Для інженерного оцінювання доцільно подавати її не лише як інтегральне значення, а і як бюджет окремих складових, що дозволяє встановити домінуючі джерела втрати точності. На рис. 4 наведено демонстраційний приклад подання бюджету похибки TCP для ілюстрації запропонованої процедури оцінювання.

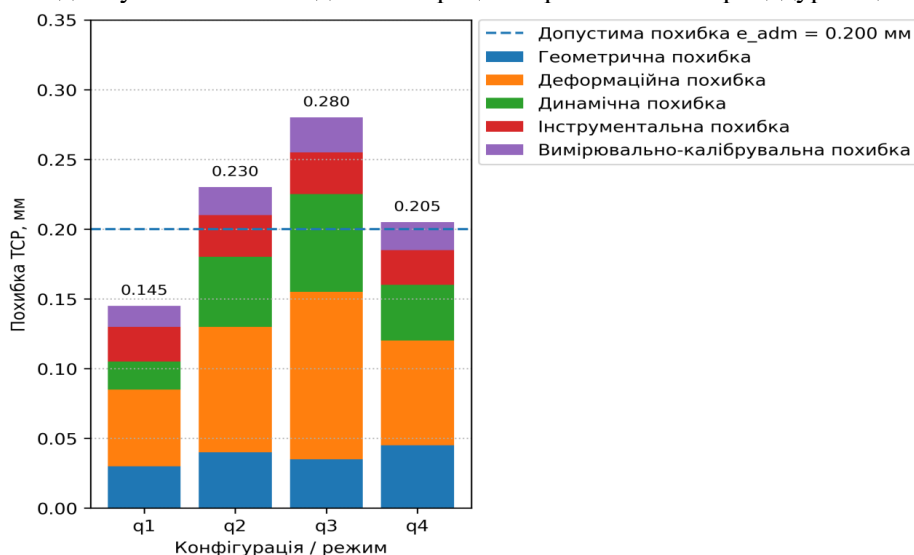


Рис. 4. Демонстраційний приклад бюджету сумарної похибки TCP для різних конфігурацій роботизованого технологічного комплексу

Табл. 5

Узагальнена послідовність розрахунково-інформаційного оцінювання роботизованого технологічного комплексу

Етап	Вхідні дані	Метод	Результат
1	параметри операції	аналіз технологічних вимог	$e_{\text{adm}}, F_{\text{work}}, \text{trajectory}$
2	параметри робота та інструмента	структурне моделювання	$\text{RTC} = \{R, C, T, W, P, S, D\}$
3	q, T_{tool}	кінематичне моделювання	$x_{\text{TCP}}, J(q)$
4	w_{TCP}	кінето-статичний аналіз	$\tau_{\text{ext}} = J^T w$
5	$C_{\text{TCP}}, K_{\text{TCP}}$	аналіз податливості	$\Delta x_{\text{stiff}}, k_{\text{eq}}$
6	v, a, j, ω, ζ	динамічне оцінювання	e_{dyn}
7	calibrationdata	аналіз TCP чи toolframe	e_{tool}
8	усі складові похибки	інтегрування похибок	e_{tot}
9	e_{tot}, S_F, I_i	багатокритеріальне оцінювання	I_s , клас придатності
10	усі дані	інформаційне структурування	Assessment Result

Запропонована методологія спрямована на забезпечення переходу від розрізненого аналізу точності, жорсткості, динаміки, калібрування та даних до єдиної процедури оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу. Основним результатом є не окрема формула, а узгоджена система моделей, критеріїв, інформаційних сутностей і алгоритмічних кроків, придатна для вибору, налаштування, верифікації, діагностики та технічного супроводу роботизованих технологічних комплексів.

Для практичного застосування запропонованої методології доцільно передбачити її програмно-інформаційну реалізацію у вигляді структурованої бази даних і розрахункового модуля. Такий підхід забезпечує збереження вхідних параметрів роботизованого технологічного комплексу, параметрів інструмента, технологічної операції, навантажень, результатів калібрування, вимірювань, діагностики та підсумкових результатів оцінювання.

Інформаційна структура може бути подана як сукупність взаємопов'язаних сутностей:

Robot_Data = {Robot_ID, Kinematic_Model, Joint_Limits, Payload, Repeatability};

Tool_Data = {Tool_ID, Tool_Frame, Mass, Center_of_Mass, Inertia, Tool_Stiffness};

Operation_Data = {Operation_ID, Trajectory, Tolerance, Feed, Process_Forces};

Measurement_Data = {Measurement_ID, Sensor_Type, Measured_TCP_Error, Timestamp};

Calibration_Data = {Calibration_ID, TCP_Offset, Frame_Correction, Calibration_Date};

Assessment_Result = {Case_ID, e_{tot} , k_{eq} , SF, I_s , Suitability_Class}.

На основі таких даних програмний модуль виконує послідовність розрахунків: зчитування параметрів комплексу; визначення положення TCP; оцінювання технологічного навантаження; розрахунок деформаційної, динамічної, інструментальної та вимірювально-калібрувальної складових похибки; формування сумарної похибки; порівняння з допустимими значеннями; присвоєння класу придатності. Перевагою такої реалізації є можливість простежити походження кожного результату оцінювання: які дані були використані, яка модель застосована, які припущення прийняті та який критерій став визначальним для прийняття інженерного рішення. Це дозволяє використовувати методологію не лише для одноразового розрахунку, а й для накопичення бази оцінювальних випадків, порівняння різних конфігурацій робота, аналізу повторюваних відмов, уточнення моделей після калібрування та підтримки технічного супроводу роботизованого комплексу.

Запропоновану структуру програмно-інформаційного шару для реалізації методології, що дозволяє зберігати вхідні параметри, результати розрахунків, дані вимірювань, калібрування й діагностики, а також формувати простежуваний результат оцінювання придатності комплексу. Програмно-інформаційний шар забезпечує не лише збереження даних, а й відтворюваність, простежуваність і повторне використання результатів розрахункового оцінювання роботизованого технологічного комплексу.

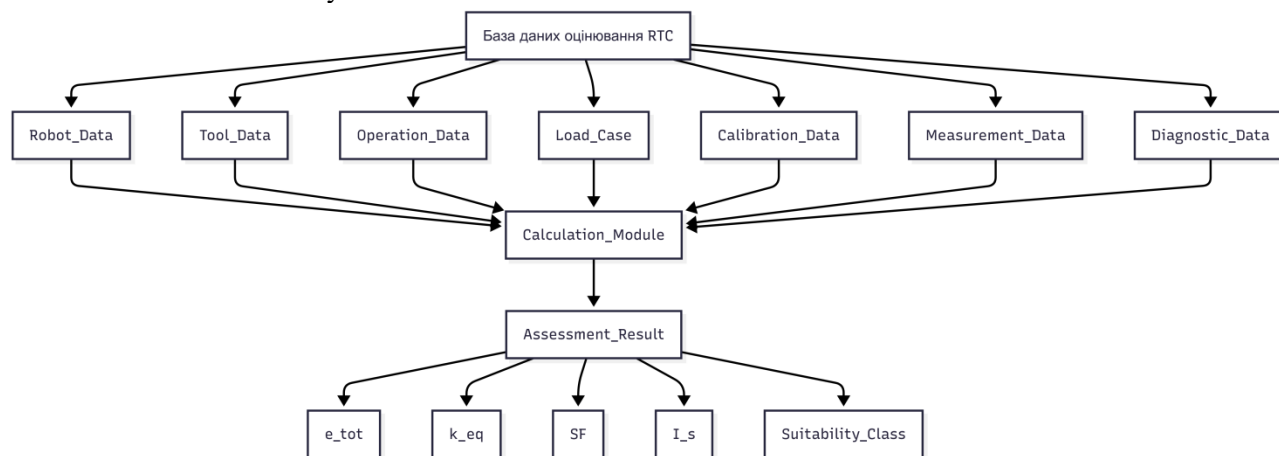


Рис. 5. Програмно-інформаційна структура підтримки розрахункового оцінювання роботизованого технологічного комплексу

Цей підхід сприяє формалізації програмно-інформаційного шару методології, який пов'язує розрахункові моделі точності та жорсткості з базою даних параметрів робота, інструмента, операції, вимірювань, калібрування, діагностики та результатів оцінювання. Він може бути реалізована як програмний модуль або база даних розрахункового супроводу роботизованого технологічного комплексу.

Висновки. Запропонована методологія забезпечує узгоджений перехід від кінематичної, силової, жорсткісної та динамічної моделей до інформаційно підтриманого інженерного рішення про придатність роботизованого технологічного комплексу. Її доцільно використовувати для вибору, налаштування, верифікації, діагностики та технічного супроводу роботизованих комплексів, особливо в умовах неповної інформації та багатокритеріальних обмежень. При цьому отримано наступні результати:

1. Сформовано структурне представлення роботизованого технологічного комплексу як інтегрованої системи $RTC=\{R,C,T,W,P,S,D\}$, що включає промисловий робот, систему керування, технологічний інструмент, об'єкт технологічної взаємодії, технологічну операцію, сенсори та цифровий інформаційний шар. Таке подання дозволяє розглядати точність і жорсткість не як ізольовані паспортні характеристики робота, а як системні властивості комплексу в умовах виконання конкретної технологічної операції.

2. Розроблено кінематико-статичну модель зв'язку між положенням TCP, конфігурацією робота та технологічним навантаженням. Положення робочої точки інструмента подано залежністю $x_{TCP}=f(q, T_{tool})$, миттєвий рух — через якобіан $\dot{x}_{TCP}=J(q)\dot{q}$, а силову взаємодію — через wrench-навантаження w_{TCP} та співвідношення $\tau_{ext}=J^T(q)w_{TCP}$. Це забезпечує формальний перехід від технологічного навантаження у TCP до узагальнених моментів у суглобах робота.

3. Запропоновано модель жорсткісної та деформаційної складової похибки TCP, у якій переміщення робочої точки визначається через матрицю податливості $\Delta x_{stiff}=C_{TCP}(q) w_{TCP}$ або, для спрощеного інженерного випадку, через залежність $\delta_{TCP}=F_{TCP}/k_{eq}$. Це дозволяє враховувати конфігураційно залежну жорсткість робота, напрямок прикладеного навантаження, параметри інструмента та податливість механічних з'єднань.

4. Обґрунтовано необхідність окремого врахування динамічної складової похибки TCP, пов'язаної зі швидкістю, прискоренням, jerk, демпфуванням, модальними властивостями та частотною реакцією механічної системи. У методології ця складова подана як $\Delta x_{dyn}(\omega)=C_{dyn}(\omega, q) w_{TCP}(\omega)$ або як окремий параметр e_{dyn} , що може визначатися за спрощеною моделлю, експериментальними даними чи результатами чисельного аналізу.

5. Розроблено інформаційну структуру цифрового шару оцінювання, що включає сутності Robot_Data, Tool_Data, Operation_Data, Load_Case, Calibration_Data, Measurement_Data, Diagnostic_Data та Assessment_Result. Запропонована структура забезпечує простежуваність вихідних параметрів, припущень, результатів розрахунку, вимірювань, калібрування, діагностики та фінального висновку про придатність роботизованого технологічного комплексу.

6. Запропоновано алгоритм інтегрованого оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу до заданої технологічної операції. Алгоритм поєднує розрахунок сумарної похибки $e_{tot} \leq e_{adm}$ визначення коефіцієнта запасу за навантаженням S_f та обчислення інтегрального індексу придатності I_s , який враховує точність, жорсткість, динамічну стабільність, запас за навантаженням і повноту інформаційного забезпечення.

Список використаних джерел

1. Miao, Y.; Yang, Z.; Liu, W.; Tian, W.; Wang, P.; Li, B. Study on dynamics modelling and stiffness strengthening method for mobile industrial robot in-situ milling machining. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2025. Vol. 95. Article 103014. DOI: 10.1016/j.rcim.2025.103014.
2. Selvagesan, J.; Paul, E.; Klimchik, A.; Arunachalam, N. A comprehensive framework for stiffness modeling of industrial robot for machining applications. *Journal of Manufacturing Processes*. 2025. Vol. 152. P. 1111–1122. DOI: 10.1016/j.jmapro.2025.07.085.
3. Zhang, Y.-F.; Yao, B.-G.; Zhang, F.; Liang, X.-F.; Tao, G.; Ge, Y.-X.; Niu, T.-F. Global Stiffness Modeling of Robot Drilling System Incorporating End-Effector and Arm Flexibility Based on Virtual Joint Method. *Machines*. 2025. Vol. 13, No. 9. Article 837. DOI: 10.3390/machines13090837.
4. Ni, H.; Hu, T.; Deng, J.; Chen, B.; Luo, S.; Ji, S. Digital twin-driven virtual commissioning for robotic machining enhanced by machine learning. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2025. Vol. 93. Article 102908. DOI: 10.1016/j.rcim.2024.102908.
5. Chang, W.; Sun, W.; Chen, P.; Xu, H. Construction and Validation of a Digital Twin-Driven Virtual-Reality Fusion Control Platform for Industrial Robots. *Sensors*. 2025. Vol. 25, No. 13. Article 4153. DOI: 10.3390/s25134153.
6. Hu, B.; Cheng, D.; Fu, Y.; Song, X.; Bi, Y.; Zhao, Q.; Tan, J. An equipment-level digital twin method for industrial robots for machining. *International Journal of Production Research*. 2024. P. 1–19. DOI: 10.1080/00207543.2024.2446953.

7. Tepper, C.; Behrens, B.-A.; Denkena, B.; et al. Optimal design for compliance modeling of industrial robots. *Production Engineering*. 2023. DOI: 10.1007/s11740-023-01198-3.
8. Liu, X.; Gan, H.; Luo, Y.; Chen, Y.; Gao, L. Digital-Twin-Based Real-Time Optimization for a Fractional Order Controller for Industrial Robots. *Fractal and Fractional*. 2023. Vol. 7, No. 2. Article 167. DOI: 10.3390/fractalfract7020167.
9. Wu, K.; Li, J.; Zhao, H.; Zhong, Y. Review of Industrial Robot Stiffness Identification and Modelling. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, No. 17. Article 8719. DOI: 10.3390/app12178719.
10. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І., ГаоСінмін. Технологічне оснащення фрезерних верстатів: проектування, теорія, практика. Монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2023. 292 с. ISBN 978-966-940-449-7.
11. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І. Приводи затискних механізмів металообробних верстатів. Монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2016. 352 с. ISBN 978-966-940-017-8.
12. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І. Проектування цільових механізмів маніпулювання верстатів нового покоління. Навчальний посібник. Вид. 2-ге. Луцьк: Вежа-Друк, 2014. 428 с. ISBN 978-617-7181-20-9.
13. Prydalnyi B.I. Mechatronic clamping mechanism with electro-hydraulic actuator for machine spindle units. *Perspective Technologies and Devices*. 2021. No. 18. P. 124–128. DOI: 10.36910/6775-2313-5352-2021-18-18.
14. Prydalnyi B. Mechatronic device for two-stage clamping of cylindrical objects in machine tools pindles. *Journal of Mechanics IEngineering and Transport*. 2021. Vol. 13, No. 1. P. 118–123. DOI: 10.31649/2413-4503-2021-13-1-118-123.

Дата надходження статті до видання: 22.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Самчук Л.М.^[0000-0003-2516-045X], Карпусь С.Г.^[0000-0002-1087-9245], Гулієва Н.М.^[0000-0001-9282-4880],
Сичук В.А.^[0000-0002-8267-0846]

Луцький національний технічний університет

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИЗОВАНОГО ЗВАРЮВАЛЬНОГО КОМПЛЕКСУ З УРАХУВАННЯМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ

У статті розглянуто оцінювання ефективності роботизованого зварювального комплексу з урахуванням стабілізації теплофізичних параметрів технологічного процесу. Обґрунтовано, що ефективність роботизації зварювання доцільно визначати не лише за продуктивністю, трудомісткістю та терміном окупності, а й через стабільність струму, напруги, швидкості переміщення пальника, дугової енергії та лінійного тепловкладення. Запропоновано розрахункову схему, яка пов'язує стабілізацію траєкторії інструмента з умовами формування зварювальної ванни, геометрією шва, рівнем браку та виробничою результативністю. Для однієї стандартної зварювальної операції показано, що скорочення часу основного зварювання з 5 до 3 хв за незмінних значень струму 150 А і напруги 18 В збільшує швидкість переміщення пальника з 3,33 до 5,56 мм/с. За цих умов дугова енергія на одиницю довжини зменшується з 0,810 до 0,486 кДж/мм, тобто на 40,0%. Це підтверджує необхідність узгодженого керування струмом, напругою та швидкістю для стабілізації теплофізичних умов роботизованому процесі. Встановлено, що роботизація зменшує середнє відхилення геометрії шва з 2,5 до 0,8 мм, стандартне відхилення – з 1,2 до 0,3 мм, а ймовірність дефекту – з 0,10 до 0,03. За тривалості стандартної операції 10 хв продуктивність ручного зварювання становить 48 шт. за 8-годинну зміну, тоді як за роботизованої операції тривалістю 6 хв – 80 шт./зміну. Випуск придатної продукції з урахуванням зниження браку зростає з 43,2 до 77,6 шт./зміну, тобто на 79,6%. Отримані результати показують, що виробничий та економічний ефект роботизації формується через поєднання скорочення часу операції, стабілізації теплофізичних умов процесу та підвищення повторюваності якості зварного з'єднання.

Ключові слова: роботизоване зварювання, зварювальний комплекс, тепловкладення, дугова енергія, теплофізичні параметри, якість шва, продуктивність, рівень дефекту.

L. Samchuk, S. Karpus, N. Huliieva, V. Sychuk

EFFICIENCY ASSESSMENT OF A ROBOTIC WELDING SYSTEM CONSIDERING STABILIZATION OF THERMOPHYSICAL PARAMETERS OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS

The article examines the evaluation of the efficiency of a robotic welding system with consideration of the stabilization of the thermophysical parameters of the technological process. It is substantiated that the efficiency of welding robotization should be determined not only by productivity, labor intensity, and payback period, but also by the stability of current, voltage, torch travel speed, arc energy, and linear heat input. A calculation framework is proposed that relates the stabilization of the tool trajectory to the conditions of weld pool formation, weld geometry, defect rate, and production performance. For a standard welding operation, it is shown that reducing the primary welding time from 5 to 3 minutes while maintaining constant values of current at 150 A and voltage at 18 V increases the torch travel speed from 3.33 to 5.56 mm/s. Under these conditions, the arc energy per unit length decreases from 0.810 to 0.486 kJ/mm, i.e., by 40.0%. This confirms the necessity of coordinated control of current, voltage, and speed in order to stabilize heat input in the robotic process. It was established that robotization reduces the average deviation of weld geometry from 2.5 to 0.8 mm, the standard deviation from 1.2 to 0.3 mm, and the probability of defects from 0.10 to 0.03. For a standard operation duration of 10 minutes, the productivity of manual welding amounts to 48 units per 8-hour shift, whereas a robotic operation with a duration of 6 minutes ensures 80 units per shift. Taking into account the reduction in defects, the output of acceptable products increases from 43.2 to 77.6 units per shift, i.e., by 79.6%. The obtained results demonstrate that the production and economic effect of robotization is achieved through the combination of reduced operation time, stabilization of the thermophysical conditions of the process, and improved repeatability of welded joint quality.

Keywords: robotic welding, welding system, heat input, arc energy, thermophysical parameters, weld quality, productivity, defect rate.

Постановка проблеми. Зварювання залишається одним із головних технологічних процесів у машинобудуванні, будівництві, транспортному виробництві та виготовленні металоконструкцій. Якість зварного з'єднання безпосередньо впливає на міцність, довговічність і надійність виробу, а відхилення режимів зварювання можуть спричиняти дефекти, додаткові витрати на виправлення браку та зниження продуктивності виробництва.

Ручне зварювання має високу гнучкість, однак його результат значною мірою залежить від кваліфікації, стабільності рухів і фізичного стану зварювальника. Через це складно забезпечити однакову швидкість переміщення пальника, стабільне положення відносно шва та повторюваність теплового впливу на метал. Унаслідок цього змінюються умови формування зварювальної ванни, проплавлення, геометрія шва та ймовірність появи дефектів.

Роботизовані зварювальні комплекси дають змогу зменшити вплив людського фактора, стабілізувати траєкторію руху інструменту, підтримувати задану швидкість зварювання та

забезпечувати повторюваність технологічних режимів. Особливого значення при цьому набуває контроль теплофізичних параметрів процесу, зокрема струму, напруги, швидкості переміщення пальника та лінійного теплового ефекту. Саме ці параметри визначають тепловий стан зони зварювання, умови формування шва, розміри зони термічного впливу та стабільність якості зварного з'єднання. Попри поширення роботизованого зварювання, його ефективність часто оцінюють переважно за економічними або виробничими показниками: продуктивністю, трудомісткістю, рівнем браку та терміном окупності. Водночас недостатньо враховується, що економічний ефект роботизації формується не лише через скорочення часу операцій, а й через стабілізацію теплофізичних умов процесу, зменшення діапазону параметрів шва та підвищення повторюваності якості. Тому актуальним є дослідження ефективності роботизованого зварювального комплексу з урахуванням стабілізації теплофізичних параметрів технологічного процесу. Такий підхід дає змогу пов'язати технічні параметри зварювання з якістю з'єднання, рівнем браку, продуктивністю та економічною доцільністю впровадження роботизованих технологічних систем.

Мета роботи – оцінити вплив упровадження роботизованого зварювального комплексу на стабільність теплофізичних параметрів процесу, якість формування зварного шва, продуктивність і техніко-економічну ефективність роботи зварювальної дільниці.

Задачі дослідження:

1. Сформулювати систему показників для оцінювання роботизованого зварювання, що поєднує теплофізичні, якісні, виробничі та економічні параметри.
2. Визначити лінійний тепловий процес для ручного та роботизованого зварювання.
3. Оцінити стабільність формування зварного шва за відхиленням геометричних параметрів, стандартним відхиленням і коефіцієнтом варіації.
4. Встановити вплив роботизації на продуктивність, тривалість циклу, рівень браку та завантаження обладнання.

Об'єкт дослідження – процес роботизованого дугового зварювання в умовах промислового зварювального комплексу.

Предмет дослідження – вплив стабілізації теплофізичних параметрів роботизованого зварювання, зокрема струму, напруги, швидкості переміщення та лінійного теплового процесу, на якість зварного з'єднання, рівень браку, продуктивність і техніко-економічну ефективність впровадження роботизованого комплексу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В роботі [1] запропонували алгоритм роботизованого weaving welding із підтриманням постійних теплових параметрів через адаптивне планування швидкості, однак робота зосереджена переважно на керуванні траєкторією і не поєднує теплову стабільність з економічною ефективністю процесу. У праці [2-3] систематизували сучасні напрями роботизованого зварювання, зокрема інспекцію, моделювання, моніторинг та автоматизацію, проте огляд має широкий характер і не формує цілісної методики кількісного оцінювання ефективності конкретної зварювальної комірки. У дослідженнях [4] розглянули оптимізацію параметрів автономного зварювання з використанням статистичних, сенсорних та AI-підходів, але основний акцент зроблено на якості й адаптивному керуванні, а не на зв'язку між тепловкладенням, браком і окупністю роботизованої системи. Автори публікації [5] показали складність правильного визначення gross heat input в дуговому зварюванні та вплив похибок калориметричних методів, що є важливим для обережного використання розрахункової формули теплового процесу у прикладних дослідженнях. У праці [6] узагальнили підходи до теплового й структурного моделювання дугового зварювання, включаючи температурні поля, деформації та залишкові напруження, однак ці моделі здебільшого не інтегровані з питаннями роботизованої реалізації процесу. Дослідження викладені в [7] довели доцільність теплового моніторингу задньої частини зварювальної ванни за допомогою двоколірної пірометрії, але запропонований підхід потребує спеціалізованого вимірювального обладнання та не завжди придатний для типової промислової комірки. Автори [8] запропонували прогнозування проплавлення інфрачервоним тепловим промінням, машинним зором і ANN-моделлю, що підтверджує перспективність тепловізійного контролю, однак така система потребує додаткової валідації для різних матеріалів і режимів зварювання. У праці [9] виконали систематичний огляд роботизованого зварювання в морських конструкціях і показали переваги автоматизації для якості, продуктивності та безпеки, але галузева специфіка обмежує застосування в широкій машинобудівній галузі виробництва. Автори праці [10] удосконалили методику розрахунку окупності промислових роботів, наголошуючи на потребі врахування ширшого набору витрат і заощаджень, однак їхній підхід не деталізує

технологічні причини формування економічного ефекту у зварюванні. У статті [11] порівняли ручне й автономне лінійне зварювання за точністю, якістю та тривалістю операцій, проте дослідження стосується специфічного типу мобільного зварювального робота і не охоплює повноцінну промислову роботизовану комірку. У результатах досліджень [12] запропонували smart manufacturing-підхід до оптимізації роботизованого зварювання з використанням CAD, машинного зору та reinforcement learning, але модель має переважно алгоритмічний характер і потребує обережного застосування для виробничих економічних оцінок. У праці [13] подали фундаментальний опис промислових роботів, їхніх застосувань, робочих комірок, інтеграції та програмування, однак це джерело є базовим робототехнічним розділом і не розкриває спеціальну теплофізику зварювального процесу. У працях [14–16] розглянуто проектування технологічного оснащення і цільових механізмів маніпулювання для виробничих систем, що дає розширені можливості для забезпечення нових потрібних характеристик функціонування допоміжної частини роботизованої зварювальної комірки, зокрема базування, фіксації, позиціонування та маніпулювання заготовками. У роботах [17, 18] запропоновано мехатронні пристрої затиску циліндричних об'єктів, що сприяє можливості розвитку механізмів для реалізації нових режимів фіксації та маніпулювання об'єктом зварювання.

Отже, наявні дослідження достатньо повно розкривають роботизоване зварювання, оптимізацію параметрів, теплове моделювання, моніторинг і розрахунок окупності, але ці напрями переважно розглядаються окремо. Недостатньо опрацьованим залишається комплексне оцінювання, у якому стабільність теплового ефекту роботизованого зварювального процесу безпосередньо пов'язується до якості шва, рівня дефекту, продуктивності та економічної доцільності впровадження роботизованого комплексу.

Методика дослідження. Дослідження виконували на основі порівняльного оцінювання ручного та роботизованого дугового зварювання за технічними, теплофізичними, якісними та економічними показниками. Як базовий сценарій розглядали традиційне ручне зварювання, а як модернізований метод – використання роботизованого зварювального комплексу, що забезпечує програмоване переміщення пальника, стабілізацію траєкторії та повторюваність технологічних режимів (рис. 1).

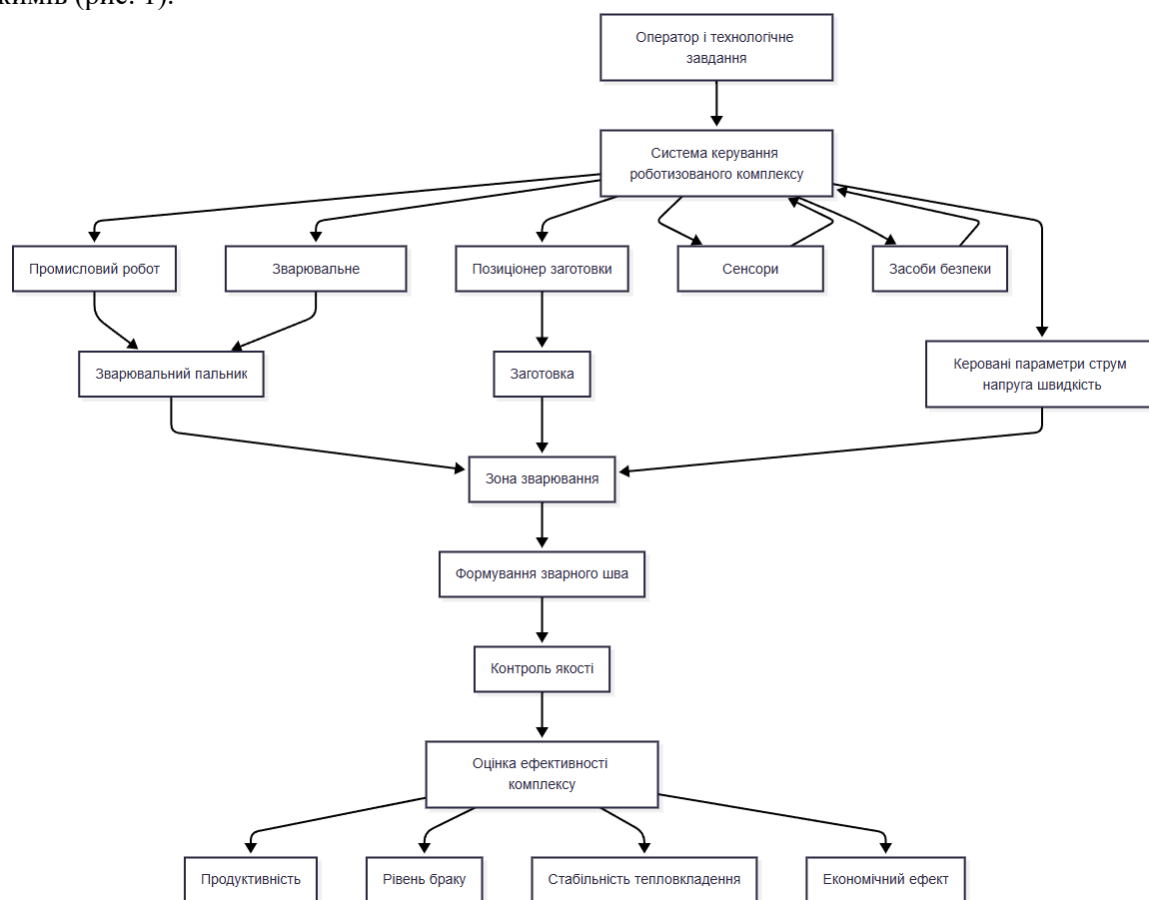


Рис. 1. Структура роботизованого зварювального комплексу як технологічної системи

Теплофізичний стан процесу оцінювали за розрахунковим показником лінійного теплового ефекту:

$$q_l = (\eta UI)/v, \quad (1)$$

де: q_l – лінійний тепловий ефект, Дж/мм; η – коефіцієнт ефективності теплопередачі; U – напруга дуги, В; I – зварювальний струм, А; v – швидкість зварювання, мм/с. Такий підхід дозволяє об'єднати стабільність керованих параметрів роботизованого процесу з умовами формування зварювальної ванни та якістю шва. Рівномірність процесу оцінювали за відносною мінливістю основних параметрів зварювання. Для цього використовували коефіцієнт варіації:

$$CV = (\sigma/x) 100\%, \quad (2)$$

де: σ – стандартне відхилення параметра; x – його середнє значення. Для порівняння ручного та роботизованого зварювання аналізували зміну CV для швидкості переміщення, лінійного теплового ефекту та геометричних параметрів шва.

Якість зварювання оцінювали за рівнем браку, повторюваністю геометрії шва та стабільністю формування зварного з'єднання. Виробничу ефективність визначали за тривалістю технологічного циклу, продуктивністю, трудомісткістю операцій і завантаженням обладнання. Економічну ефективність оцінювали за річним економічним ефектом і орієнтовним терміном окупності:

$$T_{pb} = K/E_y, \quad (3)$$

де: T_{pb} – термін окупності, років; K – початкові інвестиційні витрати, грн; E_y – річний економічний ефект, грн/рік.

Результати порівняння узагальнювали у вигляді таблиць, у яких для ручного та роботизованого зварювання порівнювали параметри I , U , v , q_l (рівень дефекту, тривалість циклу, продуктивність, витрати). Інтерпретацію результатів виконували з позиції того, що економічний ефект роботизації формується не лише за рахунок скорочення трудомісткості, а й через стабілізацію теплофізичних умов процесу, зменшення відхилень якості та зниження витрат від дефектів. Для оцінювання впливу роботизації на теплофізичні параметри процесу розглянуто одну стандартну зварювальну операцію. Загальна тривалість операції для ручного зварювання становила 10 хв, а для роботизованого – 6 хв. Для теплофізичного розрахунку враховано саме час основного зварювання, оскільки лінійний тепловий ефект визначається параметрами дуги та швидкістю переміщення пальника під час формування шва. Прийнято, що тривалість основного зварювання скорочується з 5 хв до 3 хв, тобто на 40%. Такий рівень скорочення відповідає сучасним дослідженням автоматизованого лінійного зварювання, де встановлено приблизно 40% зменшення часу при використанні зварювального робота [10].

Викладення основного матеріалу дослідження. Роботизований зварювальний комплекс розглядається як технологічна система, що поєднує промисловий робот, зварювальне джерело, пальник, систему позиціонування заготовки, засоби програмування траєкторії та елементи контролю параметрів процесу. На відміну від ручного зварювання, така система забезпечує повторюваність положення пальника, стабільність швидкості переміщення та менший вплив людського фактора на формування зварного шва.

Головним теплофізичним показником процесу є лінійний тепловий ефект q_l , який визначається струмом, напругою, швидкістю переміщення пальника та коефіцієнтом ефективності теплопередачі. Для роботизованого зварювання особливо важливою є не лише величина q_l , а й стабільність цього показника вздовж траєкторії шва. Зменшення коливань швидкості та положення пальника сприяє більш рівномірному формуванню зварювальної ванни, стабільнішому проплавленню та зниженню ймовірності появи дефектів. Порівняння ручного та роботизованого зварювання доцільно виконувати за чотирма групами показників: теплофізичними, якісними, виробничими та економічними. До теплофізичних показників належать струм, напруга, швидкість зварювання і лінійний тепловий ефект. Якісні показники охоплюють рівень дефекту, повторюваність геометрії шва та стабільність формування зварного з'єднання. Виробничі показники характеризують тривалість технологічного циклу, продуктивність і трудомісткість операцій. Економічні показники відображають витрати, економічний ефект і термін окупності роботизованого комплексу. Вплив стабілізації теплофізичних параметрів на якість і ефективність роботизованого зварювання наведено на рис. 2.

Розрахунок приросту продуктивності

$$\Delta P = (P_1 - P_0) \times 100\%, \quad (4)$$

де $P_0 = 48$ шт./зміну – продуктивність до впровадження;

$P_1 = 80$ шт./зміну – продуктивність після впровадження.

$$\Delta P = ((80 - 48)/48) \times 100\% = 66,7\%.$$

Отже, продуктивність зросла на 66,7%.

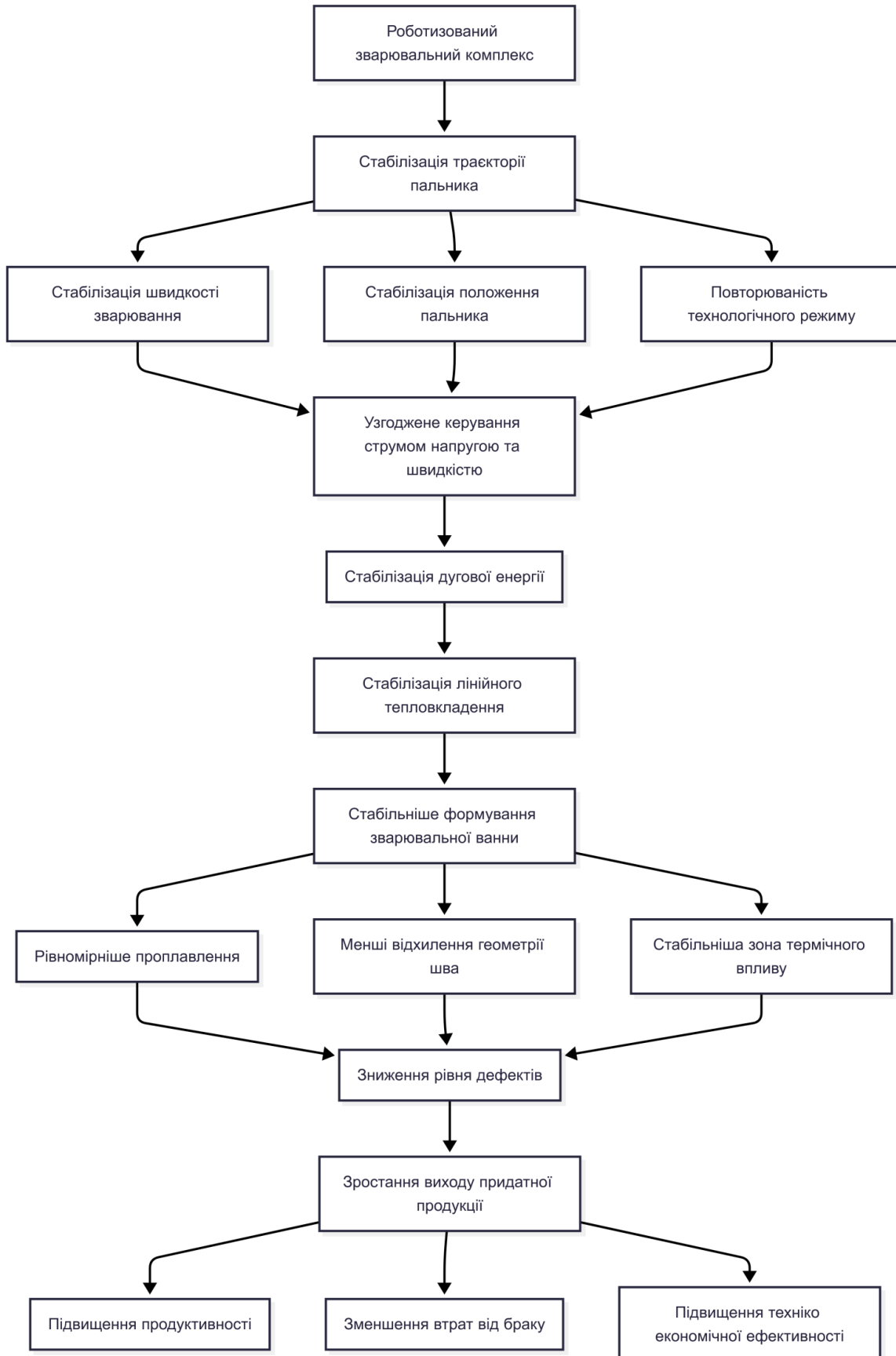


Рис. 2. Вплив стабілізації теплофізичних параметрів на якість і ефективність роботизованого зварювання

Розрахунок скорочення тривалості технологічного циклу

$$\Delta t = ((t_0 - t_1) / t_0) \times 100\%,$$

(5)

© Самчук Л.М., Карпуть С.Г., Гулієва Н.М., Сичук В.А.

де $t_0=10$ хв – тривалість циклу до впровадження; $t_1=6$ хв – тривалість циклу після впровадження.

$$\Delta t = (10-6) / 10 \times 100\% = 40\%$$

Отже, тривалість технологічного циклу зменшилася на 40%.

Розрахунок зменшення рівня дефекту.

Абсолютне зменшення браку:

$$\Delta B_{abs} = B_0 - B_1 = 10 - 3 = 7 \text{ в.п.} \quad (6)$$

Відносне зменшення браку:

$$\Delta B_{rel} = (B_0 - B_1) / B_0 \times 100\%, \quad (7)$$

$$\Delta B_{rel} = (10 - 3) / 10 \times 100\% = 70\%.$$

Отже, рівень браку зменшився на 7 відсоткових пунктів, або на 70% від початкового рівня.

Розрахунок приросту придатної продукції.

Кількість придатної продукції до впровадження:

$$Q_0 = P_0(1 - B_0), \quad (8)$$

$$Q_0 = 48(1 - 0,10) = 43,2 \text{ шт./зміну.}$$

$$Q_1 = 80(1 - 0,03) = 77,6 \text{ шт./зміну.}$$

$$\Delta Q = ((77,6 - 43,2) / 43,2) \times 100\% = 79,6\%.$$

Отже, випуск придатної продукції збільшується на 79,6%.

Розрахунок зміни завантаження обладнання

$$\Delta K_z = (K_{z1} - K_{z0}) / K_{z0} \times 100\%, \quad (9)$$

де $K_{z0}=65\%$, $K_{z1}=85\%$.

$$\Delta K_z = (85 - 65) / 65 \times 100\% = 30,8\%.$$

Абсолютне збільшення становить: $85 - 65 = 20$ в.п.

Отже, завантаження обладнання зросло на 20 відсоткових пунктів, або на 30,8% від базового рівня

Розрахунок скорочення потреби в персоналі

$$\Delta N = (N_0 - N_1) / N_0 \times 100\%, \quad (10)$$

де $N_0=4$ особи, $N_1=2$ особи.

$$\Delta N = (4 - 2) / 4 \times 100\% = 50\%.$$

Отже, потреба в обслуговуючому персоналі зменшується на 50%.

Теплофізичне пояснення отриманих результатів обґрунтовано розрахунковою моделлю.

Для розрахунку використано типовий режим автоматизованого зварювання: $I=150$ А, $U=18$ В, $v=3,33$ мм/с, що відповідає $\text{arcenergy } E=0,810$ кДж/мм. Стабілізацію процесу оцінено через зменшення середнього відхилення шва з 2,5 до 0,8 мм, стандартного відхилення з 1,2 до 0,3 мм, коефіцієнта варіації з 48% до 37 % та ймовірності дефекту з 0,10 до 0,03.

Приймаємо, що порівнюється однакова довжина шва L , а скорочення часу основного зварювання з 5 до 3 хв досягається за рахунок збільшення швидкості переміщення пальника. Для модельного розрахунку використано типовий режим автоматизованого зварювання: $I=150$ А, $U=18$ В, $v=20$ см/хв, тобто 3,33 мм/с.

$$t_{w0}=5 \text{ хв, } t_{w1}=3 \text{ хв; } v_0=20 \text{ см/хв}=200 \text{ мм/хв}=3,33 \text{ мм/с.}$$

Довжина шва для модельної операції: $L=v_0 t_{w0}=200 \cdot 5=1000$ мм

Швидкість роботизованого зварювання для тієї самої довжини шва:

$$v_1 = L / t_{w1} = 1000 / 3 = 333,3 \text{ мм/хв}=5,56 \text{ мм/с.}$$

Отже, швидкість переміщення пальника зростає у:

$$v_1 / v_0 = 5,56 / 3,333 = 1,667 \text{ рази.}$$

Розрахунок дугової енергії на одиницю довжини.

Для інженерного розрахунку доцільно використовувати спочатку дугову енергію:

$$E_l = UI / v \quad (11)$$

де E_l – дугова енергія на одиницю довжини, Дж/мм; U – напруга, В; I – струм, А; v – швидкість зварювання, мм/с.

Для ручного варіанту:

$$E_{l0} = 10^{-3} \cdot 18 \cdot 150 / 3,3 = 0,810 \text{ кДж/мм}$$

Якщо після роботизації залишити той самий струм і напругу, але збільшити швидкість до 5,56 мм/с:

$$E_{l1} = 10^{-3} \cdot 18 \cdot 150 / 5,66 = 0,486 \text{ кДж/мм}$$

Відносна зміна:

$$\Delta E_1 = ((0,486 - 0,810) / 0,810) \times 100\% = -40\%.$$

Отже, просте скорочення часу основного зварювання з 5 до 3 хв без коригування режиму зменшує дугову енергію на одиницю довжини приблизно на 40%. Це означає, що підвищення швидкості роботизованого зварювання саме по собі не гарантує стабільності теплофізичних умов формування шва.

Умова стабілізації теплового процесу.

Лінійний тепловий процес можна подати як:

$$q_l = \eta E_1 = \eta UI / v \quad (12)$$

де η – лінійне тепловкладення. Оскільки точне визначення фактичного тепловкладення залежить від умов процесу, матеріалу, розмірів зразка та теплових втрат, його потрібно трактувати обережно.

Для збереження сталого теплового ефекту потрібно:

$$q_{11} = q_{10}. \quad (13)$$

Якщо $\eta_0 \approx \eta_1$, тоді:

$$U_1 I_1 / v_1 = U_0 I_0 / v_0,$$

Звідси:

$$U_1 I_1 = U_0 I_0 v_1 / v_0, \quad (14)$$

$$U_1 I_1 = 18 \cdot 150 \cdot 1,667 = 4500 \text{ Вт.}$$

Початкова дугова потужність:

$$P_0 = U_0 I_0 = 18 \cdot 150 = 2700 \text{ Вт.}$$

Необхідна потужність для збереження $E_1 = 0,810$ кДж/мм при швидкості 5,56 мм/с:

$$P_1 = 4500 \text{ Вт.}$$

Приріст необхідної дугової потужності:

$$\Delta P_{\text{арс}} = 4500 - 2700 / 2700 \times 100\% = 66,7\%.$$

Розрахункову оцінку впливу роботизації подано у таблиці 1.

Табл. 1

Розрахункова оцінка впливу роботизації на швидкість зварювання, дугову енергію та умови стабілізації теплового процесу

Показник	Ручне зварювання	Роботизоване зварювання без корекції (U, I)	Роботизоване зварювання зі стабілізацією (q _l)
Час основного зварювання, хв	5	3	3
Довжина шва, мм	1000	1000	1000
Швидкість, мм/с	3,33	5,56	5,56
Струм, А	150	150	визначається WPS
Напруга, В	18	18	визначається WPS
Дугова потужність (UI), Вт	2700	2700	4500
Дугова енергія (E _l), кДж/мм	0,810	0,486	0,810
Відносна зміна (E _l), %	—	- 40,0%	0%

Цей результат означає, що скорочення часу основного зварювання на 40% саме по собі не гарантує стабільності теплофізичних умов. Якщо роботизований комплекс лише збільшує швидкість переміщення пальника, але не коригує U, I або інші параметри режиму, лінійний тепловий ефект зменшується. Це може змінити умови проплавлення, ширину шва, зону термічного впливу та ймовірність дефектів. Таким чином, логіку змін можна представити у вигляді послідовності: роботизація → стабілізація v, U, I → стабілізація q_l → стабільніша геометрія шва → зниження рівня дефектності. Це відповідає сучасним роботизованим підходам, у яких підтримання сталого тепловкладення може забезпечуватися адаптивним плануванням швидкості та траєкторії

Показники якості.

Отриманий результат показує, що ефективність роботизованого зварювального комплексу повинна оцінюватися не лише за скороченням тривалості операції, а й за здатністю підтримувати стабільний тепловий ефект. Саме стабілізація співвідношення між U, I та v є теплофізичною основою підвищення повторюваності формування шва. Непрямим підтвердженням стабілізації процесу є покращення статистичних показників якості шва. Середнє відхилення геометрії шва

зменшилися з 2,5 до 0,8 мм, стандартне відхилення – з 1,2 до 0,3 мм, а ймовірність дефекту – з 0,10 до 0,03.

Зменшення середнього відхилення шва:

$$\Delta\delta = (2,5 - 0,8) / 2,5 \times 100\% = 68\%.$$

Зменшення стандартного відхилення:

$$\Delta\sigma = (1,2 - 0,3) / 1,2 \times 100\% = 75\%.$$

Зменшення ймовірності дефекту:

$$\Delta p_d = (0,10 - 0,03) / 0,1 \times 100\% = 70\%.$$

Розрахунково встановлено, що скорочення часу основного зварювання з 5 до 3 хв за незмінних значень струму та напруги призводить до збільшення швидкості переміщення пальника та відповідного зменшення дугової енергії на одиницю довжини з 0,810 до 0,486 кДж/мм. Разом з тим рисунок 3 показує, що при роботизованому зварюванні зі стабілізацією тепловкладення дугова енергія підтримується на рівні ручного зварювання (0,810 кДж/мм) за рахунок узгодженого керування струмом, напругою та швидкістю переміщення пальника. Таким чином, роботизація без корекції режиму призводить до зниження тепловкладення, тоді як роботизоване зварювання зі стабілізацією забезпечує збереження необхідних теплофізичних умов формування шва. Непрямим підтвердженням підвищення стабільності процесу є зменшення середнього відхилення шва на 68,0 %, стандартного відхилення на 75,0 % і ймовірності дефекту на 70,0 %

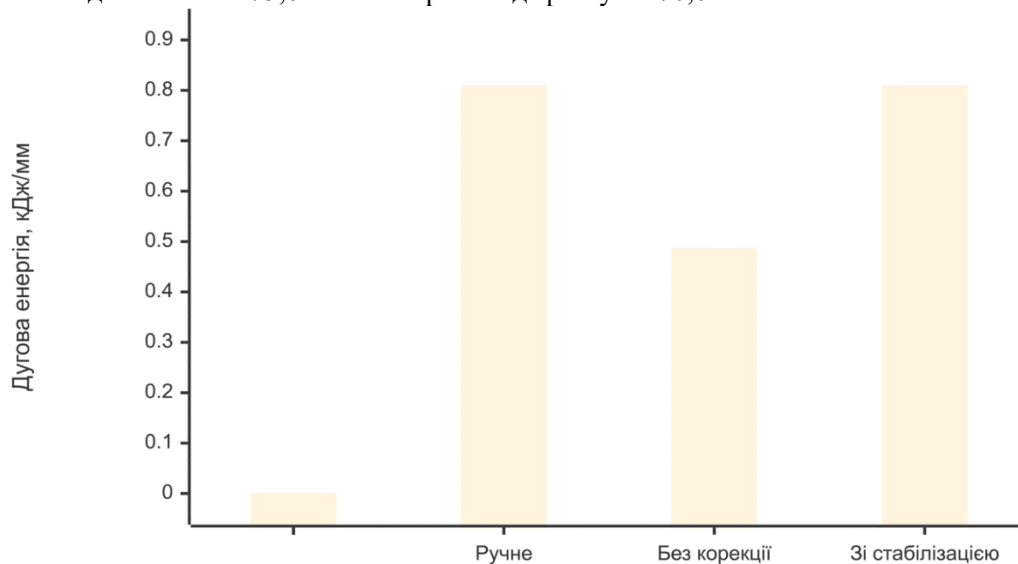


Рис. 3. Порівняння дугової енергії на одиницю довжини для ручного зварювання, роботизованого зварювання без корекції режиму та роботизованого зварювання зі стабілізацією тепловкладення

Як видно з рисунка 3, роботизоване зварювання без корекції режиму супроводжується зменшенням дугової енергії приблизно на 40 %, що може негативно впливати на глибину проплавлення та стабільність формування шва. Водночас використання стабілізації тепловкладення дозволяє підтримувати дугову енергію на рівні ручного зварювання, забезпечуючи необхідні теплофізичні умови процесу та підвищення повторюваності якості зварного з'єднання.

Новизна дослідження полягає в удосконаленні підходу до оцінювання ефективності роботизованого зварювального комплексу шляхом поєднання виробничих, якісних, економічних і теплофізичних показників процесу. На відміну від підходів, у яких ефективність роботизованого зварювання оцінюється переважно за продуктивністю, трудомісткістю або терміном окупності, у роботі ефективність пов'язано зі стабілізацією лінійного теплового ефекту, що визначається узгодженим керуванням струмом, напругою та швидкістю переміщення пальника. У роботі показано, що скорочення часу основного зварювання з 5 до 3 хв за незмінних струму та напруги призводить до зменшення дугової енергії на одиницю довжини з 0,810 до 0,486 кДж/мм, тобто на 40,0%. Це обґрунтовує необхідність не лише підвищення швидкості роботизованого зварювання, а й стабілізації теплофізичних параметрів процесу.

Удосконалено розрахункову схему оцінювання роботизованого зварювання, у якій технологічний ефект подано через послідовність: стабілізація траєкторії пальника → стабілізація швидкості зварювання → узгоджене керування U , I , v → стабілізація теплового ефекту →

зменшення відхилень геометрії шва – зниження рівня дефектності. Практична відмінність запропонованого підходу полягає в тому, що він дозволяє пояснити економічну ефективність роботизованого комплексу не лише скороченням часу операції, а й підвищенням повторюваності теплофізичних умов формування зварного шва.

Висновки.

1. Сформовано систему оцінювання ефективності роботизованого зварювального комплексу, яка поєднує теплофізичні, якісні, виробничі та економічні показники. До головних параметрів віднесено струм, напругу, швидкість переміщення пальника, дугову енергію на одиницю довжини, лінійний тепловий ефект, відхилення геометрії шва, рівень браку, продуктивність і термін окупності.

2. Розрахунково встановлено, що скорочення часу основного зварювання з 5 до 3 хв за незмінних значень струму $I=150$ А і напруги $U=18$ В збільшує швидкість переміщення пальника з 3,33 до 5,56 мм/с. За таких умов дугова енергія на одиницю довжини зменшується з 0,810 до 0,486 кДж/мм, тобто на 40,0%. Це підтверджує, що підвищення швидкості роботизованого зварювання потребує узгодженого керування U , I та v для стабілізації теплового процесу.

3. Показано, що стабілізація роботизованого процесу супроводжується покращенням показників якості шва. Середнє відхилення геометрії шва зменшилося з 2,5 до 0,8 мм, тобто на 68,0%; стандартне відхилення – з 1,2 до 0,3 мм, тобто на 75,0%; ймовірність дефекту – з 0,10 до 0,03, тобто на 70,0%. Це свідчить про підвищення повторюваності формування зварного з'єднання.

4. За тривалості стандартної операції 10 хв продуктивність ручного зварювання становить 48 шт. за 8-годинну зміну, а за тривалості роботизованої операції 6 хв – 80 шт./зміну. Приріст продуктивності становить 66,7%, а випуск придатної продукції з урахуванням зниження браку з 10% до 3% збільшується з 43,2 до 77,6 шт./зміну, тобто на 79,6%. Отже, ефективність роботизованого зварювального комплексу формується не лише за рахунок скорочення тривалості операції, а й через стабілізацію теплофізичних умов процесу та підвищення якості зварного з'єднання.

Список використаних джерел

1. Lu H., Wu Z., Zhang Y., Wang Y., Liu S., Huang H., Liu M., Liu S. Towards a UniformWeldingQuality: A Novel Weaving Welding Control Algorithm Based on Constant Heat Input. Materials. 2022. Vol. 15, No. 11. Article 3796. DOI: 10.3390/ma15113796.
2. Curiel D., Veiga F., Suarez A., Villanueva P. Advances in Robotic Welding for Metallic Materials: Application of Inspection, Modeling, Monitoring and Automation Techniques. Metals. 2023. Vol. 13, No. 4. Article 711. DOI: 10.3390/met13040711.
3. Придальний Б.І., Самчук Л.М., Гулієва Н.М., Сичук В.А. Підвищення надійності роботизованих виробничих систем на основі діагностики відмов, прогностичного обслуговування та поточного моніторингу. Наукові нотатки : міжвузівський зб. наук. праць. Вип. 85. 2026. С. 136-144. DOI:10.36910/775.24153966.2026.86.18
4. Ali R., El-Betar A., Magdy M. A review on optimization of autonomou swelding parameters for robotics applications. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2024. Vol. 134. P. 5065–5086. DOI: 10.1007/s00170-024-14396-9.
5. Liskevych O., Scotti A. Determination of the grossheat input in arc welding. Journal of Materials Processing Technology. 2015. Vol. 225. P. 139–150. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2015.06.005.
6. Arora H., Singh R., Brar G. S. Thermal and structural modelling of arc welding processes: A literature review. Measurement and Control. 2019. Vol. 52, No. 7–8. P. 955–969. DOI: 10.1177/0020294019857747.
7. Jorge V. L., Bendaoud I., Soulié F., Bordreuil C. Rear Weld Pool Thermal Monitoring in GTAW Process Using a Developed Two-Colour Pyrometer. Metals. 2024. Vol. 14, No. 8. Article 937. DOI: 10.3390/met14080937.
8. Wang Y., Lee W., Jang S., Truong V. D., Jeong Y., Won C., Lee J., Yoon J. Prediction of internal welding penetration based on IR the rmalimage supported by machine vision and ANN-model during automatic robot weldin gprocess. Journal of Advanced Joining Processes. 2024. Vol. 9. Article 100199. DOI: 10.1016/j.jajp.2024.100199.
9. Wahidi S. I., Oterkus S., Oterkus E. Robotic welding techniques in marine structures and production processes: A systematic literature review. Marine Structures. 2024. Vol. 95. Article 103608. DOI: 10.1016/j.marstruc.2024.103608.

10. Zenišek D., Broum T., Šimon M. Payback calculation refinement of industrial robot applications. *MM Science Journal*. 2023. October. P. 6785–6792. DOI: 10.17973/MMSJ.2023_10_2023077.
11. Pandey A., Reddy M. P. K., RamakrishnaCh. S., Zade S., Singh R. An analysis of the efficiency and accuracy of manual and autonomous four-wheeled linear welding across various parameters. *Discover Mechanical Engineering*. 2025. Vol. 4. Article 77. DOI: 10.1007/s44245-025-00166-8.
12. Sathick J., AzeezKhan A. A. A smart manufacturing paradigm for robotic welding process optimization through machine learning. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15. Article 42946. DOI: 10.1038/s41598-024-82590-6.
13. Hägele M., Nilsson K., Pires J. N. Industrial Robotics. In: Siciliano B., Khatib O. (eds.). *Springer Hand book of Robotics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. P. 963–986.
14. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І., ГаоСінмін. Технологічне оснащення фрезерних верстатів: проектування, теорія, практика. Монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2023. 292 с. ISBN 978-966-940-449-7.
15. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І. Приводи затискних механізмів металообробних верстатів. Монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2016. 352 с. ISBN 978-966-940-017-8.
16. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І. Проектування цільових механізмів маніпулювання верстатів нового покоління. Навчальний посібник. Вид. 2-ге. Луцьк: Вежа-Друк, 2014. 428 с. ISBN 978-617-7181-20-9.
17. Prydalnyi B.I. Mechatronic clamping mechanism with electro-hydraulic actuator for machine spindle units. *Perspective Technologies and Devices*. 2021. No. 18. P. 124–128. DOI: 10.36910/6775-2313-5352-2021-18-18.
18. Prydalnyi B. Mechatronic device for two-stage clamping of cylindrical objects in machine tool spindles. *Journal of Mechanical Engineering and Transport*. 2021. Vol. 13, No. 1. P. 118–123. DOI: 10.31649/2413-4503-2021-13-1-118-123.

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення: 28.05.2026

А.В. Сапронова [0009-0000-8418-0827](https://orcid.org/0009-0000-8418-0827), П.П. Фостик [0000-0002-4327-4293](https://orcid.org/0000-0002-4327-4293), В.Л. Алексенко

Херсонська державна морська академія

ІННОВАЦІЙНІ ТРАНСПОРТНО-ЛОГІСТИЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕРІАЛОЗНАВЧІ РІШЕННЯ У ПІСЛЯВОЄННОМУ ВІДНОВЛЕННІ ХЕРСОНЩИНИ

У статті досліджено проблеми та перспективи відновлення транспортної інфраструктури Херсонської області після масштабних руйнувань. Проаналізовано пошкодження промислових та інженерних об'єктів, визначено виклики для логістики та економічної активності регіону. На основі міжнародного досвіду (Європа, Азія) обґрунтовано необхідність поєднання фінансової підтримки з інноваційними технологічними рішеннями. Доведено системоутворюючу роль логістичних систем та запропоновано використання альтернативних рішень у короткостроковій перспективі, зокрема розвиток внутрішнього водного транспорту. Особливу увагу приділено впровадженню матеріалознавчих інновацій – полімерних і композиційних покриттів – для підвищення довговічності інфраструктури. Запропоновано стратегічні напрями відновлення на засадах принципів «Індустрія 4.0»

Ключові слова: повоєнне відновлення, економічний розвиток, структурна перебудова, транспортні технології, нові матеріали, внутрішні водні перевезення.

A.V. Sapronova, P.P. Fostyk, V.L. Aleksenko

INNOVATIVE TRANSPORT AND LOGISTICS TECHNOLOGIES AND MATERIALS SCIENCE SOLUTIONS IN THE POST-WAR RECOVERY OF THE KHERSON REGION

The article explores the challenges and prospects for restoring the transport infrastructure of the Kherson region following large-scale destruction. The research analyzes the damage to industrial and engineering facilities and identifies critical challenges for the region's logistics and economic activity. Drawing on international experience (Europe, Asia), the study substantiates the necessity of combining financial support with innovative technological solutions. The system-forming role of logistical systems is demonstrated, and alternative short-term solutions are proposed, specifically the development of inland water transport. Particular attention is paid to the implementation of materials science innovations – polymer and composite coatings – to enhance the durability of infrastructure. Strategic directions for post-war recovery are proposed based on the principles of "Industry 4.0."

Keywords: post-war recovery, economic development, structural transformation, transport technologies, advanced materials, inland water transport.

Постановка проблеми. Бойові дії на Півдні України спричинили критичні руйнування портової, транспортної та гідротехнічної інфраструктури Херсонщини, що негативно впливає на стан промислової, транспортної та інженерної інфраструктури, спричиняючи значні руйнування цих об'єктів та порушення їх функціональної придатності. Значного руйнування зазнали портова інфраструктура, транспортні мережі, інженерні споруди, гідротехнічні споруди, виробничі комплекси та інші критично важливі об'єкти. Окрім механічних пошкоджень, об'єкти зазнають інтенсивного фізичного зносу через корозійні процеси в агресивних середовищах [1]. В умовах повоєнного відновлення більшості промислових та інженерних споруд, одним із ключових завдань є забезпечення довговічності та надійності при одночасному зниженні витрат ресурсів і часу на реконструкцію цих об'єктів. При цьому за аналітичною оцінкою, представленою у звіті *Rapid Damage and Needs Assessment (RDNA4)*, підготовленого Світовим банком, Європейською Комісією, ООН та Урядом України, потреби у відновленні Херсонської області становлять близько 35,2 млрд дол. США. У звіті вказано, що основними напрямками, які потребують фінансування, є відновлення житла, транспортної інфраструктури, промислових об'єктів, інженерних споруд, енергетики, бізнесу та агросектору. Остаточна сума повоєнного відновлення регіону, очевидно, буде більшою рази [2]. У цьому контексті критичного значення набуває впровадження сучасних матеріалознавчих рішень, здатних підвищити експлуатаційну надійність споруд при оптимізації витрат на реконструкцію.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз наукових праць свідчить, що значна увага українських науковців зосереджена на системному вивченні та узагальненні ефективних практик післявоєнного відновлення європейських країн після Другої світової війни з метою їх інтеграції у формування стратегій повоєнної реконструкції України. Ольга Берданова та Іван Дагаєв [3] розглядають концептуальні підходи до повоєнного відновлення країн після воєнних конфліктів, які характеризуються багатоаспектністю та охоплюють проблематику від розмінування територій зазначених країн до трансформацій соціальних, економічних, політичних, тощо. А.П. Дука, Г. В. Старченко [4] систематизували та узагальнили досвід повоєнної відбудови таких країн як Німеччина, Японія, Південна Корея, Боснія і Герцеговина, Сінгапур. Досвід цих країн може сформувати основу для обґрунтування та реалізації стратегії відновлення України після перемоги.

© А.В. Сапронова, П.П. Фостик, В.Л. Алексенко

О.А.Бородіна, В.І. Ляшенко [5] у своєму дослідженні присвятили теоретичному аналізу досвіду країн світу у впровадженні програм повоєнного відновлення економіки. Історична компонента розглядається у двох напрямках – як розвиток повоєнної Європи, так і програми міжнародної допомоги азіатським країнам – Японії, Кореї, Сінгапуру тощо. Актуалізовано сучасний стан економіки України, виділено внутрішні та зовнішні виклики, запропоновано систематизовані етапи процесу повоєнного відновлення національної економіки. Чимало наукових праць посиляється на роль плану Маршалла [6, 7]. Але більшість авторів зосереджується на впливі масштабної економічної допомоги, за цим планом, не аналізуючи власних організаційно-структурних доробок країн-реципієнтів, які теж були ключовими факторами «економічного дива». Особливо цікавими в цьому плані, на погляд авторів даної статті, є досвід Австрії та Італії.

Ключовими факторами швидкого відновлення економіки Австрії стали жорсткі заходи щодо стримування інфляції, орієнтація на розвиток промисловості й зовнішньої торгівлі, а також соціально-політична стабільність. Особливий науковий інтерес становить унікальна система взаємодії між професійними спілками, роботодавцями і урядом, яка забезпечила «соціальний мир» та стабільність цін і заробітної плати. Фокус на розвитку нових технологій, металургії, паперової промисловості та машинобудування забезпечив структурну перебудову економіки [8]. Особливе значення у відновлювальних процесах відіграли розроблення і впровадження нових матеріалів, зокрема високоефективних захисних і конструкційних рішень, що забезпечили підвищення довговічності інфраструктури, зниження експлуатаційних витрат і прискорення відбудови.

Відповідно до наявної інформації, досвід відновлення Італії після Другої світової війни, відомий як «італійське економічне диво», є одним із найвиразніших прикладів швидкої модернізації. Країна у 1945 році була аграрною та зруйнованою, проте за 15 років перетворилася на одну з провідних промислових держав світу. Крім загальних ключових факторів, Італія стала одним із засновників Європейської економічної спільноти у 1957 році. До того ж країна зосередилася на товарах широкого вжитку (побутова техніка, авто, одяг), які мали значний попит у повоєнній Європі. Італійці зробили ставку на естетику та дизайн, а велика кількість сімейних середніх та малих підприємств дозволяла швидко адаптуватися до змін ринку. Найцікавішим є те, що Італія обрала модель «змішаної економіки», де держава відігравала роль інвестора через IRI (Інститут промислової реконструкції) [9].

Наведені приклади показують, що у світлі особливостей кризових явищ сучасного періоду в економіці України особливої актуальності набуває активізація власної інвестиційної діяльності та її спрямування на інновації в реальному секторі. Це продиктовано умовами, які склалися в українській економіці та визначили стан її відтворювальної структури. Враховуючи, що зазвичай п'ять факторів визначають можливість переходу регіонів на шлях інноваційного розвитку, а саме: володіння природними ресурсами, виробнича орієнтація, інноваційний потенціал (зокрема індекс локалізації науки) та ефективність регіональної політики, — то саме співвідношення цих факторів визначає стратегію руху конкретного регіону. Тобто кожна область має сформувати власну факторно-варіативну модель інноваційного розвитку, яка може суттєво відрізнитися від інших регіональних моделей за ступенем впливу вказаних факторів. На жаль, відновлення окремих громад розпочинається без розроблення комплексних підходів до майбутнього розвитку економіки держави, що може призвести до неефективного використання коштів [10].

Мета та завдання дослідження. Аналіз викликів післявоєнного відновлення інфраструктури Херсонської області та розроблення інноваційних підходів до їх подолання.

Основний матеріал. Враховуючи наведений досвід повоєнного відновлення зарубіжних країн, а також сучасні виклики для економіки України, доцільно зазначити, що транспортна інфраструктура та логістичні системи відіграють системоутворювальну роль у забезпеченні економічного зростання та регіонального розвитку. Саме ефективність функціонування транспортних технологій значною мірою визначає швидкість відновлення виробничих зв'язків, рівень інтеграції до національних і міжнародних ринків, а також загальну конкурентоспроможність регіону. У цьому контексті особливої уваги потребує дослідження економічного значення транспортних технологій та логістики як ключових інструментів відновлення Херсонської області. Їхній вплив на економіку проявляється через низку взаємопов'язаних аспектів, серед яких визначальними є структура витрат, ефективність використання ресурсів, забезпечення безперервності ланцюгів постачання та стимулювання інвестиційної активності.

З огляду на зазначене, доцільно більш детально розглянути ключові механізми впливу логістики на економічні показники. Ці аспекти проявляються у кількох взаємопов'язаних напрямках. Насамперед у розвинених країнах витрати на логістику становлять від 6% до 25% валового

внутрішнього продукту (ВВП), тоді як сукупна вартість транспортних активів може досягати половини обсягу національної економіки, що підтверджує їхню стратегічну роль. Важливим фактором є також оптимізація витрат, оскільки основною функцією логістики є мінімізація витрат на транспортування та зберігання продукції, що безпосередньо впливає на зростання прибутковості підприємств і зниження кінцевої вартості товарів для споживачів. Водночас ефективно організована логістична система забезпечує розвиток внутрішньої та зовнішньої торгівлі, створюючи умови для виходу підприємств на міжнародні ринки, підвищення експортного потенціалу та надійності ланцюгів постачання. Не менш важливим є вплив транспортної інфраструктури на економічну активність, оскільки інвестиції в розвиток автомобільних доріг, портів і залізничних мереж сприяють зростанню сукупного попиту, активізації підприємницької діяльності та створенню нових робочих місць, формуючи мультиплікативний ефект у національній економіці.

За даними Світового банку (*World Bank*), якість логістичної інфраструктури безпосередньо корелює з індексом конкурентоспроможності країни. Вона є одним із наріжних каменів національної конкурентоспроможності, що визначає швидкість обміну товарами, вартість логістики та мобільність робочої сили.

У таблиці 1 наведено дані про те, як саме інфраструктура впливає на позиції держави у світі та які країни є лідерами в цій сфері. Якість доріг, портів, залізниць та аеропортів прямо пов'язана з економічними показниками через такі механізми:

- Зниження собівартості продукції: висока якість доріг та автоматизація портів зменшують логістичні витрати, які в країнах, що розвиваються, можуть сягати 20–25% від вартості товару (проти 8–10% у розвинених країнах);
- Залучення інвестицій: транснаціональні корпорації обирають країни з розвинутою інфраструктурою для розміщення виробничих потужностей (модель «*just-in-time*»);
- Інтеграція у глобальні ланцюги вартості: можливість швидко експортувати компоненти та імпортувати сировину робить країну частиною світового ринку;
- Ефект масштабу: якісне сполучення розширює внутрішній ринок, дозволяючи місцевим компаніям обслуговувати більше клієнтів за менший час.

При цьому основним показником для порівняння є Індекс глобальної конкурентоспроможності (GCI) від Світового економічного форуму (WEF) та Індекс ефективності логістики (LPI) від Світового банку.

Табл. 1.

Провідні країни за якістю інфраструктури (за даними WEF та Світового банку) [11]

Країна	Сильні сторони	Чому це важливо
Сінгапур	Інноваційний морський порт та аеропорт Чангі	Хаб для всієї Південно-Східної Азії
Нідерланди	Висока зв'язність портів та якість доріг у Європі	«Ворота в Європу» через порт Роттердам
Гонконг	Найвища щільність та висока ефективність громадського транспорту	Ідеальна міська мобільність
Японія	Високорозвинута мережа швидкісних залізниць	Ефективне переміщення мільйонів людей щодня.

Транспортна інфраструктура — це не просто сукупність доріг та мостів, а стратегічний інструмент економічного розвитку держави. Країни, що інвестують у цифровізацію логістики та екологічний транспорт, здобувають перевагу в боротьбі за капітал, що забезпечує стійке економічне зростання, технологічне лідерство та підвищення добробуту населення.

Ефективність логістичних систем є критичною для реабілітації регіонів після збройних конфліктів. Підвищення якості інфраструктури стимулює зростання ВВП через мультиплікативний ефект, гарантує стабільність ланцюгів постачання та активізує інвестиції. Водночас приклади окремих областей доводять, що навіть локальні руйнування транспортної мережі можуть мати катастрофічні наслідки. Яскравим прикладом є Херсонщина, де знищення ключових магістралей, зокрема Антонівського мосту, паралізувало логістику та соціально-економічне життя регіону. Цей об'єкт, що забезпечував автомобільне та залізничне сполучення між Херсоном, Олешками та Голою Пристанню, був основною артерією для доставки товарів і гуманітарної допомоги. Його руйнування призвело до ізоляції частин області, розірвало господарські зв'язки та значно погіршило мобільність населення.

Фактично, знищення Антонівського мосту розділило регіон на два автономні сегменти, розірвавши ключовий логістичний вузол півдня України. Хоча офіційна статистика щодо валового регіонального продукту (ВРП) за 2022–2024 роки ще не оприлюднена повністю, експертні оцінки вказують на падіння економіки Херсонщини на 60–80% від довоєнного рівня. Оскільки 94% території області зазнали впливу бойових дій або окупації, відсутність мосту унеможливила відновлення єдиного господарського комплексу. За даними *Kyiv School of Economics (KSE)*, збитки транспортної інфраструктури України сягають \$38,5 млрд, і Херсонська область є однією з найбільш постраждалих. Крім того, підлив Каховської ГЕС посилив негативні наслідки, позбавивши агросектор доступу до зрошувальних систем [12].

Згідно з планами профільних міністерств, відбудова мосту розпочнеться одразу після повної деокупації лівобережжя та стабілізації безпекової ситуації. Це є необхідною передумовою для економічної реінтеграції регіону. Проте відновлення Антонівського мосту є надскладним інженерним завданням. За оцінками експертів, термін робіт може становити від 2 до 5 років. Ефективна реалізація такого проєкту потребує застосування інноваційних матеріалів і прогресивних матеріалознавчих рішень, спрямованих на забезпечення довговічності об'єктів.

Оскільки більшість транспортних і гідротехнічних споруд регіону експлуатуються в умовах підвищеної вологості, солоності та значних механічних навантажень, традиційні методи захисту (наприклад, лакофарбові покриття) не забезпечують належної тривалості служби. У зв'язку з цим актуалізується потреба у впровадженні високоефективних полімерних композицій: епоксидних, поліуретанових та полімерцементних [13, 14, 15, 16]. Вони мають високу адгезійну міцність, хімічну стійкість та здатність до самовідновлення мікропошкоджень. Застосування «розумних» полімерних матеріалів (*smart coatings*) із функціями моніторингу стану поверхні відкриває можливості для цифрового контролю інфраструктури в рамках концепції «Індустрії 4.0».

Інтеграція матеріалознавчих інновацій із логістичними технологіями створює синергетичний ефект:

- У судноремонті: сучасні покриття зменшують опір руху суден, що підвищує паливну ефективність.
- У мостобудуванні: використання полімерних композицій дозволяє скоротити терміни будівництва, зменшити вагу конструкцій та підвищити їхню стійкість до динамічних навантажень.

Отже, впровадження інноваційних матеріалів є невід'ємною складовою стратегії післявоєнного відновлення, що забезпечує перехід до ресурсоефективних рішень [17]. Хоча встановлення тимчасових понтонних переправ можливе протягом кількох місяців після стабілізації фронту, через особливості русла Дніпра це лише короткостроковий захід [18]. Глобальним викликом залишається тривалий час, необхідний для капітальної відбудови, що висуває вимогу до пошуку структурних рішень для збереження економічного потенціалу Херсонщини.

Одним із перспективних шляхів розв'язання цієї проблеми є розвиток малого флоту та внутрішнього судноплавства. Це може стати дієвою альтернативою для забезпечення логістики Херсонщини до моменту повного відновлення Антонівського мосту. У цьому контексті пріоритетними завданнями є:

1. Налагодження пасажирських перевезень: використання швидкісних катерів для сполучення між правим та лівим берегами Дніпра. Це дозволить частково замінити автомобільний транспорт для щоденних поїздок населення та задоволення гуманітарних потреб.
2. Транспортування малогабаритних вантажів: оперативна доставка продуктів, ліків та пошти до населених пунктів, доступ до яких сухоходом обмежений або небезпечний.
3. Створення мережі мобільних причалів: облаштування тимчасових споруд на базі існуючих об'єктів, що дозволить гнучко адаптувати логістичні маршрути відповідно до безпекової ситуації.
4. Забезпечення економічної ефективності: річкові перевезення потребують менших капітальних вкладень порівняно з будівництвом мостів і дозволяють транспортувати значні обсяги ресурсів за відносно низьких витрат на паливо.
5. Підтримка локальної економіки: відновлення роботи річкових портів та залучення приватного сектору до перевезень створить нові робочі місця в прибережних районах.

Згідно зі Стратегією розвитку внутрішнього водного транспорту України, реалізація таких заходів у короткостроковій перспективі (до одного року) є пріоритетною для деокупованих територій. Досвід багатьох країн підтверджує ефективність цього підходу:

- В'єтнам: у дельті Меконгу малий флот є основою місцевої логістики, забезпечуючи транспортування агропродукції та пасажирів.
- Китай: внутрішні річкові системи (Янцзи, Чжуцзян) обслуговуються тисячами малих суден, що забезпечують підвезення вантажів до великих морських портів.
- Німеччина: разом із Нідерландами є лідером ЄС за обсягами річкових перевезень, обслуговуючи важку промисловість вздовж Рейну.
- Італія: є лідером ЄС за обсягами каботажних перевезень (302 млн тонн), активно використовуючи малі судна для з'єднання портів.

Окремої уваги заслуговують Нідерланди, де мале судноплавство забезпечує 10% валової доданої вартості морського сектору ЄС. Модель організації галузі в цій країні є еталонною для запозичення досвіду:

- Мультиmodalна логістика («Остання миля»): малі судна з'єднують глибоководні порти (Роттердам, Амстердам) із внутрішніми районами.
- Міський транспорт: у Роттердамі та Амстердамі працюють водні автобуси (*Waterbus*), що розвантажують автошляхи та з'єднують віддалені райони з центром.
- Інноваційна платформа: країна використовує малий флот для тестування автономного судноплавства та суден на водневому паливі (проект *Condor H2*) [19, 20].

Наведені приклади свідчать, що розвиток внутрішнього судноплавства суттєво знижує логістичні витрати та рівень викидів CO₂, стаючи ключовим інструментом стратегії сталого розвитку. Як демонструє таблиця 2, обсяг вантажоперевезень внутрішніми водними шляхами безпосередньо корелює з Індексом глобальної конкурентоспроможності (*GCI*): країни з розвиненим річковим транспортом мають більш стійку та ефективну економіку.

Табл. 2

Вантажоперевезення по внутрішнім водним шляхам в регіоні ЄЕК 2009-2016 роки (в млн. тонно-кілометрів) [11]

Країна	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Австрія	2003	2376	2123	2191	2353	2177	...	1962
Білорусь	83	110	143	134	84	49	21	21
Бельгія	7087	9071	9251	10421	10364	10451	10426	10331
Болгарія	5436	6048	4310	5349	5366	5074	5596	5477
Угорщина	1831	2393	1840	1982	1924	1811	1824	1975
Німеччина	55497	62278	55027	58488	60070	59093	55315	54347
Італія	54	135	144	81	89	64	62	67
Люксембург	279	359	305	290	313	285	235	...
Нідерланди	35639	40285	46410	47535	48600	49413	48535	49399
Польща	1020	...	...	127	87	104	83	105
Республіка Молдова	1	0	0	0	1	1	0	0
Російська Федерація	51835	52880	58174	76274	72547	69207	60259	...
Румунія	11765	14317	11409	12519	12242	11760	13168	13159
Сербія	872	875	726	605	701	759	865	...
Словачія	899	1189	931	986	1106	906	741	903
Фінляндія	61	76	90	124	121	135	128	103
Франція	8410	9115	8704	8622	8849	8524	8314	8135
Хорватія	717	941	962	772	771	716	879	836
Чехія	33	43	42	38	25	27	33	36
Швейцарія	41	40	37	50	49	43	47	30
Україна	2745	3837	2218	312	216	258	284	227
Всього	168318	206368	202846	226900	225878	217857	206915	147107

Наразі наслідки для судноплавства та загальної інфраструктури Херсонської області є катастрофічними. Повноцінно оцінити масштаб трагедії та визначити обсяг необхідних ресурсів для відбудови буде можливо лише після повної деокупації. Надалі відродження галузі потребуватиме розчищення та розмінування суднового ходу, портів і терміналів, відновлення гідротехнічних споруд (зокрема Каховського шлюзу), а також системи навігаційно-гідрографічного забезпечення.

Слід наголосити: якщо процес відновлення триватиме роками, регіон ризикує втратити статус цілісної територіально-господарської одиниці. Тому вже сьогодні актуальною є розробка цільової програми впровадження транспортних технологій для повоєнної відбудови Херсонщини та її інтеграція до Стратегії розвитку області до 2027 року.

Мале суднобудування та реновація флоту є стратегічними напрямками для регіону, що має унікальне поєднання річкових та морських шляхів. Через трансформацію логістики після руйнації Каховської ГЕС виникла гостра потреба у будівництві суден із малою осадкою, адаптованих до нових умов русла Дніпра. Відразу після завершення бойових дій доцільно відновити потужності провідних підприємств: Херсонського суднобудівного заводу, ДП «Паллада», верфі «Оріон» тощо. Це дозволить не лише ремонтувати малий флот, а й налагодити випуск безкіпажних підводних апаратів, критично необхідних для розмінування акваторій. Перспективною є ініціатива Херсонської ОВА щодо залучення досвіду Нідерландів (концепція «Херсон-Роттердам») для створення сучасних судноремонтних хабів [21].

Важливим чинником є концентрація в регіоні наукового потенціалу: Херсонської державної морської академії (ХДМА), ХНТУ та філії НУК імені адмірала Макарова. Зокрема, наукова школа ХДМА має значні напрацювання рівня «Індустрії 4.0», що захищені патентами та стосуються застосування епоксикомпозитних матеріалів, технологій перевалки на необладнаному березі [22] та проєктів суден на «зеленому» паливі.

Розвиток галузі створить потужний мультиплікативний ефект: одне робоче місце в суднобудуванні генерує від 5 до 10 місць у суміжних секторах. Це сприятиме підвищенню якості людського капіталу та рівня життя в регіоні. Враховуючи євроінтеграційний курс, пріоритетами на найближчі роки є екологізація флоту, цифровізація та впровадження стандартів ООН у сфері сталого розвитку [11]. Серед ключових стратегічних рекомендацій ЄЕК ООН варто виділити:

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 1: Поліпшення координації зусиль щодо розвитку сучасної, надійної та стабільної інфраструктури мережі водних шляхів категорії E.

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 2: надання нового імпульсу зусиллям щодо створення надійної нормативно-правової бази, спрямованої на підвищення ефективності та безпеки внутрішнього водного транспорту.

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 3: Визначення заходів щодо збільшення частки ВВТ та прискорення його інтеграції в мультимодальні транспортні та логістичні ланцюжки.

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 4: Стимулювання модернізації та екологізації флоту та інфраструктури з метою більш ефективного вирішення завдань з охорони навколишнього середовища (обмін передовим досвідом, підтримка програм та експериментальних розробок, спрямованих на модернізацію та екологізацію флоту, використання рухових установок з низьким та нульовим рівнем викидів та застосування альтернативних видів палива.

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 5: Сприяння розвитку та загальноєвропейському використанню річкових інформаційних служб (PIC) та інших інформаційних технологій (IT).

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 6: сприяння процесам автоматизації, цифровізації та інших інновацій у галузі ОБТ (сприяння розвитку автоматизації).

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 7: Розв'язання завдань, пов'язаних із ринком робочої сили, на загальноєвропейському рівні, підвищення привабливості галузі та мобільності професійних кадрів.

- Стратегічна рекомендація ЄЕК ООН № 8: Безпека, охорона та кібербезпека на ВВТ – протидія терористичним та іншим зовнішнім загрозам (дослідження питань безпеки у внутрішньому судноплаванні; сприяння впровадженню формалізованої культури безпеки на ВВТ.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Проведений аналітичний аналіз та узагальнення наукових джерел дозволили встановити, що транспортно-логістична інфраструктура є визначальним чинником відновлення економіки Херсонщини. Руйнування ключових об'єктів транспортної інфраструктури, таких як Антонівський міст, призвело до системної дестабілізації логістичних ланцюгів, зростання витрат на транспортування, зниження мобільності населення та суттєвого скорочення валового регіонального продукту. При цьому на основі аналізу міжнародного досвіду повоєнної відбудови доведено, що ефективність відновлення значною мірою залежить не лише від обсягів зовнішньої фінансової допомоги, але й від здатності держави та регіонів формувати власні інституційні, технологічні та організаційні рішення. У цьому контексті особливого значення набуває розвиток транспортно-логістичних технологій як інструменту активізації економічної діяльності. Такий підхід забезпечить транспортну доступність територій та передумови для

економічної реінтеграції. Херсонська область має всі передумови (географічні, виробничі та наукові) для формування спеціалізації у цій сфері на засадах «Індустрії 4.0».

Подальші дослідження будуть спрямовані на розроблення економіко-математичних моделей функціонування альтернативних логістичних систем у повоєнний період з урахуванням показників Індексу глобальної конкурентоспроможності (*GCI*) [23].

Роботу виконано за рахунок коштів гранту Президента України, наданого Національним фондом досліджень України («Створення полімерних покриттів призначених для захисту і післявоєнного відновлення поверхонь промислових об'єктів та інженерних споруд»). Ідентифікатор заявки 2025.05/0003).

Список використаних джерел

1. Ming Nie, Hongjia Huang, Yuan Dai, Wensheng, Pengxiao Jiang, Weijun Yang. Experiment on Chloride Ion Content of Concrete Structure in Coastal Salt-fog Area. *MATEC Web of Conferences*. 2016. 67, 03014. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20166703014>
2. World Bank. Ukraine - Fourth Rapid Damage and Needs Assessment (RDNA4): February 2022 – December 2024. *World Bank Group*. 2025. 114, 1-120. <http://documents.worldbank.org/curated/en/099022025114040022>
3. Берданова О., Дагаєв І. Міжнародний Досвід Повоєнного Відновлення Країн. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Національна безпека*. 2024. 2(2), 25-30. <https://doi.org/10.17721/3041-1912.2024/2-4/11>
4. Дука А.П., Старченко Г.В. Світовий досвід повоєнного відновлення економіки: уроки для України. *Проблеми сучасних трансформацій*. 2022. 6, 1-12. <https://doi.org/10.54929/2786-5738-2022-6-03-06>
5. Бородіна О.А., Ляшенко В.І. Повоєнне відновлення економіки: світовий досвід та спроба його адаптації для України. *Вісник економічної науки України*. 2022. 1(42), 121-134. [https://doi.org/10.37405/1729-7206.2022.1\(42\).121-134](https://doi.org/10.37405/1729-7206.2022.1(42).121-134)
6. Гороховський О. Аналог Плану Маршалла для України. *Без брехні*. 2024. URL: <https://without-lie.info/kontrol-vidnovlennia/analoh-planu-marshalla-dlia-vidnovlennia-ukrainy-fiktsiia-chy-realnist/> (дата звернення: 10.02.2026).
7. План Маршалла – класика та еталон відновлення. *Агентство відновлення*. 2023. URL: <https://restoration.gov.ua/blog/plan-marshalla-klassyka-ta-etalon-vidnovlennya> (дата звернення: 01.02.2026).
8. Солдатов О. Австрія на шляху подолання економічних наслідків війни (1945–1955 рр.). *Наукові записки НаУКМА. Історичні науки*. 2010. 104, 52-56.
9. Скрибка І.Ю., Петришина Н.В. Італійське «Економічне диво». *Збірник матеріалів конференції НПУ імені М.П. Драгоманова*. 2016. 1, 1-6.
10. Самойлюк М. Центр економічної стратегії. Що з економікою регіонів під час війни. *Центр економічної стратегії*. 2024. URL: <https://ces.org.ua/state-of-the-ukrainian-regions/> (дата звернення: 11.02.2026).
11. White Paper on the Progress, Accomplishment and Future of Sustainable Inland Water Transport. *UNECE*. 2020. 279, 1-99. URL: https://unece.org/DAM/trans/main/sc3/publications/IWW_WhitePaper_ECE_TRANS_279.pdf
12. Звіт про прямі збитки інфраструктури від руйнувань внаслідок військової агресії Росії проти України станом на початок 2024 року. *Київська школа економіки*. 2024. 1, 39-45. URL: https://kse.ua/wp-content/uploads/2024/04/01.01.24_Damages_Report.pdf
13. Сапронов О.О., Даниленко Д.О., Сапронова Л.О., Фостик П.П., Банга М.М., Воробйова В.В. Оптимізація складу полімерного покриття з використанням програмного забезпечення STATGRAPHICS. *Матеріали конференції ТНТУ імені Івана Пулюя*. 2025. 1, 103-104.
14. Sapronov O.O., Demchenko V.L., Sharanov V.D., Danylenko D.O., Sapronova A.V., Sotsenko V.V., Vorobiov P.O., Yurenin K.Yu., Fostyk P.P., Banha M.M., Sytnyk I.O. Investigation of properties and structure of polymer coatings based on epoxy polymer and trimethoprim. *Functional Materials*. 2025. 32(4), 578-585. <https://doi.org/10.15407/fm32.04.578>
15. Сапронов О.О., Шаранов В.Д., Воробйов П.О., Сапронова А.В., Настасенко В.О., Палагній В.І. Новітні полімерні матеріали для антикорозійного захисту поверхонь суднових вантажних та палубних механізмів. *Науковий вісник Херсонської державної морської академії*. 2021. 2(25), 48-58.

16. Buketov A., Sapronov O., et al. Investigation of the protective properties of epoxy-composite coatings in aggressive media. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2019. 7(8), 245-255. <https://doi.org/10.3390/jmse7080245>
17. Трефілова Я. Легендарний Антонівський міст. Історія будівництва. Особливості споруди. *Kherson future*. 2023. URL: <https://kherson-future.com.ua/uk/eternal-legendarnyj-antonivskiy-mist-istoriya-budivnytstva-osoblyvosti-sporudy> (дата звернення: 13.02.2026).
18. Звіт про прямі збитки інфраструктури від руйнувань внаслідок військової агресії Росії проти України станом на початок 2024 року. *Київська школа економіки*. 2024. 1, 39. URL: https://kse.ua/wp-content/uploads/2024/04/01.01.24_Damages_Report.pdf
19. Як внутрішні водні шляхи стали найважливішим фактором розвитку економіки Піднебесної. *Асоціація Українсько-Китайського співробітництва*. 2021. URL: <https://aucc.org.ua/14449-2/> (дата звернення: 13.02.2026).
20. Тимошук О.М., Горошко К.О. Європейський досвід забезпечення розвитку річкових судноплавних компаній. *Проблеми економіки*. 2015. 4, 73-78. URL: https://www.problecon.com/export_pdf/problems-of-economy-2015-4_0-pages-73_78.pdf
21. Відновлення після війни: Херсон та Роттердам обмінюються досвідом. *Херсонська міська військова адміністрація*. 2023. URL: <https://miskrada-ks.gov.ua/news/vidnovlennia-pislia-vijny-kherson-ta-rotterdam-obminiuiutsia-dosvidom> (дата звернення: 10.02.2026).
22. Сапронов О.О., Алексенко В.Л., Фостик П.П. Спосіб рейдового розвантаження і навантаження суден біля необладнаного берега. *Заявка на патент України на корисну модель (u202502777)*. 2025. URL: <https://sis.nipo.gov.ua/uk/search/detail/1860978/>
23. Хетагурова Н.О. Значення підприємств водного транспорту в національній економіці України. *Економіка та суспільство*. 2024. 61, 1-7. <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2024-61-125>

Дата надходження статті до видання: 22.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

В. Курка¹ [0000-0003-1247-6770], Г. Герасимчук² [0000-0002-1348-4927],
О. Карлаш [0009-0003-1595-1597], Б. Онищенко¹ [0009-0009-0350-4275], О. Лаврінченко¹ [0000-0003-1347-6668],
Н. Гаркуша¹ [0009-0009-9316-1375], Ю. Росамаха¹ [0000-0001-9818-0246]

ДОСЛІДЖЕННЯ СИЛОВИХ ХАРАКТОРИСТИК ГРУНТООБРОБНИХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ

¹Національний університет біоресурсів та природокористування України

²Луцький національний технічний університет

У роботі наведено методика та пристрій для випробувань та результати статистичної обробки динамометричних показників плужного корпусу на прикладі плуга ПЛН 3-35. Авторами здійснено порівняльну оцінку енергетичних та силових параметрів взаємодії робочої поверхні корпусу плуга з ґрунтовим середовищем, що дозволяє визначити три складових результуючої сили опору при обробці ґрунту і дозволяє більш точно враховувати їх при проектуванні нових поверхонь ґрунтообробних робочих органів.

Ключові слова: полиця корпусу плуга, силові характеристики, тяговий опір, обробіток ґрунту, тензометрування, енергоємність.

V. Kurka, H. Herasymchuk, O. Karlash, B. Onishchenko, Lavrinenko, N. Garkusha,
Y. Rosamaha

STUDY OF THE FORCE CHARACTERISTICS OF SOIL-WORKING IMPLEMENTS

This paper presents a methodology and apparatus for testing, as well as the results of statistical analysis of the dynamic performance of a plow body, using the PLN 3-35 as an example. The authors conducted a comparative assessment of the energy and force parameters of the interaction between the working surface of the plow body and the soil, which makes it possible to identify the three components of the resultant resistance force during soil cultivation and allows for their more accurate consideration when designing new surfaces for soil-working implements.

Keywords: plow body beam, power characteristics, traction resistance, soil cultivation, strain gauge measurement, energy consumption.

Постановка проблеми. Проектування інноваційних ґрунтообробних інструментів потребує створення принципово нових підходів до формування їхніх робочих поверхонь. Розробка уточненої методики геометричної побудови та відповідної експериментальної бази дозволить глибше розкрити механіку взаємодії системи «робочий орган - ґрунт». Це, у свою чергу, дасть змогу встановити чітку математичну залежність між параметрами кривизни поверхні та фізико-механічними характеристиками середовища, забезпечуючи суттєве зниження енерговитрат і підвищення якості технологічного процесу.

Постановка завдань. Метою дослідження є вплив фізико-механічних властивостей ґрунту на геометричні та конструктивні параметри ґрунтообробних робочих органів, а саме при розробленні нових поверхонь оптимальної кривизни.

Матеріали та методи. Експерименти проводилися з використанням нового пристрою для визначення силових характеристик ґрунтообробних робочих органів та з використанням корпусу плуга ПЛН-3-35.

Викладення основного матеріалу. Головним завданням розробленого обладнання є повна динамометрична оцінка зусиль, що виникають на робочому органі, шляхом реєстрації трьох векторних компонентів сили опору [1].

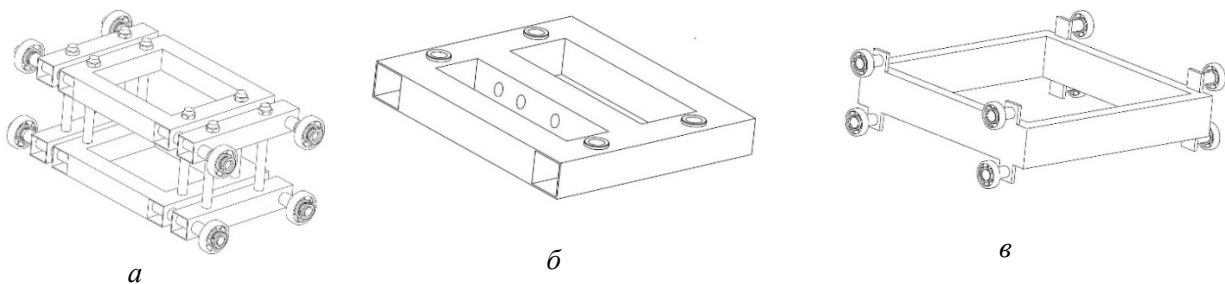


Рис. 1. Рами для вимірювання складових сил опору

а - рама, для вимірювання бокової складової сили опору; б - рама, для вимірювання вертикальної складової сили опору; в - рама, для вимірювання поздовжньої складової сили опору

© В. Курка, Г. Герасимчук, О. Карлаш, Б. Онищенко,
О. Лаврінченко, Н. Гаркуша

Конструктивна схема пристрою для динамометрування базується на системі взаємопов'язаних рам, кожна з яких відповідає за фіксацію певної складової сили опору (вертикальної, бокової та поздовжньої). Фіксація зусиль здійснюється за допомогою трьох тензорезисторних датчиків, що працюють на розтяг-стиск, а загальна рама забезпечує жорстке з'єднання вимірювального комплексу з навіскою трактора [2].

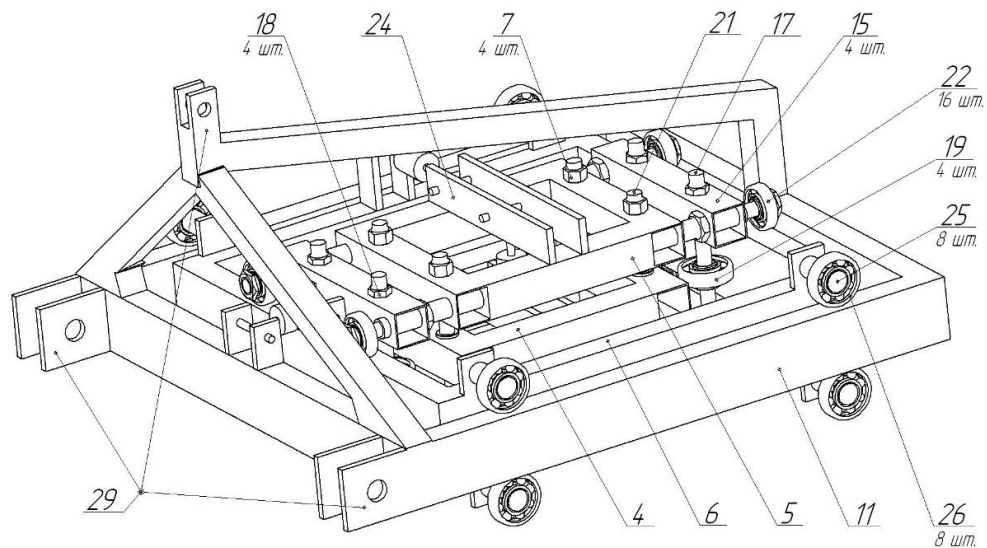


Рис. 2. Пристрій, загальний вигляд

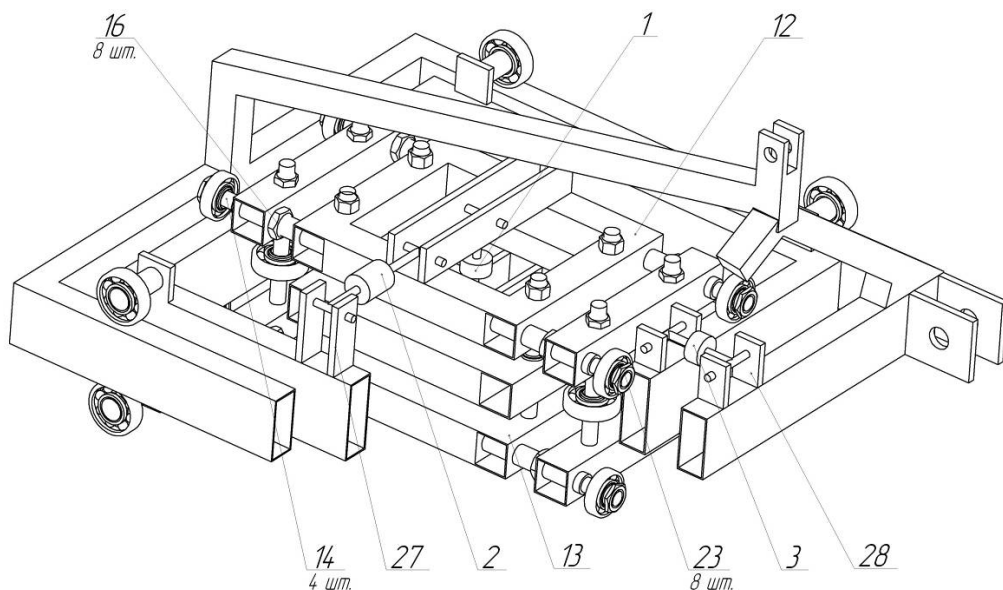


Рис. 3. Тензорама, місцевий переріз

Рама 4 складається з втулок 9, місць для кріплення ґрунтообробного робочого органу 8 і тензорезисторного датчика 10. Рама 5 складається з: верхньої рамки 12, на якій знаходиться місце для кріплення тензорезисторних датчиків 24, нижньої рамки 13 і направляючих 21, попарно розміщених знизу і зверху осей 14 і рамок 15, які розміщені з двох сторін відносно верхньої і нижньої рамок 12 і 13 на осях 14 і гайок 16.

Рамки 15 складаються з підшипників 19, які посаджені на втулки 20 і направляючих 17, направляючих 21 і гайок 18 і 7, підшипників 22, посаджених на втулки 23. Рама 6 складається з осей 25, підшипників 26 і місць 27 і 28, для кріплення тензорезисторних датчиків. Рама 11 має місця 29, для кріплення до тракторного агрегату.

При дії на ґрунтообробний робочий орган, який кріпиться у місці 8, рама 4 переміщується по направляючих 21 вгору-вниз і діє на тензорезисторний датчик 1 закріплений у місцях кріплення 10 і 24, який вимірює вертикальну складову сили опору.

Рама 4 через втулки 9 передає зусилля на направляючі 21 і рама 5 переміщується по рамі 6

через підшипники 22 перпендикулярно напрямку руху тракторного агрегату у горизонтальній площині і діє на тензорезисторний датчик 2, закріплений у місцях кріплення 24 і 27, для вимірювання бокової складової сили опору.

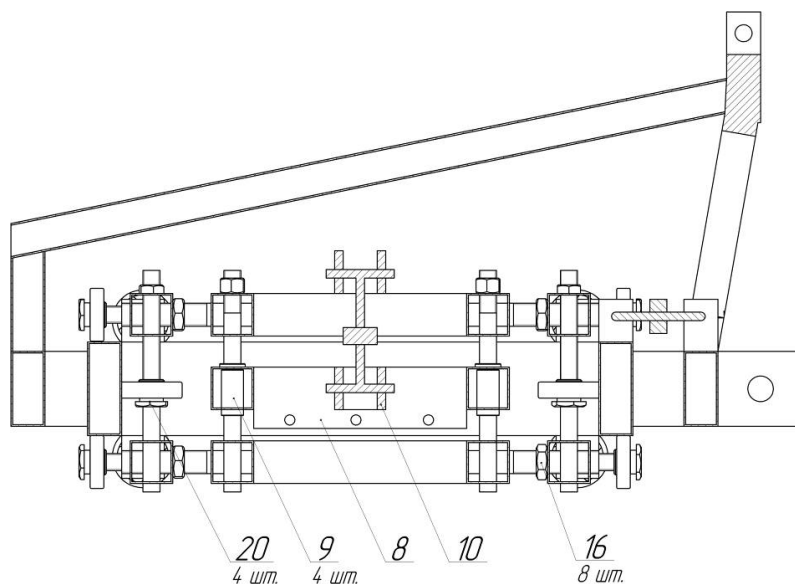


Рис. 4. Пристрій для динамометрування, вигляд збоку (розріз)

Попарне розміщення підшипників 22 зверху і знизу рами 6 запобігає перекосу рами 5 у вертикальній площині, а через рамки 15, які піджимають направляючі 17 і підшипники 19 з допомогою гайок 16 до рами 6 не допускається перекіс рами 5 у горизонтальній площині.

Зусилля з рами 5 передається на раму 6, через підшипники 19, які переміщуються по внутрішній частині рами 6. Рама 6 переміщується по рамі 11 через підшипники 26 у напрямку руху тракторного агрегату, або протилежному напрямку у горизонтальній площині і діє на тензорезисторний датчик 3, що вимірює повздовжню складову сили опору.

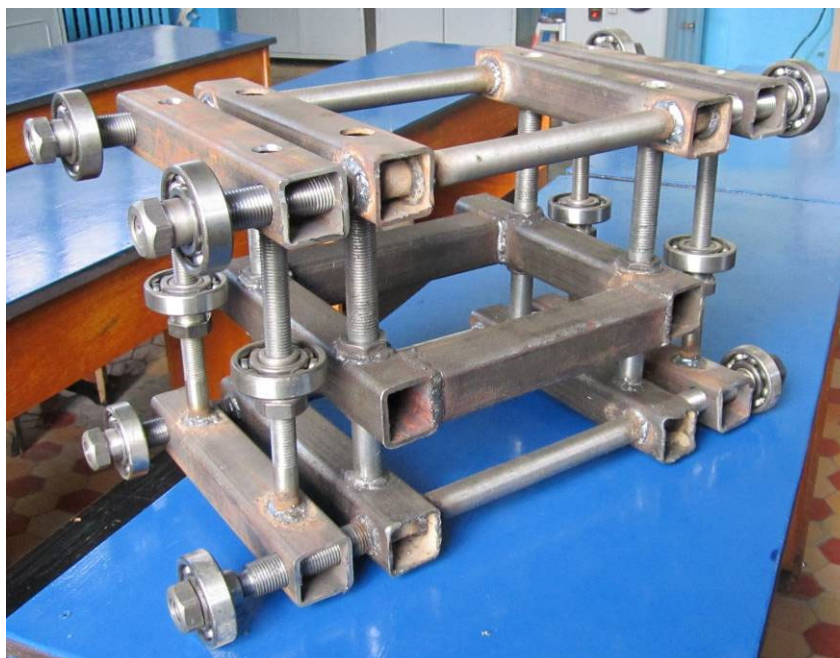


Рис. 5. Рама для визначення вертикальної і бокової складової сили опору

Пристрій складається з трьох тензорезисторних датчиків, які працюють на розтяг-стиск, рам для вимірювання складових сили опору, які переміщуються паралельно напрямкам дії відповідних складових результуючої сили опору ґрунту, що досліджуються [3]:

$$F_{\text{верт}} = F_{p1} + F_{x1}; F_{\text{попер}} = F_{p2} + F_{x2}; F_{\text{повзд}} = F_{p3} + F_{x3} \quad (1)$$

де F_{p1} , F_{p2} , F_{p3} – сила опору вертикальної, поперечної і поздовжньої складової при

© В. Курка, Г. Герасимчук, О. Карлаш, Б. Онищенко,
О. Лавріненко, Н. Гаркуша

робочому ході;

F_{x1} – сила з якою вертикальна рама з корпусом плуга діє на датчик при холостому ході;

F_{x2} – сила для переміщення поперечної рами (включаючи вертикальну раму і корпус плуга);

F_{x3} – сила для переміщення поздовжньої рами (разом з вертикальною і поперечною рамами та корпусом плуга).

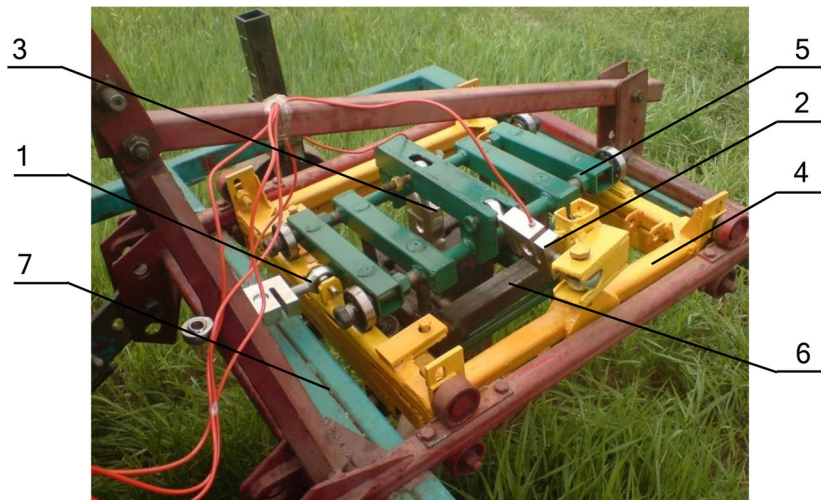


Рис. 6. Експериментальна установка

1, 2, 3 – датчики для вимірювання відповідно поздовжньої, бокової та вертикальної складової результуючої сили опору; 4, 5, 6, 7 – рами, які сприймають відповідно поздовжню, бокову, вертикальну складові результуючої сили опору та рама для кріплення всієї конструкції до трактора.

Для отримання числових значень складових (поздовжньої, бокової і вертикальної) результуючої сили опору ґрунту при оранці проводилося тарування датчиків для визначення зміни напруги, від сили прикладеної до датчика, яка згідно отриманих даних, що наведені на рис.7 та характеризується такою залежністю:

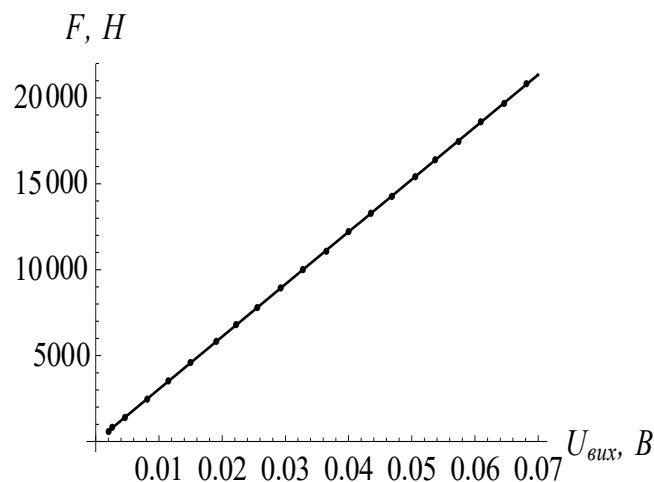


Рис. 7. Графік тарування датчиків

$$F = 0,041011 + 304999U \quad (2)$$

де, U – напруга, В; F – сила, що прикладалася.

Для підвищення точності вимірювання і отриманні достовірних даних, перед дослідженням силових характеристик експериментальної полиці корпусу плуга, проводилася порівняльна оцінка показів датчика при дії на корпус плуга та у місці кріплення датчика при холостому ході рам.

Навантаження рам і корпусу плуга здійснювалося з інтервалом 100Н у трьох кратній послідовності, а дані фіксувалися з допомогою АЦП.

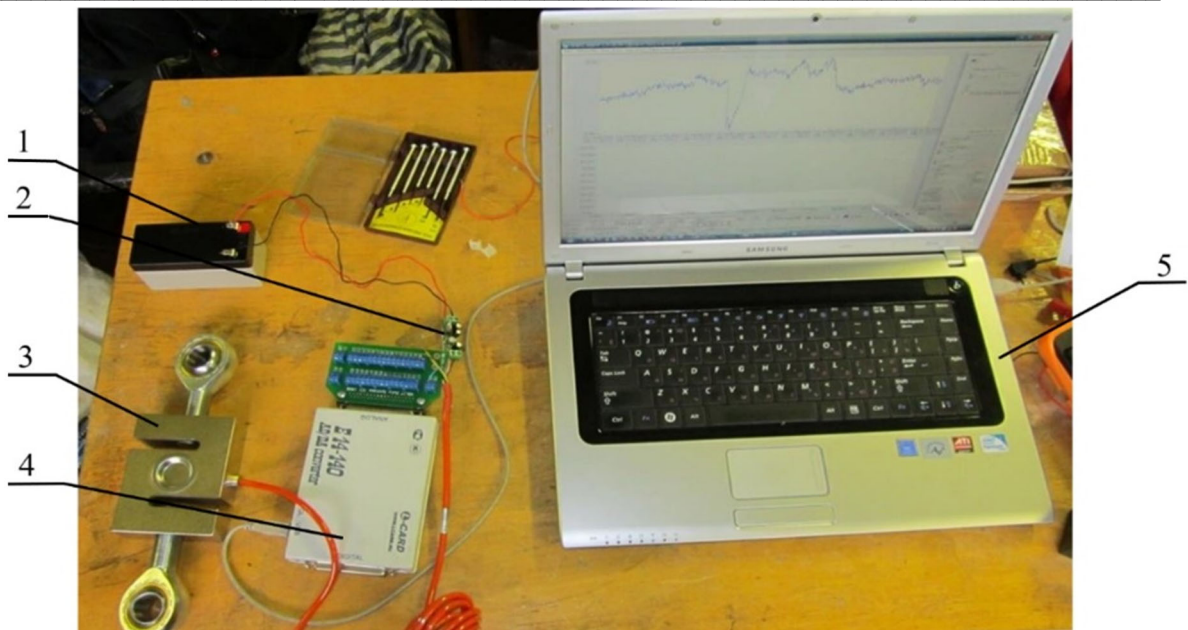


Рис. 8. Схема підключення датчика

1 – джерело живлення (АКБ); 2 – регулятор напруги; 3 – тензометричний датчик;
4 – АЦП; 5 – ПК.

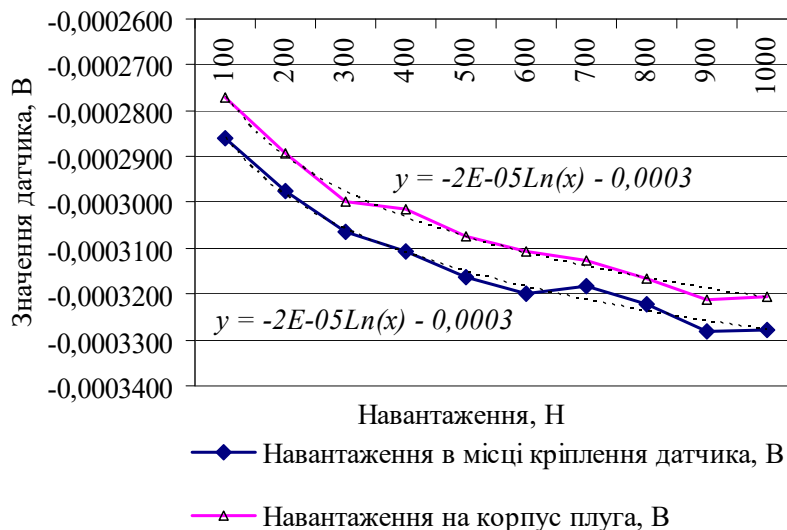


Рис. 9. Тарування поздовжньої рами

Аналіз даних отриманих при таруванні вертикальної, бокової і поздовжньої рам, що вимірюють відповідні складові результуючої сили опору переміщення корпусу плуга під час оранки показав, що різниця у показках даних отриманих з датчиків при навантаженні на корпус плуга і у місці кріплення датчиків наступна:

- датчик №1 (поздовжня рама) – 2,45 %;
- датчик №2 (вертикальна рама) – 3,11 %;
- датчик №3 (бокова рама) – 2,77 %.

При таруванні рами, що вимірює вертикальну складову результуючої сили опору, використовувався підвісний кран. Оскільки напрямок навантаження під час тарування рами у місці кріплення датчика і на корпусі плуга співпадають, визначалося лише зусилля для переміщення рами при холостому ході з врахування маси корпусу плуга і рами, що сприймає це зусилля. Тарування вертикальної вимірювальної рами проводили підвісним краном. Оскільки напрямки прикладання сили в місці встановлення датчика та на корпусі збігалися, визначали лише зусилля холостого ходу рами, враховуючи власну вагу конструкції та плужного корпусу.

Для підтримки сталої глибини обробітку та запобігання перекосам конструкції використовувалися опорні колеса з функцією копіювання поверхні. Вони також дозволяли точно

налаштовувати заглиблення. При цьому тензорама під час досліджень знаходилася в положенні, паралельному поверхні ґрунту.

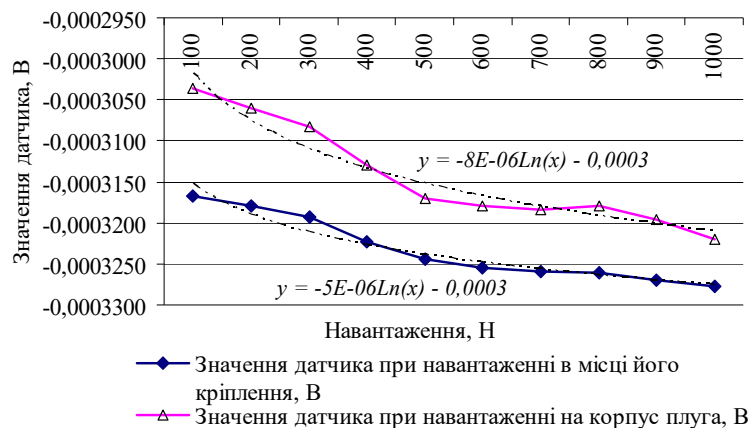


Рис. 10. Графік тарування бокової рами

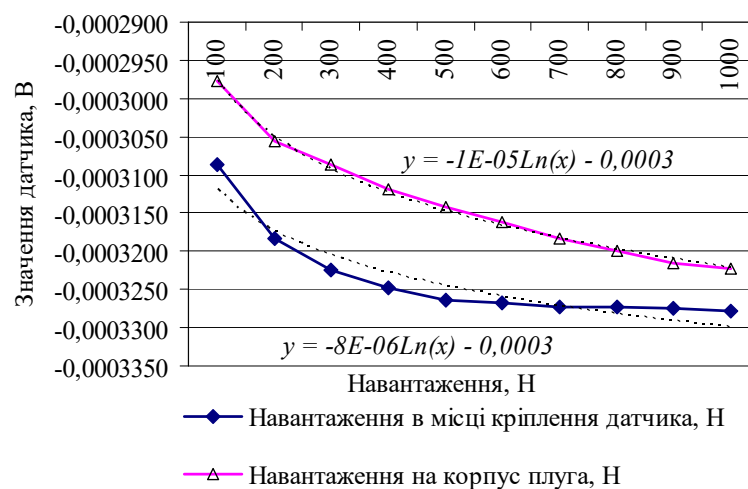


Рис. 11. Калібрування силових елементів вертикальної конструкції

Ключовими факторами, що визначають енергетичні показники та якість оранки під час польових випробувань, є вологість і щільність ґрунту. Визначення цих параметрів здійснювалося шляхом відбору проб по довжині гону в триразовій повторності [4].

Середні значення вологості під час проведення досліджень були наступні: в шарі ґрунту 5 см – 30,38%, до 10 см – 22,43%, на глибині 10 – 15 см становила 21,95%, в шарі ґрунту 15 – 20 см – була 20,86% та 19,78% відповідно для діапазону 20 – 25 см.

Щільність ґрунту змінювалася в межах: в шарі ґрунту 5 см – 1,251 г/см³, до 10 см – 1,264 г/см³, на глибині 10 – 15 см становила 1,174 г/см³, в шарі ґрунту 15 – 20 см – була 1,146 г/см³ та 1,328 г/см³ відповідно для діапазону 20 – 25 см.

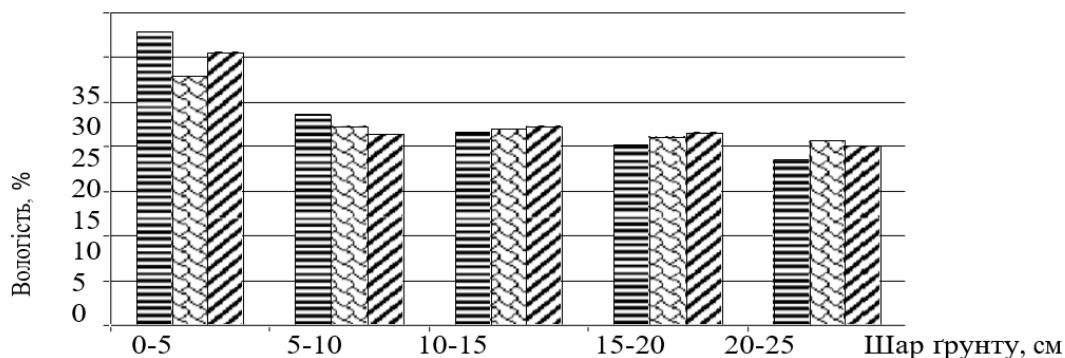


Рис. 12. Динаміка розподілу вологи за генетичними горизонтами ґрунтового профілю

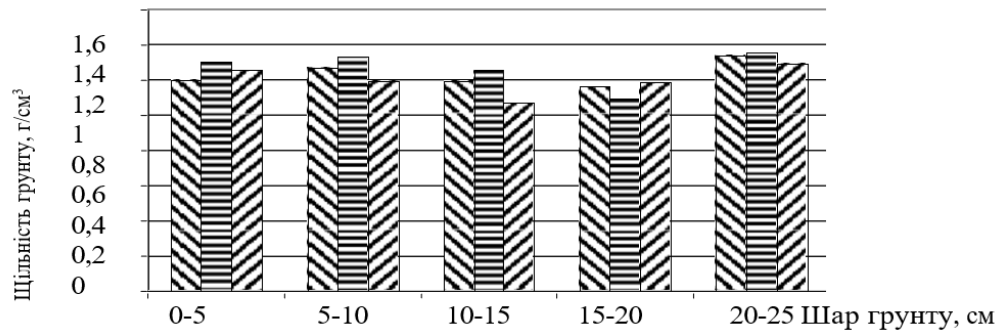


Рис. 13. Вертикальний профіль щільності ґрунту залежно від глибини залягання

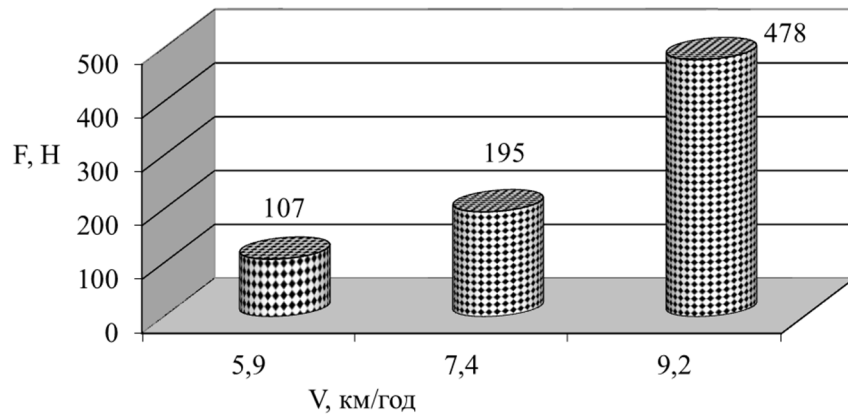


Рис. 14. Динаміка зміни бокових зусиль залежно від швидкісного режиму роботи на глибині оранки 25 см

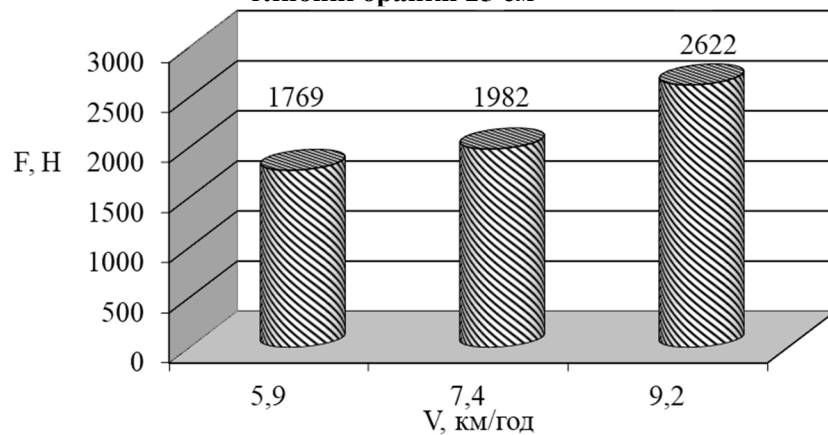


Рис. 15. Закономірність зміни тягового опору залежно від швидкісного режиму роботи на глибині 25 см

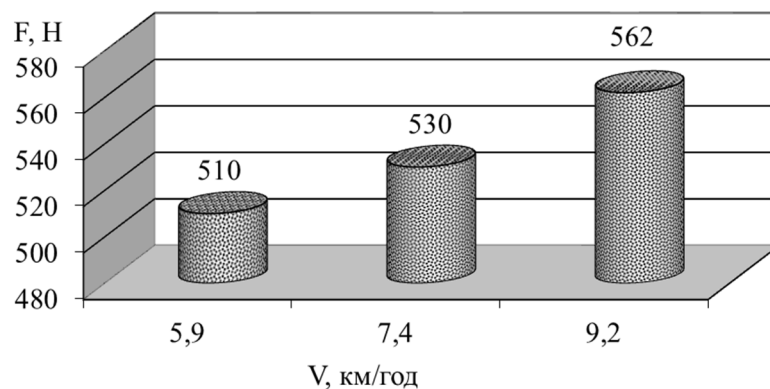


Рис. 16. Закономірність зміни вертикальної складової сили опору залежно від швидкості обробітку на глибині 25 см

© В. Курка, Г. Герасимчук, О. Карлаш, Б. Онищенко,
О. Лаврінченко, Н. Гаркуша

Висновки. Застосування розробленого вимірювального пристрою дозволило з високою точністю визначити три компоненти результуючої сили опору, що у свою чергу дозволяє визначити напрямок та величину результуючої сили опору, яка діє на поверхню ґрунтообробного робочого органу. Такий результат досягнутий завдяки конструктивному рішенню рам, що передають зусилля на датчики паралельно векторам досліджуваних сил, мінімізуючи похибки вимірювань.

Результати польових випробувань, наведені на рис. 14 – 16, дозволили встановити діапазон зміни тягового опору серійної полиці плуга ПЛН 3-35, а саме 1769 – 2622 Н при зміні швидкості руху у межах 5,9 – 9,2 км/год та глибині 25 см. Зміна бокової складової сили опору змінювалася у межах 107 – 478 Н, а вертикальна складова сили опору змінювалася у межах 510 – 562 Н.

Аналіз проведених досліджень дозволив встановити, що при роботі на глибині 25 см зміна швидкості у межах 6 – 9 км/год не суттєво впливає на вертикальну складову сили опору.

Список використаних джерел:

1. Монографія: В.П. Курка, Обґрунтування форми поверхні та конструктивних параметрів полиці ґрунтообробного робочого органу, Редакційно-видавничий відділ НУБіП України, Київ, Україна, 2015. – 224 с.
2. Монографія: В.П. Курка, Розвиток техніки для обробітку та досліджень властивостей ґрунту, НУБіП України, ЦП «КОМПРИНТ», Київ, Україна, 2016. – 481 с.
3. Патент: Ковбаса В.П., Курка В.П., 2012. Пристрій для динамометрування сільськогосподарських знарядь при обробітку ґрунту, Україна, №74808.
4. Монографія: В.П. Курка, Н.А. Дубчак, А.Ю. Ліннік, С.Г. Білик, В.І. Диня, О.В. Фльонц Синтез конструкцій ґрунтообробно-посівних машин в технологіях виробництва зерна, Редакційно-видавничий відділ НУБіП України, Київ, Україна, 2020. – 260 с.

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Я.А. Степчин ^[0000-0001-8912-8446], С.І. Радкевич ^[0000-0002-8791-1653],
В.В. Отаманський ^[0000-0002-5654-9049]

Державний університет «Житомирська політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ МОДУЛЬНОГО ПРИНЦИПУ ПРОЄКТУВАННЯ ВЕРСТАТІВ З ЧПК

Розвиток верстатобудування на основі використання новітніх технологій, обладнання, методів організації виробництва є визначальною умовою зростання промислового виробництва. Постійні та жорсткі вимоги до підвищення продуктивності та якості виготовлення деталей машин та конструкцій вимагає удосконалення методів створення нових зразків верстатів з метою мінімізації часу на їх проєктування та виготовлення, а також витрат ресурсів.

Застосування агрегатно-модульного принципу дозволяє створити технологічне обладнання в найкоротший термін з відносно обмеженого комплексу уніфікованих вузлів в умовах сучасного автоматизованого виробництва.

У роботі виконано аналіз умов застосування модульного принципу створення нового верстата з ЧПК, обмежень та специфічних особливостей його використання. Систематизовано конструктивні вузли верстатів спроєктованих за модульним принципом та умови застосування уніфікованих модулів.

Розглянуто загальні принципи розробки компонок металорізальних верстатів з ЧПК за модульним принципом та запропоновано уточнений, алгоритм формування конструкції нового верстата.

Ключові слова: верстат з ЧПК; модуль; компоновка; алгоритм.

Y.A. Stephyn, S.I. Radkevych, V.V. Otamanskyi

APPLICATION OF THE MODULAR DESIGN PRINCIPLE FOR CNC MACHINE TOOLS

The development of the machine tool industry, driven by the implementation of cutting-edge technologies, equipment, and production management methods, is a crucial factor for industrial growth. Continuous and stringent requirements for higher productivity and quality in the manufacturing of machine parts and structures necessitate the improvement of methods for developing new machine tool models. The objective is to minimize design and manufacturing time while optimizing resource consumption.

The application of the aggregate-modular principle enables the rapid creation of manufacturing equipment from a relatively limited set of unified units within the framework of modern automated production.

This study analyzes the conditions, limitations, and specific features of applying the modular principle to the creation of new CNC machine tools. The structural units of machines designed using the modular approach are systematized, alongside the conditions for implementing unified modules. Furthermore, the general principles of modular configuration for metal-cutting CNC machine tools are examined, and a refined algorithm for the design synthesis of new machine tools is proposed.

Keywords: CNC machine tool; module; configuration; algorithm.

Постановка проблеми. Постійне зростання темпів розробки та вдосконалення конструкцій обладнання, що використовується у промисловому виробництві потребує постійного оновлення парку верстатів для обробки різанням різноманітних конструкційних та будівельних матеріалів: металів та сплавів, дерева, композитних матеріалів, каменю тощо. Розвиток конструкцій верстатів спрямовано на інтенсифікацію виробництва – забезпечення високої продуктивності й економічності роботи в межах постійно зростаючих вимог з екології та охорони довкілля [1]: обробка різанням з «надвисокими швидкостями», променем лазера, без використання технологічних засобів, виключенням шліфування тощо. Підвищення ефективності та надійності нових верстатів досягається раціональним спрощенням конструкції: скороченням кінематичних ланцюгів, полегшенням налагодження та ремонту, а також оснащенням верстата системами спостереження, діагностування та моніторингу його працездатності.

Постійні та жорсткі вимоги до підвищення продуктивності й якості виготовлення деталей машин та конструкцій вимагає удосконалення методів створення нових зразків верстатів з метою мінімізації часу на їх проєктування та виготовлення, а також витрат ресурсів. Одним з ефективних шляхів цього процесу є впровадження заходів з уніфікації, що дозволяє підвищити серійність виробництва, знизити собівартість, спростити ремонт та взаємозамінність виробів. Результатом руху у цьому напрямку є застосування агрегатно-модульного принципу, який є одним з ефективних напрямів структурно-функціональної оптимізації технічних об'єктів та дозволяє створити технологічне обладнання в найкоротший термін з відносно обмеженого комплексу уніфікованих вузлів в умовах сучасного автоматизованого виробництва.

Проєктування з застосуванням модульного принципу дозволяє створювати нове високопродуктивне обладнання для забезпечення виконання оптимального технологічного процесу

обробки спираючись на існуючий набір типових модулів – «цеглинок» майбутньої конструкції верстата [2 - 4].

Загалом агрегатно-модульна система формується з двох підсистем: набору агрегатних вузлів-модулів та низки конструкцій технологічного обладнання, отриманих шляхом комбінацій агрегатованих вузлів.

Провідні світові виробники різноманітного технологічного обладнання широко використовують модульний принцип його створення [2 - 10], як найбільш перспективний, проте при розробці верстатів він має певні специфічні особливості, що вимагають уточнення при створенні діючого алгоритму проектування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Загальні тренди у розвитку верстатобудування базуються на загальносвітових тенденціях сучасного промислового виробництва, розвитку науки й техніки та нових рішеннях у конструюванні.

Уніфікація вимог до конструкцій окремих вузлів і верстатів загалом базується на [1, 2, 4]:

- поширенні простих «типових оптимальних» схем компонування з короткими кінематичними ланцюгами (збільшення жорсткості конструкції та підвищення точності обробки різанням);

- масовому поширенні у виробництво верстатів з ЧПК (більше 90% серійних верстатів світових виробників оснащуються системами ЧПК);

- універсализації вимог по продуктивності та якості обробки, які усе більше залежать від кінцевих експлуатаційних вимог до деталей, вибраних конструкційних матеріалів, технології та інструментів і менше – від компонування верстата;

- одночасному підвищенні різноманітності та структуруванні класів функціонально та конструктивно закінчених вузлів (модулів), що випускаються, як провідними верстатобудівними концернами так і спеціалізованими компаніями.

При створенні металообробних верстатів з застосуванням модульного принципу використовується один з двох підходів [1, 4]:

1. Кожний виробник розробляє обмежений базовий набір модулів для певного типорозміру верстата, з використанням яких створюється низка модифікацій цього верстата, відповідних певним вимогам замовника.

2. Окремий виробник створює верстати різних компонувальних форм та модифікацій застосуванням існуючої номенклатури готових вузлів та механізмів, що розроблені і виготовлені спеціалізованими підприємствами.

Перший підхід більш характерний для потужних верстатобудівних компаній [5-9], що здатні самостійно виконувати розробку (і виготовлення) множин вузлів-модулів і закінчених компоновок верстатів. Другий – для менш потужних виробників [10], але його особливістю є більша гнучкість виробництва, швидша пристосованість до вимог замовника та зміни кон'юнктури, що базується на здатності використовувати значно ширшої номенклатури модулів.

Метою статті є удосконалення алгоритму створення раціональних конструкцій верстатів з ЧПК з застосуванням модульного принципу проектування.

Викладення основного матеріалу

Застосування модульного принципу проектування верстатів забезпечує:

- множину різноманітних компоновок і конструкцій верстатів застосуванням обмеженої номенклатури типів та поєднань модулів;

- вирішення певної технологічної задачі, коли проєктований верстат не наділяється надлишковими функціями, має простішу, дешевшу та ефективнішу конструкцію;

- мінімізацію витрат часу та ресурсів на проєктування нового верстата, тому що значну кількість вузлів (модулів) вже спроектовано;

- підвищення надійності нового верстата за рахунок застосування відпрацьованих конструкцій модулів, покращення умов його експлуатації та ремонтпридатність.

Створення нового верстата з ЧПК базується на певних положеннях, які встановлюють обмеження та визначають специфічні особливості використання модульного принципу проектування.

Усі конструктивні вузли такого верстата можна розділити на дві основні групи [2 - 4]:

1. Базові деталі та вузли («оригінальні»), конструкція яких визначається вибраною компоновкою верстата. Вони повинні мати уніфіковані приєднувальні поверхні, напрямні, інші типові елементи сформовані за принципом параметрично-розмірних рядів.

2. Набір готових модулів (уніфікованих вузлів та механізмів), що поділяються за технологічним призначенням, розмірами, потужністю, швидкохідністю, точністю тощо.

Застосовані у певній конструкції верстата уніфіковані модулі в свою чергу можна розділити на три підгрупи:

1.1. **Конструктивно обов'язкові** – конструкція та використання яких однозначно обумовлене рухами формоутворення, що повинен забезпечити проєктований верстат. Це приводи головного руху, рухів подач і позиціонування, вузли встановлення інструментів та заготівки. Наприклад – для фрезерного верстата з трьома керованими координатами – фрезерна голівка з механізмом встановлення інструмента, три модуля (механізма) подачі/позиціонування столу та/або шпинделя та власне стіл. Вони можуть відрізнятися розмірами, просторовим розміщенням, силовими характеристиками, діапазонами швидкостей, ходом, точністю, але їх використання однозначно обумовлене призначенням верстата.

2.2. **Конструктивно варіативні** – використання яких обов'язкове в кожному окремому компонуванні верстата, але конструкція кожного модуля може суттєво варіюватися в залежності від змісту та складності виконуваних верстатом задач. До них можна віднести:

- систему інструментозабезпечення (СІЗ), що може включати магазин (наприклад, на 20-100 позицій) та пристрій/ої заміни інструментів (одно або двопозиційний) в одному або кількох шпинделях;

- уніфіковані елементи систем, конструкція яких визначально залежить від компонування верстата – модулі та периферійні складові системи ЧПК, гідро та пневмосистем, систем змащення, охолодження, захисту тощо.

Вибір кінцевого варіанта СІЗ або іншої з названих систем буде залежати, в першу чергу, від запланованих для верстата задач, а не від його компонування.

2.3. **Конструктивно додаткові** – використання яких можливе в кожному окремому компонуванні верстата, але визначається певними специфічними умовами, наприклад: додатковими вимогами щодо безпеки персоналу, обробки шкідливих або пожежонебезпечних матеріалів, модулів, що розширюють функціональні можливості верстата тощо.

Можливе використання складових підгрупи 2.3 у загальній схемі створення верстата може бути враховане тільки надлишковими приєднувальними поверхнями на деталях та вузлах обох груп.

З аналізу виконаного у попередній роботі [3] слідує, що загальні тенденції до уніфікації інструменту, електронних систем та кінематичних структур верстатів з ЧПК забезпечують скорочення різноманітності методів формоутворення для обробки усіх форм та розмірів поверхонь деталей. Це мінімізує загальну кількість модулів для створення верстата будь-якого призначення.

На основі аналізу підходів до застосування модульного принципу створення металорізальних верстатів з ЧПК уточнено алгоритм [3] вибору необхідних елементів верстата з ЧПК та їх компонування в залежності від геометричних параметрів оброблюваної деталі (рис. 2) та очікуваних технологічних характеристик верстата: продуктивності, якості обробки, ступеню універсальності, гнучкості (рис 4).

Ілюстрацією до першої частини алгоритму є рис. 1 з зображеннями початкових компонувань токарного багатоцільового верстата з ЧПК за гілками алгоритму 1 – 3 для забезпечення необхідних рухів формоутворення.

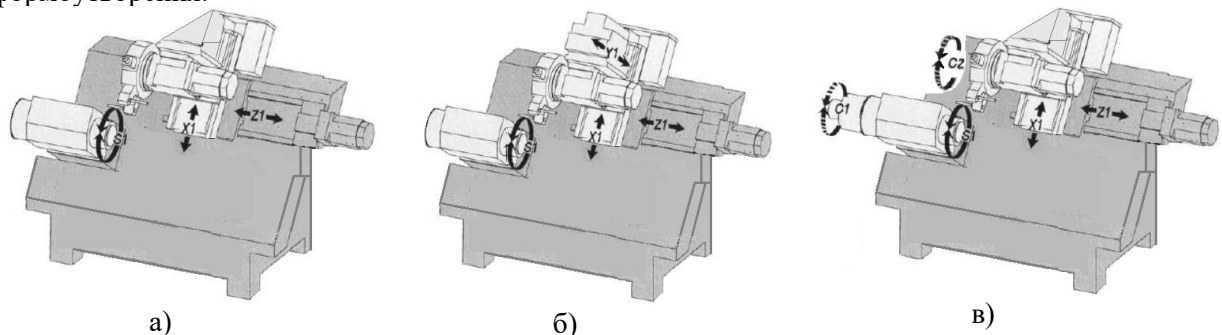


Рис. 1. Компонування токарного багатоцільового верстата з ЧПК за гілками алгоритму 1 – 3 (рис. 2): а – ГР: Оз, РПП: Пі₁, Пі₂, б – ГР: Оз РПП: Пі₁, Пі₂, Пі₃, в – ГР: Оз, Оі, РПП: Оз, Пі₁, Пі₂

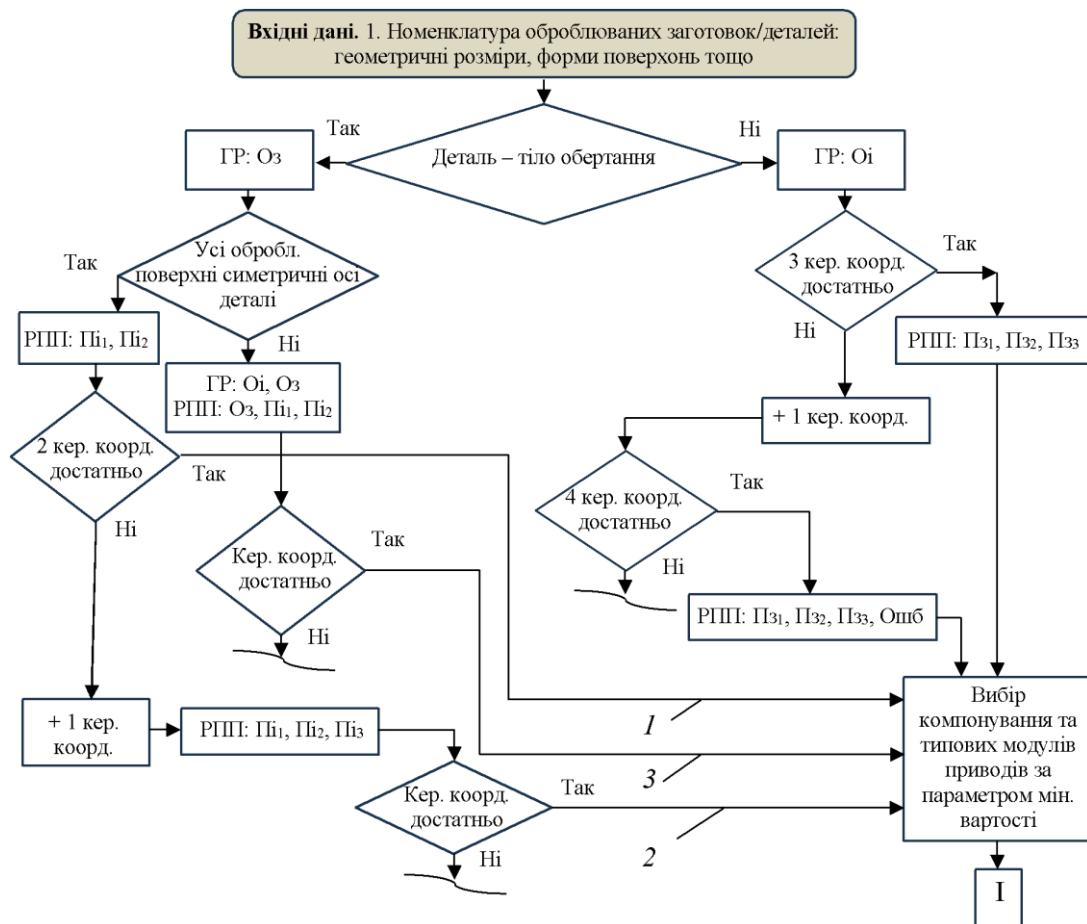
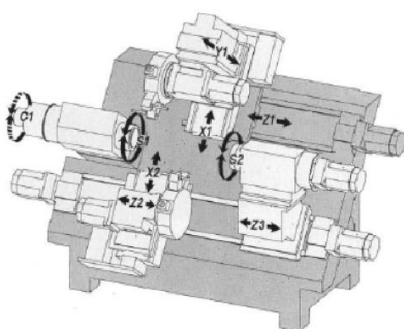


Рис. 2. Перша частина алгоритму формування компонентування металорізального верстата з ЧПК – в залежності від геометричних параметрів оброблюваної деталі

Другою частиною алгоритму виконується уточнення параметрів модулів формоутворення на основі вибору раціональних діапазонів параметрів режиму обробки різанням (швидкостей рухів, силових характеристик тощо), які визначають взаємопов'язані техніко-економічні параметри верстата – ефективність та продуктивність. Підвищення продуктивності (і ефективності) обробки у першому наближенні досягається збільшенням швидкостей робочих та холостих ходів виконавчих органів верстата з визначенням необхідної потужності приводів.

Також встановлюється необхідність введення у конструкцію додаткових модулів, що також можуть реалізувати підвищення продуктивності та розширення технологічних можливостей проєктованого верстата (рис. 3), зокрема, інтенсифікацією обробки за рахунок одночасної роботи кількох інструментів, застосуванням двох і більше шпинделів (для верстатів токарного виконання) тощо.

а)



б)

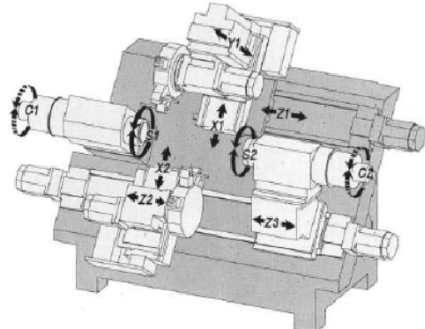


Рис. 3. Компонування токарного багатоцільового верстата з ЧПК за гілками алгоритму 4, 5 (рис. 4): а: з додатковим супортом та задньою бабкою, б: додатково з протишпинделем

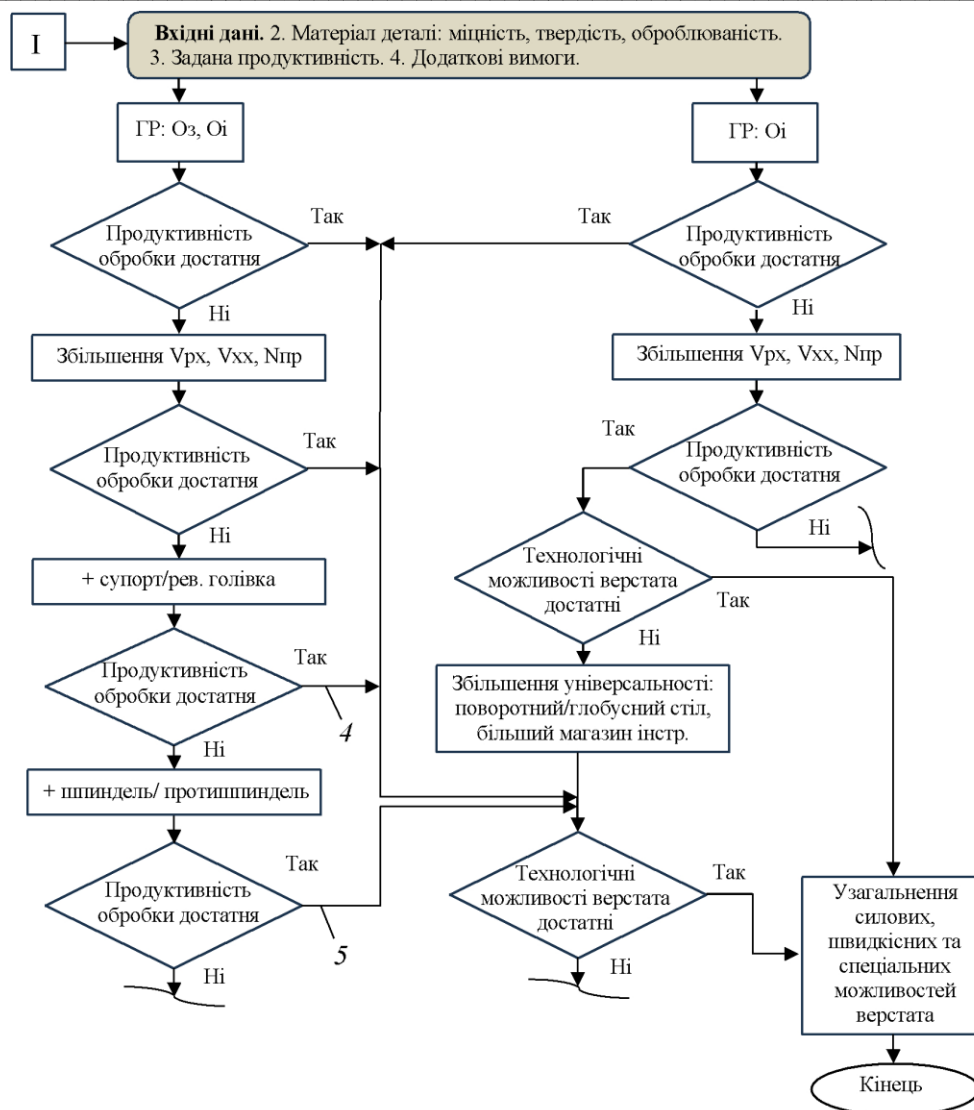


Рис. 4. Друга частина алгоритму вибору компоновання металорізального верстата з ЧПК – в залежності від характеристик оброблюваного матеріалу, заданої продуктивності та додаткових вимог

Запропонований уточнений, відносно попередньої роботи [3], алгоритм (рис. 2 та 4) формування конструкції нового верстата має окремі обмеження та спрощення:

1. Важливі у загальному переліку вхідних вимог, вимоги до точності обробки на верстаті, не розглядаються у алгоритмі. Зазвичай, окремі параметри точності закладені у заявлені технологічні характеристики кожного модуля, що реалізує рух формоутворення, але забезпечення необхідного рівня точності обробки залежить від множини додаткових факторів: точності виготовлення та жорсткості «оригінальних» вузлів та деталей верстата, стиків, їх кількості, оснащення та інструментів тощо. Тому параметр точності проєктованого верстата, у першому наближенні, можна встановити, як похідну від точності множини використаних у ньому модулів формоутворення.

2. Представлені у алгоритмі окремі цикли добору обмежені одною ітерацією з метою спрощення наведеної схеми. Кожне наступне розгалуження схеми збільшує складність та можливу різноманітність компоновання й результат у підсумку залежить від номенклатури та характеристик існуючих компоновальних модулів.

3. Також в алгоритмі не враховані специфічні вимоги до конструкції верстата та можливі додаткові обмеження тому фінальне компоновання верстата може мати певні конструктивні особливості.

4. Суттєве значення має виконання проєктованого верстата, зокрема загальне компоновання токарного багатоцільового верстата має більш уніфіковану конструкцію (рис. 3) ніж верстата для обробки корпусних деталей [2, 3].

Відповідно, спираючись тільки на вхідні дані першої частини алгоритму (рис. 2) – розміри деталей та необхідні рухи формоутворення для їх виготовлення, можна отримати низку прийнятних

варіантів компонувань багатоцільових верстатів з горизонтальним або вертикальним положенням шпинделя, рухами подач, які здійснює стіл, стіл та шпиндельна бабка тощо (рис. 5).

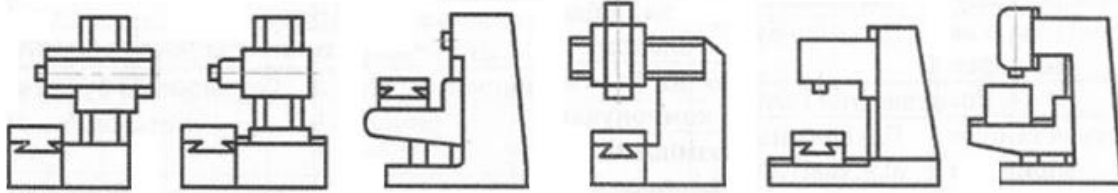


Рис. 5. Варіанти компонувань багатоцільових верстатів з горизонтальним або вертикальним положенням шпинделя з трьома рухами подачі (позиціонування) [2]

Висновки:

1. Основою до застосування модульного принципу проектування верстатів з ЧПК є швидкий розвиток уніфікованих мехатронних систем, максимальне спрощення механічної частини верстатів та уніфікація методів обробки й формоутворення для виготовлення усієї можливої номенклатури деталей.

2. Модульний принцип проектування верстатів забезпечує мінімізацію витрат часу та ресурсів на проектування нового верстата, підвищення його надійності, довговічності, покращує умови експлуатації та ремонтпридатність.

3. Представлений у роботі уточнений алгоритм визначення раціонального компонування металорізального верстата з ЧПК, залежно від основних визначальних характеристик оброблюваної деталі, дозволяє автоматизувати процес його розробки на основі модульного принципу проектування.

4. Визначальними факторами при практичному застосуванні алгоритму є наявний набір готових модулів (уніфікованих вузлів та механізмів), що обумовлюють розмірну та технологічну різноманітність проєктованих металорізальних верстатів з ЧПК.

Список використаних джерел:

1. Веселовська Н.Р. Аналіз сучасного стану верстатних комплексів механічної обробки в машинобудуванні / Н.Р. Веселовська // Вісник НТУУ «КПІ». Серія : Машинобудування. – 2012. – № 64. – С. 91-99.
2. Агрегатно-модульне технологічне обладнання : підручник, Ч.1 : Принципи побудови агрегатно-модульного технологічного обладнання / В.А. Крижанівський, Ю.М. Кузнецов, А.М. Кириченко та ін. – Кіровоград, 2003. – 422 с.
3. Степчин Я.А., Отаманський В.В. Аналіз та вдосконалення алгоритмів модульного принципу створення металорізальних верстатів з ЧПК. Технічна інженерія, Державний університет «Житомирська політехніка». – 2020. №1 (85) – С. 23-29.
4. Пермяков А. А.; Ищенко М. Г. Элементная база создания станков и систем агрегатно-модульной конструкции. Материали Всеукраїнської науково-практичної конференції «Обладнання і технології сучасного машинобудування» присвяченої пам'яті заслуженого винахідника України академіка АН вищої школи України, д. т. н., професора Нагорняка С. Г., 2017, 25-26.
5. «HAAS». URL: <https://www.haascnc.com/> (дата звернення: 15.04.2026).
6. «Pfaffner». URL: <https://www.pfaffner.com/en/> (дата звернення: 15.04.2026).
7. «WINEMA». URL: <https://winema.de/> (дата звернення: 15.04.2026).
8. «SUGINO MACHINE LIMITED». URL: <https://www.sugino.com/en/> (дата звернення: 15.04.2026).
9. «ROMI SA». URL: <https://www.romi.com/en/productos/> (дата звернення: 15.04.2026).
10. «VECTOR». URL: <https://vector-cnc.com.ua/> (дата звернення: 15.04.2026).

Рецензент Громовий Олексій Андрійович, кандидат технічних наук, доцент, зав. каф. робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самооткіна Державного університету «Житомирська політехніка».

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Ю.І. Тирпич [\[0009-0000-4481-707X\]](#)

Національний лісотехнічний університет України

СУЧАСНИЙ СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВНІ НАПРЯМИ ДОСЛІДЖЕНЬ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ ТОЧНОСТІ ДЕРЕВООБРОБНИХ ВЕРСТАТІВ

Подано аналітичний огляд сучасного стану та перспективних напрямів досліджень технологічної точності деревообробних верстатів. Виокремлено чотири основні напрями досліджень: конструкційне забезпечення точності оброблення, дослідження фактичної точності та динаміки її змін, математичне моделювання та системи автоматичного контролю розмірів деталей у процесі оброблення. Узагальнено результати провідних вітчизняних і зарубіжних дослідницьких шкіл. Визначено перспективні напрями подальших досліджень.

Ключові слова: поздовжньо-фрезерний верстат, точність оброблення, похибка оброблення, моделювання, активний контроль.

Y.I. Tyrpich

CURRENT STATE AND PROSPECTIVE DIRECTIONS OF RESEARCH ON THE TECHNOLOGICAL ACCURACY OF WOODWORKING MACHINES

This article presents an analytical review of the current state and prospective directions of research on the technological accuracy of woodworking machines. Four main research directions have been identified: structural provision of machining accuracy, experimental investigation of actual accuracy and dynamics of its changes, mathematical modelling, and automatic in-process control of part dimensions. It is established that the moving workpiece-feeding system of conventional four-side plano-milling machines contributes up to 60% of the total machining error, while at critical cutting tool wear the actual errors exceed permissible tolerances by up to 3.7 times. The distribution of machining errors is most accurately described by the Weibull law with shape parameter $b = 1.89-3.11$. The most promising direction is the integration of in-process workpiece measurement and machine learning algorithms (Random Forest, CNN, LSTM) for predictive maintenance with prediction accuracy above 99%. Prospective directions for further research are outlined.

Keywords: plano-milling machine, machining accuracy, machining error, modelling, active control.

Постановка проблеми. Сучасний етап розвитку деревообробного виробництва характеризується постійним зростанням вимог до якості готової продукції, що безпосередньо залежить від точності механічної обробки деталей. Висока технологічна точність забезпечує взаємозамінність деталей під час складання виробів, зниження матеріальних втрат і підвищення економічної ефективності виробництва [1, 2]. Відповідно до технологічних вимог, допустимі відхилення розмірів брускових столярних деталей становлять $\pm 0,2$ мм при попередній калібрації заготовок та $\pm 0,1$ мм при фінішній обробці [1]. Недотримання цих вимог призводить до необхідності додаткового калібрування деталей перед складанням, що збільшує витрати сировини, енергії та собівартість продукції [3].

Джерелом похибок розмірів деталей у процесі різання деревини є динамічна технологічна система «верстат - різальний інструмент - заготовка» (ВІЗ), у якій сам верстат є найскладнішим і найбільш постійним джерелом похибок [1, 2]. Унаслідок дії механічних і теплових процесів, вібрацій, зношування кінематичних пар, а також температурних і пружних деформацій верстат поступово втрачає свою початкову точність у процесі експлуатації.

Експериментальні дослідження технологічної точності чотирибічних поздовжньо-фрезерних верстатів, що експлуатуються на підприємствах України впродовж 5–18 років, показали, що при критичному зношуванні ножів фрез фактичні похибки обробки перевищують допустимі значення до 3,7 разів за товщиною деталей [1]. Таким чином, забезпечення стабільної геометричної точності деталей у процесі експлуатації верстатів є актуальним науково-практичним завданням, вирішення якого потребує комплексного підходу - від удосконалення конструкцій верстатів і систем базування до впровадження математичного моделювання та автоматичного контролю розмірів безпосередньо у процесі обробки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема забезпечення технологічної точності деревообробних верстатів є комплексною, і сучасна наукова спільнота досліджує її за кількома взаємопов'язаними напрямками. Аналіз останніх публікацій дозволяє виокремити чотири основні з них.

Конструкційне забезпечення точності оброблення. Цей напрям зосереджується на параметрах верстатів, які формують їхню початкову точність, - жорсткості станини, точності встановлення напрямних, конструкції систем базування. У роботах [3, 4] проаналізовано вимоги до налаштування чотирибічних поздовжньо-фрезерних верстатів та запропоновано вдосконалення

системи базування заготовок. Чисельні дослідження вібраційних характеристик таких верстатів виконано в [5].

Дослідження фактичної точності та динаміки її змін. Цей напрям ставить за мету експериментально визначити, як змінюється технологічна точність верстата у процесі експлуатації. Закономірності зміни точності упродовж міжремонтного періоду досліджено в роботах [1, 2]. Вплив окремих чинників - затуплення різального інструменту [6, 7, 11] та вимушених просторових вібрацій від дисбалансу [8, 9] - доповнює картину механізмів втрати точності. Методичним аспектам експериментального оцінювання геометричної і кінематичної точності присвячено роботу [10].

Математичне моделювання технологічної точності. Цей напрям дозволяє не лише констатувати втрату точності, а й прогнозувати її та керувати нею. Закономірності розподілу похибок обробки на деревообробних верстатах за законом Вейбулла встановлено в роботі [12], моделі параметричних відмов на основі α -розподілу розроблено в [13, 14]. Окремий потужний підхід реалізує тензорно-геометричне моделювання просторової жорсткості верстата [15], а для конкретних типів обладнання розроблено спеціалізовані моделі [16].

Системи автоматичного контролю розмірів у процесі обробки. Цей напрям є найбільш перспективним, оскільки повністю виключити вплив експлуатаційних чинників неможливо. Огляд класів систем активного контролю та адаптивного керування подано в роботі [17]. Для деревообробних верстатів запропоновано інформаційно-комп'ютерну систему контролю [18]. У серії праць японських [19, 20] і польських [21, 22] дослідників розроблено адаптивні системи з машинним зором для CNC-обладнання. Найновіший напрям - інтеграція машинного навчання для прогнозного обслуговування - узагальнено в [23], а концептуальну модель Machine Tool Ability запропоновано в [24].

Незважаючи на значний обсяг досліджень за кожним із напрямів, у відкритому доступі бракує систематизованого огляду, який би узагальнив сучасні методи дослідження технологічної точності саме деревообробних верстатів і дозволив би швидко орієнтуватися в актуальних підходах. Потреба в такому огляді й зумовила тему даної статті.

Постановка завдань. Метою роботи є систематизація та аналіз сучасних методів дослідження технологічної точності деревообробних верстатів, які формуються на основі чотирьох взаємопов'язаних напрямів - конструкційного забезпечення точності, експериментального дослідження її фактичних значень і динаміки змін, математичного моделювання та автоматичного контролю розмірів деталей у процесі оброблення. Для досягнення поставленої мети сформульовано такі завдання:

- проаналізувати конструкційні особливості сучасних деревообробних верстатів та способи забезпечення геометричної точності оброблення;
- узагальнити результати експериментальних досліджень фактичної технологічної точності верстатів і динаміки її змін;
- розглянути сучасні підходи до математичного моделювання технологічної точності;
- проаналізувати системи автоматичного контролю розмірів деталей та перспективи застосування методів машинного навчання;
- визначити перспективні напрями подальших досліджень.

Викладення основного матеріалу. *Конструкційне забезпечення точності оброблення.* Найбільш масовим обладнанням деревообробної галузі для виготовлення профільних та плоских брускових деталей є чотирибічні поздовжньо-фрезерні верстати. Вони призначені для одночасного фрезерування заготовок із чотирьох боків за заданими розмірами поперечного перерізу та складним профілем [4]. Залежно від максимальної ширини оброблення їх поділяють на легкі (до 160 мм, потужність 14–18 кВт), середні (до 250 мм, 20–30 кВт) та важкі (до 650 мм, до 150 кВт). На вітчизняних підприємствах експлуатуються моделі провідних світових виробників: серії Unimat, Hydromat, Profimat (Weinig, Німеччина), QMB (Quality Creation Maker, Китай), RMM (Reignmac, Китай) та інші [1].

До брускових столярних деталей, що виготовляються на цих верстатах, висуваються високі вимоги: точність оброблення за 11–13 квалітетами, а допустимі відхилення розмірів становлять $\pm 0,2$ мм при попередній калібрації заготовок і $\pm 0,1$ мм при фінішній обробці [1, 4]. Забезпечення такої точності є складним завданням, оскільки налаштування верстата є трудомістким процесом - необхідно встановити у правильне положення велику кількість взаємозалежних елементів: чотирьох і більше шпинделів, притискних, подавальних і напрямних пристроїв. Точність оброблення досягається лише за умови, що заготовка не зміщується ні за висотою, ні за шириною під час

проходження через верстат. Це вимагає достатньо жорсткої станини, точного встановлення напрямних лінійок, мінімального биття шпинделів (радіальне биття ножів не повинно перевищувати 0,03 мм, торцеве - 0,04 мм), збалансування різального інструмента із залишковим дисбалансом не більше 30–50 г·мм та правильного налаштування подавальних вальців [4].

Як показали останні дослідження [3], усі традиційні поздовжньо-фрезерні верстати належать до «прохідного» типу з рухомою системою базування - заготовка протягується через робочу зону за допомогою рифлених роликів. Такий принцип роботи спричиняє низку негативних явищ: деформування заготовок невеликої жорсткості під час притискання, проковзування у вальцях та пошкодження поверхні. Аналіз похибок оброблення показав, що рухома система базування є домінуючим чинником впливу на точність і вносить до 60 % сумарної похибки фрезерування. При цьому експериментальні дослідження восьми чотирибічних верстатів, що експлуатуються на вітчизняних підприємствах від 5 до 18 років, виявили, що при критичному зношуванні ножів ($\rho = 45\text{--}50$ мкм) фактичні похибки за товщиною деталей перевищують допустимі значення до 3,7 раза, а найбільші похибки спостерігаються на верстатах китайського виробництва (QMB 620 GH, RMM 623) [1].

Для усунення вказаних недоліків у роботі [3] запропоновано принципово нову конструкційну схему - заміну вальцевої подачі позиційним базуванням заготовок на подавальній каретці. Реалізована за цим принципом конструкція чотирибічного поздовжньо-фрезерного верстата С20ПК цикло-прохідного типу забезпечує точність оброблення профільованого бруса розміром $4000 \times 200 \times 200$ мм у межах $\pm 0,07\text{--}0,34$ мм, тобто на рівні чинних стандартів ($\pm 0,1$ мм для фінішної обробки), а також дає змогу обслуговувати верстат одним робітником. Регресійна модель залежності точності оброблення від швидкості подавання та товщини шару, що знімається, дозволяє встановлювати раціональні режими фрезування.

Окремим аспектом конструкційного забезпечення точності є вібраційні характеристики верстата. Чисельні дослідження динаміки чотирибічного поздовжньо-фрезерного верстата [5] показали, що власні частоти траверси подачі у вертикальному напрямку становлять 88, 151, 680 і 786 Гц, тоді як частота обертання шпинделя сягає 96 Гц. Близькість цих значень свідчить про недостатню жорсткість траверси подачі і ризик резонансу між обертовим валом фрези та траверсою, що безпосередньо знижує точність оброблення. Це підтверджує необхідність комплексного підходу до проектування верстатів - з одночасним урахуванням статичної жорсткості, вібростійкості та конструкції системи базування.

Дослідження фактичної точності та динаміки її змін. Технологічна точність деревообробного верстата не є сталою величиною - вона має виражений динамічний характер. У роботі [11] процеси, що впливають на параметри верстата, класифіковано на три категорії: швидкоплинні (вібрації, коливання навантаження), середньої швидкості (розмірний знос різального інструменту, нерівномірний нагрів вузлів) та повільні (зношування напрямних, підшипників, що призводить до деградаційних явищ). Відповідно, на відмови точності за кожним параметром виробу впливають три категорії чинників: похибка початкової настройки, зсув фактичного рівня настройки в часі та розсіювання значень навколо цього рівня.

Експериментальні дослідження фактичної точності восьми чотирибічних поздовжньо-фрезерних верстатів, що експлуатуються в Україні від 5 до 18 років, дозволили побудувати регресійні рівняння залежності середнього значення розміру та поля розсіювання від часу роботи (циклу різання) у вигляді поліномів третього порядку [1]. Зокрема, для верстатів Weinig (Unimat 23, Unimat 500, Hydromat 1000, Hydromat 2000) поле розсіювання за товщиною становить $\pm 0,14\text{--}0,19$ мм, що відповідає 11–12 квалітетам точності, тоді як для китайських аналогів QMB 620 GH і RMM 623 — $\pm 0,23\text{--}0,37$ мм (13–14 квалітети). Перевірка гіпотез про закон розподілу похибок показала, що нормальний закон (закон Гауса) не описує отримані дані; натомість точність опису забезпечує закон Вейбулла.

Закономірність зміни технологічної точності упродовж міжремонтного періоду роботи описано в роботі [2] у вигляді поліноміальної залежності, що дозволяє визначати час і кількість необхідних регулювань верстата. На основі статистичного моделювання (програма «ModDynToch») встановлено, що для забезпечення працездатного стану упродовж міжремонтного періоду кожен верстат потребує трьох регулювань із визначеним інтервалом. Період роботи до першої параметричної відмови суттєво залежить від типу обладнання: для стрічковопилкових верстатів він становить близько 190 год, для круглопилкових - 480 год, для фрезерних - 840 год. Кореляція результатів моделювання з експлуатаційними даними сягає 7 %, що підтверджує адекватність розробленої моделі.

Однією з основних причин втрати точності є затуплення різального інструменту. Процес затуплення ножів фрез не є лінійним - він чітко поділяється на три стадії (рис. 1): I - припрацювання (характеризується швидкою зміною радіуса заокруглення різальної кромки ρ від початкового значення ρ_0 до точки А); II - поступове затуплення (плавне зростання ρ до точки В, на цій стадії інструмент експлуатується найдовший час); III - критичне (аварійне) затуплення (від точки В до руйнування кромки) [1].

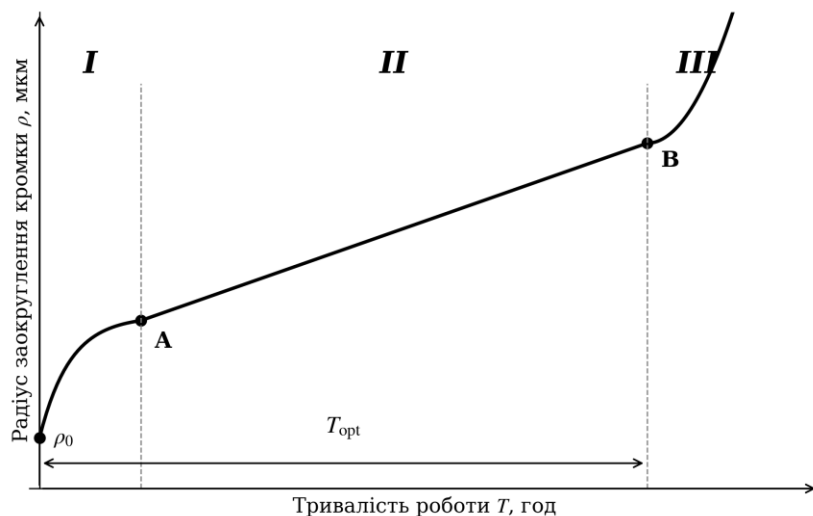


Рис. 1. Характер затуплення різальної кромки леза фрези під час експлуатації (адаптовано за [1]): I - припрацювання; II - стабільне затуплення; III - катастрофічне затуплення; ρ_0 - початковий радіус заокруглення кромки; T_{opt} - оптимальний період стійкості інструменту

Основним детермінантом точності оброблення на поздовжньо-фрезерних верстатах є фактичне положення площини різання, що проходить через центр кола, вписаного в різальну кромку ножа. Під час фрезерування ножі поступово затуплюються, радіус вписаного кола збільшується, його центр зміщується по бісектрисі кута заточування, внаслідок чого оброблювана поверхня зміщується на величину d , яка визначається з виразу [1]:

$$d = (d_{max} - e_0 \cdot \rho_{max}) - (d_0 - e_0 \cdot \rho_0), \quad (1)$$

де ρ_0 - радіус заокруглення різальної кромки початково заточеного інструменту; ρ_{max} - радіус заокруглення на момент критичного затуплення; e_0 - відносна залишкова деформація під різальною поверхнею деревини; d_0 і d_{max} - відповідні розміри обробленої деталі.

Перевищення оптимального періоду стійкості проти спрацювання різальної кромки веде до зростання шорсткості обробленої поверхні, збільшення необхідної потужності різання та виникнення вимушених вібрацій [6, 7]. Експериментально встановлено, що при критичному зношуванні ($\rho \geq 50$ мкм) машинна точність MDF-фрезерування може погіршуватися з IT12 до IT17 - це підтверджує необхідність контролю стану інструменту [21, 22].

Другою важливою причиною фактичної похибки є вимушені вібрації, спричинені дисбалансом різального інструменту. Дослідження [8, 25] із застосуванням механіко-математичної моделі деревообробного шипорізного верстата у вигляді системи трьох пружно зв'язаних твердих тіл показали, що дисбаланс різального інструмента 0,020 кг·м генерує просторові вібрації не лише шпинделя, а й усього корпусу верстата, особливо в резонансних зонах. У роботі [9] методом моделювання крутильних коливань встановлено, що знос пасової передачі та ротора електродвигуна також спричиняє вимушені крутильні вібрації, які знижують якість обробленої поверхні.

Математичне моделювання технологічної точності. Якщо експериментальне дослідження дозволяє констатувати поточний стан верстата, то математичне моделювання дає змогу прогнозувати втрату точності в часі та обґрунтовано планувати міжналадні й міжремонтні роботи. Цей напрям об'єднує кілька принципово різних підходів - статистичні моделі розподілу похибок, моделі параметричної надійності та просторові моделі жорсткості пружної системи верстата.

Класичне припущення про нормальний закон розподілу похибок оброблення (закон Гаусса) було спростовано результатами експериментальних досліджень. У роботі [12] перевірено гіпотези про відповідність розподілу похибок різним теоретичним законам на восьми верстатах різного типу

(стрічковопилкові SKTP505-2 і LT-20; круглопилкові Barakuda-2, UN-500, TsDK4-2, VK-40; фрезерні SR6-9 і S-20) із застосуванням критерію χ^2 . Встановлено, що найбільш адекватним для опису ймовірності розподілу похибок оброблення деревини є закон Вейбулла, функція щільності якого має вигляд:

$$f(x) = \frac{b \cdot x^{b-1}}{a^b} \cdot \exp \left[-\left(\frac{x-x_0}{a} \right)^b \right], \quad (2)$$

де a - параметр масштабу, що корелює з полем розсіювання похибок; b - параметр форми, який визначає характер розподілу.

Для досліджених верстатів параметр форми знаходиться в межах $b = 1,89-3,11$, а параметр масштабу $a = 0,72-2,55$. Криві щільності розподілу для характерних значень параметра форми наведено на рис. 2. Для круглопилкових і поздовжньо-фрезерних верстатів зі значеннями $b = 2,96-3,11$ розподіл наближається до нормального ($b = 3,3$), тоді як для стрічковопилкових верстатів ($b = 1,89-2,21$) - до розподілу Релея ($b = 2,1$), а криві розподілу стають більш гострими та асиметричними. Поле розсіювання змінюється в межах $\omega = 0,92-5,00$ мм. На основі встановлених закономірностей розроблено алгоритм статистичного моделювання похибок методом Монте-Карло та реалізовано його у вигляді програми «ModToch» в середовищі MS Excel.

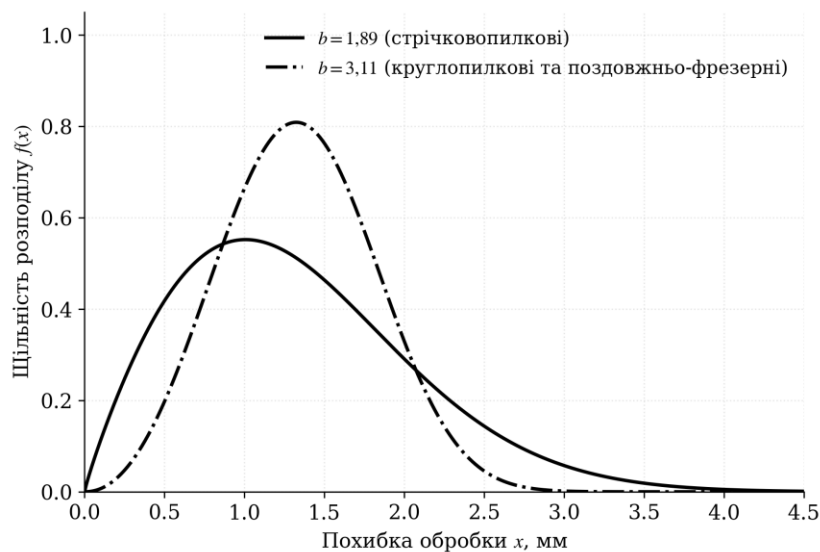


Рис. 2. Криві щільності закону Вейбулла для характерних значень параметра форми b : 1,89 - для стрічковопилкових верстатів; 3,11 - для круглопилкових та поздовжньо-фрезерних верстатів (параметр масштабу $a = 1,5$)

Принципово інший підхід реалізовано в роботі [13], де змодельовано параметричні відмови верстатів за критерієм технологічної точності на основі усіченого нормального розподілу (α -розподілу) швидкості розрегулювання. Параметр α розподілу характеризує середню швидкість розрегулювання верстата, а параметр β має розмірність часу і є запасом відносної довговічності за критерієм точності. На основі цієї моделі визначено періоди роботи різних типів верстатів до першої параметричної відмови: для стрічковопилкового SKTP505-2 - $\beta = 920-450$ год, для круглопилкового Barakuda-2 - $\beta = 2200-600$ год, для фугувально-рейсмусового AD741 - $\beta = 8200-4100$ год, для чотирибінного Unimat-17A - $\beta = 4000-2000$ год.

У дослідженні [14] цей підхід розвинуто далі: на основі припущення про лінійну залежність між швидкістю зношування елементів верстата і втратою технологічної точності виведено лінійне диференціальне рівняння зміни розміру заготовки, яке аналітично розв'язано методом Бернуллі. Отримана залежність дозволяє визначати тривалість послідовних інтервалів напрацювання між регулюваннями ($\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$), причому ці інтервали поступово скорочуються в міру наближення до капітального ремонту. Для верстата Unimat-17A розраховано: $\Delta t_1 = 871$ год, $\Delta t_2 = 448$ год, $\Delta t_3 = 220$ год; ймовірності безвідмовної роботи на цих інтервалах істотно залежать від параметра β і для $\beta = 4000$ год становлять відповідно 0,995, 0,854 і 0,876. Зменшення відносної довговічності (характерне для верстатів зі строком експлуатації понад 10 років) може знизити показник надійності стрічковопилкових верстатів у міжремонтному періоді до 35 %.

Окремим потужним підходом до моделювання є тензорно-геометричний опис просторової жорсткості верстата, розвинутий у роботі [15]. За цим підходом пружна система верстата подається через взаємодію двох підсистем - «інструмент» та «деталь», для кожної з яких будується

тривимірний еліпсоїд жорсткості (або податливості). Центри еліпсоїдів збігаються в зоні різання, а під дією сили різання вони зміщуються один відносно одного. Саме вектор цього відносного зміщення безпосередньо формує похибку обробки - огранку, овальність, хвилястість. Запропонований алгоритм знаходження результуючої поверхні податливості у вигляді 3D-поверхні дає змогу визначити жорсткість у будь-якому напрямку робочого простору верстата та ще на етапі проектування передбачити найбільш вразливі до навантажень напрямки.

Поряд із загальними підходами для конкретних типів верстатів розроблено спеціалізовані математичні моделі. Так, у роботі [16] на основі енергетичного методу, методів аналітичної механіки та методу скінченних елементів побудовано математичну модель точності пиляння деревини на горизонтальних стрічкопилкових верстатах, яка дозволяє визначати величину хвилястості пропилю, встановлювати раціональні режими різання та автоматизувати регулювання режимів. Реалізація таких імітаційних моделей у вигляді прикладного програмного забезпечення - «StatToch» і «ModToch» [12] для статистичного аналізу та моделювання розподілу похибок, «ModDynToch» [2] для моделювання динаміки технологічної точності упродовж міжремонтного періоду - є практичним інструментом для:

- визначення величини поля розсіювання похибок;
- встановлення закономірностей зміни точності упродовж міжремонтного циклу;
- прогнозування часу та необхідної кількості регулювань;
- аналізу впливу окремих чинників (швидкості подавання, глибини різання, жорсткості вузлів) на кінцеву точність оброблення за допомогою регресійних рівнянь.

Системи автоматичного контролю розмірів у процесі обробки. Оскільки повністю виключити вплив затуплення різального інструменту, температурних та пружних деформацій технологічної системи фізично неможливо, найбільш перспективним напрямком забезпечення стабільної фактичної точності є контроль розміру деталі безпосередньо в зоні обробки або одразу за нею. У роботі [17] узагальнено три основні класи таких систем - прилади активного контролю, системи автоматичного підналагодження та адаптивне керування пружними переміщеннями.

Прилади активного контролю забезпечують вимірювання розміру оброблюваної деталі в режимі реального часу. У зоні обробки або одразу після неї встановлюється вимірювальний пристрій - скоба активного контролю, лазерний або індуктивний датчик, який безперервно зчитує фактичний розмір деталі. Коли система фіксує наближення розміру до межі допуску, прилад автоматично подає сигнал системі ЧПК, яка коригує положення шпинделя, швидкість різання чи подачі. Найширше такі прилади застосовуються у шліфувальних і хонінгувальних верстатах, де відбувається інтенсивний знос інструменту [17]. Адаптивні системи керування дозволяють у процесі обробки змінювати режими різання залежно від заздалегідь обраного критерію точності, забезпечуючи постійність пружних переміщень технологічної системи за рахунок розмірного підналаштування або автоматичної зміни швидкості різання, величини подачі та геометрії різального інструменту.

Для деревообробних поздовжньо-фрезерних верстатів розроблено спеціалізовану інформаційно-комп'ютерну систему контролю, яка одночасно відстежує декілька параметрів динамічного стану [18]. Дослідження показали, що найважливішими інформативними показниками є рівень вібрації, навантаження приводів фрези та механізму подачі (контролюється через струм статора), температура обмоток двигуна та шорсткість обробленої поверхні. Завдяки комплексу вимірювальних пристроїв - лазерних профілометрів, датчиків вібрації та температури - система в режимі реального часу послідовно опитує ці параметри й порівнює їх з гранично допустимими значеннями. У разі перевищення норм система автоматично коригує швидкість подачі, змінює висоту розташування фрез або зупиняє верстат. Це дозволяє не лише забезпечити необхідну точність обробки, а й заздалегідь передбачити появу бракованих виробів, запобігти перевантаженню електродвигунів та вчасно виявити розбалансування механічних вузлів.

Серія праць японських дослідників започаткувала розвиток адаптивних систем для CNC-роутерів: у роботі [19] розроблено систему автоматичного вимірювання профілю різальної кромки прямих фрез змінного типу за допомогою лазерного вимірювального пристрою без зупинки верстата; у роботі [20] на основі цієї вимірювальної системи створено адаптивну систему контролю пазового фрезерування з трьома схемами оброблення, які поєднують зустрічне та попутне фрезерування і дозволяють компенсувати зменшення діаметра фрези у міру її затуплення. Аналогічні дослідження для MDF-фрезерування на стандартному CNC-роутері виконано у роботі [21], де встановлено, що значне затуплення інструменту може знижувати точність обробки з IT12 до IT17, причому реальні похибки різання не пропорційні зменшенню діаметра фрези - отже,

моніторинг лише стану інструменту є недостатнім. На основі цього висновку в роботі [22] розроблено адаптивну систему керування з машинним зором, яка вимірює саме розмір заготовки і автоматично коригує програму ЧПК; впровадження такої системи дозволило підвищити довгострокову точність обробки з IT16 до IT12.

Найновіший і найбільш перспективний напрям - це використання технологій Інтернету речей (IoT) та методів машинного навчання для прогностичного обслуговування (Predictive Maintenance). У систематичному огляді [23] на основі аналізу 44 первинних досліджень узагальнено застосування методів машинного навчання для діагностики та прогнозування механічних відмов у промислових умовах. Найчастіше застосовуються штучні нейронні мережі (27 % досліджень), методи дерев рішень, зокрема випадковий ліс (25 %), гібридні моделі (18 %) та моделі з прихованими змінними (14 %). Алгоритми випадкового лісу демонструють здатність передбачати поломки вузлів із точністю понад 99 % за хвилини або навіть дні до їх настання. Згорткові нейронні мережі (CNN) та рекурентні мережі з довгою короткостроковою пам'яттю (LSTM-автоенкодер), треновані на даних із датчиків вібрації, температури та струму, дозволяють створити динамічний «індекс здоров'я» верстата, який автоматично розрізняє «хороший», «проміжний» та «поганий» стан обладнання, адаптуючись до мінливих умов роботи. Концептуальним розвитком цього напрямку є запропонована в роботі [24] узагальнена модель Machine Tool Ability Status - інтегрованого показника, що поєднує точність, продуктивність, функціональність та доступність верстата. На відміну від традиційних підходів, які оцінюють лише точність вироблених деталей, ця модель дозволяє характеризувати стан верстата на рівні компонентів і підсистем упродовж усього життєвого циклу, що формує концептуальну основу для нового покоління деревообробного обладнання Industry 4.0.

Висновки. У даній роботі систематизовано та проаналізовано сучасні методи дослідження технологічної точності деревообробних верстатів. На основі огляду понад 20 наукових публікацій провідних вітчизняних і зарубіжних дослідницьких шкіл виокремлено чотири основні напрями досліджень, у межах яких сформовано такі узагальнення.

1. Конструкційне забезпечення технологічної точності деревообробних верстатів вимагає комплексного підходу до проектування - одночасного врахування жорсткості станини, точності встановлення напрямних, мінімального биття шпинделів, балансування різального інструмента та вібростійкості подавальної системи. Встановлено, що домінуючим чинником впливу на точність чотирибічних поздовжньо-фрезерних верстатів є рухома система базування «прохідного» типу, яка вносить до 60 % сумарної похибки; заміна її позиційним базуванням на подавальній каретці (верстат C20ПК) дозволяє досягти точності $\pm 0,07\text{--}0,34$ мм на рівні чинних стандартів.

2. Експериментальні дослідження фактичної точності восьми чотирибічних верстатів європейського та китайського виробництва, що експлуатуються в Україні від 5 до 18 років, показали, що при критичному затупленні ножів фактичні похибки за товщиною деталей перевищують допустимі значення до 3,7 раза. Основними причинами втрати точності є затуплення різального інструменту та вимушені просторові вібрації, спричинені дисбалансом різального інструмента.

3. Найбільш адекватний опис розподілу похибок оброблення на деревообробних верстатах забезпечує закон Вейбулла з параметром форми $b = 1,89\text{--}3,11$. Розроблені на цій основі імітаційні моделі та програмне забезпечення («ModToch», «ModDynToch», «StatToch») дозволяють прогнозувати кількість і час необхідних регулювань верстата. Тензорно-геометричне моделювання просторової жорсткості у вигляді еліпсоїдів податливості підсистем «інструмент» та «деталь» дає змогу ще на етапі проектування передбачити вразливі напрями пружної системи. Підхід на основі α -розподілу часу напрацювання та підходу Бернуллі дозволяє аналітично визначати послідовні інтервали між параметричними відмовами та ймовірності безвідмовної роботи верстата.

4. Найбільш перспективним напрямом забезпечення фактичної точності є автоматичний контроль розмірів безпосередньо в процесі обробки. Доведено, що для адекватної реакції на прогресуюче зношування інструменту необхідно вимірювати саме заготовку, а не сам інструмент; впровадження адаптивних систем із машинним зором дозволяє підвищити точність MDF-фрезерування з IT16 до IT12. Інтеграція ЧПК-систем із технологіями Інтернету речей та алгоритмами машинного навчання (Random Forest, CNN, LSTM-автоенкодер) забезпечує прогностичне обслуговування верстатів із точністю прогнозування понад 99 %.

Перспективи подальших досліджень полягають у розробленні методики експериментального та математичного дослідження технологічної точності чотирибічних

поздовжньо-фрезерних верстатів із позиційним базуванням заготовок та системи автоматичного контролю розмірів на основі методів машинного навчання.

Список використаних джерел:

1. Mayevskyy, V., Pylypchuk, M., Taras, V., Burdiak, M., & Kopynets, Z. (2023). Patterns of changes in technological accuracy of plano-milling machines during the period of the cutting tool wear resistance. *Acta Facultatis Xylogiae Zvolen*, 65(1), 5–22. DOI: <https://ojs.tuzvo.sk/index.php/AFXZ/article/view/46>
2. Pylypchuk, M., Taras, V., Burdyak, M., & Zhmudyk, V. (2021). Patterns of change in technological accuracy of woodworking machines during overhaul period. *Forestry, Forest, Paper and Woodworking Industry*, 47, 47-57. DOI: <https://doi.org/10.36930/42214707>
3. Pylypchuk, M., Burdiak, M., Taras, V., & Konchanskyy, A. (2022). Improving the design of the locating system of peripheral-milling machines. *Forestry, Forest, Paper and Woodworking Industry*, 48, 4-12. DOI: <https://doi.org/10.36930/42214801>
4. Градиський, Ю. О., Сосєдко, М. О., & Войтов, А. В. (2023). Чотирибічні поздовжньо-фрезувальні верстати. DOI: <https://repo.btu.kharkov.ua/handle/123456789/34833>
5. Zhang, S. Q., Hua, J., & Xu, W. (2011). Study on Dynamic Characteristics and Dynamic Response of Woodworking Four-Side Planer. *Advanced Materials Research*, 291–294, 1970–1976. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.291-294.1970>
6. Djurković, M., Milosavljević, M., Mihailović, V., & Danon, G. (2019). Tool wear impacts on cutting power and surface quality in peripheral wood milling. *Wood Design and Technology*, 8, 9-17. URL: http://www.fdtme.ukim.edu.mk/en/wood_journal/archive/vol_8_no1/vol_8_no1_fulltext_2.pdf
7. Chladil, J., Sedlák, J., Rybářová, E. Š., Kučera, M., & Dado, M. (2019). Cutting conditions and tool wear when machining wood-based materials. *BioResources*, 14(2), 3495-3505. DOI: <https://doi.org/10.15376/biores.14.2.3495-3505>
8. Vukov, G., Slavov, V., Vichev, P., & Gochev, Z. (2021). Forced spatial vibrations of a wood shaper caused by the wear of the cutting tool. *Innovation in Woodworking Industry and Engineering design*, 10(2). DOI: <https://doi.org/10.66211/inno.2021.2.344>
9. Gochev, Z., & Vukov, G. (2017). Influence of the wearing of the saw unit elements of the wood shaper on the system vibration. *Acta Facultatis Xylogiae Zvolen*, 59(2), 147-153.
10. Derbaba, V., Nosachov, V., & Rizo, Z. (2021). Research and improvement of methods of testing machines for geometric and kinematic accuracy. *Collection of Research Papers of the National Mining University*, 64, 198-212. DOI: <https://doi.org/10.33271/crpnmu/64.198>
11. Bendikiene, R., & Keturakis, G. (2017). The influence of technical characteristics of wood milling tools on its wear performance. *Journal of Wood Science*, 63(6), 606-614. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10086-017-1656-x>
12. Pylypchuk M. I., Dziuba L. F., Mayevskyy V. O., Kopynets Z. P., Taras V. I. (2023). The distribution pattern of machining errors on woodworking machine tools. *Journal of Engineering Sciences (Ukraine)*, Vol. 10(2), pp. A34–A42. DOI: [https://doi.org/10.21272/jes.2023.10\(2\).a5](https://doi.org/10.21272/jes.2023.10(2).a5)
13. Pylypchuk, M., Dziuba, L., Rebezniuk, I., Chmyr, O., & Burdiak, M. (2021, September). Modeling parametric failures of woodworking machines according to the technological precision criterion. In *Grabchenko's International Conference on Advanced Manufacturing Processes* (pp. 119-126). Cham: Springer International Publishing. URL: <https://sci.ldubgd.edu.ua/jspui/handle/123456789/9914>
14. Dziuba, L. F., Pylypchuk, M. I., Chmyr, O. Y., & Pavliuk, R. V. (2025). Model of parametric reliability of woodworking machine tools. DOI: <https://jes.sumdu.edu.ua/model-of-parametric-reliability-of-woodworking-machine-tools>
15. Струтинський, В. Б., Чуприна, В. М., & Юрчишин, О. Я. (2015). Підвищення точності металорізальних верстатів на основі чисельних розрахунків еліпсоїдів жорсткості. *Вісник Національного технічного університету ХП. Серія: Технології в машинобудуванні*, (40), 78-84. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/20206>
16. Pylypchuk, M. I., Shostak, V. V., Stepanchuk, S. P., Rebezniuk, I. T., Lazarchuk, K., Salovskyy, S., & Salun, M. (2018). Mathematical model of wood sawing accuracy on horizontal band saw machines. *Forestry, Forest, Paper and Woodworking Industry*, 44, 5-14. DOI: <https://doi.org/10.36930/42184401>
17. Складаров, Р. А., & Приходай, Д. А. (2021). Шляхи підвищення точності обробки на металорізальних верстатах. *Збірник тез доповідей X Міжнародної науково-практичної конференції молодих учених та студентів „Актуальні задачі сучасних технологій“*, 1, 56-56.

18. Руденко, Т. Г., & Єрмолаєв, Ю. О. (2014). Інформаційно-комп'ютерна система контролю процесу фрезерування деревообробного верстата. Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету. Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація, (27), 228-234. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/znpkntu_2014_27_36
19. Ohuchi, T., Murase, Y. Milling of wood and wood-based materials with a computerized numerically controlled router IV: development of automatic measurement system for cutting edge profile of throw-away type straight bit. J Wood Sci 51, 278–281 (2005). DOI: <https://doi.org/10.1007/s10086-004-0663-x>
20. Ohuchi, T., & Murase, Y. (2006). Milling of wood and wood-based materials with a computerized numerically controlled router V: development of adaptive control grooving system corresponding to progression of tool wear. Journal of Wood Science, 52(5), 395-400. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10086-005-0779-7>
21. Laszewicz, K., Górski, J., Wilkowski, J., & Czarniak, P. (2013). Analysis of dimensional accuracy of MDF milling process. Wood Research, 58(3), 451-464. URL: <http://www.woodresearch.sk/wr/201303/12.pdf>
22. Laszewicz, K., Górski, J., & Wilkowski, J. (2013). Long-term accuracy of MDF milling process—Development of adaptive control system corresponding to progression of tool wear. European Journal of Wood and Wood Products, 71(3), 383-385. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00107-013-0679-2>
23. Fernandes, M., Corchado, J. M., & Marreiros, G. (2022). Machine learning techniques applied to mechanical fault diagnosis and fault prognosis in the context of real industrial manufacturing use-cases: a systematic literature review. Applied Intelligence, 52(12), 14246-14280. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10489-022-03344-3>
24. Sadasivam, L., Archenti, A., & Sandberg, U. (2018). Machine tool ability representation: A review. Journal of Machine Engineering, 18, 5-16.
25. Vukov, G., Gochev, Z., Slavov, V., Vichev, P., & Atanasov, V. (2017). Numerical investigations of the forced spatial vibrations of a wood shaper and its spindle, caused by unbalance of the cutting tool. PRO LIGNO, 13(4), 154–161. URL: https://www.proligno.ro/en/articles/2017/4/VUKOV_2.pdf

Рецензент: Поберейко Богдан Петрович, доктор технічних наук, професор кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій

Дата надходження статті до видання: 24.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

П. Мікуш [0000-0002-7314-9258], А. Брезніцька [0000-0003-3138-2040], М. Когутіар [0000-0002-4710-5913],
М. Еккерт [0000-0002-1266-8230], М. Крбата [0000-0002-0520-8180], І. Грицук [0000-0001-7065-6820]

Тренчинський університет Олександра Дубчека в Тренчині

ВИКОРИСТАННЯ УЛЬТРАЗВУКОВИХ ДАТЧИКІВ НА БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТАХ ТА АНАЛІЗ ЇХНЬОЇ ТОЧНОСТІ

Безпілотні літальні апарати (БПЛА), широко відомі як дрони, стали важливою складовою сучасних технологічних систем. Протягом останнього десятиліття їхній розвиток значно прискорився, головним чином завдяки досягненням у галузі електроніки, вбудованих систем, сенсорних технологій та алгоритмів автономного керування. Сьогодні дрони вже не обмежуються лише рекреаційним використанням; вони широко застосовуються для промислових інспекцій, у сільському господарстві, моніторингу навколишнього середовища, рятувальних операціях, картографуванні місцевості, логістиці та системах безпеки.

Одним із ключових аспектів, що впливають на ефективність роботи дронів, є впровадження сенсорних систем. Датчики забезпечують отримання необхідної інформації про навколишнє середовище та поточний стан літального апарата. Без надійних даних від датчиків були б неможливими автономний політ, стабілізація та виявлення перешкод. Сучасні платформи БПЛА зазвичай інтегрують кілька сенсорних технологій, таких як гіроскопи, акселерометри, GPS-модулі, оптичні камери, системи LiDAR, інфрачервоні та ультразвукові датчики.

Серед цих технологій ультразвукові датчики є одним із найпростіших і найдоступніших рішень для вимірювання відстані на коротких дистанціях. Їхня мала вага, компактні розміри та відносно низьке енергоспоживання роблять їх придатними для інтеграції в легкі платформи дронів. Ультразвукові датчики найчастіше використовуються для стабілізації висоти польоту, автоматичної посадки, уникнення перешкод та навігації в приміщеннях, де сигнали GPS можуть бути недостатньо точними або взагалі недоступними.

Принцип роботи ультразвукових датчиків ґрунтується на передачі та прийомі височастотних звукових хвиль. Після відбиття випроміненого акустичного сигналу від перешкоди датчик визначає час повернення відбитої хвилі та розраховує відстань між датчиком і об'єктом. Хоча сам принцип є відносно простим, на точність вимірювання можуть впливати різні фактори навколишнього середовища, зокрема температура, вологість повітря, вітер, матеріал поверхні та геометрія об'єкта вимірювання.

Попри певні обмеження, ультразвукові датчики продовжують широко використовуватися в навчальних, експериментальних та недорогих системах БПЛА. Їхні переваги особливо помітні в застосуваннях, де потрібні надійні вимірювання на коротких відстанях без використання дорогого обладнання.

Основною метою цієї статті є аналіз використання ультразвукових датчиків у системах дронів та експериментальна оцінка їхньої точності під час практичних вимірювань відстані. Експериментальна частина дослідження зосереджена на ультразвуковому датчику HC-SR04, підключеному до мікроконтролера Arduino Uno. Вимірювання проводилися в контрольованих умовах приміщення на різних відстанях з метою порівняння вимірних значень із фактичними відстанями та оцінки придатності датчика для застосування на безпілотних літальних апаратах.

Ключові слова: датчик, ультразвук, відстань, навігація, засоби.

P. Mikuš, A. Breznická, M. Kohutiar, M. Eckert, M. Krbat'a, I. Grytsuk

UTILIZATION OF ULTRASONIC SENSORS ON DRONES AND ANALYSIS OF THEIR ACCURACY

Unmanned aerial vehicles (UAVs), commonly referred to as drones, have become an increasingly important part of modern technological systems. Over the last decade, their development has accelerated significantly, mainly due to advances in electronics, embedded systems, sensor technologies, and autonomous control algorithms. Today, drones are no longer limited to recreational use; they are widely applied in industrial inspection, agriculture, environmental monitoring, rescue operations, terrain mapping, logistics, and security applications.

One of the key aspects influencing drone performance is the implementation of sensor systems. Sensors provide essential information about the surrounding environment and the current state of the aircraft. Without reliable sensor data, autonomous flight, stabilization, and obstacle detection would not be possible. Modern UAV platforms typically integrate multiple sensing technologies such as gyroscopes, accelerometers, GPS modules, optical cameras, LiDAR systems, infrared sensors, and ultrasonic sensors.

Among these technologies, ultrasonic sensors represent one of the simplest and most affordable solutions for short-range distance measurement. Their low weight, compact dimensions, and relatively low power consumption make them suitable for integration into lightweight drone platforms. Ultrasonic sensors are most commonly used for altitude stabilization, automatic landing, obstacle avoidance, and indoor navigation, where GPS signals may not be sufficiently accurate or available.

The operating principle of ultrasonic sensors is based on the transmission and reception of high-frequency sound waves. After the emitted acoustic signal reflects from an obstacle, the sensor evaluates the return time of the reflected wave and calculates the distance between the sensor and the object. Although the principle itself is relatively simple, measurement accuracy may be influenced by several environmental factors, including temperature, air humidity, wind, surface material, and the geometry of the measured obstacle.

Despite certain limitations, ultrasonic sensors continue to be widely used in educational, experimental, and low-cost UAV systems. Their advantages are particularly evident in applications that require reliable short-range measurements without the need for expensive hardware.

© П. Мікуш, А. Брезніцька, М. Когутіар, М. Еккерт, М. Крбата, І. Грицук

The main objective of this paper is to analyze the use of ultrasonic sensors in drone systems and experimentally evaluate their accuracy in practical distance measurements. The experimental part of the study focuses on the HC-SR04 ultrasonic sensor connected to an Arduino Uno microcontroller. Measurements were performed under controlled indoor conditions at various distances in order to compare measured values with actual distances and assess the suitability of the sensor for drone applications.

Keywords: sensor, ultrasound, distance, guidance, means

Unmanned aerial vehicles are flying systems capable of operating without the direct physical presence of a pilot onboard. Depending on the application, drones may be remotely controlled by an operator or perform autonomous tasks using onboard control units and integrated sensor technologies. In recent years, UAV systems have become increasingly important in both civilian and industrial sectors due to their flexibility, relatively low operating costs, and ability to access environments that may be dangerous or difficult for humans.

Current drone systems consist of several interconnected subsystems that ensure stable and safe operation. The basic components usually include a flight controller, electric motors, propellers, communication modules, a power supply system, and multiple sensors responsible for environmental perception and navigation.

Sensors play a crucial role in drone functionality because they continuously provide information required for flight stabilization and autonomous control. The most commonly used sensors include gyroscopes and accelerometers, which monitor angular movement and orientation, GPS modules for positioning, optical cameras for visual navigation, LiDAR systems for high-precision distance measurement, and ultrasonic sensors for short-range obstacle detection.

Gyroscopes and accelerometers are generally integrated into inertial measurement units (IMUs), which are essential for maintaining stable flight conditions. GPS modules allow drones to determine their geographical position and follow predefined routes. Optical cameras are frequently used for object recognition, aerial mapping, and monitoring applications. LiDAR systems provide highly accurate three-dimensional environmental scanning, although their implementation is usually associated with higher costs.

Ultrasonic sensors belong to the category of low-cost proximity sensors designed primarily for short-distance measurements. In drone systems, they are commonly positioned on the underside or sides of the aircraft to detect nearby obstacles or monitor altitude above the ground Fig. 1. Due to their relatively simple design and low hardware requirements, ultrasonic sensors are often integrated into educational and experimental UAV platforms.

One of the major advantages of drone systems is their ability to operate in environments that would otherwise expose humans to unnecessary risks. UAVs are widely used during rescue operations, industrial inspections at high altitudes, hazardous material monitoring, and surveillance missions. However, drone operation is still limited by several factors, including battery capacity, weather conditions, communication stability, and sensor reliability.

The combination of different sensor technologies significantly improves drone safety and navigation accuracy. Modern autonomous UAV systems therefore rely on sensor fusion, where information from multiple sensors is processed simultaneously in order to achieve more reliable environmental awareness and stable flight performance [1][2][3].

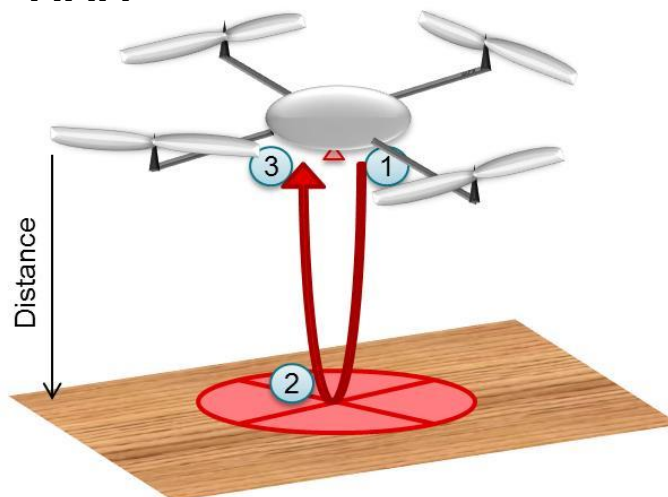


Fig. 1. LiDAR systems, and ultrasonic sensors

Ultrasonic Sensors and Their Operating Principle

Ultrasonic sensors are electronic devices designed for non-contact distance measurement. Their operation is based on the transmission of ultrasonic waves and the subsequent detection of reflected signals from surrounding objects. Due to their low price, compact dimensions, and relatively good measurement accuracy at short distances, these sensors are widely used in robotics, industrial automation, and unmanned aerial systems.

Ultrasound refers to mechanical sound waves with frequencies higher than the upper limit of human hearing, which is approximately 20 kHz. Most ultrasonic sensors used in electronic systems operate at frequencies close to 40 kHz. The sensor emits a short ultrasonic pulse into the surrounding environment, and after the wave reflects from an obstacle, the reflected signal is detected by the receiving element.

The distance between the sensor and the object is calculated from the measured travel time of the ultrasonic wave. The relationship between distance and signal propagation time can be expressed as:

$$d = \frac{v \cdot t}{2}$$

where:

- **d** is the distance to the object,
- **v** is the speed of sound in air,
- **t** is the time taken for the ultrasonic pulse to return.

The speed of sound in air at a temperature of 20 °C is approximately:

$$v = 343 \text{ m/s}$$

The measured value must be divided by two because the ultrasonic signal travels both toward the obstacle and back to the sensor.

Although ultrasonic sensors provide relatively reliable measurements at short distances, their accuracy may be affected by several environmental and physical factors. The most significant influences include:

- ambient temperature,
- air humidity,
- wind conditions,
- shape and material of the measured object,
- angle of incidence of the ultrasonic wave,
- electromagnetic interference.

One of the most frequently used sensors in educational and experimental projects is the HC-SR04 ultrasonic sensor Fig. 2. This module allows distance measurements approximately within the range of 2 cm to 400 cm under ideal operating conditions. The sensor typically achieves millimeter-level accuracy at shorter distances, making it suitable for simple autonomous systems and laboratory experiments [4][7].

In UAV applications, ultrasonic sensors are mainly used for low-altitude stabilization, automatic landing, obstacle detection, and autonomous indoor navigation. Their implementation is especially advantageous in confined environments where optical or GPS-based systems may not provide sufficient reliability.

The main advantages of ultrasonic sensors include low cost, easy integration into microcontroller systems, low power consumption, and relatively low weight. On the other hand, their disadvantages involve limited measurement range, lower reliability under outdoor conditions, and sensitivity to environmental disturbances such as wind or irregular reflective surfaces.

For this reason, ultrasonic sensors are often combined with additional sensing technologies such as cameras or LiDAR systems in professional UAV platforms [5][6][8].

Ultrasonic sensors are primarily used on drones for: measuring altitude above the ground, flight stabilization, automatic landing, detection of nearby obstacles, and autonomous indoor navigation.

Their advantages include low weight and simple integration into drone control systems. However, their disadvantages are a shorter range and lower reliability in outdoor environments under unfavorable conditions or at higher flight speeds.

Application of Ultrasonic Sensors on Drones

Ultrasonic sensors represent an important component of modern autonomous drone systems, particularly in applications requiring short-range environmental awareness. Their primary function is to provide continuous information about the distance between the drone and surrounding obstacles or the

ground surface. This information is subsequently processed by the flight controller, which adjusts the drone's movement accordingly.



Fig. 2. HC-SR04 sensor

One of the most common applications of ultrasonic sensors in UAV systems is altitude measurement during low-altitude flight. Sensors mounted on the underside of the drone continuously monitor the distance between the aircraft and the ground. This enables stable hovering and precise altitude control, especially in indoor environments where GPS signals may be unavailable or inaccurate.

Ultrasonic sensors are also widely used during automatic landing procedures. During descent, the sensor continuously evaluates the remaining distance to the ground surface and allows the flight controller to gradually reduce motor power. As a result, the landing process becomes smoother and safer, minimizing the risk of sudden impact or instability.

Another important area of application is obstacle detection. Sensors positioned on the front, rear, or sides of the drone can identify nearby objects in real time. If an obstacle is detected within a critical distance, the control system may warn the operator or automatically modify the flight trajectory in order to avoid collision.

Indoor navigation represents another field where ultrasonic sensors can provide practical advantages. Since GPS-based positioning systems often perform poorly inside buildings, drones must rely on alternative methods for orientation and stabilization. In such cases, ultrasonic sensors may support autonomous movement and improve positional awareness.

Despite these advantages, ultrasonic sensors also have several limitations that restrict their use in more demanding applications. One of the major disadvantages is their relatively short measurement range compared to laser-based systems. Furthermore, measurement reliability may decrease under outdoor conditions due to wind, environmental noise, or irregular object surfaces.

The wider measurement angle of ultrasonic waves may also reduce precision when multiple nearby obstacles are present. In addition, highly absorbent or uneven materials may weaken the reflected signal and negatively affect measurement accuracy.

From a practical perspective, ultrasonic sensors are most suitable for short-range applications and lower flight altitudes. In modern professional UAV systems, they are therefore commonly combined with optical sensors, LiDAR systems, cameras, and inertial navigation systems to improve overall reliability and operational safety [2][3][9].

Practical Implementation of Measurement

The experimental part of this work focused on evaluating the accuracy of the HC-SR04 ultrasonic sensor during distance measurements under controlled conditions. The experiment was carried out using an Arduino Uno microcontroller, which processed the data obtained from the sensor.

The HC-SR04 module was selected because it represents one of the most commonly used ultrasonic sensors in educational and experimental electronics projects. Its popularity is mainly associated with low cost, simple operation, and straightforward integration into microcontroller-based systems.

The sensor was connected to the Arduino Uno according to the standard connection scheme. The TRIG pin was used to generate the ultrasonic pulse, while the ECHO pin received the reflected signal. The Arduino microcontroller subsequently calculated the distance based on the measured signal propagation time.

The experiment was conducted indoors under stable environmental conditions in order to minimize the influence of external disturbances such as wind or ambient noise. A flat solid obstacle was placed at predefined distances from the sensor.

Measurements were performed at distances ranging from 20 cm to 200 cm. Each measurement was repeated three times, and the resulting average value was calculated to improve reliability. Actual distances were verified using a standard measuring tape.

After the initialization process in the Arduino IDE environment, the sensor repeatedly emitted ultrasonic pulses into space. When the transmitted wave reflected from the obstacle, the returning signal was captured through the ECHO pin. Based on the measured time interval, the Arduino microcontroller calculated the corresponding distance.

The collected measurement data were subsequently compared with the actual distances in order to evaluate sensor accuracy and identify possible deviations. The connection schematic is shown in Fig. 3.

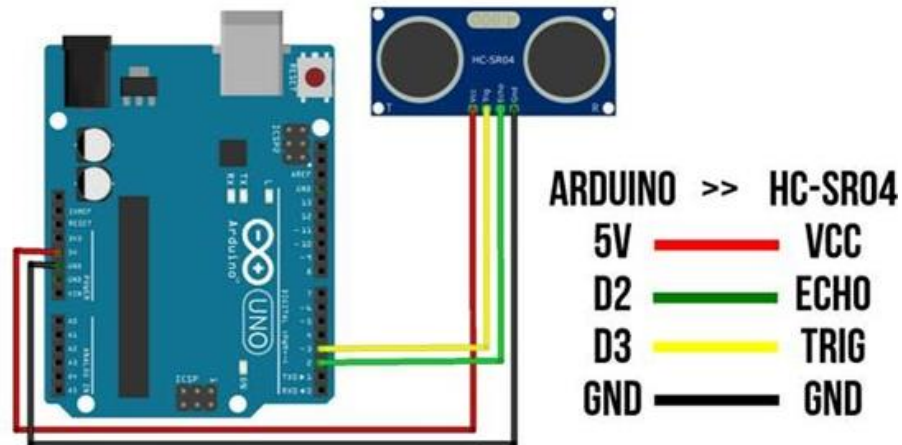


Fig. 3. Connection schematic

Measurement Results

The purpose of the experiment was to evaluate the accuracy of the HC-SR04 ultrasonic sensor during practical distance measurements. All measurements were carried out under stable indoor conditions in order to reduce the influence of environmental interference.

Measured values were obtained at several predefined distances between 20 cm and 200 cm. Each measurement was repeated three times, and the average value was calculated to ensure greater reliability and consistency of the results.

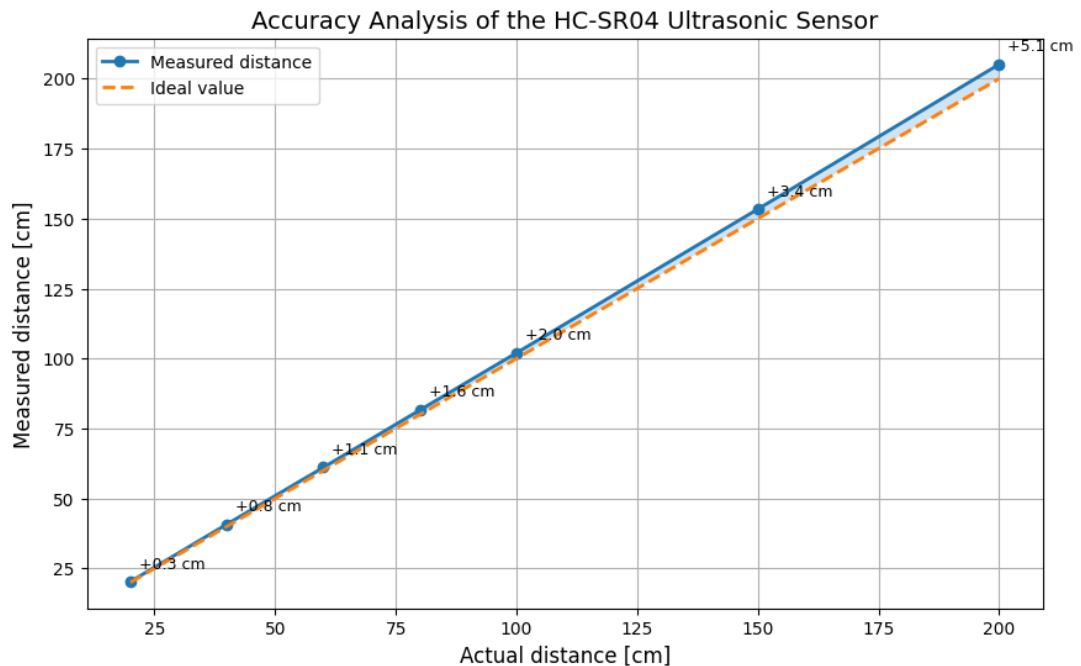


Fig. 4. Accuracy analysis of HC-SR04 ultrasonic sensor

The graphical evaluation of the experiment demonstrated that the relationship between actual and measured distances remained almost linear throughout the majority of the measurement range. The measured values closely followed the ideal reference line, particularly at shorter distances.

Within the range of approximately 20 cm to 80 cm, the differences between actual and measured values were minimal. This indicates that the HC-SR04 sensor provides relatively stable and accurate measurements under short-range operating conditions.

As the measured distance increased, the deviation between actual and measured values gradually became more noticeable. The largest deviation occurred at a distance of approximately 200 cm, where the measured value exceeded the actual distance by roughly 5 cm.

Although the measurement error increased with distance, the recorded values still showed relatively smooth progression without significant random fluctuations. This confirms that the sensor measurements remained repeatable and sufficiently stable for simple autonomous applications.

The obtained results indicate that the HC-SR04 ultrasonic sensor is most suitable for applications involving short-distance measurements. In drone systems, this includes low-altitude stabilization, automatic landing procedures, and obstacle detection within the immediate surroundings of the aircraft.

The experiment also confirmed several practical limitations of ultrasonic sensing technology. Measurement accuracy may decrease at longer distances, and sensor performance can be negatively influenced by environmental conditions or reflective properties of the measured object.

Nevertheless, considering its simplicity, affordability, and relatively reliable short-range performance, the HC-SR04 sensor remains a practical solution for educational projects and basic UAV applications [6][11].

Conclusion

The objective of this paper was to analyze the utilization of ultrasonic sensors in drone systems and experimentally evaluate their accuracy during practical distance measurements. The theoretical section introduced the operating principles of UAV sensor systems and described the functionality of ultrasonic sensors commonly used in autonomous navigation applications.

The experimental part focused on practical measurements using the HC-SR04 ultrasonic sensor connected to an Arduino Uno microcontroller. Measurements were carried out at several predefined distances under stable indoor conditions, and the obtained values were compared with actual measured distances.

The results demonstrated that the ultrasonic sensor provides relatively accurate and stable measurements at shorter distances. The graphical analysis confirmed that the measured values closely approximated the ideal reference values, especially within lower measurement ranges. However, as the distance increased, the measurement error gradually became more significant, which represents a natural limitation of ultrasonic sensing technology.

Based on the performed experiment, it can be concluded that ultrasonic sensors are particularly suitable for simple autonomous drone applications involving short-range measurements. Typical examples include low-altitude flight stabilization, automatic landing, indoor navigation, and nearby obstacle detection.

The main advantages of ultrasonic sensors include low implementation cost, low weight, simple integration into electronic systems, and low power consumption. Their disadvantages involve limited measurement range and sensitivity to environmental conditions such as wind, temperature changes, or irregular object surfaces.

In professional UAV systems, ultrasonic sensors are therefore often combined with additional technologies such as LiDAR systems, optical sensors, and cameras in order to improve navigation accuracy and operational reliability. Despite their limitations, ultrasonic sensors remain an effective and economically accessible solution for educational, laboratory, and experimental drone applications.

References

- 1) Journal Article: MOHSAN, S. A. H., et al., 2023. *A Review of Localization and Navigation Techniques for UAVs*. Drones, vol. 7, no. 3, pp. 185–204. ISSN 2504-446X. DOI: 10.3390/drones7030185.
- 2) Journal Article: HUANG, D., ZHOU, Z., ZHANG, Z., DU, X., FAN, R., LI, Q. a HUANG, Y., 2025. *From Application-Driven Growth to Paradigm Shift: Scientific Evolution and Core Bottleneck Analysis in the Field of UAV Remote Sensing*. Applied Sciences, vol. 15, no. 15, p. 8304. ISSN 2076-3417. DOI: 10.3390/app15158304.
- 3) Journal Article: YUE, K., 2024. *Multi-sensor Data Fusion for Autonomous Flight of Unmanned Aerial Vehicles in Complex Flight Environments*. Drone Systems and Applications, vol. 12, pp. 1–12. DOI: 10.1139/dsa-2024-0005.
- 4) Journal Article: MIRANDA, V. R. F., REZENDE, A. M. C., ROCHA, T. L., AZPÚRUA, H., PIMENTA, L. C. A. a FREITAS, G. M., 2022. *Autonomous Navigation System for a Delivery Drone*.

Journal of Control, Automation and Electrical Systems, vol. 33, no. 1, pp. 141–155. ISSN 2195-3880. DOI: 10.1007/s40313-021-00828-4.

5) Technical Report: MICROCHIP TECHNOLOGY INC., 2018. *AN2548: Core Independent Ultrasonic Distance Measurement with the tinyAVR® 1-series* [online]. Available at: [Microchip Application Note AN2548](#). Accessed: 29 May 2026.

6) Journal Article: ALIEW, F., 2022. *An Approach for Precise Distance Measuring Using Ultrasonic Sensors*. Engineering Proceedings, vol. 24, no. 1, p. 8. DOI: 10.3390/IECMA2022-12901.

7) Datasheet: HC-SR04 DATASHEET, 2023. *Ultrasonic Ranging Module HC-SR04 Specifications* [online]. Available at: <https://datasheet.es/PDF/779948/HC-SR04-pdf.html> [Accessed: 29 May 2026].

8) Journal Article: ALAM, M. S. a OLUOCH, J., 2021. *A Survey of Safe Landing Zone Detection Techniques for Autonomous Unmanned Aerial Vehicles (UAVs)*. Expert Systems with Applications, vol. 179, article 115091. ISSN 0957-4174. DOI: 10.1016/j.eswa.2021.115091.

9) Journal Article: KAZAN, F. A. a SOLAK, H., 2023. *Improvement of Ultrasonic Sensor-Based Obstacle Avoidance System in Drones*. International Journal of Aeronautics and Astronautics, vol. 4, no. 1, pp. 9–35. e-ISSN 2757-6574. DOI: 10.55212/ijaa.1261912.

10) Web Resource: ARDUINO, 2024. *Arduino Uno Rev3 Documentation* [online]. Available at: [Arduino Documentation – UNO Rev3](#) [Accessed: 29 May 2026].

11) Journal Article: MANNAY, K., UREÑA, J., HERNÁNDEZ, Á., VILLADANGOS, J. M., MACHHOUT, M. a AGUILI, T., 2021. *Evaluation of Multi-Sensor Fusion Methods for Ultrasonic Indoor Positioning*. Applied Sciences, vol. 11, no. 15, article 6805. ISSN 2076-3417. DOI: 10.3390/app11156805.

12) Journal Article: WILSON, A. N., KUMAR, A., JHA, A. a CENKERAMADDI, L. R., 2022. *Embedded Sensors, Communication Technologies, Computing Platforms and Machine Learning for UAVs: A Review*. IEEE Sensors Journal, vol. 22, no. 3, pp. 1807–1826. ISSN 1530-437X. DOI: 10.1109/JSEN.2021.3139124.

13) Web Resource: DJI, 2022. *Obstacle Sensing Systems in Modern UAVs* [online]. Available at: [DJI Official Website](#) [Accessed: 29 May 2026].

Дата надходження статті до видання: 25.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

В.І. Панченко [0009-0000-5627-8560] , Ю.Ю. Брек, О.Б. Злат-Лозинський [0000-0002-7013-5010]

Інститут Проблем Матеріалознавства ім. І.М.Францевича НАН України

ГРАТЧАСТІ (АУКСЕТИЧНІ) СТРУКТУРИ ОТРИМАНІ 3D-ДРУКОМ МЕТОДАМИ ПОШАРОВОГО НАПЛАВЛЕННЯ (FDM) ТА ФОТОПОЛІМЕРІЗАЦІЇ (LCD-SLA)

У роботі досліджено гратчасті ауксетичні структури, отримані методами адитивного виробництва: пошарового наплавлення матеріалу (FDM) та фотополімеризації із застосуванням LCD-SLA технологій. Зразки виготовляли з TPU-філаменту та ABS-подібної фотополімерної смоли. Основну увагу приділено впливу способу 3D-друку на точність відтворення тонких ребер, вузлів і повторюваних ауксетичних комірок. Показано, що LCD-SLA забезпечує вищу геометричну точність, кращу якість поверхні та деталізацію дрібних елементів, що є важливим для дослідницьких і демонстраційних зразків. Водночас FDM-друк із використанням гнучких термопластів, зокрема TPU, може бути доцільним для функціональних ауксетичних структур, які працюють в умовах багаторазової деформації або ударного навантаження. Розглянуто основні технологічні труднощі обох методів, зокрема усадку й підвищення жорсткості фотополімерних зразків, а також проблеми адгезії першого шару, зміщення шарів і утворення дефектів під час FDM-друку. Отримані результати підтверджують, що вибір технології 3D-друку та матеріалу є визначальним для формування гратчастих ауксетичних структур із необхідною геометрією та деформаційною поведінкою.

Ключові слова: ауксетичні структури, гратчасті структури, 3D-друк, FDM, LCD-SLA, TPU, фотополімерна смола, адитивне виробництво.

V.I. Panchenko, Y.Y. Brek, O.B. Zgalat-Lozynskyi

AUXETIC LATTICE STRUCTURES FABRICATED BY 3D PRINTING USING FUSED DEPOSITION MODELING AND LCD-SLA PHOTOPOLYMERIZATION

The paper presents a study of auxetic lattice structures fabricated by additive manufacturing using fused deposition modeling (FDM) and liquid crystal display stereolithography (LCD-SLA). The investigated samples were produced from TPU filament and ABS-like photopolymer resin. Particular attention was paid to the influence of printing technology on the accuracy of reproducing thin ribs, nodes, and repeating auxetic cells. It was shown that LCD-SLA provides higher geometric accuracy, better surface quality, and more precise reproduction of small structural elements, which is especially important for research and demonstration samples. At the same time, FDM printing with flexible thermoplastics, particularly TPU, may be more suitable for functional auxetic structures subjected to repeated deformation or impact loading. The main technological difficulties of both methods are discussed, including shrinkage and increased stiffness of photopolymer samples, as well as first-layer adhesion problems, layer shifting, and stringing during FDM printing. The results confirm that the choice of 3D printing technology and material is critical for obtaining auxetic lattice structures with the required geometry and deformation behavior.

Keywords: auxetic structures, lattice structures, 3D printing, FDM, LCD-SLA, TPU, photopolymer resin, additive manufacturing.

Introduction. The development of lightweight, strong, and functionally adaptive materials is a fundamental challenge in modern materials engineering. Advances in additive manufacturing have enabled a shift from solid structures to metamaterials with controlled topologies, among which auxetic (lattice) structures hold a special place. A distinctive feature of auxetics is their negative Poisson's ratio: under tensile loads, such materials expand in the transverse direction. This atypical effect is due exclusively to the cell geometry, which allows for a significant increase in the structure's resistance to failure, its shear stiffness, and its ability to dissipate energy [1]. The development of this field at the regional and global levels, including an analysis of the material and technical base and the prospects for implementing the latest additive methods in Ukraine, is covered in detail in domestic analytical reviews [2].

3D printing technology is most commonly used for the synthesis of lattice auxetics. The fused deposition modeling (FDM) method has become widely adopted due to its manufacturability and cost-effectiveness in reproducing complex geometries. Studies confirm the effectiveness of FDM for printing auxetics from basic thermoplastics (PLA, ABS), where the mechanical properties of the product directly depend on the printing parameters and the architecture of the cell itself [3, 4]. At the same time, to improve the characteristics of FDM-printed elements and overcome their internal anisotropy, post-processing and heat treatment methods are successfully applied, in particular microwave sintering of composite structures, which ensures increased interlayer cohesion [5]. On the other hand, photopolymerization methods (SLA, LCD-SLA) guarantee high precision and minimal layer thickness, making them in demand for the creation of microstructures, particularly for biomedical applications [6].

The raw material base for such structures is traditionally polymers and their composites. Polylactide (PLA) remains one of the most popular materials due to its high processability and stable mechanical properties [7]. However, for high-load systems, carbon-fiber-reinforced polyamides are increasingly being used, which allows for a dramatic improvement in strength characteristics [8]. Research on modifying

© В.І. Панченко, Ю.Ю. Брек, О.Б. Злат-Лозинський

polymer matrices with discrete fillers—such as silicon nitride particles [9], titanium nitride [5, 10], and basalt fibers for ABS plastic [11]—has made a significant contribution to expanding the range of composites for additive manufacturing. This enables precise control of the elastic, mechanical, and tribological properties of the base material.

A set of unique functional properties makes auxetic lattice structures promising for applications in the aerospace industry, implantology, transportation engineering, and modern impact protection systems [7, 12]. In this context, the material's damping potential is critically important. Acoustic studies of composites with refractory inclusions confirm their high ability to absorb and dissipate mechanical vibrations [10]. Moreover, it has been established that the intrinsic physical and mechanical characteristics of flexible polymer matrices play a decisive role in the overall energy capacity of three-dimensional auxetic lattice structures under compression [13], which opens new avenues for their targeted optimization under dynamic loads.

Despite the significant volume of research conducted in the field of modifying base polymers, a comparative analysis of the structural integrity and specific deformation behavior of lattice metamaterials produced using fundamentally different additive techniques requires more detailed study. In this regard, the aim of this work is a comprehensive study of the capabilities and technological features of 3D printing of lattice auxetic structures based on engineering plastics using fused deposition modeling (FDM) and liquid crystal-based stereolithography (LCD-SLA).

Objective. This study investigated the potential of 3D printing using fused deposition modeling and liquid crystal stereolithography to produce plastic-based lattice auxetics structures.

Materials and Methods. In our study, we used the Photon Mono 4 ULTRA photopolymer printer (ANYCUBIC, China) and the Ender 5 FDM 3D printer (Creality, China). Printing materials: ABS-Like Resin V2 photopolymer resin (Anycubic, China) and 1.75 mm diameter TPU filament (Creality, China).

Printing was performed using the following parameters:

- 1) photopolymer printer: layer thickness 0.050 microns, resin temperature $\sim 40^{\circ}\text{C}$, print speed – 1 layer in 2.7 seconds, total number of layers 1,503 (the 50x50x50 model is positioned at a 45° angle on supports).
- 2) FDM printer: nozzle diameter 0.4 mm, nozzle temperature 215°C and build plate temperature 600°C , print speed The 3D model was designed and edited in Blender and Autodesk Netfabb and prepared for printing in Simplify3D.

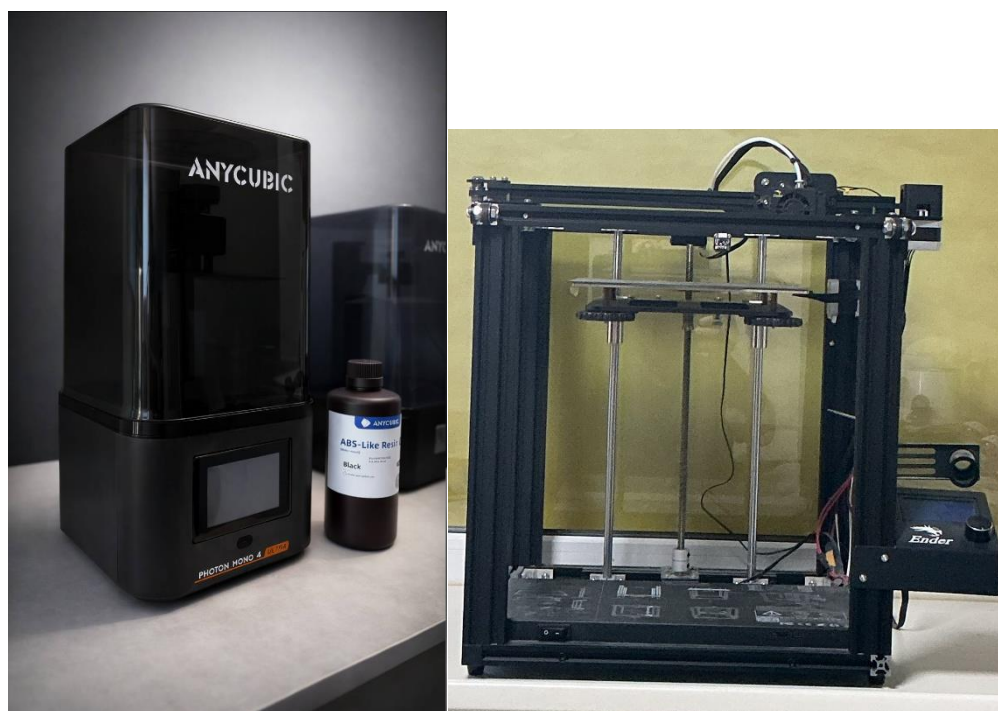


Fig. 1. 3D printers: a – Photon Mono 4 ULTRA, b – Creality Ender 5

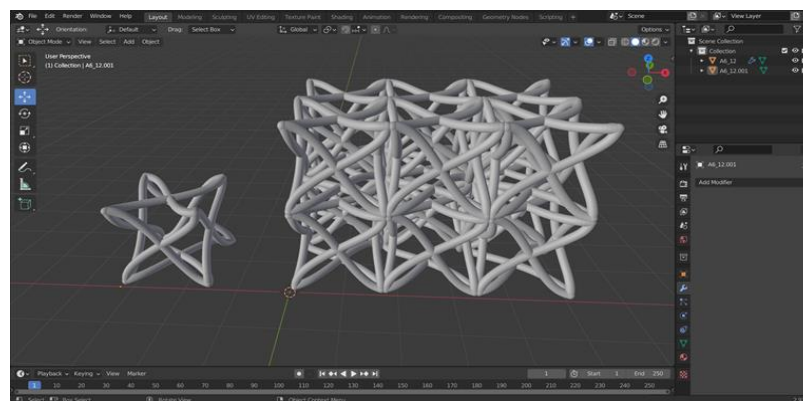


Fig. 2. Model of an auxetic array measuring 30 mm × 20 mm × 20 mm.

3D Printing of Lattice (Auxetic) Structures. As previously noted, auxetic structures have a negative Poisson's ratio, meaning that when stretched, they expand symmetrically across their width, and when compressed, they contract. The mechanical behavior of auxetic materials is determined not so much by the material itself as by the precision of the unit cell reproduction: the thickness of the edges, the radii at the nodes, and the uniformity of the auxetic cells throughout the volume. This is precisely why photopolymer printing is often more technologically advantageous than FDM for such structures. Reviews of auxetic structures and experimental work with SLA/DLP printing clearly indicate that additive methods are well-suited for manufacturing complex auxetic geometries, and DLP/SLA can provide more isotropic behavior than FDM due to better interlayer adhesion. The Photon Mono 4 Ultra has a sufficiently high resolution, which is quite important for photopolymer resin printing. Given that lattice structures are quite sensitive to geometric errors in thin bridges, internal corners, and cell repeatability, their accurate reproduction during 3D printing is a key factor in ensuring that the resulting lattice structures exhibit auxetic properties. A typical lattice structure produced by photopolymerization (LCD-SLA) is shown in Fig. 3.

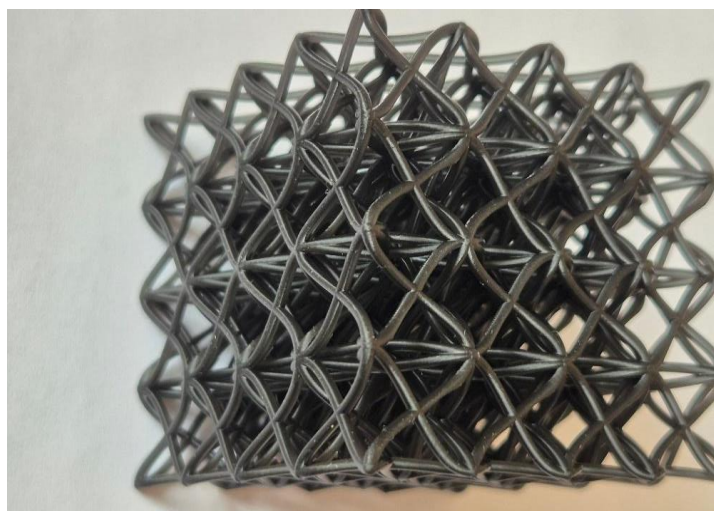


Fig. 3. An array of auxetics made from ABS-Like Resin V2 photopolymer resin, printed on a Photon Mono 4 ULTRA.

After printing with ABS-Like Resin V2 photopolymer resin, a high-quality sample of a lattice structure was obtained, but slight changes in geometry and properties were observed—the resulting sample shrinks in size, and the material becomes stiffer. Such changes may be acceptable for a standard demonstration sample, but for a metamaterial with thin hinges, such a change can be significant. Moving forward, these changes must be taken into account when selecting materials, as they can significantly affect the results of mechanical tests on lattice structures.

The desired outcome in 3D printing is to obtain a physical model that closely resembles the computer model; however, numerous issues often arise that cause the shape to deform. During the FDM printing process of an array of lattice auxetics-structures issues related to geometry were also identified, given the small size of the elements. To obtain a high-quality finished model, a lengthy process of adjusting the temperature, print speed, and retraction settings was required. The array of auxetics, in which the constituent

© В.І. Панченко, Ю.Ю. Брек, О.Б. Злат-Лозинський

elements of the lattice structure were 5 mm in size and made of TPU filament, did not always match the digital model after printing in Fig. 4a. By improving print accuracy and increasing the thickness of the axetic cell ribs, we were able to produce a high-quality object that retained its compressibility and exhibited axetic properties in Fig. 4b.

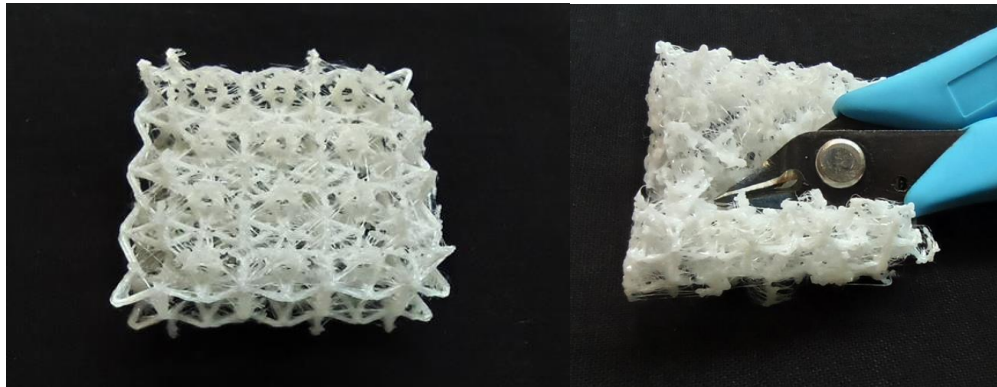


Fig. 4. A lattice structure of auxetics made from TPU filament printed using the FDM method.

Additionally, during printing, we encountered issues such as the first layer of the model's material peeling away from the platform, layer misalignment, and the presence of "strands" between elements—which are remnants of plastic on the nozzle and result from the extruder's movement between the model's elements. These difficulties are common regardless of the size and shape of the printed object when using the FDM method, and the solution lies in selecting the appropriate print settings for each material loaded into the printer, as filaments of the same plastic type from different manufacturers often have varying properties.

Comparing the two methods, we note that for the FDM method, the minimum feature size is effectively limited by the nozzle diameter, the width of the extrusion path, melt flow, and flow rate settings, whereas for LCD-SLA on the Photon Mono 4 Ultra printer, the limit is set by a 17-micron pixel and layer photopolymerization, so fine cells, thin hinge areas, and joints are reproduced more accurately. In FDM, strength depends heavily on the adhesion between filaments and layers; this is often a weak point, especially under tensile or bending stress across layers. This is problematic for auxetics because the structure deforms complexly and locally "twists" joints in different directions. For LCD-SLA, studies have shown more isotropic behavior compared to FDM due to better interlayer integration.

Therefore, for achieving the desired geometry, printing with photopolymer resin is preferable, but mechanically, standard photopolymers are often more brittle than typical FDM materials (TPU, PLA, PETG, or nylon). This is particularly important for auxetic structures, as they function through local twists, bends, and the redistribution of strain at nodes. If the resin is stiff and brittle, the structure will not exhibit the desired auxetic deformation but will simply crack at the nodes or along thin ribs. This means that for functional prototypes, it is better to use specialized materials (tough / ABS-like / engineering resin) rather than standard resin.

On the other hand, considering the possibility of recycling and the cost per printed part, as well as economic and environmental factors, the FDM method has a significant advantage over photopolymer resin printing.

Conclusion. To summarize the theoretical analysis, it can be stated that lattice auxetic structures open up new possibilities for engineering thanks to their programmable negative Poisson's ratio. Their ability to effectively absorb energy and adapt to complex geometric surfaces makes them indispensable in aviation, medicine, and protective technologies. However, the complexity of the internal architecture of such materials poses challenges for traditional manufacturing, highlighting the relevance of additive technologies.

When producing arrays of auxetic structures, it was found that for fine-celled, geometrically complex, research, or demonstration parts, LCD-SLA is generally superior to FDM because it provides higher precision, better surface quality and detail, as well as less pronounced weak interlayer bonding.

For functional, repeatedly deformed, impact-loaded, or elastic auxetic structures, FDM may be advantageous if an appropriate thermoplastic is used, particularly TPU or nylon, since standard resins often have inferior crack resistance. Additionally, this method is more environmentally and economically advantageous than LCD-SLA.

References:

1. Mocerino, D., Ricciardi, M., Antonucci, V., Papa, I. Fused Deposition Modelling of Polymeric Auxetic Structures: A Review // *Polymers*. – 2023. – Vol. 15, No. 4. – 1008. DOI: [10.3390/polym15041008](https://doi.org/10.3390/polym15041008).
2. Zgalat-Lozynskyy, O.B. Materials and Techniques for 3D Printing in Ukraine (Overview) // *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*. – 2022. – Vol. 61, Nos. 7-8. – P. 398–413. DOI: [10.1007/s11106-023-00327-y](https://doi.org/10.1007/s11106-023-00327-y).
3. Etemadi, E., Rahmanian, S., Zolfagharian, A. Design, FDM printing, FE and theoretical analysis of auxetic structures // *Composite Structures*. – 2023. – Vol. 320. – 117602. DOI: [10.1016/j.compstruct.2023.117602](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.117602).
4. Singh, S., Kumar, R., Singh, I. Mechanical behavior of FDM manufactured auxetic structures // *International Journal of Solids and Structures*. – 2023. – Vol. 268. – 112126. DOI: [10.1016/j.ijsolstr.2023.112126](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2023.112126).
5. Zgalat-Lozynskyy, O.B., Matviichuk, O.O., Litvyn, R.V., Myslyvchenko, O.M., Zgalat-Lozinska, N.O. Microwave Sintering of 3D Printed Composites from Polymers Reinforced with Titanium Nitride Particles // *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*. – 2023. – Vol. 62, Nos. 3-4. – P. 164–173. DOI: [10.1007/s11106-023-00380-7](https://doi.org/10.1007/s11106-023-00380-7).
6. Kolken, H.M.A., Zadpoor, A.A. Auxetic structures manufactured using additive manufacturing: A review // *Materials*. – 2021. – Vol. 14, No. 9. – 2233. DOI: [10.3390/ma14092233](https://doi.org/10.3390/ma14092233).
7. Kumar, A., Singh, R., Ahuja, I.P.S. Mechanical properties and impact response of PLA-based auxetic structures // *Materials Today: Proceedings*. – 2023. – Vol. 72. – P. 2661–2667. DOI: [10.1016/j.matpr.2023.06.084](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.06.084).
8. Pellegrini, A., Ginestra, P., Ceretti, E. Auxetic behavior of 3D-printed ABS and carbon fiber reinforced polyamide // *Progress in Additive Manufacturing*. – 2024. – Vol. 9. – P. 1–12. DOI: [10.1007/s40964-023-00465-0](https://doi.org/10.1007/s40964-023-00465-0).
9. Zgalat-Lozynskyy, O., Matviichuk, O., Tolochyn, O., Ievdokymova, O., Zgalat-Lozinska, N., Zakiev, V. Polymer Materials Reinforced with Silicon Nitride Particles for 3D Printing // *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*. – 2021. – Vol. 59, Nos. 9-10. – P. 515–527. DOI: [10.1007/s11106-021-00189-2](https://doi.org/10.1007/s11106-021-00189-2).
10. Vdovychenko, O.V., Zgalat-Lozynskyy, O.B., Kolesnykov, A.M., Matviichuk, O.O. Acoustic Study of Elasticity and Damping Properties of Polypropylene Composites Reinforced with Titanium Nitride Particles for 3D Printing // *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*. – 2025. – Vol. 63, Nos. 11-12. – P. 702–711. DOI: [10.1007/s11106-025-00496-y](https://doi.org/10.1007/s11106-025-00496-y).
11. Shevchuk, K.S., Naumenko, V.Yu., Derevianko, O.V., Zgalat-Lozynskyy, O.B. Fabrication of filaments for 3D printing from ABS plastic reinforced with basalt fibers // *Naukovi Notatky [Scientific Notes]*. – 2024. – No. 79. – P. 45–49. DOI: [10.36910/775.24153966.2024.79.6](https://doi.org/10.36910/775.24153966.2024.79.6).
12. Blake, P., Alderson, A., Evans, K.E. 3D auxetic elastomeric cellular structures for impact protection // *Journal of Engineered Fibers and Fabrics*. – 2024. – Vol. 19. DOI: [10.1177/20414196241284296](https://doi.org/10.1177/20414196241284296).
13. Tolochyna, O., Zgalat-Lozinska, N., Podrezov, Y., Verbylo, D., Tolochyn, O., Zgalat-Lozynskyy, O. The role of flexible polymer composite materials properties in energy absorption of three-dimensional auxetic lattice structures // *Materials Today Communications*. – 2023. – Vol. 37. – 107370. DOI: [10.1016/j.mtcomm.2023.107370](https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2023.107370).

Рецензенти:

Литвин Роман Валерійович, зав. лаб. «Фізики та технології обробки матеріалів концентрованими потоками енергії» від. №21 Інституту проблем матеріалознавства ім. І. М. Францевича Національної академії наук України канд. техн. наук, старш. досл.

Миронюк Денис Валерійович, учений секретар Інституту проблем матеріалознавства ім. І. М. Францевича Національної академії наук України канд. фіз.-мат. наук, старш. досл.

Дата надходження статті до видання: 25.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення: 28.05.2026

В. Л. Калюжний¹ [0000-0002-4904-8879], В.М. Горностай¹ [0000-0001-5766-931X],
О.Є. Марков² [0000-0001-9377-9866], П.Б. Абхари² [0000-0003-0827-8149]

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені
Ігоря Сікорського»¹ Донбаська державна машинобудівна академія м. Краматорськ²

ХОЛОДНЕ ВИДАВЛЮВАННЯ ІЗ САМОРЕГУЛЬОВАНИМ ПРОТИТИСКОМ ЗА ДОПОМОГОЮ РІДИНИ ПУАНСОНІВ ЗІ СТАЛІ AISI 52100 ДЛЯ КАРБУВАННЯ МОНЕТ

В умовах серійного і масового виробництва виробів процесами холодного об'ємного штампування стоїть задача підвищення стійкості пуансонів і виштовхувачів, яку можна вирішити шляхом заміни обробки різанням на холодне видавлювання при виготовленні такого інструмента. В роботі використано моделювання МСЕ із застосуванням пружно-пластичної моделі металу по визначенню параметрів холодного видавлювання із саморегульованим протитиском пуансонів зі сталі AISI 52100 для карбування монет та проведено експерименти по отриманню пуансонів. Для двох геометричних форм пуансонів моделюванням встановлено максимальні значення протитиску рідини 200 і 300 МПа, які забезпечили видавлювання пуансонів з ступенями деформації 40.8 і 50.6% відповідно. Визначено залежність зусиль видавлювання від переміщення деформуючого інструмента, зусиль виштовхування деформованих заготовок з контейнерів, а також розподіл питомих зусиль на поверхнях заготовки, що контактують з інструментом. Виявлено форму і розміри пуансонів після видавлювання, розподіли температури та компонент напружень і деформацій у деформованому металі. Пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією проаналізовано по розподілу інтенсивності деформації. Найбільше пропрацювання має місце в місці переходу циліндричної деформуючої поверхні пуансонів в кінцеву опорну поверхню, що необхідно для підвищення стійкості пуансонів при карбуванні. Проведено експериментальні роботи підтвердили результати розрахунків. Результати моделювання і експериментів по видавлюванню з протитиском для сталі AISI 52100 є новими. Видавлювання з саморегульованим протитиском може бути використано при виготовленні деформуючого інструмента із малопластичних штампових і інструментальних сталей для процесів обробки металів тиском.

Ключові слова: Холодне видавлювання, саморегульований протитиск, пуансони для карбування, метод скінченних елементів, зусилля, питомі зусилля, напруження, деформації, ресурс пластичності.

V. Kaliuzhnyi, O. Markov, V. Gornostai, P. Abkhari

COLD STAMPING WITH SELF-REGULATING COUNTERPRESSURE USING LIQUID AIS1 52100 STEEL PUNCHES FOR COIN MINTING

In the context of mass production of products using cold deep-drawing processes, the challenge is to improve the durability of punches and ejectors, which can be addressed by replacing machining with cold extrusion in the manufacture of such tools. This work employs FEM modeling using an elastic-plastic metal model to determine the parameters for cold extrusion with self-regulating counterpressure of AISI 52100 steel punches for coin minting, and experiments were conducted to produce the punches. For two geometric shapes of punches, the simulation established maximum fluid counterpressure values of 200 and 300 MPa, which ensured the extrusion of punches with deformation rates of 40.8% and 50.6%, respectively. The relationship between the extrusion force and the displacement of the forming tool, the force required to eject the formed blanks from the containers, and the distribution of specific forces on the surfaces of the blank in contact with the tool have been determined. The shape and dimensions of the punches after extrusion, as well as the distributions of temperature and the components of stresses and strains in the deformed metal, were identified. The work hardening of the metal structure due to cold plastic deformation was analyzed based on the distribution of strain intensity. The greatest work hardening occurs at the transition from the cylindrical deforming surface of the punches to the conical support surface, which is necessary to increase the stability of the punches during stamping. Experimental studies were conducted and confirmed the results of the calculations. The results of the modeling and experiments on extrusion with counterpressure for AISI 52100 steel are novel. Extrusion with self-regulating counterpressure can be used in the manufacture of forming tools from low-ductility die and tool steels for metal forming processes.

Keywords: Cold extrusion, self-regulating counterpressure, stamping punches, finite element method, force, specific force, stress, strain, plasticity limit.

Постановка проблеми. В процесах холодного об'ємного штампування (ХОШ) деформуючий інструмент, зокрема пуансони і виштовхувачі, витримують значні питомі зусилля. В умовах серійного і масового виробництва виробів із застосуванням процесів ХОШ має місце проблема стійкості інструменту, який виробляється із штампових і інструментальних сталей та суттєво впливає на собівартість виробів. Така проблема існує і в процесах карбування. На рис. 1 представлено приклади форми і розмірів пуансонів зі сталі AISI 52100 для карбування монет. Пуансони мають деформуючі частини циліндричної форми і опорні частини конічної форми. На рис. 1а показано форму плоского пуансона, а на рис. 1б – випуклого пуансона (торець циліндричної

© В. Л. Калюжний, В.М. Горностай, О.Є. Марков, П.Б. Абхари

частини має радіус для нанесення видавлюванням гравюри монети). В процесі експлуатації пуансонів після певної кількості навантажень відбувається руйнування в місці переходу деформуючої частини в опорну частину. Загально відомо, що для підвищення стійкості деформуючого інструменту при його виготовленні замість обробки різанням використовують процеси холодного видавлювання. Збільшення стійкості відбувається завдяки подрібненню зерен і карбідів наведених сталей та створенню сприятливої макроструктури в осьовому напрямку інструмента при видавлюванні. Видавлювання також забезпечує економію сталей. Традиційним холодним видавлюванням отримати такі пуанسونи неможливо по причині низької пластичності сталі AISI 52100 та наявності малих радіусів переходу циліндричних частин в конічні ($R=1.5$ і $R=2.0$ див. рис. 1). В такому випадку потрібно використовувати холодне видавлювання з прикладанням протитиску для

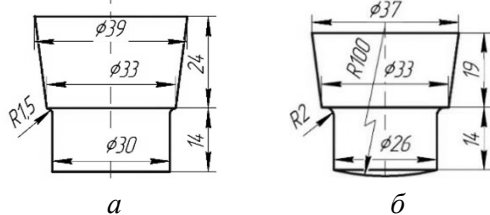


Рис. 1. Приклади форми і розмірів пуансонів для карбування монет: а – плоский пуансон, б – випуклий пуансон

підвищення пластичності та виконання формоутворення з малими радіусами R . Тому постає задача по встановленню параметрів для проектування технології виготовлення пуансонів шляхом видавлювання з протитиском.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вплив гідростатичної екструзії на мікроструктуру та деформуємість сплавів Al-Si-X розглянуто в роботі [1]. Зі збільшенням вмісту Si в сплавах Al-Si тиск екструзії лінійно зростає. Встановлено подрібнення частинок Si, а ступінь подрібнення мікроструктури збільшується зі збільшенням коефіцієнта екструзії. Авторами [2] теоретично і експериментально досліджуються методи холодної екструзії з протитиском для виготовлення виробів з високою розмірною точністю. Встановлено, що для підвищення точності розмірів необхідний протитиск величиною 50-60% від напруження текучості. Вплив тертя, протитиску та швидкості деформації на течію металу під час кутової екструзії з рівним каналом вивчено в джерелі [3]. Наявність протитиску позитивно впливає на таку екструзію. У статті [4] представлено результати чисельного з використанням МСЕ та експериментального аналізу холодної екструзії високоякісного алюмінію AA1100. Досліджено вплив кута нахилу матриці, коефіцієнта обтиснення на силу екструзії. Визначено тиск контакту матриці з заготовкою, ефективні напруження та деформації, а також швидкість деформації матеріалу. Обговорено кореляцію між теоретичними і експериментальними даними. У джерелі [5] експериментально досліджено зміни в мікроструктурі технічно чистого алюмінію при гідростатичній екструзії за три проходи до величини істинної деформації 3,8. Виявлено подрібнив зерна до 0.6 мкм за перший прохід, а при подальшій деформації середній розмір зерна залишається незмінним. В монографії [6] представлено результати досліджень по гідроекструзії кольорових металів і сплавів, профілів із важкодеформівних матеріалів і титанових та термостійких сплавів, а також виробів із композиційних матеріалів. Металоріжучий і штамповий інструмент, який виготовлений методами гідроекструзії, має підвищену стійкість завдяки пропрацюванню структури матеріалів холодною пластичною деформацією. У джерелі [7] розглянуто процес гідростатичної екструзії для виготовлення ультрадрібнозернистого об'ємного сплаву Al-Mg. Після гідростатичної екструзії також було отримано досить хорошу пластичність сплаву. Дослідження за допомогою МСЕ процесу холодної зворотної екструзії з протитиском 100-200 МПа сплаву AZ31B (Mg-3%Al-1%Zn) проведено авторами [8]. Завдяки зростанню пластичності критичний хід пуансона до початку руйнування збільшено на 20%. В роботі [9] відмічено, що гідростатична екструзія є ефективним методом подрібнення зерна до нанометрового масштабу та отримання середнього розміру зерна менше 100 нм в алюмінієвих сплавах, титані та залізі. Подрібнення зерна в металевих матеріалах має вплив на значне підвищення механічної міцності, покращення зносостійкості та корозійної стійкості при збереженні прийнятного рівня пластичності. Лінії течії були проаналізовані в алюмінієвому сплаві 6061 під час кутової екструзії з рівним каналом (ЕСАЕ) у матриці 90° з застосуванням та без застосування зворотного тиску під час екструзії в роботі [10]. Показано, що протитиск дещо знижує загальну деформацію, значно збільшує розмір пластичної зони та суттєво знижує швидкість пластичної деформації. Джерело [11] присвячено дослідженню впливу протитиску на накопичення пошкоджень на процес прямої екструзії. Застосування протитиску призводить до помітного зменшення накопичення пошкодження в центральній частині. Завдяки систематичному збільшенню протитиску розміри тріщин

зменшуються; а при певному рівні протитиску можна повністю уникнути утворення шевронних тріщин. Вплив гідростатичної екструзії з протитиском на механічні властивості чавуну розглянуто авторами в дослідженні [12]. Було проведено холодну гідроекструзію з протитиском 700 МПа та без нього чавунів EN-GJL 250 та EN-GJS 500-7 зі ступенями деформації 1.77 та 2.12. Було отримано дуже високу міцність на стиск - понад 1000 МПа і ~2400 МПа при мікротвердості HV0.2 понад 3000 МПа та понад 3400 МПа. Подовженням зросло на 15% і 50% для наведених марок чавунів відповідно. Автори вважають, що чавуни з такими властивостями можна класифікувати як нові конструкційні матеріали на основі заліза. У роботі [13] високоміцний сплав C65500 був підданий інтенсивній пластичній деформації методом холодної гідростатичної екструзії для підвищення його міцності шляхом подрібнення зерен без зміни хімічного складу. Істинна деформація величиною 4,1 привела до збільшення межі міцності та межі текучості на 45% та 130% відповідно. У джерелі [14] розглянуто комбіноване видавлювання з протитиском. Прикладання протитиску покращує характеристики пластичності деформованого металу, запобігає виникненню тріщин і розривів, підвищує механічні властивості і точність виробів та приводить до скорочення кількості переходів видавлювання. Авторами [15] представлено результати дослідження гідростатичної екструзії крупнозернистого промислово чистого титану. Деформування призводить до утворення надтонкої мікроструктури пластинчастого типу з дуже міцною волокнистою текстурою, яка має анізотропію властивостей в поздовжньому і поперечному напрямках. В джерелі [16] запропоновано спосіб усунення трибологічних і технологічних проблем при гідростатичній екструзії титану (NC-Ti) завдяки нанесенню алюмінієвого покриття на заготовки. Накопичена деформація величиною 3 забезпечила подрібнення зерен титану та отримання прутків діаметром до 10 мм з нанокристалічною структурою. В роботі [17] проведено чисельні (МСЕ) і натурні експерименти по холодному видавлюванню із саморегульованим протитиском (змінним в процесі видавлювання) сферичних порожнин із інструментальної сталі P6M5. Максимальна величина протитиску 500 МПа забезпечила деформування без руйнування. Порівняння даних теорії і експериментів по зусиллю видавлювання показало хорошу збіжність. Авторами [18] досліджено наноструктуру та механічні властивості феритно-аустенітної нержавіючої сталі, що деформувалася гідростатичною екструзією з деформаціями $\epsilon=1.4$ та $\epsilon=3.8$. Відмічено зменшення величини зерен з 4 мкм до 150 нм у фериті та 70 нм в аустеніті та значне збільшення межі міцності при випробуванні на розтяг. У роботі [19] досліджено холодну гідроекструзію з протитиском за допомогою рідини величиною від 400 МПа до 700 МПа. Деформуванню підлягали малопластичні і непластичні матеріали: магнієвий сплав ZW3, сірий чавун GJL250, чавун GJS500, вісмут чистотою 99.999% та молибден чистотою 99,9%. Отримано об'ємні вироби без дефектів діаметром від 4 до 7 мм. Механічні властивості і твердість матеріалів були суттєво підвищені, а подрібнення зерен призвело до збільшення пластичності. Авторами зроблено висновок, що гідростатична екструзія з протитиском має велике прикладне значення. Джерело [20] присвячено встановленню чисельним моделюванням раціонального значення протитиску при видавлюванні алюмінієвого сплаву для покращення заповнення форми штампів і якості виробів. Встановлено, що для цього та зменшення роботи деформації величина протитиску повинна бути змінною на протязі процесу деформування. В роботі [21] продемонстровано спосіб отримання ультра дрібнозернистої структури з розміром $d \sim 3$ мкм та з високою пластичністю у чистому магнії за допомогою холодної гідростатичної екструзії. Показано, що низькотемпературна обробка до 450°C призводить до деякого підвищення міцності та пластичності попередньо деформованого магнію. Авторами [22] визначено теоретично (МСЕ) і експериментально підтверджено застосування гідростатичного тиску при зворотній екструзії. Це дозволяє отримати ультра дрібнозернисті труби та виконувати формоутворення із важкодеформівних матеріалів. У джерелі [23] досліджено прогнозування центральних дефектів розриву в процесі екструзії стержнів через конічні матриці за допомогою аналізу МСЕ і верхньої оцінки. Представлено новий критерій для прогнозування виникнення центральних дефектів розриву, на які суттєво впливають ступінь деформації і коефіцієнт тертя. Зв'язок між структурою та фізико-механічними властивостями сталі У8А після холодної гідростатичної екструзії досліджено у широкому діапазоні ступенів деформації в роботі [24]. Зі збільшенням ступеню деформації границя міцності та умовна границя текучості сталі монотонно зростають у 2 та 3.6 рази відповідно. Для дрібнозернистого перетворення мікроструктури до нанорозмірів було застосовано гарячу (при 1000 °C) та холодну гідростатичну екструзію із загальною істинною деформацією 1.4 заготовок з нержавіючої сталі 316LVM авторами статті [25]. Холодна гідростатична екструзія дала матеріал

надвисокої міцності з обмеженою, але достатньою пластичністю. Гарячою екструзією отримано матеріал з дуже хорошим поєднанням міцності (приблизно 900 МПа) та пластичності (відносно подовження до руйнування вище 20%). Досліджено вплив гідростатичної екструзії в поєднанні зі штучним старінням на мікроструктуру, механічні та електричні властивості сплаву 6101 Al-Mg-Si у джерелі [26]. Таким способом отримано довгі дроти з ультра дрібнозернистою мікроструктурою (розмір зерна 300–400 нм), підвищеними межею міцності на розтяг (> 330 МПа) та електропровідністю (до 58% IACS). У дослідженні [26] було проведено гідростатичну екструзію нержавіючої сталі 1.4462 з використанням кількох стадій. Спочатку зі ступенем деформації $\epsilon=1.4$, а потім до $\epsilon=3.8$. Процес екструзії призвів до зміни мікроструктури та текстури досліджуваного матеріалу, які супроводжувалися покращенням механічних властивостей. За допомогою MCE у джерелі [28] досліджено поведінку пластичної деформації алюмінієвого зразка при гідростатичному циклічному екструзійному розширенні з різним зовнішнім протитиском. Збільшення стискаючого гідростатичного тиску призводить до мінімізації виникнення та поширення дефектів та покращення механічних властивостей. Авторами [29] досліджено деформаційну поведінку нетекстурованого полікристалічного сплаву (Fe83.4Ga16.6) 99.9NbC0.1 під час гідростатичної екструзії. Досягнуто холодним формоутворенням ступінь деформації 53% литого зразка без попередніх високотемпературних деформацій. Вплив ступеню деформації при гідроекструзії на твердість, мікроструктуру та анізотропію кристалічної текстури в чистих ніобієвих трубках досліджено в роботі [30]. Відмічено різке зменшення середніх розмірів зерен після екструзії, яке не пропорційне ступеню деформації. У джерелі [31] представлено вплив інтенсивної пластичної деформації методом холодної гідростатичної екструзії на механічні та структурні властивості поліаміду 6 (ПА6). В результаті пластичної деформації міцність на розтяг зросла майже на 500% до рівня 508 МПа, модуль пружності на розтяг збільшився приблизно на 65%. Також спостерігалася значна зміна структура ПА6. Роботу [32] присвячено дослідженню за допомогою MCE гідростатичного циклічного екструзійного стискання при виготовленні труб зі сплаву алюмінію 5052 за два проходи. В трубах отримано однорідну мікроструктуру, зменшення розміру зерен з 360 мкм до 636 нм, збільшення межі текучості в 2.6 рази, межі міцності - в 1.72 рази, мікротвердості - в 2.14 рази. Авторами [33] проведено чисельне з використанням MCE та експериментальне дослідження впливу процесу холодної екструзії на залишкові напруження та втомну довговічність внутрішньої різьби високоміцної сталі 42CrMo4. Встановлено покращення втомних характеристик внутрішньої різьби шатуна корабельного дизельного двигуна. У джерелі [34] розглянуто електрохімічну пластифікацію поверхневих шарів металів під час пластичної деформації та узагальнено результати лабораторних експериментів з холодного волочіння з протитиском різних сплавів. На пластифікацію впливають кількість проходів волочіння, швидкість волочіння та твердість металу. Контроль розвитку пошкоджень без зміни геометрії виготовленої деталі при холодній екструзії з протитиском продемонстровано в роботі [35]. Протитиск створюється за допомогою контрпуансона. Досягнуто покращення продуктивності виготовлення і якості виробів. Авторами [36] досліджено інтенсивну пластичну деформацію алюмінієвих сплавів 2024, армованих мікрочастинками глинозему (Al_2O_3). Деформування виконано холодною гідростатичною циклічною екструзією з протитиском. Проведено оцінку мікроструктури та механічних характеристик сплавів. Роботу [37] присвячено оптимізації параметрів холодної екструзії сплаву AA 2024, до яких належать кут нахилу матриці α , швидкість деформування V та коефіцієнт тертя μ . Використано моделювання MCE (DEFORM-3D). Встановлено оптимальні параметри: $\alpha=30^\circ$, $V=4,8$ мм/хв, $\mu=0,06$. Авторами джерела [38] показано, що холодне видавлювання евольвентних зубців дозволяє виконати інтенсивне пропрацювання структури металу пластичною деформацією та забезпечити підвищення довговічності шестерень. У дослідженнях [39,40] розглянуто пряму екструзію із сталі 16MnCrS5 стержнів з прикладанням протитиску за допомогою контрпуансона та пряму екструзію порожнистих профілів. Виявлено посилення розвитку пошкоджень при параметру Лоді $L=0$ (без протитиску) порівняно з $L=-1$ (з протитиском).

З аналізу літературних джерел встановлено, що традиційне холодне видавлювання і холодне видавлювання з протитиском забезпечують суттєве подрібнення зерен у деформованому металі, а наявність протитиску приводить до підвищення пластичності металу. Отримані такими методами вироби мають підвищену надійність і довговічність. В існуючих джерелах відсутні дані по видавлюванню з протитиском виробів із сталі AISI 52100 та практично немає відомостей по зусиллях виштовхування виробів після такого видавлювання.

Постановка завдань. Метою роботи є використання МСЕ для визначення параметрів холодногoviдавлювання із саморегульованим протитиском за допомогою рідини двох форм пуансонів із сталі AISI 52100 для карбування монет та проведення експериментальних робіт по видавлюванню з протитиском.

Завданнями дослідження було визначення максимальної величини тиску рідини на нижній торець заготовки для забезпечення видавлювання пуансонів без руйнування; встановлення зусиль видавлювання та виштовхування деформованих заготовок; виявлення розподілів питомих зусиль на деформуючому інструменті; визначення кінцевих форм і розмірів отриманих пуансонів та розподілів компонент напружено-деформованого стану і температури у деформованому металі; здійснення оцінки пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією; проведення експериментальних досліджень по видавлюванню із саморегульованим протитиском. Для проведення моделювання МСЕ і експериментальних випробувань було використано схему прямого видавлювання в умовах дії протитиску рідини, величина якого визначається зусиллям деформування та саморегулюється пропорційно цьому зусиллю на протязі процесу видавлювання. Такий спосіб був розроблений на кафедрі обробки металів тиском Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» та успішно використаний для холодногo пластичного формоутворення порожнин із малопластичних сталей [17]. Положення інструменту і заготовки на різних етапах видавлювання із саморегульованим протитиском показано на рис. 2. На рис. 2а зображено положення у вихідному стані. Рухомий контейнер 1, який має верхню камеру 2 з циліндричною частиною діаметром d і профільною частиною з потрібними розмірами для формоутворення пуансонів та нижню камеру 3, що має діаметр D . На верхньому торці контейнера 1 виконано резервуар 4 для робочої рідини. В камері 3 встановлено плунжер 5 з ущільненням 6. За допомогою гвинта 7 плунжер 5 з контейнером 1 закріплено до нижньої плити 8. Контейнер 1 може переміщуватися по плунжеру 5. В камери 2 і 3 заливають робочу рідину для створення протитиску на нижній торець заготовки під час видавлювання. На верхньому торці контейнера 1 встановлено направляюче кільце 9 з отворами 10. Між контейнером 1 і плитою 8 розміщено кільце із поліуретану 11, яке необхідне для повертання контейнера у вихідний стан після виштовхування отриманого пуансона. Вихідну заготовку 12 діаметром d_0 і висотою h_0 встановлюють в кільце 10, яке забезпечує її центрування. Діаметр d_0 дещо більший від діаметра d контейнера 1 для запобігання витрат рідини при видавлюванні. Зусилля деформування прикладають за допомогою пуансона 13. При дії зусилля P пуансон 13 із заготовкою 12 переміщується вниз зі швидкістю V і рідина із камери 2 витискується в камеру 3 (рис. 2б). При цьому контейнер 1 переміщується вгору по плунжеру 5. Після досягнення нижнім торцем заготовки 12 конусної поверхні камери 2 контейнера 1 починається процес видавлювання. Зусилля P починає зростати і в рідині у камерах 2 і 3 виникає тиск величиною q , який прикладається до нижнього торця заготовки, що деформується. Величина тиску q залежить від діаметра D і змінюється пропорційно зусиллю P на протязі процесу формоутворення. Дія тиску q приводить до зростання тискаючих напружень в осередку деформації і підвищення пластичності металу деформованої заготовки та запобігає утворенню мікротріщин і пустот. На рис. 2в показано положення в кінці видавлювання з позначенням розмірів деформованої заготовки. Виштовхування деформованої заготовки здійснюється наступним переміщенням повзуна преса шляхом прикладання зусилля $P_в$ пуансоном 13 до плити 14, яку встановлено на кільце 9 (рис. 2г). Контейнер 1 рухається вниз і рідина виштовхує заготовку із камери 2. При цьому стискається кільце 11, яке після зняття дії зусилля $P_в$ повертає контейнер 1 у вихідне положення для наступного видавлювання. Таким чином, наведена схема видавлювання забезпечує: створення протитиску за рахунок зусилля деформування; саморегулювання величини протитиску і саморегулювання об'єму рідини на протязі видавлювання; виштовхування деформованої заготовки за допомогою рідини.

Скінченно-елементне моделювання видавлювання виконано в середовищі Deform 2D з використанням циліндричних координат r , z і θ та пружно-пластичної моделі металу, що дозволяє крім зусилля деформування встановлювати зусилля виштовхування деформованих заготовок із контейнера. Швидкість деформування була $V=0.14$ мм/сек, що давало можливість реалізації видавлювання на гідравлічному пресі. Вплив тертя на контактуючих поверхнях визначалося по Кулону з коефіцієнтом тертя $\mu=0.08$. Дію саморегульованого протитиску при видавлюванні враховано шляхом прикладання розподіленого навантаження на нижній торець заготовки. При

цьому величина протитиску змінювалася пропорційно зусиллю видавлювання та досягала максимального значення при найбільшому зусиллі видавлювання.

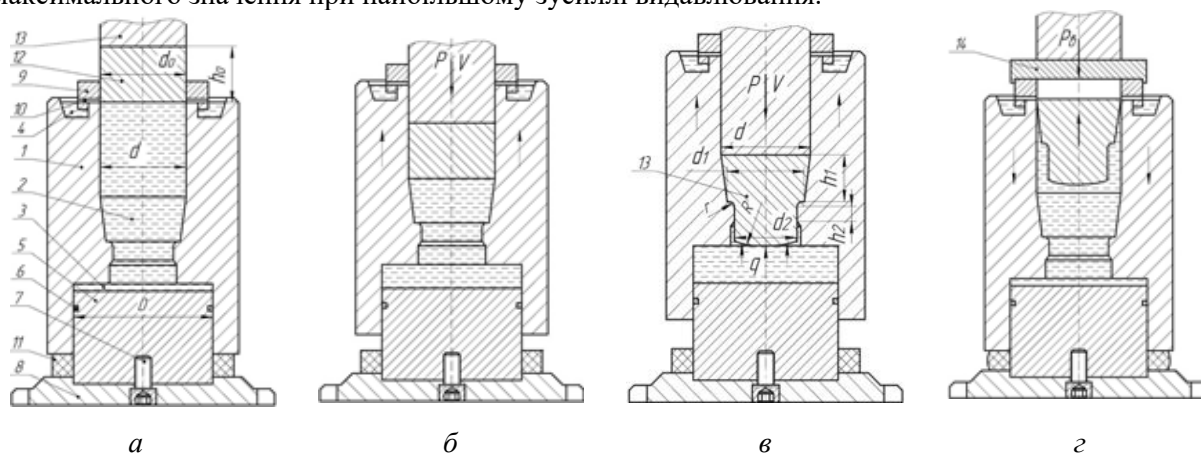


Рис. 2. Положення інструмента і заготовки на різних етапах видавлювання: а – положення у вихідному стані (1 – контейнер, 2 – верхня камера, 3 – нижня камера, 4 – резервуар для рідини, 5 – плунжер, 6 – ущільнення, 7 – гвинт, 8 – нижня плита, 9 – кільце, 10 – отвір, 11 – кільце із поліуретану, 12 – заготовка, 13 – пуансон), б – положення на початку видавлювання, в – положення в кінці видавлювання з позначенням розмірів деформованої заготовки, г – положення в кінці виштовхування деформованої заготовки (14 – плита)

Для моделювання отримання заготовок пуансонів були використані циліндричні заготовки із сталі AISI 52100 з наступними розмірами: для плоского пуансона – $d_o=39.2$ мм і $h_o=31$ мм; для випуклого пуансона – $d_o=37.2$ мм і $h_o=26$ мм. Розміри деформуючого інструмента (див. рис. 1 і рис. 2в): для видавлювання плоского пуансона – $d=39$ мм і $h_1=24$ мм; $h_2=5$ мм, $d_2=30$ мм, $r=1.5$ мм; для видавлювання випуклого пуансона – $d=37$ мм і $h_1=19$ мм; $h_2=5$ мм, $d_2=26$ мм, $r=2$ мм. Середній ступінь деформації при видавлюванні плоского пуансона 1 дорівнює $\varepsilon=(1-d_2^2/d^2)100=(1-30^2/39^2)100=40.8\%$. Для випуклого пуансона – $\varepsilon=(1-26^2/37^2)100=50.6\%$.

Викладення основного матеріалу. Розрахункові положення заготовки і деформуючого інструмента в розрізі із програми Deform на прикладі видавлювання плоского пуансона показано на рис. 3. Стрілками зображено напрямки руху інструмента. На рис. 3а представлено положення на початку видавлювання. Заготовку 1 розміщено в направляючому кільці 2, яке встановлено на контейнері 3. Деформування здійснюється пуансоном 4. При переміщенні пуансона 4 заготовка 1 зміщується вниз до дотику з конусною поверхнею контейнера 3. При подальшому переміщенні пуансона 4 відбувається деформування заготовки. Положення в кінці видавлювання з отриманням деформованої заготовки 5 наведено на рис. 3б. Виштовхування цієї заготовки 5 із контейнера 3 здійснюється наступним переміщенням повзуна преса. При цьому кільце 2 і контейнер 3 рухаються вниз. Положення на проміжній стадії виштовхування приведено на рис. 3в. Положення в кінці виштовхування зображено на рис. 3г.

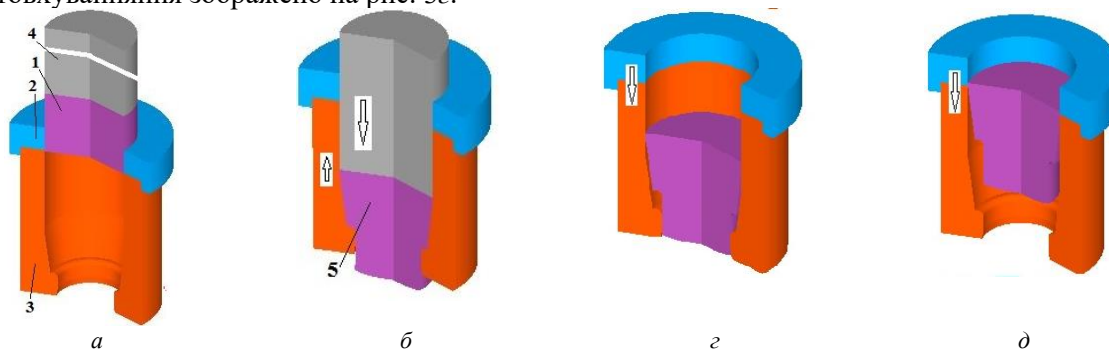


Рис. 3. Розрахункові положення заготовки і деформуючого інструмента при видавлюванні: а – після встановлення заготовки (1 – заготовка, 2 – направляюче кільце, 3 – контейнер, 4 – пуансон), б – в кінці видавлювання (5 – деформована заготовка), в – на проміжній стадії виштовхування деформованої заготовки, г – в кінці виштовхування

Спочатку продемонструємо, що відбувається при моделюванні і проведенні експериментів по видавлюванню без протитиску ($q=0$ МПа). На рис. 4 показано розподіли використаного ресурсу пластичності ψ деформованого металу і фотографії пуансонів після видавлювання із $q=0$ МПа. Тут і далі розподіли наведено для половин деформованих заготовок, тонкими лініями зображено деформуючий інструмент, а розміри по вісях r і z показано в міліметрах. Для плоского пуансона ресурс пластичності металу вичерпано на зовнішній поверхні циліндричної частини (рис. 4а). У цьому місці отримано $\psi=1.1$ (при $\psi=1.0$ починається руйнування. Практично повністю вичерпується ресурс пластичності ($\psi=0.96$) і в області біля торця циліндричної частини. Руйнування підтверджено експериментально – на боковій поверхні циліндричної частини при видавлюванні виникають тріщини (рис. 4б). Аналогічні результати отримано для випуклого пуансона. В шарах металу на поверхні циліндричної частини ресурс пластичності досягає значення $\psi=1.1$, а в області

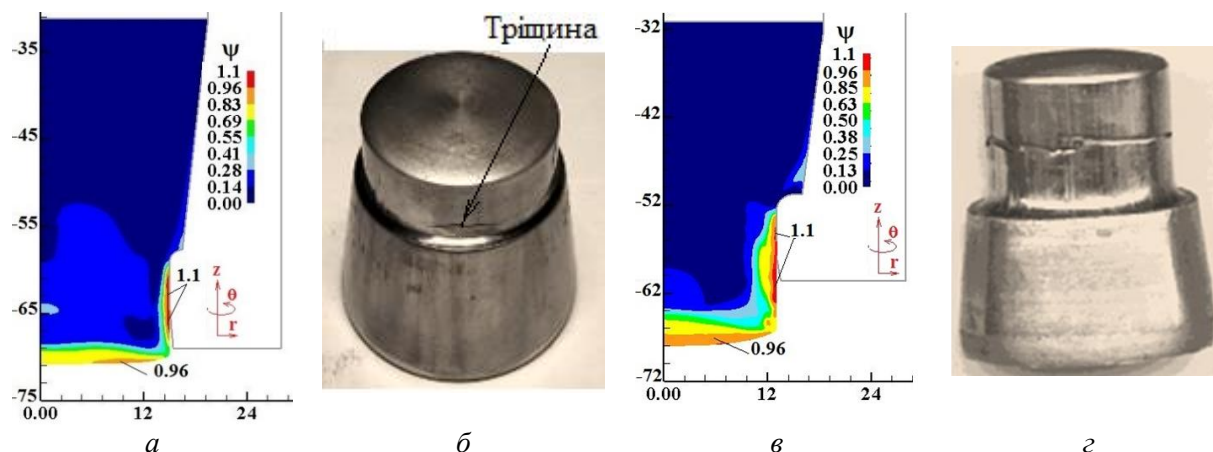


Рис. 4. Результати моделювання по використаному ресурсу пластичності ψ деформованого металу і фотографії пуансона при видавлюванні без протитиску ($q=0$ МПа): а і б – для плоского пуансона, в і г – для випуклого пуансона

торця - $\psi=0.96$ (рис. 4в). Для цього пуансона середній ступінь деформації ε приблизно на 10% більший від випуклого пуансона, тому при видавлюванні на боковій поверхні циліндричної частини виникає тріщина по всьому периметру (рис. 4г).

За допомогою моделювання визначено зусилля деформування, величини саморегульованого протитиску, які забезпечили холодне формоутворення пуансонів без руйнування. На рис. 5 зображено залежності зусиль видавлювання та графіки зміни величин протитиску від переміщень пуансонів. Для видавлювання плоского пуансона графік залежності зусилля від переміщення деформуючого пуансона показано на рис. 5а. Тут і на інших графіках відмічено величини переміщень в міліметрах і максимальні значення зусиль. Спочатку зусилля зростає повільно при деформуванні заготовки по конусній поверхні контейнера. Далі іде інтенсивне збільшення зусиль при деформуванні заготовки на радіусі заокруглення циліндричної частини контейнера в кінцеву частину. При переміщенні пуансона 25 мм зусилля видавлювання досягає максимального значення $P=2180$ кН. Після цього зусилля знижується і досягає $P=2120$ кН в кінці процесу завдяки поступовому зменшенню висоти деформованої заготовки. Як видно із графіка зміни протитиску на протязі процесу видавлювання (рис. 5б), величина протитиску при максимальному зусиллі склала $q=200$ МПа. Протитиск змінюється пропорційно зусиллю видавлювання. Для видавлювання випуклого пуансона зусилля має найбільше значення $P=2340$ кН при переміщенні деформуючого пуансона 19 мм (рис. 5в). Для формоутворення випуклого пуансона без руйнування потрібно створити протитиск з найбільшою величиною $q=300$ МПа (рис. 5г). Для забезпечення зміни протитиску з досягненням значень 200 і 300 МПа діаметри нижньої камери контейнера повинні бути $D=120$ мм і $D=104$ мм при видавлюванні плоского і випуклого пуансона відповідно (див рис. 2а).

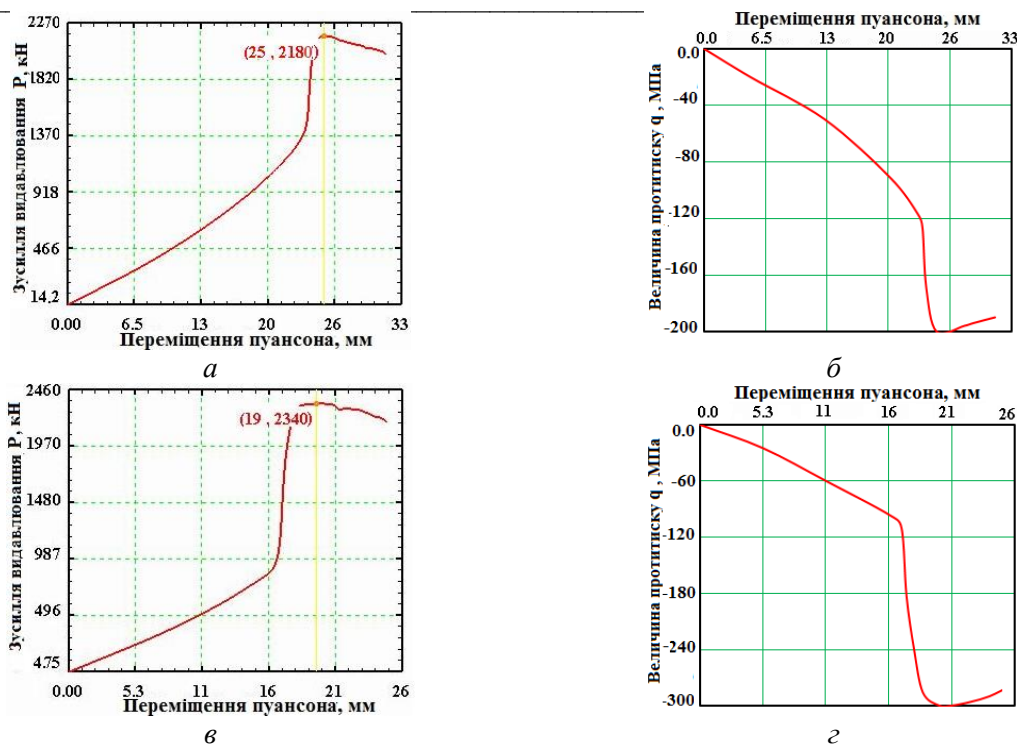


Рис. 5. Залежності зусиль видавлювання P та зміни величини протитиску q від переміщень пуансонів: а і б – для видавлювання плоского пуансона, в і г – для видавлювання випуклого пуансона

На рис. 6 представлено залежності зусиль виштовхування отриманих пуансонів від переміщень контейнерів. Найбільші зусилля виникають на початку виштовхування деформованих заготовок та складають $P_v=32.8$ кН для плоского пуансона (рис. 6а) і $P_v=87.2$ кН для випуклого пуансона (рис. 6б). Далі в обох випадках зусилля зменшуються до тих пір, поки деформовані заготовки не вийдуть із калібруючих поясків контейнерів висотою $h_2=5$ мм (див. рис. 2в). В подальшому зусилля залишаються постійними при переміщенні деформованих заготовок по циліндричних поверхнях контейнерів.

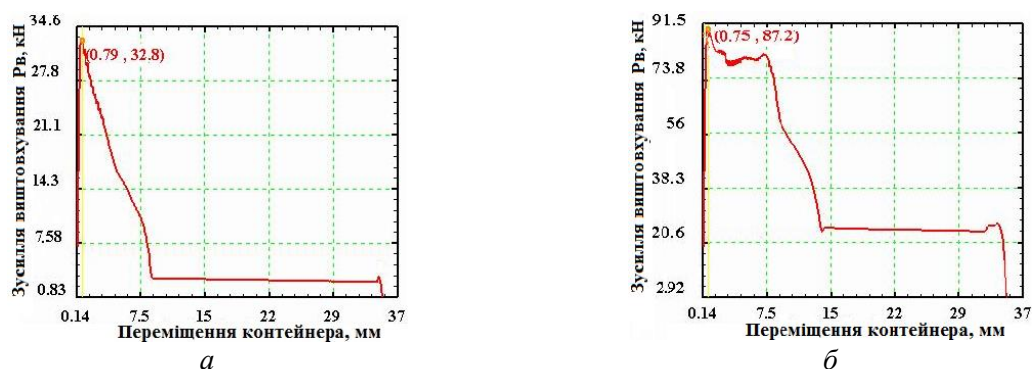


Рис. 6. Залежності зусиль виштовхування деформованих заготовок від переміщень контейнерів: а – для плоского пуансона, б – для випуклого пуансона

Для проектування штампового оснащення, вибору матеріалу для деформуючого інструмента та визначення кількості бандажів для контейнера (матриці) потрібно знати розподіли питомих зусиль на контактуючих поверхнях деформованих заготовок з інструментом. Питомі зусилля можна оцінити по розподілах нормальних напружень σ_n на таких поверхнях, які дозволяє виявити програма Deform. На рис. 7 наведено розподіли напружень σ_n на поверхнях половин деформованих заготовок, що розділені на скінченні елементи, з інструментом.

На рис. 7а показано розподіли для заготовки плоского пуансона. На поверхні верхнього торця

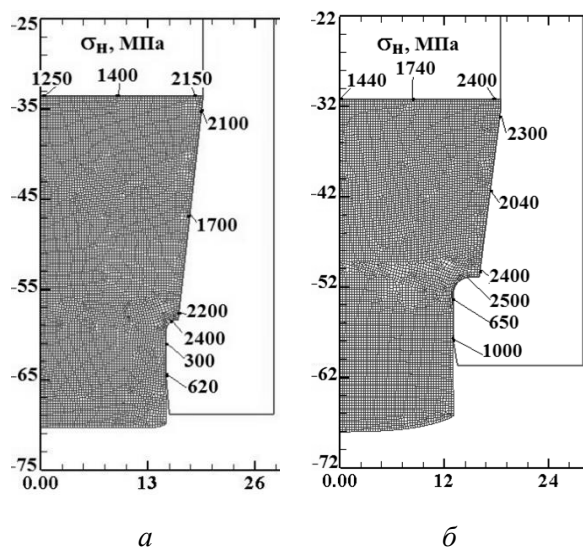


Рис. 7. Розподіли нормальних напружень σ_n на контактуючих поверхнях деформованих заготовок з інструментом: а – для плоского пуансону, б – для випуклого пуансону

заготовки з пуансоном отримано найбільшу величину $\sigma_n=2150$ МПа. На конусній поверхні з контейнером ці напруження знаходяться у межах $\sigma_n=1700\dots2200$ МПа, на радіусі заокруглення напруження досягають максимальної величини $\sigma_n=2400$ МПа. На циліндричній поверхні з калібруючим пояском контейнера отримано $\sigma_n=300\dots620$ МПа. Розподіли напружень σ_n для деформованої заготовки випуклого пуансона представлено на рис. 7б. На верхньому торці заготовки отримано ці напруження у межах $\sigma_n=1440\dots2400$ МПа, на конусній поверхні – $\sigma_n=2040\dots2400$ МПа. На радіусі заокруглення ці напруження досягають найбільшого значення $\sigma_n=2500$ МПа, а на контактуючій поверхні циліндричної частини – $\sigma_n=650\dots1000$ МПа. Для таких значень питомих отриманих зусиль на конусній поверхні контейнер повинен складатися із внутрішньої втулки і двох бандажів.

На рис. 8 приведено розподіли ступеню використання ресурсу пластичності ψ і температури $T, ^\circ\text{C}$ половинах деформованих

заготовок пуансонів при видавлюванні з протитиском. Для випуклого пуансона прикладання протитиску з максимальним значенням $q=-200$ МПа забезпечило отримання найбільшої величини використаного ресурсу $\psi=0.8$ в шарах металу біля зовнішньої поверхні циліндричної частини та $\psi=0.7$ в області нижнього торця пуансона (рис. 8а). При видавлюванні випуклого пуансона зі збільшеною величиною протитиску $q=-300$ МПа у таких місцях відповідно отримано $\psi=0.7$ і $\psi=0.61$.

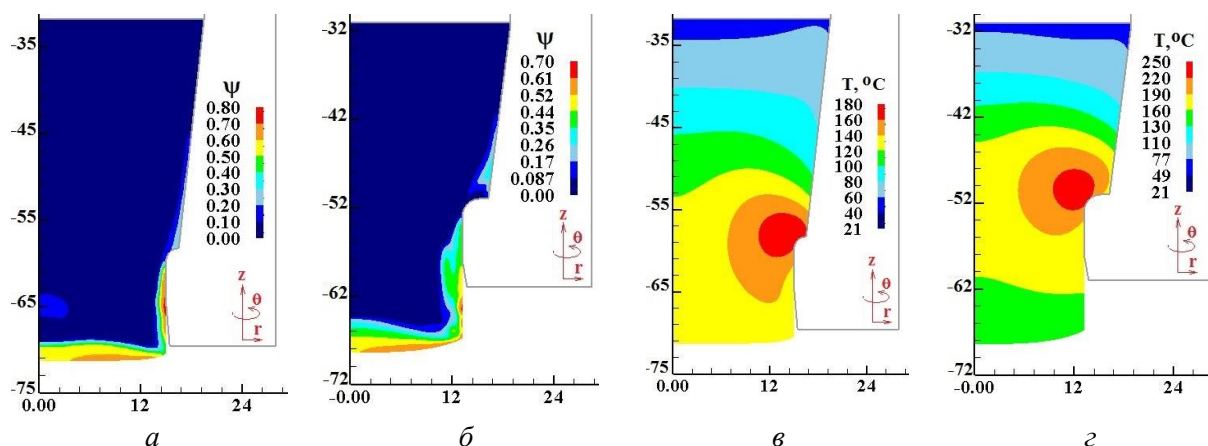


Рис. 8. Розподіли ступеню використання ресурсу пластичності ψ та температури у деформованих заготовках: а і в – для плоского пуансона, б і г – для випуклого пуансона

При холодному пластичному формоутворенні з протитиском підвищується температура металу. Найбільші значення температури в обох випадках виникають в зонах біля радіусів заокруглення циліндричних частин в конусні. Для плоского пуансону температура у такому місці досягає величин у межах $T=160\dots180^\circ\text{C}$ (рис. 8в), а для випуклого пуансону отримано $T=220\dots250^\circ\text{C}$ (рис. 8г).

Розподіли радіальних σ_r , осьових σ_z , тангенціальних σ_θ і інтенсивності σ_i напружень у половинах деформованих заготовок в кінці видавлювання з протитиском пуансонів двох типів представлено на рис. 9. Практично по всьому об'єму деформованої заготовки плоского пуансона, що отримана з протитиском $q=-200$ МПа, виникають стискаючі радіальні напруження σ_r , які

змінюються у межах від $\sigma_r = -100$ до $\sigma_r = -2200$ МПа (рис. 9а). Тільки в області нижнього торця отримано розтягувальні напруження $\sigma_r = 500$ МПа. Також по всьому об'єму діють стискаючі осеві напруження σ_z (рис. 9б) і тангенціальні напруження σ_θ (рис. 9в). Розтягувальні напруження у межах $\sigma_z = 220 \dots 600$ МПа виникають в зовнішніх шарах металу циліндричної поверхні, а напруження σ_θ у таких межах отримано в зоні торця циліндричної частини заготовки. Максимальні значення інтенсивності напружень у межах $\sigma_i = 880 \dots 1000$ МПа отримано в області переходу циліндричної частини в конусну (рис. 9г).

Для деформованої заготовки випуклого пуансона, видавлювання якої здійснено з протитиском $q = -300$ МПа, зменшується область з розтягувальними радіальними напруженнями σ_r в області нижнього торця заготовки (рис. 9д), а розтягувальні осеві напруження в зовнішніх шарах металу циліндричної поверхні залишилися без зміни (рис. 9е). Знижуються розтягувальні тангенціальні напруження σ_θ в області нижнього торця (рис. 9ж). Область зі значеннями інтенсивності напружень у межах $\sigma_i = 880 \dots 1000$ МПа зміщується у конусну частину деформованої заготовки (рис. 9з).

На рис. 10 представлено розподіли радіальних ε_r , осевих ε_z , тангенціальних ε_θ і інтенсивності ε_i деформацій у половинах деформованих заготовок в кінці видавлювання з протитиском. Практично у всьому об'ємі для заготовки плоского пуансона виникають стискаючі радіальні деформації та досягають значень $\varepsilon_r = -0.25 \dots -0.6$ в зоні біля зовнішньої поверхні циліндричної частини, а в конусній частині в зоні біля радіуса заокруглення отримано розтягувальні деформації у межах $\varepsilon_r = 0.1 \dots 0.8$ (рис. 10а). У більшій частині об'єму для цього пуансону виникають розтягувальні осеві деформації ε_z та досягають максимальних величин у межах $\varepsilon_z = 0.1 \dots 0.8$, які досягають максимальних величин в області біля зовнішньої поверхні циліндричної частини (рис. 10б). Практично у всьому об'ємі отримано стискаючі тангенціальні деформації з найбільшими величинами $\varepsilon_\theta = -0.18 \dots -0.25$ в області біля радіуса заокруглення (рис. 10в).

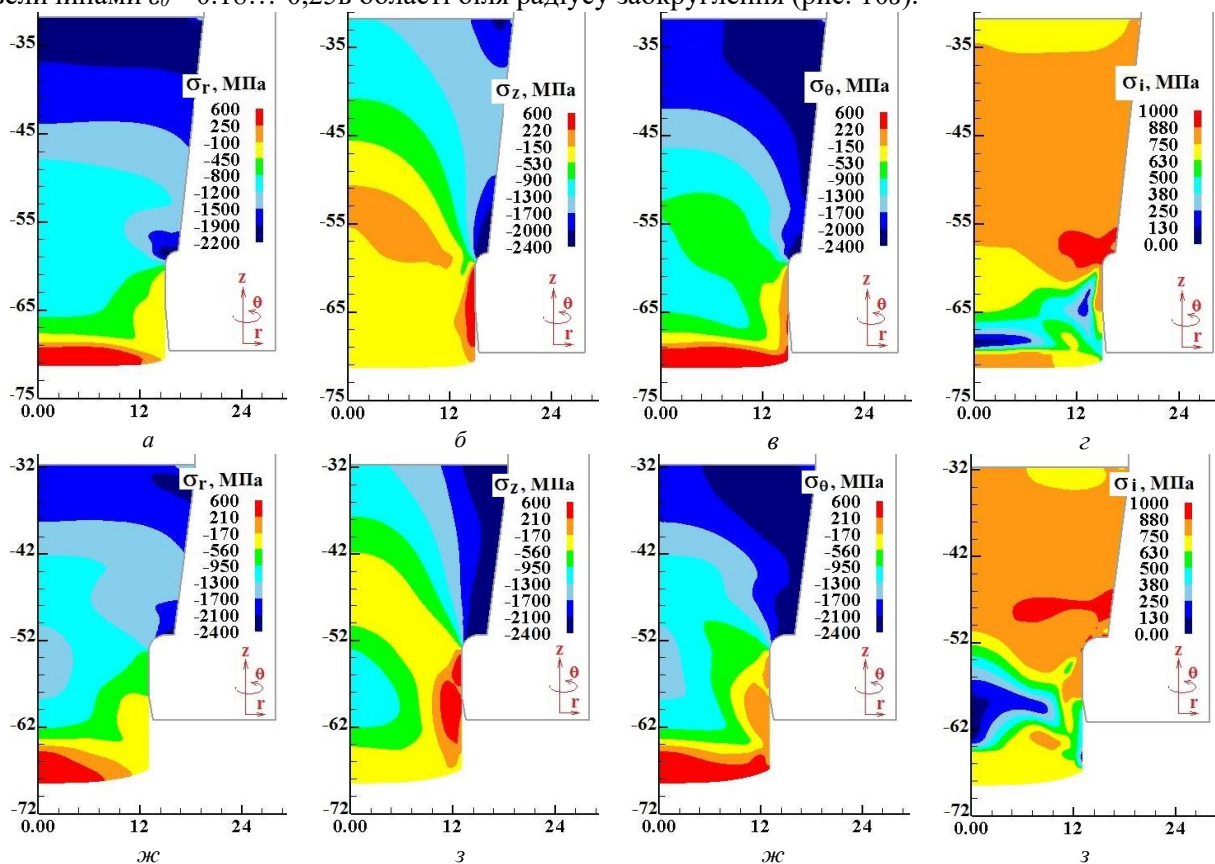


Рис. 9. Розподіли напружень σ_r , σ_z , σ_θ і σ_i у половинах деформованих заготовок в кінці видавлювання: а – г – для плоского пуансона при $q = -200$ МПа, д – з – для випуклого пуансона при $q = -300$ МПа

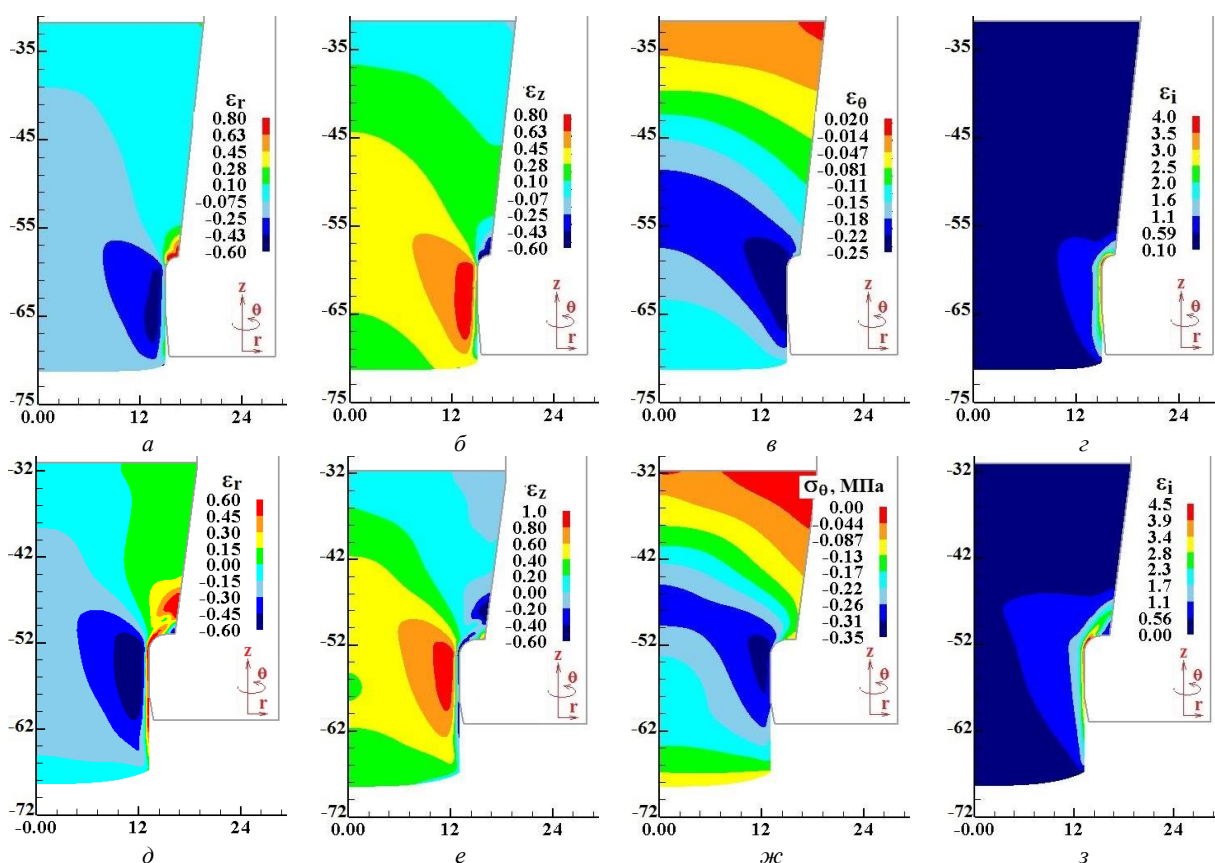


Рис. 10. Розподіли деформацій ε_r , ε_z , ε_θ і ε_i у половиних деформованих заготовок в кінці видавлювання: а – г – для плоского пуансона, д – з – для випуклого пуансона

Результуюче пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією можна оцінити по розподілу інтенсивності деформацій ε_i , який для заготовки плоского пуансона наведено на рис. 10г. Найбільш інтенсивне пропрацювання має місце в зоні радіусу заокруглення циліндричної частини в конусну з отриманням величин інтенсивності деформацій у межах $\varepsilon_i = 1.6 \dots 4.0$.

Збільшення середнього ступеню деформації при видавлюванні з протитиском заготовки випуклого пуансону приводить до зростання компонент деформацій. Область із стискаючими радіальними деформаціями у межах $\varepsilon_r = -0.15 \dots -0.6$ значно розширюється та досягає вісі деформованої заготовки пуансона (рис. 10д). Зростають також величини розтягувальних осевих деформацій з отриманням максимальних величин $\varepsilon_z = 0.8 \dots 1.0$ у шарах металу біля зовнішньої поверхні циліндричної частини (рис. 10е). Суттєво розширюються області з підвищеними значеннями стискаючих тангенціальних деформацій ε_θ (рис. 10ж). Посилюється і результуюче пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією згідно з розподілом інтенсивності деформацій ε_i (рис. 10з). В шарах металу біля радіусу заокруглення отримано величини у межах $\varepsilon_i = 3.4 \dots 4.5$, а область зі значеннями $\varepsilon_i = 0.5 \dots 1.1$ розширюється до вісі випуклого пуансона.

Таким чином, для двох форм пуансонів в областях переходу циліндричних частини в конусні отримано інтенсивне пропрацювання структури металу пластичною деформацією. Це забезпечує усунення підрізання волокон макроструктури, яке має місце при виготовленні обробкою різанням, та дозволяє прогнозувати підвищення стійкості пуансонів при карбуванні.

На основі результатів моделювання було спроектовано та виготовлено штамп для холодного видавлювання із саморегульованим протитиском рідини та проведено експериментальні роботи на гідравлічному пресі ПО 443 зі швидкістю деформування $V = 0,14$ мм/сек по формоутворенню пуансонів двох типів.

Положення штампа в кінці видавлювання показано на рис. 11. Штамп має нижню плиту 1 з пазами для кріплення на рухомому столі преса, на якій встановлено плунжер 2 з ущільненням 3 і стопорним кільцем 4 та кільцем із поліуретану 5.

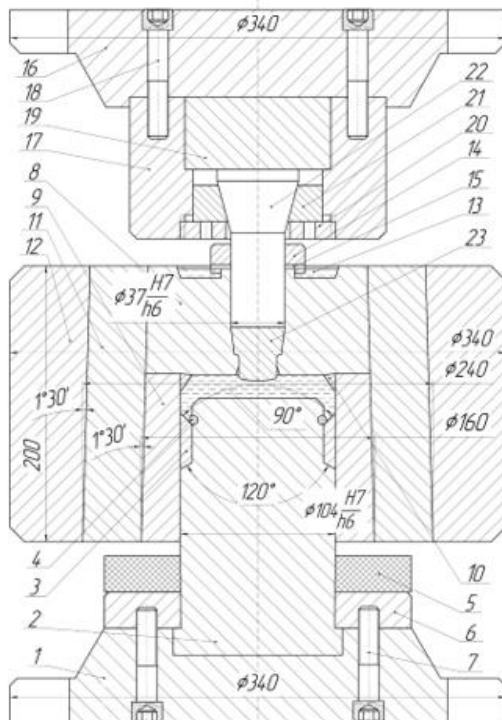


Рис. 11. Схема штампа для положення в кінці видавлювання

твердості HRC 38...42. Для плунжеру 2 використано сталь X12M загартовану до HRC 54...58. Ущільнення 3 і 10 зроблено із бронзи. Частини 8 і 9 з яких складається внутрішня втулка, виготовлено із сталі X12M із загартуванням до твердості HRC 58...62 і прошліфовано разом по зовнішній поверхні. Бандаж 11 виготовлено із сталі 5XHM із загартуванням до HRC 46...50. Бандаж 12 виконано із сталі 45X з термообробкою до HRC 58...62. Пуансонотримач із сталі 45 має HRC 40...44. Опорну плиту 19 (HRC 52...56) і кільце 20 (HRC 46...50) зроблено із сталі У10А. Пуансон 23 виготовлено із сталі X12M і загартовано до HRC 58...62.

На вихідні фосфатовані циліндричні заготовки наносили змащення ВНІНП-232. В якості робочої рідини для створення протитиску використовували масло індустріальне І20. На рис. 12 представлено фотографії пуансонів, які отримані

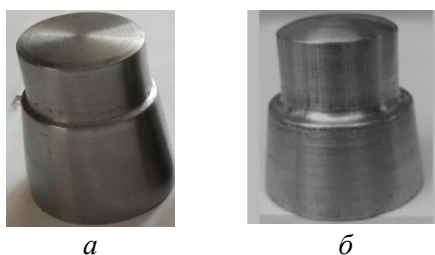


Рис. 12. Фотографії пуансонів, які отримані видавлюванням з протитиском: а – плоский пуансон, б – випуклий пуансон

видавлювання плоского пуансона максимальне значення зусилля по МСЕ склало 2180 кН, а згідно експерименту – 2220 кН (рис. 13а). Для випуклого пуансона отримано по МСЕ 2340 кН, а в експерименті – 2380 кН (рис. 13б). Максимальна відмінність в зусиллях склала до 4%.

Матеріали, які використано для основних деталей штампу та їх термообробка. Плити 1 і 16 штампу виготовлено із сталі 45 із загартуванням до твердості HRC 38...42. Для плунжеру 2 використано сталь X12M загартовану до HRC 54...58. Ущільнення 3 і 10 зроблено із бронзи. Частини 8 і 9 з яких складається внутрішня втулка, виготовлено із сталі X12M із загартуванням до твердості HRC 58...62 і прошліфовано разом по зовнішній поверхні. Бандаж 11 виготовлено із сталі 5XHM із загартуванням до HRC 46...50. Бандаж 12 виконано із сталі 45X з термообробкою до HRC 58...62. Пуансонотримач із сталі 45 має HRC 40...44. Опорну плиту 19 (HRC 52...56) і кільце 20 (HRC 46...50) зроблено із сталі У10А. Пуансон 23 виготовлено із сталі X12M і загартовано до HRC 58...62.

На вихідні фосфатовані циліндричні заготовки наносили змащення ВНІНП-232. В якості робочої рідини для створення протитиску використовували масло індустріальне І20. На рис. 12 представлено фотографії пуансонів, які отримані холодним видавлюванням з протитиском. Прикладання протитиску забезпечило отримання без руйнування плоский пуансон (рис. 12а) і випуклий пуансон (рис. 12б). Після видавлювання пуансони підлягали відпуску для зняття залишкових напружень.

При проведенні експериментів було встановлено залежності зусиль видавлювання від переміщення пуансонів. На рис. 13 зображено порівняння графіків зусиль, які отримано моделюванням МСЕ, з експериментальними величинами. Маркерами відмічено точки, в яких поведено порівняння величин зусиль. Для

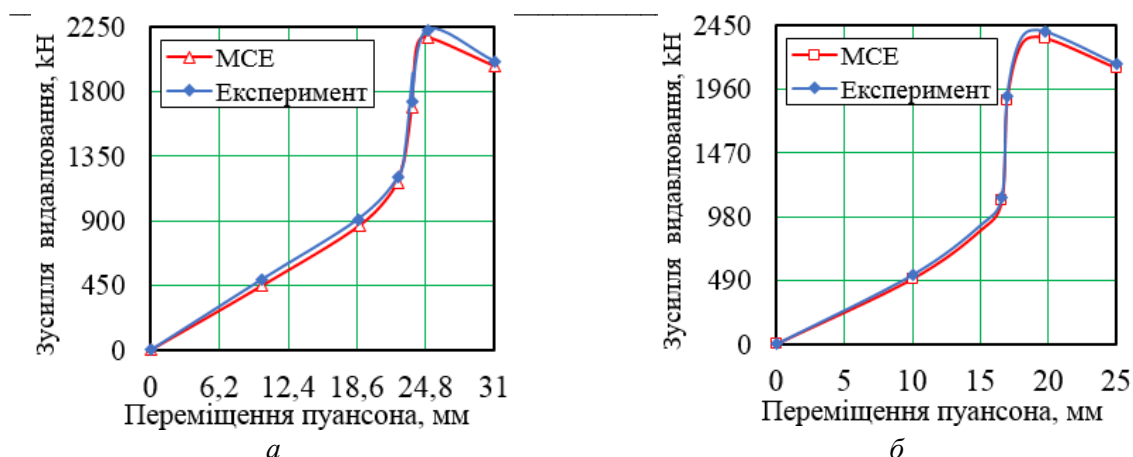


Рис. 13. Порівняння графіків «зусилля видавлювання-переміщення пуансона», які отримані МСЕ з експериментальними даними: а – для плоского пуансона, б – для випуклого пуансона

Висновки

1. В роботі моделюванням МСЕ з використанням пружно-пластичної моделі металу та експериментальним шляхом проведено дослідження холодногoviдавлювання із саморегульованим протитиском пуансонів двох геометричних форм із сталі AISI 52100, які використовуються для карбування монет.

2. Моделюванням встановлено і експериментально підтверджено, що видавлювання без протитиску не дозволяє отримати заготовки пуансонів по причині руйнування при холодному формоутворенні. Також моделюванням визначено найбільші величини протитиску 200 і 300 МПа, які забезпечили видавлювання пуансонів зі ступенями деформації 40.8 і 50.6% відповідно.

3. Розрахунком виявлено залежності зусиль видавлювання і зусиль видалення деформованих заготовок із контейнера, розподіли питомих зусиль на деформуючому інструменті, розподіли ступеня використання ресурсу пластичності, температури, компонент напружень та деформацій у деформованому металі. Встановлено форми і розміри пуансонів після видавлювання. По розподілах інтенсивності деформацій проведено оцінку пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією.

4. На основі результатів моделювання спроектовано і виготовлено штамп для видавлювання та проведено експериментальні випробування з отриманням двох форм пуансонів. Порівняння даних моделювання і експериментів по зусиллях видавлювання показали хорошу збіжність.

5. Результати проведених досліджень по видавлюванню із саморегульованим протитиском можуть бути використані для виготовлення деформуючого інструменту із інших марок штампових і інструментальних сталей для процесів обробки металів тиском з метою підвищення стійкості і економії сталей.

Список використаних джерел.

1. Jeong H.G., Yoon D.J., Kim E.Z. et al. The influence by hydrostatic extrusion on the microstructure and extrudability of the IM processed hypereutectic Al-Si-X alloys. *J Mater Process Technol.* Vol. 130–131, 2002. Pp. 438–443. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00714-8](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00714-8).
2. Osakada K., Matsumoto R., Otsu M., Hanami S. Precision extrusion methods with double axis servo-press using counter pressure. *Manufacturing technology.* Vol. 54, Issue 1, 2005. Pp. 245–248. [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60094-8](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60094-8).
3. Oruganti R.K., Subramanian P.R., Marte J.S. et al. Effect of friction, backpressure and strain rate sensitivity on material flow during equal channel angular extrusion. *Materials Science and Engineering.* Vol. 406, 2005. Pp. 102–109. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2005.06.031>.
4. Tiernan P., Hillery M.T., Draganescu B. et al. Modelling of cold extrusion with experimental verification. *J Mater Process Technol.* Vol. 168, Issue 2, 2005. Pp. 360–366. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.02.249>.
5. Lewandowska M. Mechanism of grain refinement in aluminium in the process of hydrostatic extrusion. *Solid State Phenom.* Vol. 114, 2006. Pp. 109–116. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.114109>.

6. Белошенко В.А., Варюхин В.Н., Спусканюк В.З. Теория и практика гидроэкструзии. Киев: Наукова думка., 2007. 248 с.
7. Lee S., Yoon C.Y., Park H.J. et al. A study of hydrostatic extrusion as a consolidation process for fabricating ultrafine-grained bulk Al–Mg alloy. *J Mater Process Technol.* Vol. 191, 2007. Pp. 396–399. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2007.03.085>.
8. Matsumoto R., Kubo T., Osakada K. Improvement of forgeability of a commercial AZ31B magnesium alloy in cold backward extrusion with counter pressure. *Materials transactions.* Vol. 49, Issue 5, 2008. Pp. 1000–1005. <https://doi.org/10.2320/matertrans.MC200710>.
9. Lewandowska M., Kurzydowski K.J. Recent development in grain refinement by hydrostatic extrusion. *J Mater Sci.* Vol. 43, 2008. Pp. 7299–7306. <https://doi.org/10.1007/s10853-008-2810-z>.
10. Hasani A., Lapovok R., Laszlo S. et al. Deformation field variations in equal channel angular extrusion due to back pressure. *Scripta Materialia.* Vol. 58, 2008. Pp. 771–774. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2007.12>.
11. Soyarslan C., Tekkaya A. E. Prevention of internal cracks in forward extrusion by means of counter pressure: A numerical treatise. *Steel research international.* Vol. 80, Issue 9, 2009. Pp. 671–679. <https://doi.org/10.2374/SR108SP170>.
12. Pachla W., Mazur A., Skiba J. et al. Effect of hydrostatic extrusion with back pressure on mechanical properties of grey and nodular cast irons. *Arch. Metal. Mater.* Vol. 56, Issue 4, 2011. Pp. 945–953. <https://doi.org/10.2478/v10172-011-0104-y>.
13. Kulczyk M., Skiba J., Przybysz S. et al. High strength silicon bronze (c65500) obtained by hydrostatic extrusion. *Arch. Metal. Mater.* Vol. 57, Issue 3, 2012. Pp. 859–862. <https://doi.org/10.2478/v10172-012-0094-4>.
14. Евдокимов А.К., Антохина К.А. Комбинированное выдавливание с противодавлением. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением.* № 12, 2012. С. 6–12.
15. Moreno-Valle E.C., Pachla W., Kulczyk M. et al. Anisotropy of uni-axial and bi-axial deformation behavior of pure Titanium after hydrostatic extrusion. *Mater Sci Eng A.* Vol. 588, 2013. Pp. 7–13. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2013.08.044>.
16. Topolski K., Pachla W., Garbacz H. Progress in hydrostatic extrusion of titanium. *J Mater Sci.* Vol. 48, 2013. Pp. 4543–4548. <https://doi.org/10.1007/s10853-012-7086-7>.
17. Калюжный В.Л., Пиманов В.В. Холодное выдавливание с дифференцированным противодавлением полостей штампов. *Известия МГТУ «МАМИ».* Серия 2. Технология машиностроения и материалы. № 2(16), 2013. С. 32–37.
18. Maj P., Adamczyk-Cieślak B., Mizera J. et al. Microstructure and mechanical properties of duplex stainless steel subjected to hydrostatic extrusion. *Mater Charact.* Vol. 93, 2014. Pp. 110–118. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2014.03.017>.
19. Skiba J., Pachla W., Mazur A. et al. Press for hydrostatic extrusion with back-pressure and the properties of thus extruded materials. *J Mater Process Technol.* Vol. 214, 2014. Pp. 67–74. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2013.07.014>.
20. Okada M., Kitayama S., Kiichiro K. et al. Determination of back-pressure profile for forward extrusion using sequential approximate optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization.* Vol. 51, Issue 1, 2015. Pp. 225–237. <https://doi.org/10.1007/s00158-014-1124-9>.
21. Volkov A.Yu., Kliukin I.V. Improving the mechanical properties of pure magnesium through cold hydrostatic extrusion and low-temperature annealing. *Materials Science and Engineering.* Vol. 627, 2015. Pp. 56–60. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2014.12.104>.
22. Manafi B., Shatermashhadi V., Abrinia K. et al. Development of a novel bulk plastic deformation method: hydrostatic backward extrusion. *Int J Adv Manuf Technol.* Vol. 82, 2016. Pp. 1823–1830. <https://doi.org/10.1007/s00170-015-7517-0>.
23. Parghazeh A., Haghighat H. Prediction of central bursting defects in rod extrusion process with upper bound analysis method. *Trans. Nonferrous Met. Soc.* Vol. 26, 2016. Pp. 2892–2899. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(16\)644-7](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(16)644-7).
24. Gorkunov E.S., Zadvorkin S.M., Goruleva L.S. Relationship between the structure and physical-mechanical properties of U8A steel subjected to cold plastic deformation by hydrostatic extrusion. *Russ J Nondestruct Test.* Vol. 53, 2017. Pp. 700–706. <https://doi.org/10.1134/S1061830917100059>.
25. Krawczynska A.T., Chrominski W., Ura-inczyk E. et al. Mechanical properties and corrosion resistance of ultrafine grained austenitic stainless steel processed by hydrostatic extrusion. *Materials & Design.* Vol. 136, 2017. Pp. 34–44. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.09.050>.
26. Majchrowicz K., Pakieła Z., Chrominski W. et al. Enhanced strength and electrical conductivity of ultrafine-grained Al–Mg–Si alloy processed by hydrostatic extrusion. *Mater Charact.* Vol. 135, 2018. Pp. 104–114. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2017.11.023>.

27. Zdunek, J., Maj, P., Kulczyk, M. *et al.* Texture, residual stresses and mechanical properties analysis in the commercial 1.4462 duplex stainless steel subjected to hydrostatic extrusion. *Archiv. Civ. Mech. Eng.* Vol. 19, 2019. Pp. 525–534. <https://doi.org/10.1016/j.acme.2018.12.008>.
28. Samadpour F., Siah Sarani A., Faraji G., Bahrami M. Experimental and finite element analyses of the hydrostatic cyclic expansion extrusion (HCEE) process with back-pressure. *Journal of Ultrafine Grained and Nanostructured Materials*. Vol. 52, No.1, 2019. Pp. 25-31. <https://doi.org/10.22059/JUFGNSM.2019.01.03>.
29. Milyutin V.A., Gervasyeva I.V., Volkova E.G. *et al.* Texture formation in FeGa alloy at cold hydrostatic extrusion and primary recrystallization. *Journal of Alloys and Compounds*. Vol. 816, 2020. 153283. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2019.153283>.
30. Lee J., Jeong H., Park S. Effect of extrusion ratios on hardness, microstructure, and crystal texture anisotropy in pure niobium tubes subjected to hydrostatic extrusion. *Trans Nonferrous Met Soc China*. Vol. 31, 2021. Pp.1689–1699. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(21\)65608-X](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(21)65608-X).
31. Skorupska M., Kulczyk M., Przybysz S. *et al.* Mechanical Reinforcement of Polyamide 6 by Cold Hydrostatic Extrusion *Materials*. Vol. 14(20), 2021. 6045. <https://doi.org/10.3390/ma14206045>.
32. Eftekhari M., Faraji G., Bahrami M. *et al.* Hydrostatic tube cyclic extrusion compression as a novel severe plastic deformation method for fabricating long nanostructured tubes. *Met. Mater. Int.* Vol. 28, 2022. Pp.1725–1740. <https://doi.org/10.1007/s12540-021-01034-2>.
33. Wan N., He Q., Jing X. *et al.* Numerical and experimental investigation of the effect of cold extrusion process on residual stress and fatigue life of internal thread of high-strength steel. *Int J Adv Manuf Technol*. Vol. 127, 2023. Pp. 4713–4726. <https://doi.org/10.1007/s00170-023-11765-8>.
34. Gutman E.M., Unigovski Y.B., Chen T. *et al.* Application of the Chemomechanical Effect in Drawing Alloys with Low Plasticity. *J. of Materi Eng and Perform.* Vol. 32, 2023. Pp.10487–10502. <https://doi.org/10.1007/s11665-023-08373-8>.
35. Schulze A., Tekkaya A. E. Controlling damage evolution in geometrically identical cold forged parts by counterpressure. *J. Manuf. Sci. Eng.* Vol. 145(1), 2023. 011011. <https://doi.org/10.1115/1.4056266>.
36. Basem A., Alghassab M.A., Al-Asadi H.A. *et al.* Evaluation of microstructure and mechanical characteristics of 2024 aluminum alloys with μ -Al₂O₃ additives produced via hydrostatic cyclic expansion extrusion with back-pressure. *Results in Engineering*. Vol. 23, 2024. 102403. Pp.1-9. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.102403>.
37. Francy K.A., Rao C.S. Multi Response Optimization of Cold Extrusion Parameters on AA 2024 Alloy Using TOPSIS. *J. Inst. Eng. India Ser.* Vol. 106, 2025. Pp 1061–1075. <https://doi.org/10.1007/s40033-024-00700-0>.
38. Ezefili V., Batako A.D.L., Antosz K. *et al.* In book: *Advances in Lean Manufacturing*. Vol. 2, 2025. Pp.343-354. https://doi.org/10.1007/978-3-032-10111-2_28.
39. Gitschel R., Gebhard J., Korkolis Y.P., A. *et al.* Isolating the effects of deviatoric and hydrostatic stress on damage evolution using cold extrusion experiments. *Int. J. Solids Struct.* Vol. 310, 2025. 113205. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2024.113205>.
40. Gitschel R., Tekkaya A. E., Korkolis Y.P. Calibrating a Lode-parameter-dependent damage evolution equation to cold extrusion experiments. *Key Engineering Materials*. Vol.1048, 2026. Pp. 63-71. <https://doi.org/10.4028/p-Hm69aW>.

Рецензент: Луговський Олександр Федорович професор, д.т.н., професор кафедри прикладної гідроаеромеханіки і механотроніки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Дата надходження статті до видання: 25.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

М.Л. Рябчиков [0000-0002-9382-7562], В.С. Пуць [0000-0003-3164-6173], Р.В. Андрущак

Луцький національний технічний університет

УМОВИ РОБОТИ ПРИВОДУ З БАГАТЬМА СТУПЕНЯМИ СВОБОДИ В МУЛЬТИМОДАЛЬНИХ РОБОТАХ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БОЙОВИХ ДІЙ

У статті розглянуто умови роботи приводу з багатьма ступенями свободи в мультимодальних роботах, призначених для забезпечення бойових дій. Проведено аналіз сучасних конструкцій мультимодальних роботизованих платформ та визначено основні вимоги до приводів зі змінною морфологією. Запропоновано конструкцію приводу на основі сферичного шарніра та хвильової передачі, що забезпечує просторову трансформацію колісних модулів і реалізацію різних режимів локомоції. Визначено кінематичні, геометричні та силові умови функціонування системи.

Ключові слова: мультимодальний робот, сферичний шарнір, хвильова передача, бойові дії, робототехніка.

M.L. Riabchykov, V.S. Puts, R.V. Andrushchak

OPERATING CONDITIONS FOR MULTI-DEGREE-OF-FREEDOM ACTUATORS IN MULTIMODAL COMBAT SUPPORT ROBOTS

The paper investigates the operating conditions of a multi-degree-of-freedom drive intended for multimodal robotic platforms used in military support operations. The growing demand for robotic systems capable of performing reconnaissance, logistics, engineering, and rescue missions in hazardous environments requires the development of adaptive locomotion mechanisms. A review of existing multimodal robots demonstrates the advantages of combining different locomotion modes, including wheeled, legged, aerial, and amphibious movement. A concept of a reconfigurable robotic platform with a variable-geometry chassis is proposed. The platform is based on wheel modules capable of changing their spatial orientation through a drive system incorporating spherical joints and harmonic gear transmissions. The developed architecture enables multiple operational modes, including high-speed wheeled motion, enhanced obstacle-crossing capability, vertical observation, and potential aerial mobility. The study identifies the kinematic, geometric, stability, and power requirements necessary for reliable operation of the drive system. Particular attention is paid to the integration of harmonic drives within spherical joints, providing compact dimensions, high positioning accuracy, and increased torque transmission. The obtained results confirm the feasibility of using multi-degree-of-freedom drives for the development of adaptive multimodal robots capable of effective operation under the challenging conditions of the modern battlefield.

Keywords: multimodal robot, multi-degree-of-freedom drive, robotic platform, spherical joint, harmonic drive, reconfigurable chassis, military operations, robotics.

Актуальність дослідження

Сучасні бойові дії характеризуються високою динамічністю, значною насиченістю поля бою безпілотними системами та необхідністю виконання завдань у складних і непередбачуваних умовах. Особливого значення набувають роботизовані платформи, здатні діяти в зонах підвищеного ризику без безпосередньої участі людини, здійснюючи розвідку, доставку вантажів, евакуацію поранених, інженерне забезпечення та вогневу підтримку. У таких умовах перспективним напрямом розвитку є мультимодальні роботи, які можуть змінювати спосіб пересування залежно від характеристик місцевості та поставлених завдань (Рис.1).



Рис.1 Мультимодальний робот в умовах бойових дій (рисунок згенерований штучним інтелектом)

© М.Л. Рябчиков, В.С. Пуць, Р.В. Андрущак

Однією з ключових проблем створення таких роботів є забезпечення ефективної роботи приводу з багатьма ступенями свободи, який дозволяє реалізовувати різні режими руху та трансформації конструкції. Застосування багатоступеневих приводів забезпечує адаптацію ходової частини до руйнувань міської інфраструктури, пересування по завалах, подолання вертикальних перешкод, вузьких проходів та інших складних елементів рельєфу. При цьому виникають суттєві вимоги до кінематичної узгодженості, енергетичної ефективності, стійкості руху та надійності роботи системи керування.

Особливої актуальності набуває дослідження умов функціонування приводів у роботах зі змінною морфологією, подібних до представленої конструкції, яка здатна трансформувати геометрію ходової системи та переходити між різними режимами пересування. Такі платформи мають забезпечувати збереження мобільності навіть при частковому пошкодженні елементів конструкції або зміні характеристик поверхні, що є критично важливим для виконання бойових завдань.

Додатковим фактором актуальності є стрімкий розвиток технологій автономного керування, штучного інтелекту та мережево-центричних систем ведення бойових дій. Для ефективної інтеграції мультимодальних роботів у єдиний інформаційний простір необхідно забезпечити прогнозовану та стабільну роботу приводів у широкому діапазоні навантажень і режимів експлуатації. Це потребує розроблення математичних моделей, критеріїв оцінювання та методів синтезу систем керування багатоступеневими приводами.

Таким чином, дослідження умов роботи приводу з багатьма ступенями свободи в мультимодальних роботах є актуальним науково-технічним завданням, спрямованим на підвищення прохідності, адаптивності, живучості та функціональної ефективності роботизованих систем, що використовуються для забезпечення бойових дій у складних та небезпечних умовах сучасного поля бою.

Дослідження стану питання

Для огляду літератури у статті доцільно провести класифікацію мультимодальних роботів за способом поєднання різних середовищ пересування та типом локомоції. Аналіз наведених публікацій свідчить, що сучасні мультимодальні роботи розвиваються у трьох основних напрямках: наземно-повітряні, наземно-водні та гібридні багатомодальні платформи зі змінною морфологією.

Перша група включає наземно-повітряні роботизовані системи. Одним із перших прикладів мультимодальних роботів є робот HyTAQ (Hybrid Terrestrial and Aerial Quadrotor), запропонований в [1]. Конструкція поєднує квадрокоптер із зовнішньою сферичною кліткою, яка одночасно виконує функцію колеса під час руху по землі. Робот здатний переходити між режимами польоту та кочення без додаткових приводів трансформації. Основною перевагою такої схеми є зниження енергоспоживання під час наземного переміщення, однак її прохідність обмежується геометрією захисної оболонки.

Автори [2] запропонували покращену конструкцію мініатюрного робота типу «земля–повітря», що використовує колісний привід для пересування по поверхні та роторну систему для польоту. У даній архітектурі здійснюється функціональне розділення механізмів локомоції, що забезпечує оптимізацію характеристик кожного режиму окремо.

Подальший розвиток даного напрямку представлений у роботі [3], де створено робота Flying Monkey, здатного виконувати біг, політ та захоплення об'єктів. Конструкція поєднує повітряну платформу з маніпуляційними механізмами, що розширює функціональні можливості системи під час виконання складних місій.

Автори дослідження [4] розробили робота Flying STAR, який може пересуватись повзанням по поверхні та переходити до польоту. Особливістю конструкції є радіально-симетричне компонування рухових модулів, що забезпечує високу стійкість у наземному режимі та ефективність польоту.

Значний інтерес становить робот, представлений в дослідженні [5], який здатний ходити на двох ногах, літати, пересуватись по канату та навіть використовувати скейтбординг. Така конструкція демонструє можливість інтеграції кількох принципово різних способів локомоції в межах єдиної платформи.

Наступною групою є колісно-крокуючі роботизовані системи. Важливим напрямком розвитку мультимодальних роботів є поєднання колісного та крокуючого способів пересування. Автори [6] запропонували платформу Leg-Track-Wheel Robot, в якій використовуються шарнірно з'єднані ноги,

колеса та гусеничні елементи. Робот може адаптувати конфігурацію ходової частини відповідно до характеристик місцевості, забезпечуючи високу прохідність у складних умовах. Подальший розвиток цього підходу відображений у роботі [7], присвяченій чотириногим роботам із колесами на кінцях ніг. Такі системи поєднують енергоефективність колісного руху з можливістю долати складні перешкоди за рахунок зміни положення кінцівок. Даний клас роботів сьогодні активно розвивається в роботах ETH Zurich та інших провідних дослідницьких центрів.

Окрему групу становлять роботи, здатні пересуватись як на суші, так і у воді, так звані амфібійні мультимодальні роботи. Прикладом є робот AmBot, запропонований в дослідженні [8]. Його конструкція натхненна біологічними особливостями земноводних організмів та забезпечує ефективне переміщення у водному середовищі й на суші. Такі системи орієнтовані переважно на екологічний моніторинг, рятувальні операції та дослідження прибережних зон.

Особливе місце займає робот-саламандра, створений авторами [9]. Конструкція використовує біологічно натхнену систему керування, яка дозволяє плавно переходити від плавання до ходьби шляхом зміни параметрів центрального генератора рухів. Робот став одним із перших прикладів успішної реалізації мультимодальної локомоції на основі біоміметичних принципів.

Новітнім напрямом є створення роботів зі змінною геометрією та адаптивною структурою. У роботі [10] розглядаються методи планування траєкторій для роботів, які можуть комбінувати крокуючу та повітряну локомоцію. Автори показують, що ефективне використання кількох режимів руху потребує інтегрованого підходу до керування та планування.

До цього класу також можна віднести запропоновану на рисунках конструкцію мультимодального робота зі змінним положенням колісних модулів. На відміну від більшості відомих платформ, вона забезпечує не лише перехід між різними способами пересування, а й активну зміну конфігурації ходової системи за рахунок приводів із багатьма ступенями свободи. Такий підхід дозволяє реалізовувати режими колісного руху, підвищеної прохідності, подолання перешкод, вертикального позиціонування та потенційно переходу до аеромобільного режиму.

Аналіз існуючих конструкцій показує, що сучасні мультимодальні роботи переважно реалізують поєднання двох способів локомоції: «рух–політ», «ходьба–кочення» або «плавання–ходьба». Водночас перспективним напрямом є створення роботів зі змінною морфологією та приводами з багатьма ступенями свободи, які забезпечують адаптивну реконфігурацію ходової системи залежно від умов середовища. Саме такі системи мають найбільший потенціал для застосування в умовах бойових дій, де необхідні висока прохідність, універсальність та живучість роботизованої платформи.

В процесі досліджень використовувались загальні синергетичні підходи до створення об'єктів машинобудування [11]. Відбувалось моделювання основних систем рухомих роботів на основі опублікованих методів [12-13]. В процесі створення приводів мультимодального робота використовувались методи створення хвильових передач [14] і інших спеціальних приводів [15].

Результати дослідження

Виходячи з представлених зображень, робот має трансформовану ходову систему з багатьма ступенями свободи, де колеса можуть змінювати просторову орієнтацію та положення відносно корпусу. Це дозволяє реалізувати кілька модифікацій і режимів роботи залежно від умов бойового застосування.

Можливі модифікації робота наведені на рис.2. Базова конфігурація колісного розвідувального робота (рис. 2,а) передбачає класичне чотириколісне пересування. Особливостями такого робота є висока швидкість руху, низьке енергоспоживання, можливість встановлення відеокамер, тепловізорів та засобів радіорозвідки, використання для патрулювання та розвідки.

Конфігурація робота підвищеної прохідності (рис. 2,б) демонструє збільшення колісної бази та ширини опорного контуру. Переваги подібної модифікації це підвищена стійкість на завалах, зменшення ризику перекидання, можливість руху по сипучих ґрунтах та уламках будівель. Призначення такої модифікації – це інженерна розвідка, доставка вантажів, евакуація поранених у складній місцевості.

Робот для подолання вертикальних перешкод (рис. 2,в) передбачає асиметричне розташування коліс. Його можливості передбачають підйом на сходи, подолання бордюрів та барикад, рух по пересіченій місцевості. Такий режим може використовуватися в міських бойових діях. Гібридний колісно-роторний робот (рис. 2,г) показує трансформацію коліс у горизонтальне положення. У цьому випадку колеса можуть виконувати функцію роторів для створення підйомної сили,

© М.Л. Рябчиков, В.С. Пуць, Р.В. Андрущак

вентиляторів для короткочасного зависання, засобів стабілізації під час стрибка через перешкоди. Перевагами такої модифікації є подолання ровів, короткочасний політ, збільшення мобільності в складних умовах.

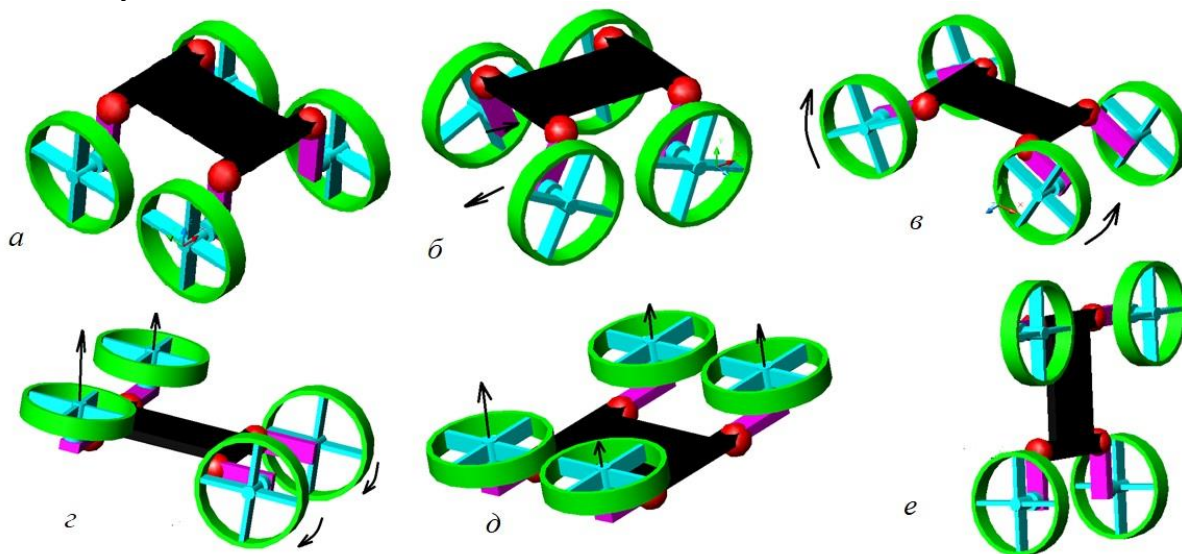


Рис.2 Можливі модифікації мультимедійного робота

Конфігурація мультироторної безпілотної платформи (рис. 2,д) фактично перетворює робот на квадрокоптер. Його призначенням може бути повітряна розвідка, доставка малих вантажів, коригування вогню, створення ретранслятора зв'язку. У такому режимі робот може працювати як наземний і повітряний безпілотною одночасно.

Робот для огляду вертикальних конструкцій (рис. 2,е) передбачає вертикальне положення корпусу. Його перевагами можуть бути огляд високих об'єктів, спостереження через вікна та амбразури, збільшення висоти встановлення сенсорів. Він може використовуватись для огляду будівель, контролю периметра, спостереження з укриття.

На базі запропонованої платформи можуть бути створені спеціалізовані бойові модифікації, зокрема розвідувальна модифікація з відеокамерами, тепловізором та РЕБ-датчиками, ударна модифікація з легким озброєнням або барижуючим боєприпасом, інженерна модифікація для пошуку мін та вибухонебезпечних предметів, логістична модифікація для доставки боєприпасів і медикаментів, евакуаційна модифікація для транспортування поранених, ретрансляційна модифікація для підтримки зв'язку між підрозділами, рятувальна модифікація для роботи в завалах після руйнувань.

Особливістю представленого робота є поєднання в одній платформі багатоступеневого приводу, змінної геометрії ходової системи, можливості переходу між наземним і повітряним режимами, адаптації до різних типів перешкод без зміни конструкції.

Така архітектура дозволяє розглядати платформу як мультимодальний робот з реконфігурованою ходовою системою та багатьма ступенями свободи, здатний виконувати широкий спектр завдань забезпечення бойових дій в умовах сучасного поля бою.

На рисунку 3 показано окремий модуль мультимодального робота, що складається з колеса (блакитний елемент), сферичного шарніра (жовтий елемент) та поворотної вилки (синій елемент). Конструкція дозволяє змінювати просторову орієнтацію колеса відносно корпусу робота та формувати різні режими локомоції. Для забезпечення положень, зображених на рисунку (а–г), необхідно виконати ряд кінематичних та конструктивних умов.

Необхідні умови створення різних положень виконавчих органів включають наступні вимоги. Необхідна наявність щонайменше трьох ступенів свободи. Для переходу між положеннями (Рис.3,а–г) кожен модуль повинен мати обертання колеса навколо власної осі, поворот вилки навколо вертикальної осі, нахил колісного вузла відносно корпусу. Таким чином, мінімально необхідна кількість ступенів свободи одного модуля становить три.

Необхідно використання сферичного або карданного шарніра. Сферичний елемент на рисунку виконує функцію просторового шарніра. Його застосування забезпечує поворот колеса в

горизонтальній площині, поворот у вертикальній площині, комбіновані просторові переміщення. За відсутності такого вузла реалізація всіх режимів трансформації буде неможливою

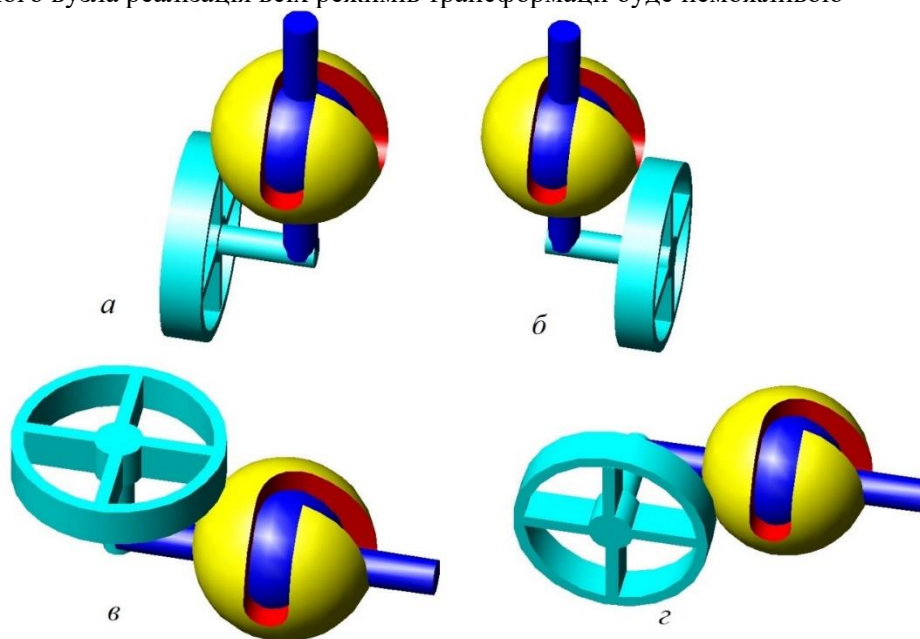


Рис.3 Модуль руху мультимодального робота

Для формування різних конфігурацій необхідно забезпечити індивідуальне керування приводами кожного колеса. Це дозволяє змінювати ширину колії, піднімати окремі колеса, формувати асиметричні схеми руху, реалізовувати режими самовирівнювання.

Для переходу між положеннями необхідно забезпечити геометричні умови трансформації, які включають достатні кути повороту шарнірів, відсутність взаємного контакту коліс, збереження кінематичної сумісності механізмів. Максимальні кути нахилу повинні становити не менше $\pm 90^\circ$ для переведення колеса з вертикального у горизонтальне положення і $\pm 180^\circ$ для реалізації повного розвороту модуля.

Умови статичної стійкості передбачають, що під час трансформації центр мас робота повинен залишатися всередині опорного контуру. Для цього необхідно координувати рух усіх модулів, обмежувати швидкість трансформації, використовувати датчики положення та нахилу. Особливо це важливо при переходах між конфігураціями «3,б» і «3,в», де відбувається значна зміна положення опорних точок.

Силкові умови роботи приводів вимагають умову, щоб приводи повинні створювати моменти, достатні для повороту колеса разом із навантаженням, утримання обраної конфігурації, компенсації динамічних навантажень під час руху. Необхідний момент приводу визначається вагою модуля, відстанню до центра мас та зовнішніми навантаженнями від контакту з поверхнею.

Для реалізації окремих конфігурацій необхідно виконання певних умов.

Для положення а, б (колісний режим) необхідно орієнтувати площину колеса вертикально, забезпечити збіг осі кочення з напрямком руху, зафіксувати нахил шарніра. Такий випадок використовується для швидкісного пересування.

Для положення в, г (трансформований режим) необхідно повернути колесо на кут близько 90° , змінити положення вилки, синхронізувати роботу приводів усіх модулів. Таке положення може використовуватись для збільшення прохідності, подолання перешкод, формування повітряного або гібридного режиму, зміни габаритів робота.

У запропонованій системі потенційно можуть бути реалізовані колісний рух, режим підвищеної прохідності, крокуючий рух за рахунок послідовної зміни положень коліс, режим самовирівнювання, аеромобільний режим (при використанні коліс як роторів), вертикальний режим спостереження. Створення різних положень виконавчих органів мультимодального робота можливе за умови застосування багатоступеневих приводів, сферичних шарнірів, незалежного керування кожним модулем та забезпечення кінематичної сумісності механізмів. Сукупність цих умов

дозволяє формувати адаптивну ходову систему зі змінною геометрією, яка може перебудовуватися відповідно до умов середовища та виконуваних бойових завдань.

Привід модуля мультимодального робота, представлений на рис. 4, призначений для забезпечення багатьох ступенів свободи колісного вузла та реалізації просторової трансформації ходової системи. Конструкція приводу побудована за модульним принципом і включає декілька незалежних виконавчих механізмів, які забезпечують обертання колеса навколо власної осі, поворот вилки відносно корпусу та зміну просторової орієнтації колісного модуля. Така кінематична схема дозволяє здійснювати плавний перехід між різними режимами локомоції без зміни конструкції робота.

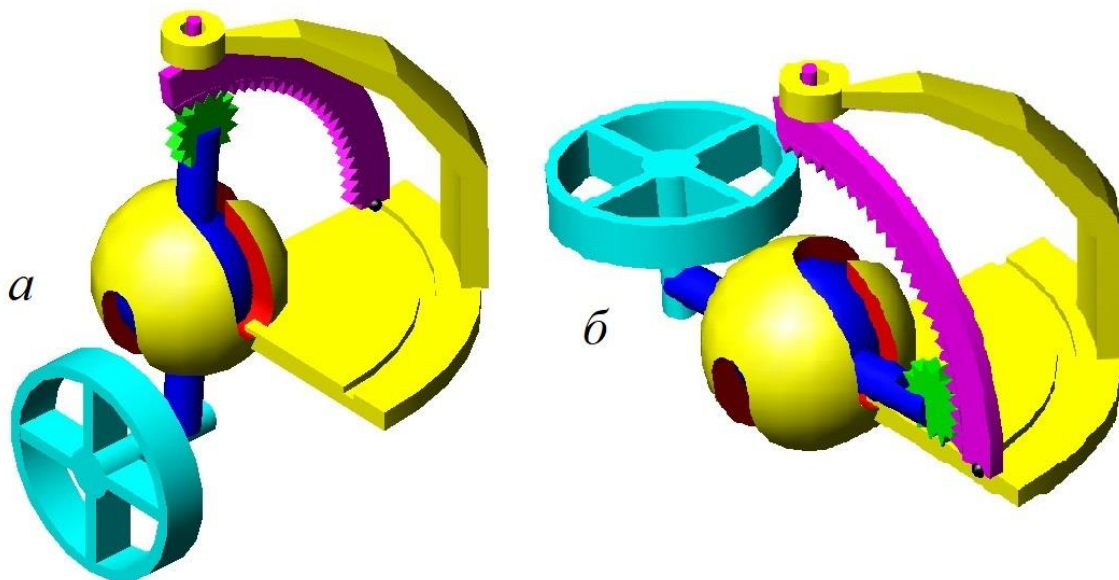


Рис.4. Привід, який забезпечує ступені свободи

Передача крутного моменту від електродвигунів до виконавчих ланок здійснюється через систему редукторів, які забезпечують необхідне збільшення моменту та точність позиціонування. При роботі в колісному режимі один із приводів забезпечує безпосереднє обертання колеса, тоді як інші приводи відповідають за орієнтацію модуля в просторі. Координоване керування приводами дозволяє змінювати ширину колії, висоту розташування корпусу, положення окремих коліс та формувати асиметричні конфігурації для подолання складних перешкод.

Особливістю конструкції є використання хвильової передачі, розташованої всередині сферичного шарніра (рис. 5). Таке технічне рішення дозволяє поєднати компактність конструкції з високим передавальним відношенням і точністю керування. Хвильова передача складається з жорсткого колеса, гнучкого колеса та генератора хвилі. Під час обертання генератора хвилі відбувається пружна деформація гнучкого колеса, внаслідок чого зубці періодично входять у зачеплення з зубцями жорсткого колеса. Через різницю кількості зубців між колесами формується значне передавальне відношення, що забезпечує отримання великих крутних моментів при малих габаритах механізму.

Розміщення хвильової передачі безпосередньо всередині сферичного шарніра дозволяє реалізувати привід повороту нижнього стрижня без застосування додаткових зовнішніх редукторів. У результаті зменшуються маса та габарити вузла, підвищується жорсткість конструкції та знижується кількість кінематичних ланок. Одночасно забезпечується можливість передачі значних навантажень через шарнір при збереженні високої точності позиціонування колісного модуля.

Застосування хвильової передачі у сферичному шарнірі особливо ефективно для мультимодальних роботів зі змінною геометрією, оскільки дозволяє виконувати великі кути повороту виконавчих органів, утримувати задане положення під дією зовнішніх навантажень та забезпечувати плавність руху під час трансформації. Завдяки практично безлюфтовому зачепленню досягається висока точність керування положенням колісних модулів, що є важливим для реалізації режимів підвищеної прохідності, самовирівнювання, подолання перешкод і переходу між різними способами локомоції.

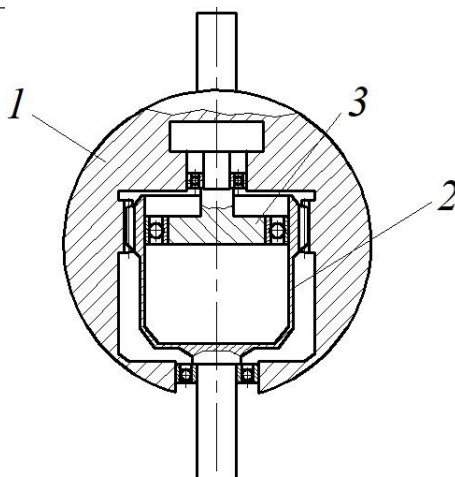


Рис.5. Хвильова передача для забезпечення повороту нижнього стрижня

Таким чином, поєднання багатоступеневого приводу зі сферичним шарніром та інтегрованою хвильовою передачею забезпечує створення компактного, енергоефективного та високоточного механізму просторового позиціонування колісних модулів, що є необхідною умовою функціонування мультимодального робота в складних умовах сучасного поля бою.

Висновки

У результаті проведеного дослідження проаналізовано особливості функціонування приводів з багатьма ступенями свободи у складі мультимодальних роботів, призначених для виконання завдань забезпечення бойових дій. Аналіз сучасних наукових публікацій показав, що перспективним напрямом розвитку роботизованих платформ є створення систем зі змінною морфологією, здатних адаптувати свою конфігурацію до умов зовнішнього середовища та характеру виконуваних завдань.

Запропоновано концепцію мультимодального робота з реконфігурованою ходовою системою, яка забезпечує реалізацію різних режимів локомоції та спеціалізованих конфігурацій. Встановлено, що для забезпечення необхідних функціональних можливостей кожен модуль повинен мати щонайменше три ступені свободи, сферичний або карданний шарнір та незалежну систему керування приводами. Визначено основні кінематичні, геометричні, силові та експлуатаційні умови, виконання яких є необхідним для надійної роботи системи трансформації.

Показано, що застосування багатоступневих приводів дозволяє реалізувати колісний режим руху, режими підвищеної прохідності, подолання вертикальних перешкод, самовирівнювання, вертикального спостереження та потенційно аеромобільний режим. Особливу увагу приділено використанню хвильової передачі, інтегрованої у сферичний шарнір, що забезпечує високу точність позиціонування, значне передавальне відношення, компактність конструкції та можливість передачі великих навантажень.

Отримані результати підтверджують доцільність використання приводів з багатьма ступенями свободи для створення адаптивних мультимодальних роботів нового покоління. Запропоновані конструктивні рішення можуть бути використані під час розроблення перспективних роботизованих платформ військового призначення, здатних ефективно функціонувати в умовах складного рельєфу, руйнувань інфраструктури та високої невизначеності сучасного поля бою. Подальші дослідження доцільно спрямувати на розроблення математичних моделей динаміки системи, оптимізацію алгоритмів керування та експериментальну перевірку працездатності запропонованих технічних рішень.

Список використаних джерел

1. Kalantari A., Spenko M. (2014) Modeling and performance assessment of the hytaq, a hybrid terrestrial/aerial quadrotor. *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 30, no. 5, pp. 1278–1285, <https://doi.org/10.1109/TRO.2014.2337555>.
2. Kossett A., D'Sa R., Purvey J., Papanikolopoulos N. (2010) Design of an improved land/air miniature robot. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2010, pp. 632–637, <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2010.5509453>.

3. Mulgaonkar Y., Araki B., Koh J.-S., Guerrero-Bonilla L., Aukes D. M., Makineni A., Tolley M. T., Rus D., Wood R. J., Kumar V. (2016) The flying monkey: A mesoscale robot that can run, fly, and grasp. *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 4672–4679, <https://doi.org/10.1109/ICRA.2016.7487667>.
4. Meiri N., Zarrouk D. (2019) Flying star, a hybrid crawling and flying sprawl tuned robot. *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 5302–5308, <https://doi.org/10.1109/ICRA.2019.8794260>.
5. Kim K., Spieler P., Lupu E.-S., Ramezani A., Chung S.-J. (2021) A bipedal walking robot that can fly, slackline, and skateboard. *Science Robotics*, vol. 6, no. 59, p. eabf8136, <https://doi.org/10.1126/scirobotics.abf8136>.
6. Michaud F., Le'tourneau D., Arsenault M., Bergeron Y., Cadrin R., Gagnon F., Legault M.-A., Millette M., Pare J.-F., Tremblay M.-C., Lepage P., Morin Y., Bisson J., Caron S. (2005) Multi-modal locomotion robotic platform using leg-track-wheel articulations. *Au-ton. Robots*, vol. 18, pp. 137–156, <https://doi.org/10.1007/s10514-005-0722-1>.
7. de Viragh Y., Bjelonic M., Bellicoso C. D., Jenelten F., Hutter M. (2019) Trajectory optimization for wheeled-legged quadrupedal robots using linearized zmp constraints. *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 4, no. 2, pp. 1633–1640, <https://doi.org/10.1109/LRA.2019.2896721>.
8. L. Cui, P. Cheong, R. Adams, and T. Johnson, “AmBot: A Bio-Inspired Amphibious Robot for Monitoring the Swan-Canning Estuary System,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 136, no. 11, 10 2014. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1115/1.4028094>
9. Ijspeert A. J., Crespi A., Ryczko D., Cabelguen J.-M. (2007) From swimming to walking with a salamander robot driven by a spinal cord model. *Science*, vol. 315, no. 5817, pp. 1416–1420, <https://doi.org/10.1126/science.1138353>.
10. Sihite E., Mottis B., Ghanem P., Ramezani A., Gharib M. (2022) Efficient path planning and tracking for multi-modal legged-aerial locomotion using integrated probabilistic road maps (prm) and reference governors (rg). *IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 764–770, <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:248798470>.
11. Рябчиков М.Л., Шимчук С.П., Зайчук Т.П., Пилипчук С.В. (2026) Синергетика технологічних процесів: філософсько-технологічне моделювання універсальних принципів виробництва. *Наукові нотатки*, № 85, 158-166, <https://doi.org/10.36910/775.24153966.2026.85.21>.
12. Харчук В., Ткаченко С. (2025) Метод побудови траєкторії руху мобільного робота у середовищі з рухомими перешкодами. *Information technology: computer science, software engineering and cyber security*, Вип. 2, 156-165, <https://doi.org/10.32782/IT/2025-2-16>.
13. Кадицьникова Т. М., Далік М. О. (2025) Ситуаційне моделювання руху наземних роботів. *Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки*, Т. 37, 46-58, <https://doi.org/10.15421/472514>.
14. Riabchykov M. (2025). Creating Wave Transmissions with a Flexible Magnetic Element and a Non-contact Magnetic Generator. *Smart Innovations in Energy and Mechanical Systems. SIEMS 2025. Lecture Notes in Networks and Systems*, vol 1480, Springer, Cham, https://doi.org/10.1007/978-3-031-95191-6_3.
15. Riabchykov M., Martyniuk V., Puts V. (2025) Design of expert systems for creation of special shafts with liquid control for innovative machines. *Наукові Нотатки*, Луцьк, №81, с.36-43, <https://doi.org/10.36910/775.24153966.2025.81.5>.

Дата надходження статті до видання: 25.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

С.А. Федосов¹[0000-0003-3457-8911], Л.В. Ящинський¹[0000-0003-3018-3904], Ю.В. Коваль¹[0000-0002-4570-8024],
Д.А. Захарчук¹[0000-0002-1988-5027], Л.І. Панасюк¹[0000-0002-5988-4731], Н.Ю. Коваль²[0009-0006-5901-7482]

Луцький національний технічний університет¹
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie²

НАПРУЖЕНА КРИСТАЛІЧНА РЕШІТКА *n*-Si ЗА НАЯВНОСТІ ДОМІШКИ ФОСФОРУ

Успішне застосування гетеропереходів у різних пристроях зумовлене здатністю технології епітаксії вирощувати напівпровідникові матеріали з узгодженою структурою решітки одна на одній практично без пасток на границі поділу. Тому актуальним є вивчення (дослідження) характеристик (параметрів, поведінки) напівпровідникових матеріалів зумовлених деформаціями кристалічної решітки і деформаційних змін їх властивостей при наявності домішок. Це може надати важливу інформацію при моделюванні гетероструктур і успішному застосуванні гетеропереходів (напруженої гетероепітаксії) у створенні різних пристроїв з прогнозованими властивостями. У роботі представлені результати досліджень для недеформованих і одновісно деформованих ($X \leq 1,2$ ГПа) вздовж $[100]$ кристалів Si *n*-типу провідності з концентрацією N_D донорної домішки фосфору (P) $2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ і $2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Нами вивчався поздовжній ($X \parallel j [100]$) і поперечний ($X \perp j [100]$) n - ϵ зоопір у температурному інтервалі $78 \div 300$ К.

При деформації кристалічної решітки кристалів *n*-Ge і *n*-Si важливою характеристикою є параметр анізотронії рухливості K . Для достатньо чистих кристалів *n*-Ge сукупність кривих $\rho \backslash \rho_0 = f(X)$ для різних температур у випадку $X \parallel j \parallel [111]$ характеризується в області температур $T > 120$ К по суті єдиним значенням плато $\rho \backslash \rho_0$, яким визначається величина параметру анізотронії рухливості. Для коректного визначення параметра K в *n*-Si у подібних випадках експериментальні дані за поздовжнім n - ϵ зоопором необхідно доповнити результатами вимірювань поперечного n - ϵ зоопору. В роботі комплексно досліджено особливості змін електрофізичних параметрів при деформації кристалічної решітки, що відрізняють германій і кремній *n*-типу, пов'язані з неадекватністю механізмів розсіювання в цих кристалах для напруженої гетероепітаксії.

Встановлено, що в кристалах *n*-Si при 78 К значення параметрів анізотронії рухливості і розсіювання електронів при малих концентраціях донорної домішки ($2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$), тобто в умовах переважання розсіювання на акустичних фонах, як і в *n*-Ge, можна надійно визначити за даними лише поздовжнього n - ϵ зоопору. При концентраціях же легуючої домішки, які забезпечують змішане розсіювання ($2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$), а також при підвищенні температури для коректного визначення параметра K у *n*-Si необхідні вимірювання як поздовжнього, так і поперечного n - ϵ зоопору в області насичення кривих $\rho = \rho(X)$.

Ключові слова: кристал Si, *n*-тип, домішка, механічне навантаження, напруження, одновісний тиск, деформація, питомий опір, анізотронія.

S. Fedosov, L. Yashchynskyy, Yu. Koval, D. Zakharchuk, L. Panasyuk, N. Koval

STRAINED *n*-SI CRYSTAL LATTICE IN THE PRESENCE OF PHOSPHORUS IMPURITY

The successful application of heterojunctions in various devices is due to the ability of epitaxy technology to grow semiconductor materials with a well-matched lattice structure on top of each other practically without traps at the interface. Therefore, it is relevant to study (investigate) the characteristics (parameters, behavior) of semiconductor materials caused by deformations of the crystal lattice and deformation changes in their properties in the presence of impurities. This can provide important information in modeling heterostructures and successful application of heterojunctions (strained heteroepitaxy) in creating various devices with predicted properties. In the development of electronic devices, the main attention is paid to the three most-important semiconductors: silicon (Si), germanium (Ge) and gallium arsenide (GaAs). Silicon has been studied extensively and widely used in commercial electronics products. The paper presents the results of research for undeformed and uniaxially deformed ($X \leq 1.2$ GPa) along $[100]$ Si *n*-type crystals with a concentration of N_D donor phosphorus (P) impurity of $2.4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ and $2.3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. We studied the longitudinal ($X \parallel j [100]$) and transverse ($X \perp j [100]$) piezoresistance in the temperature range $78 \div 300$ K.

When the crystal lattice of *n*-Ge and *n*-Si crystals is deformed, the mobility anisotropy parameter K is an important characteristic. For sufficiently pure *n*-Ge crystals, the set of curves $\rho \backslash \rho_0 = f(X)$ for different temperatures in the case of $X \parallel j \parallel [111]$ is characterized in the temperature range $T > 120$ K by essentially a single plateau $\rho \backslash \rho_0$ value, which determines the value of the mobility anisotropy parameter. For the correct determination of the parameter K in *n*-Si in such cases, the experimental data on the longitudinal piezoresistance must be supplemented with the results of measurements of the transverse piezoresistance. The work aims to comprehensively investigate the features of changes in electrophysical parameters during crystal lattice deformation, which distinguish germanium and *n*-type silicon, associated with the inadequacy of scattering mechanisms in these crystals for strained heteroepitaxy.

The values of K determined by different methods for a crystal with a donor impurity concentration of $2.3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ differ significantly. This is due to the fact that at a donor impurity concentration $N_D > 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ in silicon crystals, due to the expansion of the spectrum of impurity states, the phosphorus impurity is not completely ionized at $T = 78$ K. In the case of undeformed *n*-Si crystals with $N_D = 2.4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ up to 100 K $\rho \sim T^{1.66}$. With increasing temperature due to the appearance of intervalley scattering $\rho \sim T^{2.3}$. In the case of deformed crystals with complete exclusion of *f*-transitions ($X = 1.2$ GPa) no breaks are observed on the $\rho_{\parallel}^{\pm} = \rho(T)$ and $\rho_{\infty}^{\pm} = \rho(T)$ curves and at the same time $\rho \sim T^{1.66}$. Based on the $\rho_{\parallel}^{\pm}$ and $\rho_{\infty}^{\pm}$ values, we obtained

© С.А. Федосов, Л.В. Ящинський, Ю.В. Коваль, Д.А. Захарчук, Л.І. Панасюк, Н.Ю. Коваль

the value of the carrier mobility anisotropy parameter $K = 5.1 \pm 0.1$. In the case of undeformed *n*-Si crystals with an impurity concentration $N_P = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, the temperature dependence of ρ has a complex character. At low temperatures ($T > 78 \text{ K}$), its form is determined not only by intervalley scattering of electrons on acoustic lattice vibrations, but also by their scattering on ionized impurities with an increase in the concentration of charge carriers n in the conduction band due to thermal ionization of impurity states (which manifest themselves in *n*-Si at $N_P > 10^{15} \text{ cm}^{-3}$). Only in the high temperature region ($T > 230 \text{ K}$) does the slope of the $\rho(T)$ dependence approach 2.3. In the case of deformed crystals with $N_P = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ at $X = 1.2 \text{ GPa}$, the last factor affecting the value of ρ disappears due to the deformation reduction of the ionization energy of the impurity when the deformation axis is oriented along the $[100]$ direction ($n = \text{const}$) in the temperature range $78 \div 300 \text{ K}$. Based on the $\rho_{\infty}^{\parallel}$ and $\rho_{\infty}^{\perp}$ values, it is possible to reliably determine the parameter K , and accordingly, K_T at any temperature. In the case of $N_P = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ at 78 K , $K_T = 1.2 \pm 0.1$. From a comparison of the scattering anisotropy parameters for *n*-Si crystals with impurity concentrations of $2.4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ and $2.3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, it is seen that when scattering on impurity ions, the parameter K_T is significantly larger than in intervalley acoustic scattering. Analysis of the $K_T = K_T(T)$ dependence indicates a decrease in the contribution to the anisotropy of impurity scattering and an increase in the relative contribution of scattering on acoustic lattice vibrations with increasing temperature.

It was found that in *n*-Si crystals at 78 K , the values of the parameters of the anisotropy of electron mobility and scattering at low concentrations of the donor impurity ($2.4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$), i.e. under conditions of dominance of scattering on acoustic phonons, as in *n*-Ge, can be reliably determined from the data of the longitudinal piezoresistance only. At concentrations of the doping impurity that provide mixed scattering ($2.3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$), as well as with increasing temperature, for the correct determination of the parameter K in *n*-Si, measurements of both the longitudinal and transverse piezoresistance in the saturation region of the $\rho = \rho(X)$ curves are necessary.

Keywords: Si crystal, *n*-type, impurity, mechanical stress, strain, uniaxial pressure, deformation, resistivity, anisotropy.

Постановка проблеми. Гетероперехід, що широко використовується в різних пристроях, являє собою перехід (контакт), утворений між двома різнорідними напівпровідниками. Для напівпровідникових приладів величина енергетичної щільності (або ширина забороненої зони) E_g забезпечує ще один ступінь свободи, що призводить до багатьох цікавих явищ. Успішне застосування гетеропереходів у різних пристроях зумовлене здатністю технології епітаксії вирощувати напівпровідникові матеріали з узгодженою структурою решітки одна на одній практично без пасток на границі поділу. Основною фізичною вимогою епітаксialного гетеропереходу є узгодження сталих кристалічної решітки. Значна невідповідність кристалічних решіток спричиняє дислокації на границі поділу та призводить до електричних дефектів (пасток) на границі поділу. Прийнятною комбінацією для пристроїв з гетеропереходом є два матеріали з близькими по величині сталими кристалічної решітки, але різними E_g .

Величина неузгодженості решітки і максимально допустимий епітаксialний шар безпосередньо пов'язані між собою. Спочатку епітаксialний шар повторює решітку підкладки, але енергія деформації накопичується, коли плівка стає товстішою. Зрештою, плівка накопичує занадто велику деформацію, щоб витримувати її, і переходить у релаксований стан. Для релаксованого, товстого гетероепітаксialного шару дислокації неминучі через фізичну невідповідність кінцевих зв'язків на границі поділу. Однак, якщо гетероепітаксialний шар достатньо тонкий, його можна фізично напружити до такої міри, що його стала решітки стане такою ж, як і в підкладці. Коли це станеться, дислокації можна усунути.

Метод вирощування напруженої гетероепітаксії дозволяє використовувати ширший спектр матеріалів. Він має значний вплив на розширення застосування гетероструктур, створення нових пристроїв, а також на покращення їхніх характеристик. Так як гетероепітаксialні переходи створюються на поверхні напівпровідника підкладки, орієнтації і властивості кристалічних площин поверхні мають також важливе значення.

Тому актуальним є вивчення характеристик напівпровідникових матеріалів зумовлених деформаціями кристалічної решітки і деформаційних змін їх властивостей при наявності домішок. Авторами [1] на прикладі напівпровідникових кристалів Ge, Si, PbTe, PbS, InSb із різними рівнями легування та різними типами провідності проведено оптимізацію геометрії п'єзореzystивного ефекту, а саме визначено такі напрямки вимірювання напруги та прикладання одновісного тиску, які забезпечують максимально досяжне значення ефекту. Це дає важливу інформацію при моделюванні гетероструктур [2-4] і успішному застосуванні гетеропереходів (напруженої гетероепітаксії) у створенні різних пристроїв з прогнозованими властивостями [5, 6].

Одними із важливих параметрів, які слід враховувати при деформації кристалічної решітки кристалів, є анізотропні параметри, зокрема, параметр анізотропії рухливості. Авторами [7] досліджено анізотропію розсіювання носіїв заряду в монокристалах *n*-Si залежно від рівня компенсації домішок. Установлено, що збільшення анізотропії розсіювання в кристалах *n*-Si практично не залежить від ступеня їх компенсації, а пов'язане лише зі збільшенням загальної

концентрації іонізованих домішок. У свою чергу, в роботі [8] показано, що при температурах вищих 100 К у невідроджених кристалах n -Ge і n -Si при дослідженні ефекту п'єзоопору відмінним є наявність міждолинного розсіювання f -типу в кристалах n -Si і відсутність його в кристалах n -Ge. Для достатньо чистих кристалів n -Ge ($n_e = 9,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$), які забезпечували в діапазоні температур $78 \div 300 \text{ К}$ умови переважно фононного розсіювання, сукупність кривих $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ для різних температур у випадку $X \parallel j \parallel [111]$ характеризується в області температур $T > 120 \text{ К}$ по суті єдиним значенням плато ρ_∞/ρ_0 , яким визначається величина параметру анізотропії рухливості [8]:

$$K \equiv \frac{K_m}{K_\tau} = \frac{3}{2} \frac{\rho_\infty}{\rho_0} - \frac{1}{2}, \quad (1)$$

де K_m – параметр анізотропії ефективних мас, K_τ – параметр анізотропії (часів релаксації) розсіювання, ρ_∞ – значення питомого опору в області насичення кривої $\rho_X/\rho_0 = f(X)$, ρ_0 – значення питомого опору при $X = 0$.

Використання співвідношення (1) для n -Si насторожує на обмеження, як в області низьких температур (до 100 К), які при концентрації донорної домішки $N_d > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ пов'язані з існуванням деформаційної залежності ступеня іонізації домішкових центрів, так і в області температур вищих 100 К, коли проявляється міждолинне розсіювання f -типу [8]. Тому для коректного визначення параметра K у подібних випадках експериментальні дані за поздовжнім п'єзоопором необхідно доповнити результатами вимірювань поперечного п'єзоопору.

Постановка завдань. В роботі поставлено мету – провести комплексне дослідження, розрахунки та аналіз для виявлення особливостей змін електрофізичних параметрів при деформації кристалічної решітки, що відрізняють германій і кремній n -типу, пов'язаний з неадекватністю механізмів розсіювання в цих кристалах для напруженої гетероепітаксії.

Викладення основного матеріалу. Величину значення параметру анізотропії рухливості K для кристалів n -Si з різними концентраціями донорної домішки визначалися двома способами: за співвідношенням (1), а також за значеннями поздовжнього ($\rho_\infty^\parallel$) і поперечного ($\rho_\infty^\perp$) п'єзоопору в області насичення кривих $\rho = f(X)$ для випадку $X \parallel [100]$ відповідно до формули:

$$K = \frac{e n \mu_\perp}{e n \mu_\parallel} = \frac{\rho_\infty^\parallel}{\rho_\infty^\perp}. \quad (2)$$

На рисунку 1а зображені залежності поздовжнього (криві 1, 2) і поперечного (криві 1', 2') п'єзоопору, одержані при $T = 78 \text{ К}$ на зразках n -Si з концентрацією домішки фосфору $N_P 2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (криві 1 і 1') і $2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ (криві 2 і 2'). Значення параметра анізотропії рухливості K , знайдені для кристалу з концентрацією донорної домішки $2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ за формулами (1) і (2), у межах точності експерименту виявились практично співпадаючими і рівними $K = 5,1 \pm 0,1$.

Для кристалу з концентрацією донорної домішки $2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ значення $K = 3,5 \pm 0,1$ (згідно (1)) і $K = 3,9 \pm 0,1$ (згідно (2)) вже суттєво відрізняються. Це пов'язано з тим, що при концентрації донорної домішки $N_P > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ в кристалах кремнію внаслідок розширення спектру домішкових станів домішка фосфору виявляється при $T = 78 \text{ К}$ не повністю іонізованою [8].

Для кристалу з концентрацією домішки $N_P = 2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ на рис. 1б (крива 1) зображена температурна залежність концентрації носіїв заряду при відсутності деформації ($X = 0$). З прикладенням механічного напруження $X \parallel [100]$ на величину питомого опору в такому (достатньо легуваному) кристалі буде впливати не лише перерозподіл носіїв заряду між долинами, що опускаються та піднімаються по шкалі енергій, але і збільшення повної концентрації електронів у зоні провідності, що виникає через деформаційне зниження енергії іонізації домішки при такій орієнтації осі деформації [8]. На відміну від кривої 1 (рис. 1б), яка характеризує зростання загальної концентрації носіїв заряду в зоні провідності із зростанням температури при $X = 0$, крива 2 показує незалежність загальної концентрації носіїв заряду від температури при $X = 1,2 \text{ ГПа}$ у зв'язку з тим, що навіть при найнижчій (з розглядуваного інтервалу) температурі (78 К) домішковий рівень повністю іонізований.

Отже, одержані результати вказують на те, що в кристалах n -Si значення параметра анізотропії рухливості K для електронів при малих концентраціях донорної домішки, тобто при умові домінуючого розсіювання на акустичних фонах при $T = 78 \text{ К}$, можна надійно визначати за даними одного лише поздовжнього п'єзоопору, а при концентраціях легуючої домішки, яка забезпечує змішане розсіювання, для коректного визначення параметра K (що виключає деформаційну залежність ступеня іонізації домішкових центрів) необхідні вимірювання як поздовжнього, так і поперечного п'єзоопору в області насичення.

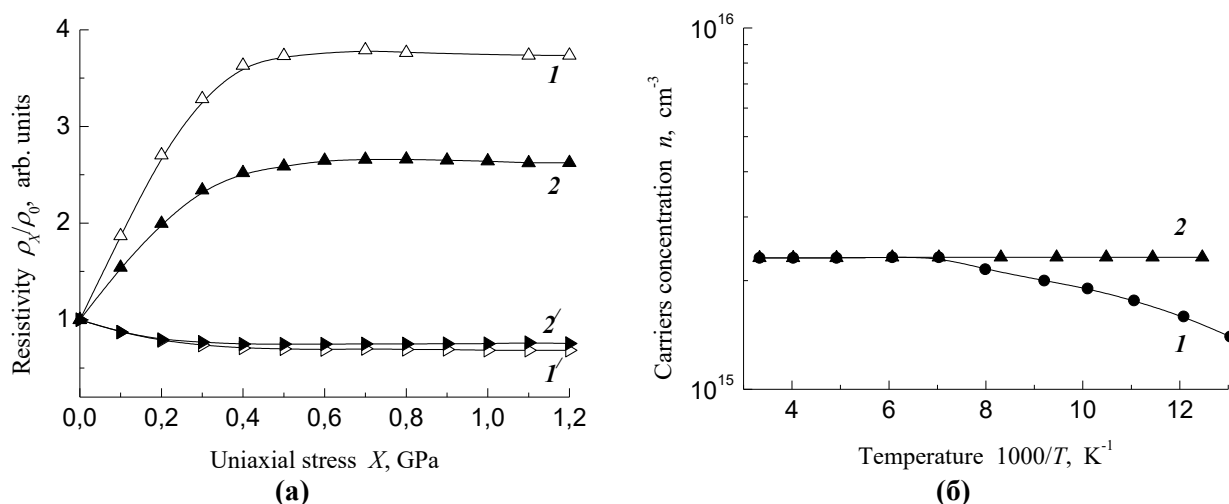


Рис. 1. (а) Залежність ρ_x/ρ_0 для n -Si при 78 К: 1, 2 – $X \parallel j$ [100]; 1', 2' – $X \perp j$ [100] ($X = 1,2$ ГПа).
(б) Залежність $n = f(1000/T)$, X : 1 – 0, 2 – 1,2 ГПа.

При одновісній пружній деформації вздовж [100] (з використанням висновків роботи [9]) кристали n -Si з концентрацією N_D донорної домішки $2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ і $2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ досліджувались у температурному інтервалі $78 \div 300$ К. При умові постійної повної концентрації носіїв заряду в зоні провідності параметр $K = \mu_{\perp}/\mu_{\parallel} = \rho_{\infty}^{\parallel}/\rho_{\infty}^{\perp}$ визначали за умови повного переселення електронів в мінімуми, що опустились по шкалі енергій (тобто в області насичення кривих питомого опору $\rho = f(X)$). Ця умова для кристалів n -Si, як показано в [8], повністю задовольняється за рахунок міждолинного розсіювання при механічних напруженнях менше 1,2 ГПа навіть в області температур $T \approx 300$ К.

На рисунку 2а зображені температурні залежності питомого опору $\rho = \rho(T)$ для недеформованих (криві 1, 1') і одновісно деформованих (криві 2, 2', 3, 3') кристалів n -Si. У випадку недеформованих кристалів n -Si з $N_D = 2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ приблизно до 100 К (при домінуванні розсіювання на акустичних фонах) $\rho \sim T^{1,66}$ (крива 1). Із підвищенням температури через появу міждолинного розсіювання (між долинами, що розміщені на взаємно перпендикулярних осях) нахил кривої 1 збільшується до 2,3 ($\rho \sim T^{2,3}$). У випадку деформованих кристалів при повному виключенні f -переходів ($X = 1,2$ ГПа) на кривих 2 ($\rho_{\infty}^{\parallel} = \rho(T)$) і 3 ($\rho_{\infty}^{\perp} = \rho(T)$) злами не спостерігаються і при цьому $\rho \sim T^{1,66}$.

Для перевірки правильності пояснення зламу на залежності 1 (рис. 2а), проведено розрахунок залежності $\rho = \rho(T)$ для випадку змішаного розсіювання з врахуванням міждолинних переходів за допомогою формули:

$$\rho(T) = S \left(2 \frac{m_3}{m_1} \frac{a_{\perp}}{a_{\parallel}} \int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{x^2 + \varphi x^{3/2} + b_1} dx + \int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{x^2 + 0,507 \varphi x^{3/2} + b_0} dx \right)^{-1},$$

$$\text{де } S = 0,81 \cdot 10^{13} \frac{m_3 T \sqrt{kT}}{4e_0^2 N a_{\parallel}}, \quad m_1 = m_{\perp}, \quad m_3 = m_{\parallel},$$

$$a_{\parallel} = 3,09 \cdot 10^{-17} \text{ ерг}^{1/2} \cdot \text{К} \cdot \text{с}, \quad a_{\perp} = 4,67 \cdot 10^{-17} \text{ ерг}^{1/2} \cdot \text{К} \cdot \text{с}, \quad x = \varepsilon/kT,$$

$$b_0 = 2,99 \cdot 10^{-11} \frac{N}{T^3} 32,0 + 2 \ln T + \ln x - \ln N + 10^{-14} \frac{N}{T^2 x},$$

$$b_1 = 1,62 \cdot 10^{-10} \frac{N}{T^3} 31,4 + 2 \ln T + \ln x - \ln N + 10^{-14} \frac{N}{T^2 x},$$

$$\varphi = \frac{28,5}{e^{\frac{190}{T}} - 1} \left[\sqrt{x + \frac{190}{T}} + e^{\frac{190}{T}} \theta \left(x, \frac{190}{T} \right) \sqrt{x - \frac{190}{T}} \right] + \frac{1260}{e^{\frac{630}{T}} - 1} \left[\sqrt{x + \frac{630}{T}} + e^{\frac{630}{T}} \theta \left(x, \frac{630}{T} \right) \sqrt{x - \frac{630}{T}} \right],$$

© С.А. Федосов, Л.В. Яциньський, Ю.В. Коваль, Д.А. Захарчук, Л.І. Панасюк, Н.Ю. Коваль

$$\text{причому, } \theta(x, a) = \begin{cases} 1, & x \geq a \\ 0, & x < a \end{cases}.$$

Повне співпадіння теоретично розрахованих з експериментальними даними свідчить про те, що злам цієї кривої дійсно зумовлений мінімумним розсіюванням. На основі значень $\rho_{\infty}^{\parallel}$ і $\rho_{\infty}^{\perp}$ одержали величину параметра анізотропії рухливості носіїв $K = 5,1 \pm 0,1$. Використовуючи відоме [8] за даними циклотронного резонансу значення параметра анізотропії ефективних мас електронів ($K_m = 4,8 \pm 0,1$), знаходимо значення параметра анізотропії розсіювання $K_r = K_m/K = 0,9 \pm 0,1$.

У випадку недеформованих кристалів *n*-Si з концентрацією домішки $N_p = 2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ температурна залежність ρ має складний характер (крива 1', рис. 2а). При низьких температурах ($T > 78 \text{ K}$) її вигляд визначається не тільки міждолинним розсіюванням електронів на акустичних коливаннях решітки, але і розсіюванням їх на іонізованих домішках із збільшенням концентрації носіїв заряду *n* у зоні провідності внаслідок термічної іонізації домішкових станів (що проявляються в *n*-Si при $N_p > 10^{15} \text{ см}^{-3}$) [8]. Тільки в області високих температур ($T > 230 \text{ K}$) нахил залежності $\rho(T)$ (крива 1') наближається до 2,3.

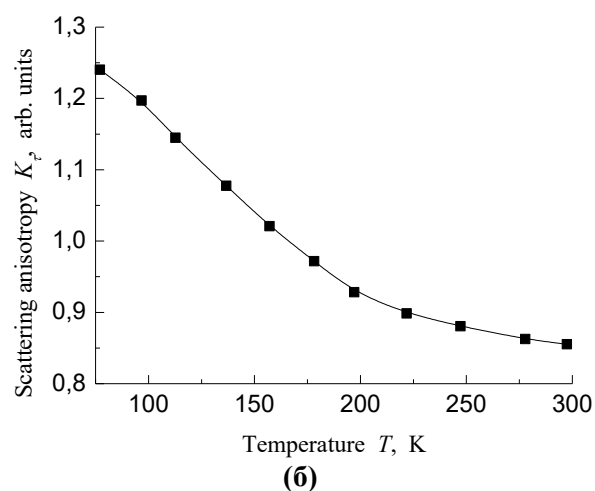
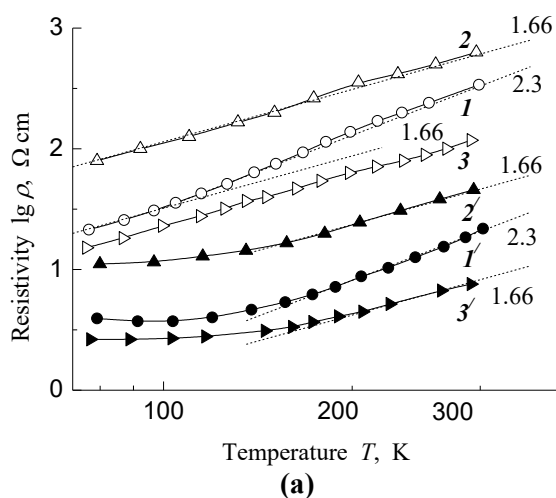


Рис. 2. (а) Залежності $\rho(T)$ в подвійному логарифмічному масштабі для *n*-Si при $N_p = 2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (1–3) і $2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ (1'–3'): 1, 1' – $X = 0$; 2, 2' – $X \parallel j \parallel [100]$; 3, 3' – $X \perp j \parallel [100]$ ($X = 1,2 \text{ ГПа}$). (б) Залежність $K_r(T)$ для *n*-Si з $N_p = 2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

У випадку деформованих кристалів з $N_p = 2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ (криві 2', 3', рис. 2а) при $X = 1,2 \text{ ГПа}$ останній фактор, що впливає на величину ρ , зникає за рахунок деформаційного зменшення енергії іонізації домішки при орієнтації осі деформації вздовж напрямку $[100]$, тобто $n = \text{const}$ у температурному інтервалі $78 \div 300 \text{ K}$ (див. рис. 1б). На основі значень $\rho_{\infty}^{\parallel}$ і $\rho_{\infty}^{\perp}$ можна надійно визначити параметр K , а відповідно, і K_r при будь-якій температурі. У даному випадку ($N_p = 2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$) при 78 K , $K_r = 1,2 \pm 0,1$.

З порівняння параметрів анізотропії розсіювання для кристалів *n*-Si з концентраціями домішок $2,4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ і $2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ видно, що при розсіюванні на іонах домішки параметр K_r значно більший, ніж при міждолинному акустичному розсіюванні.

На рисунку 2б для зразка з $N_p = 2,3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ приведена залежність $K_r = K_r(T)$, аналіз якої вказує на зниження вкладу в анізотропію домішкового розсіювання і збільшення відносного вкладу розсіювання на акустичних коливаннях решітки з ростом температури.

Висновки. З проведених досліджень слідує, що в кристалах *n*-Si при 78 K значення параметрів анізотропії рухливості і розсіювання електронів при малих концентраціях донорної домішки, тобто в умовах переважання розсіювання на акустичних фонах, як і в *n*-Ge, можна надійно визначити за даними лише поздовжнього п'єзоопору. При концентраціях же легуючої домішки, які забезпечують змішане розсіювання, а також при підвищенні температури для коректного визначення параметра K у *n*-Si необхідні вимірювання як поздовжнього, так і поперечного п'єзоопору в області насичення кривих $\rho = \rho(X)$. Це важливо для розрахунків, моделювання, розробки конструкційних елементів пристроїв електроніки з прогнозованими параметрами гетероепітаксійних переходів, які утворюються на границі поділу гетероструктур.

© С.А. Федосов, Л.В. Яцинський, Ю.В. Коваль, Д.А. Захарчук, Л.І. Панасюк, Н.Ю. Коваль

Список використаних джерел:

1. Buryu O., ... (2024). Optimization of geometry of piezoresistive effect on the example of cubic crystals. *Information and communication technologies, electronic engineering*, 4(1), pp. 126–136. [10.23939/ictee2024.01.126](https://doi.org/10.23939/ictee2024.01.126)
2. Яворський Р.С., ... (2021). Системи моделювання фотоелектричних комірок. *Actual Problems of Fundamental Science (APFS'2021)*, Lutsk – Svityaz', Ukraine, pp. 50–52.
3. Олексин Ж.Р., ... (2021). Моделювання впливу параметрів буферного шару на властивості фотоелектричної комірки. *Наукові нотатки*, 72, стор. 204–216. [10.36910/775.24153966.2021.72.31](https://doi.org/10.36910/775.24153966.2021.72.31)
4. Наход В.В., ... (2023). Моделювання процесів формування гетероструктур. *Наукові нотатки*, 75, стор. 193–199. [10.36910/775.24153966.2023.75.32](https://doi.org/10.36910/775.24153966.2023.75.32)
5. Gorbachuk M. (2023). Research of piezoresistive effect in silicon films and development of measuring transducers based on them. *European Science*, 1 (sge23-01), pp. 97–103. [10.30890/2709-2313.2023-23-01-017](https://doi.org/10.30890/2709-2313.2023-23-01-017)
6. Fakhri E., ... (2022). Piezoresistance characterization of silicon nanowires in uniaxial and isostatic pressure variation. *Sensors*, 22, 6340. [10.3390/s22176340](https://doi.org/10.3390/s22176340)
7. Gaidar G.P., Baranskii P.I. (2021). Electron scattering anisotropy in silicon. *Journal of Physical Studies*, 25(1), 1602. [10.30970/jps.25.1602](https://doi.org/10.30970/jps.25.1602)
8. Баранський П.І., Федосов А.В., Гайдар Г.П. (2000). *Фізичні властивості кристалів кремнію та германію в полях ефективного зовнішнього впливу*. Надстир'я, Луцьк, 280 с.
9. Fedosov A. V.,... (1988). On the determination of the mobility anisotropy parameter in n-Si. *Semiconductors*, 22(9), pp. 1704–1705.

Дата надходження статті до видання: 25.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Д.С. Судаков ^[0009-0008-4366-8867] М.Я. Втерковський ^[0009-0008-4366-8867]

Національний технічний університет України

“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ КОМПОЗИТІВ НА ОСНОВІ СИСТЕМИ ZrB₂–ВЕС ДЛЯ АЕРОКОСМІЧНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

У роботі узагальнено сучасний стан досліджень керамік на основі ZrB₂ та їх модифікації за допомогою високоентропійних систем. Проаналізовано вплив складу та технологій отримання на процеси ущільнення, формування мікроструктури та механічні властивості матеріалів. Оцінено основні проблеми ZrB₂, зокрема низьку тріщиностійкість і складність спікання, а також показано ефективність використання ВЕС-добавок для їх усунення. Запропоновано перспективні напрями розвитку, що полягають в оптимізації складу, контролі фазового стану та вдосконаленні технологій отримання високощільних композиційних матеріалів для роботи в екстремальних умовах.

Ключові слова: високотемпературна кераміка, композити, ZrB₂, високоентропійні сплави.

D.S. Sudakov, M.Y. Vterkovsky

PROSPECTS OF USING COMPOSITES BASED ON THE ZrB₂–HEA SYSTEM FOR THE AEROSPACE INDUSTRY

This paper summarizes the current state of research on ZrB₂-based ceramics and their modification using high-entropy systems. The influence of composition and fabrication technologies on densification processes, microstructure formation, and mechanical properties of the materials is analyzed. The main problems of ZrB₂ are assessed, in particular its low fracture toughness and sintering difficulties, and the effectiveness of using high-entropy alloy (HEA) additives to address these issues is demonstrated. Promising directions for further development are proposed, focusing on composition optimization, phase state control, and the improvement of manufacturing technologies for high-density composite materials designed for use in extreme conditions.

Keywords: high-temperature ceramics, composites, ZrB₂, high-entropy alloys.

Постановка проблеми. Ультрависокотемпературні кераміки (УНТС), зокрема диборид цирконію (ZrB₂), є одним із найбільш перспективних класів матеріалів для роботи в екстремальних умовах аерокосмічної техніки. Вони характеризуються надвисокими температурами плавлення (понад 3000 °C), високою теплопровідністю та відносно низькою густиною, що робить їх придатними для використання в теплозахисних системах, носових обтічниках і крайках крил гіперзвукових апаратів. Разом з тим, попри значний потенціал, практичне застосування ZrB₂ обмежується низькою критичних проблем, серед яких ключовими є недостатня щільність після спікання, схильність до окислення при високих температурах та обмежена тріщиностійкість.

Однією з основних проблем ZrB₂ є його окиснення в окислювальному середовищі. При температурах понад 500–550 °C починається активна взаємодія з киснем з утворенням ZrO₂ та B₂O₃, причому останній має високу леткість і випаровується при температурах вище ~1100 °C. Це призводить до руйнування захисного шару та прискорення подальшого окислення матеріалу. Крім того, формування пористого шару ZrO₂ не забезпечує ефективного бар'єру для дифузії кисню, що ще більше погіршує жаростійкість. Таким чином, забезпечення стабільного захисного оксидного шару є одним із ключових викликів для ZrB₂.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Ультрависокотемпературні кераміки (УНТС) представляють собою клас матеріалів, здатних зберігати механічну цілісність і функціональні властивості при температурах понад 2000 °C в умовах інтенсивного теплового навантаження та окиснювального середовища. До цього класу належать бори́ди, карбіди та нітриди перехідних металів IV–V груп, зокрема ZrB₂, HfB₂, ZrC та HfC, які характеризуються високою температурою плавлення, значною твердістю та хімічною стійкістю[1].

Серед зазначених матеріалів дибориди перехідних металів займають особливе місце завдяки поєднанню високої теплопровідності та електропровідності, що є критично важливим для теплонавантажених конструкцій. Як показано у роботі [2], структура типу AlB₂ забезпечує високу

жорсткість і стабільність при високих температурах, що вигідно відрізняє бориди від карбідів, які часто мають нижчу теплопровідність.

ZrB_2 є одним із найбільш досліджених представників цього класу. Він поєднує високу температуру плавлення ($\sim 3245^\circ C$), високу теплопровідність (до ~ 120 Вт/м·К), значну електропровідність і відносно низьку густину, що робить його перспективним матеріалом для використання в аерокосмічних системах, зокрема у передніх кромках гіперзвукових апаратів [2–4]. Разом з тим, ключовою проблемою для всіх УНТС є забезпечення достатньої щільності матеріалу. Для ZrB_2 це питання є особливо актуальним через низьку дифузійну рухливість атомів і наявність оксидних плівок на поверхні порошків, що ускладнює процес спікання [5].

Як показано у роботі [6], для досягнення високої щільності часто необхідні високі температури та тиск, що обмежує технологічні можливості.

Ще однією важливою проблемою є окиснювальна нестабільність. При температурах понад $1200\text{--}1400^\circ C$ ZrB_2 починає активно окиснюватися з утворенням ZrO_2 та B_2O_3 , причому останній є летким і випаровується, що призводить до формування пористої структури. Цей процес детально описаний у роботі [7].

Мета дослідження. Відповідно, незважаючи на унікальні властивості ZrB_2 , його практичне застосування у чистому вигляді є обмеженим через низьку тріщиностійкість, складність ущільнення та недостатню окиснювальну стійкість. У зв'язку з цим, метою роботи є огляд останніх досліджень, які спрямовані на створення композиційних матеріалів на основі ZrB_2 та дозволяють покращити комплекс експлуатаційних характеристик.

Викладення основного матеріалу. Концепція високоентропійних матеріалів (ВЕС, high-entropy systems) базується на використанні багатокомпонентних систем, що складаються з п'яти або більше елементів у близьких концентраціях. Основною особливістю таких матеріалів є висока конфігураційна ентропія змішування, яка сприяє стабілізації твердих розчинів і формуванню простих кристалічних структур замість складних багатофазних систем [8].

Однією з ключових переваг високоентропійних матеріалів є поєднання декількох механізмів зміцнення, зокрема твердорозчинного зміцнення, ефекту уповільненої дифузії та так званого «ефекту коктейлю», що забезпечує покращення комплексу механічних та експлуатаційних властивостей. Як показано у вищезазначених роботах, такі матеріали демонструють підвищену твердість, термічну стабільність та стійкість до деградації при високих температурах [9].

Застосування концепції високоентропійних матеріалів до керамічних систем призвело до формування нового класу матеріалів — високоентропійних керамік, зокрема боридів, карбідів і нітридів. Особливий інтерес викликають високоентропійні дибориди, які формуються на основі структури типу AlB_2 і містять декілька металевих компонентів у вузлах кристалічної ґратки. Як показано у роботі [10], вперше було продемонстровано можливість формування однофазних високоентропійних диборидів із рівномірним розподілом елементів.

Подальші дослідження показали, що такі матеріали характеризуються високою твердістю, підвищеною стабільністю мікроструктури та покращеною окиснювальною стійкістю порівняно з традиційними диборидами [11].

Це пояснюється як ефектом спотворення ґратки, так і зниженням дифузійної рухливості атомів, що уповільнює процеси деградації.

Важливим аспектом є те, що введення кількох металевих компонентів (наприклад, Hf, Ta, Nb, Ti) дозволяє цілеспрямовано змінювати властивості матеріалу, зокрема температуру плавлення, модуль пружності та окиснювальну поведінку. Як показано у роботах [8], [12], високоентропійні бориди демонструють підвищену жаростійкість і кращу стабільність оксидного шару при високих температурах.

Застосування цієї концепції до систем на основі ZrB_2 є логічним продовженням розвитку УНТС. У таких композитах високоентропійна фаза може виконувати роль як зміцнюючого компонента, так і стабілізатора мікроструктури. Введення ВЕС дозволяє зменшити розмір зерен, підвищити однорідність структури та покращити механічні властивості, зокрема твердість і тріщиностійкість.

Таким чином, використання високоентропійних систем відкриває нові можливості для створення матеріалів на основі ZrB_2 із покращеним балансом властивостей, що робить їх перспективними для застосування в умовах екстремальних температур і навантажень.

Одним із основних напрямків є використання металевих добавок (Ni, Mo, Fe та ін.), які виконують роль активаторів спікання (таблиця 1). Вони сприяють зниженню температури ущільнення та покращенню зв'язку між частинками.

Табл. 1

Металеві добавки та їх вплив на щільність ZrB₂ композитів

Добавка	Вміст та вплив на властивості			
	Вміст	Умови синтезу	Залишкова щільність, %	Джерело
Fe	0–20 мас.%	Спікання СВС	90	[13]
Ni	до 40 мас.%	Безтискове спікання	88	[14]
Cu	10 об.%	Гаряче пресування	98	[15]

Однак введення металевих фаз може негативно впливати на жаростійкість та окиснювальну стабільність матеріалу, що обмежує їх застосування в умовах високих температур. Як показано у роботах [16], подібні добавки доцільні переважно для покращення технологічних властивостей, але не для експлуатації в екстремальних умовах.

Система ZrB₂ + AlCoCrFeNi є однією з найбільш показових для розуміння механізму дії високоентропійних добавок. Згідно з роботою [5], введення близько 10 мас.% цієї ВЕС при SPS (~1900 °C) призводить до різкого покращення спіклівості: відносна щільність зростає приблизно з 80 % для чистого ZrB₂ до ~98 %, тобто майже на 18 %. Це пов'язано з тим, що ВЕС виступає ефективним активатором дифузії та сприяє видаленню пор за рахунок інтенсивнішого масопереносу. [5]

Ключовим механізмом є реакція алюмінію з оксидними домішками (ZrO₂, B₂O₃), що супроводжується утворенням in-situ фази Al₂O₃. Ця реакція виконує подвійну роль: очищає поверхню частинок і одночасно формує дисперсну армуючу фазу, яка стабілізує мікроструктуру та пригнічує ріст зерен. Паралельно інші елементи (Co, Cr, Fe, Ni) частково розчиняються в матриці ZrB₂, що призводить до твердорозчинного зміцнення та спотворення кристалічної ґратки.

У механічному плані це дає суттєвий ефект: твердість зростає приблизно з 8.4 до 13.5 ГПа, а тріщиностійкість — з ~2.0 до ~5.7 МПа·м^{1/2}[5]. Підвищення тріщиностійкості пояснюється активацією кількох механізмів руйнування — відхилення та гальмування тріщин, crack-bridging і формування мікротріщин, які дисипують енергію руйнування.

Наявність Al сприяє утворенню захисного оксидного шару, що може знижувати швидкість окиснення до рівня ~10⁻⁶ г/(см²·с) при температурах ~1400–1600 °C [17].

Система ZrB₂ + NiCoFeCrCuMn належить до групи металевих високоентропійних добавок, для яких основним механізмом дії є активація спікання та формування більш пластичної міжзеренної фази. На відміну від Al-вмісних ВЕС, тут відсутній виражений ефект утворення захисних оксидів, тому основний внесок пов'язаний саме з покращенням ущільнення та мікроструктурного контролю [18].

Дослідження показують, що введення цієї ВЕС сприяє досягненню високої щільності (~96 %) і суттєво зменшує пористість матеріалу. Це пояснюється тим, що багатокомпонентний металевий розчин під час SPS може частково переходити у рідкоподібний стан або формувати активні дифузійні шляхи, що прискорює масоперенос і закриття пор. Одночасно така добавка обмежує надмірний ріст зерен ZrB₂, забезпечуючи більш дрібнозернисту і рівномірну структуру.

Механічні властивості покращуються більш помірно, ніж у випадку AlCoCrFeNi: твердість знаходиться на рівні ~12.6 ГПа, тоді як тріщиностійкість досягає ~6.4 МПа·м^{1/2} [18]. Підвищення тріщиностійкості тут зумовлене іншим механізмом — частковою пластичною деформацією металевих компонентів у зоні вершини тріщини, що сприяє релаксації напружень і гальмуванню її поширення. Також реалізуються класичні механізми типу crack deflection та crack bridging, але їх внесок менший, ніж у системах з оксидними фазами.

Водночас слід враховувати, що наявність металевої фази може негативно впливати на жаростійкість, особливо при температурах, близьких до робочих для УНТС. Тому такі системи є більш ефективними як технологічні добавки для покращення ущільнення і тріщиностійкості, ніж як рішення для максимального підвищення окиснювальної стабільності (таблиця 2).

Табл. 3.

Порівняння мех. властивостей композитів на основі ZrB_2

Система	Твердість, ГПа	Тріщиностійкість, МПа*м ^{1/2} , ГПа	Джерело
ZrB_2	8,4	2,0	[5]
ZrB_2-SiC (20%)	16,7	6,2	[19]
$ZrB_2+Ni_{25}Co_{20}Cu_{10}Fe_{25}Mn_{20}$	12,6	6,4	[18]
$ZrB_2+10\% AlCoCrFeNi$	13,5	5,7	[5]

Висновки.

Незважаючи на відносно ранній етап розвитку, використання високоентропійних систем у кераміках на основі ZrB_2 суттєво розширює підходи до їх модифікації. ZrB_2 як типова ультрависокотемпературна кераміка має високу температуру плавлення (>3000 °C), твердість і теплопровідність, що робить її перспективною для аерокосмічних застосувань, однак її використання обмежується низькою тріщиностійкістю, складністю ущільнення та недостатньою окиснювальною стійкістю.

Введення високоентропійних добавок дозволяє покращити спікання, зменшити пористість і сформувати більш однорідну мікроструктуру. Завдяки твердорозчинному зміцненню та спотворенню кристалічної ґратки досягається підвищення твердості та тріщиностійкості. Наприклад, додавання $AlCoCrFeNi$ до ZrB_2 забезпечує зростання відносної щільності з ~ 80 % до ~ 98 % і суттєве покращення механічних характеристик. Крім того, наявність елементів, таких як Al і Cr, сприяє утворенню захисних оксидних шарів, що уповільнюють окиснення при високих температурах.

Подальші дослідження спрямовані на оптимізацію складу високоентропійних систем, контроль фазового складу та мікроструктури, а також встановлення залежностей «склад – структура – властивості». Це дозволить створювати ZrB_2 -БЕС матеріали з більш збалансованим комплексом властивостей для роботи в екстремальних умовах.

Література

1. Fahrenholtz W. G. Ultra-high temperature ceramics: materials for extreme environments / W. G. Fahrenholtz, G. E. Hilmas // Scripta materialia. –2017. –Vol. 129. –P. 94–99.
2. Refractory diborides of zirconium and hafnium / W. G. Fahrenholtz, G. E. Hilmas, J. A. Zaykoski[et al.] // Journal of the american ceramic society. –2007. –Vol. 90. –P. 1347–1364.
3. Zirconium-diboride silicon-carbide composites: a review / T. G. Aguirre, B. W. Lamm, C. L. Cramer[et al.] // Ceramics international. –2022. – Vol. 48. –P. 7344–7361.
4. Processing and characterization of ZrB_2 -based ultra-high temperature monolithic and fibrous monolithic ceramics / W. G. Fahrenholtz, G. E. Hilmas, A. L. Chamberlain[et al.] // Journal of materials science. –2004. – Vol. 39. –P. 5951–5957.
5. Spark plasma sintering of a novel ZrB_2 -based ceramics with the addition of $AlCoCrFeNi$ high-entropy alloy: microstructural, mechanical, and tribological aspects / Z. Ahmadi, A. Faraji, M. Bahamirian[et al.] // Ceramics international. –2025. –Vol. 52. – P. 1619-1630.
6. Densification, mechanical and electrical properties of ultra-high temperature ceramics from ZrB_2-SiC /graphene systems / T. Cygan, J. Wozniak, K. Broniszewski[et al.] // Ceramics international. –2025. –Vol. 51. – P.63258-63266.
7. Oxidation of ZrB_2 and its composites: a review / R. Inoue, Y. Arai, Y. Kubota[et al.] // Journal of materials science. –2018. – Vol. 53. –P. 14885–14906.
8. Miracle D. B. A critical review of high entropy alloys and related concepts / D. B. Miracle, O. N. Senkov // Acta materialia. –2017. –Vol. 122. – P. 448–511.
9. High entropy carbide ceramics from different starting materials / X.-F. Wei, F. Li, Y. Qin [et al.] // Journal of the european ceramic society. –2019. –Vol. 39. –P. 2989–2994.
10. High-Entropy metal diborides: a new class of high-entropy materials and a new type of ultrahigh temperature ceramics / J. Gild, Y. Zhang, T. Harrington[et al.] // Scientific reports. –2016. – Vol. 6. – P. 1-10.
11. High-Entropy ultra-high-temperature borides and carbides: a new class of materials for extreme environments / L. Feng, W. G. Fahrenholtz, D. W. Brenner [et al.] // Annual review of materials research. –2021. – Vol. 51. – P. 165–185.

12. Phase stability and mechanical properties of novel high entropy transition metal carbides / T. J. Harrington, J. Gild, P. Sarker[et al.] // *Acta materialia*. – 2019. – Vol. 166. – P. 271–280.
13. Effect of Fe and Cr addition on the sintering behavior of ZrB₂ produced by self-propagating high-temperature synthesis / S. K. Mishra, S. K. Das, A. K. Ray[et al.] // *Journal of the american ceramic society*. – 2004. – Vol. 85. – P. 2846–2848.
14. Preparation and characterization of high-toughness ZrB₂/Mo composites by hot-pressing process / H. Wang, D. Chen, C. Wang [et al.] // *International journal of refractory metals and hard materials*. – 2009. – Vol. 27. – P. 1024–1026.
15. Dehdashti K. M. Effects of temperature and the incorporation of W on the oxidation of ZrB₂ ceramics / K. M. Dehdashti, W. G. Fahrenholtz, G. E. Hilmas // *Corrosion science*. – 2014. – Vol. 80. – P. 221–228.
16. Oxidation of amorphous HfNbTaTiZr high entropy alloy thin films prepared by DC magnetron sputtering / P. Hruška, F. Lukáč, S. Cichoň[et al.] // *Journal of alloys and compounds*. – 2020. – Vol. 869. – P. 157978.
17. Spark plasma sintering of Al-doped ZrB₂–SiC composite / B. Mohammadpour, Z. Ahmadi, M. Shokouhimehr[et al.] // *Ceramics international*. – 2019. – Vol. 45. – P. 4262–4267.
18. Mamnooni S. Feasibility of using Ni₂₅Co₂₀Cu₁₀Fe₂₅Mn₂₀ high entropy alloy as a novel sintering aid in ZrB₂ ceramics / S. Mamnooni, E. Borhani, M. Shahedi // *Ceramics international*. – 2024. – Vol. 50. – P. 19791–19805.
19. Asl M. S. Hardness and toughness of hot pressed ZrB₂–SiC composites consolidated under relatively low pressure / M. S. Asl, M. G. Kakroudi, S. Noori // *Journal of alloys and compounds*. – 2015. – Vol. 619. – P. 481–487.

Рецензент: Тесля Сергій Юрійович, асистент, Ph. D. КПІ ім. Ігоря Сікорського, НН ІМЗ ім. Є. О. Патона, каф. ВТМ та ПМ

Дата надходження статті до видання: 25.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Р.Т. Біщак¹ [0000-0001-6876-7142](#), О.О. Сапронов² [0000-0003-1115-6556](#), А.В. Букетов² [0000-0001-9836-3296](#),
В.В. Соценко² [0000-0003-4384-9373](#), М. В. Браїло² [0000-0001-8167-9999](#), В.Л. Демченко³ [0000-0001-9146-8984](#)

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу¹
Херсонська державна морська академія²
Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України³

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНА СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ НАЗЕМНОГО ТРУБОПРОВОДУ

У роботі розглянуто сучасні підходи до моніторингу технічного стану магістральних наземних трубопроводів із використанням інтелектуальних систем діагностування. Проведено аналіз основних типів дефектів трубопроводів, зокрема корозійних пошкоджень, тріщин, механічних деформацій, дефектів зварних з'єднань та пошкоджень ізоляційного шару. Встановлено, що розвиток таких дефектів призводить до порушення цілісності трубопроводів та виникнення аварійних ситуацій із суттєвими екологічними та експлуатаційними наслідками. Розглянуто сучасні методи неруйнівного контролю трубопроводів, серед яких електромагнітні, ультразвукові, радіографічні, акустичні та поверхневі методи діагностики. Особливу увагу приділено концепції Smart Maintenance, яка передбачає інтеграцію безпілотних літальних апаратів, IoT-технологій, сенсорних систем та алгоритмів машинного навчання для безперервного моніторингу технічного стану трубопровідної інфраструктури. Показано перспективність застосування методів комп'ютерного зору, згорткових нейронних мереж та систем семантичної сегментації для автоматизованого виявлення і класифікації дефектів. Визначено основні переваги інтелектуальних систем моніторингу, що полягають у підвищенні точності діагностування, зниженні впливу людського фактору та оптимізації процесів технічного обслуговування трубопроводів.

Ключові слова: безпілотні літальні апарати, дефекти, машинне навчання, нейронні мережі, неруйнівний контроль, трубопровід.

R.T. Bishchak, O.O. Sapronov, A.V. Buketov, V.V. Sotsenko,
M.V. Brailo, V.L. Demchenko

INTELLIGENT SYSTEM FOR MONITORING THE TECHNICAL CONDITION OF AN ABOVEGROUND PIPELINE

The paper considers modern approaches to monitoring the technical condition of main aboveground pipelines using intelligent diagnostic systems. An analysis of the main types of pipeline defects was carried out, including corrosion damage, cracks, mechanical deformations, weld defects, and damage to the insulation layer. It was established that the development of such defects leads to pipeline leakage and emergency situations with significant environmental and operational consequences. Modern methods of non-destructive pipeline testing are considered, including electromagnetic, ultrasonic, radiographic, acoustic, and surface diagnostic methods. Special attention is paid to the Smart Maintenance concept, which involves the integration of unmanned aerial vehicles (UAVs), IoT technologies, sensor systems, and machine learning algorithms for continuous monitoring of the technical condition of pipeline infrastructure. The prospects of applying computer vision methods, convolutional neural networks, and semantic segmentation systems for automated defect detection and classification are demonstrated. The main advantages of intelligent monitoring systems are identified, including improved diagnostic accuracy, reduced human factor influence, and optimization of pipeline maintenance processes.

Keywords: defects, machine learning, neural networks, non-destructive testing, pipeline, unmanned aerial vehicles.

Постановка проблеми. Трубопроводи є основним видом транспорту, що забезпечує безперервне, ефективне та економічно вигідне постачання енергетичних ресурсів на великі відстані. Вони забезпечують стабільний потік енергетичних ресурсів від місць видобутку до нафтогазопереробних заводів та розподільчих центрів. Однак трубопроводи схильні до різних факторів ризику. Згідно зі статистикою Адміністрації безпеки трубопроводів та небезпечних матеріалів (PHMSA, USA), пошкодження під час земляних робіт та корозія визначені як основні причини відмов трубопроводів [1]. Застосування методів комп'ютерного зору, згорткових нейронних мереж та систем автоматизованого виявлення й класифікації дефектів трубопроводів залишається актуальним завданням сьогодення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження у сфері моніторингу технічного стану магістральних трубопроводів демонструють активний перехід від традиційних методів контролю до інтелектуальних систем, заснованих на технологіях штучного інтелекту (AI), машинного навчання (ML), комп'ютерного зору та безпілотних літальних апаратів (UAV). Основною тенденцією їх розвитку є створення автономних систем безперервного моніторингу, здатних у реальному часі виявляти дефекти трубопроводів, прогнозувати розвиток пошкоджень та оптимізувати технічне обслуговування.

© Р.Т. Біщак, О.О. Сапронов, А.В. Букетов, В.В. Соценко, М. В. Браїло, В.Л. Демченко

Одним із найбільш перспективних напрямів є використання розподілених волоконно-оптичних сенсорів (DFOS) у поєднанні з алгоритмами машинного навчання для автоматичного виявлення корозії трубопроводів. У дослідженні [2] запропонована модель автоматизованого аналізу даних DFOS, яка забезпечує високоточне виявлення корозійних дефектів у режимі реального часу. В роботі проведено оптимізацію параметрів моделі машинного навчання. Це дозволяє підвищити стійкість системи до шумів та змін умов експлуатації трубопроводів.

В останні роки активно розвиваються системи автоматизованого виявлення дефектів за допомогою згорткових нейронних мереж (CNN). У роботі [3] запропоновано методику виявлення пітингової корозії газопроводів на основі глибокого навчання та аналізу цифрових зображень поверхні трубопроводу. Дослідження показало, що CNN-моделі забезпечують значно вищу точність класифікації дефектів порівняно з традиційними алгоритмами обробки зображень. Особливу увагу приділено сегментації пошкоджених ділянок та автоматичному визначенню ступеня деградації металу.

Суттєвий розвиток отримали UAV-системи для автономної інспекції трубопроводів. У дослідженні [4] представлено систему моніторингу трубопроводів на основі UAV з використанням покращеної моделі YOLOv7. Запропонована система забезпечує: автономне інспектування трубопроводу; автоматичне розпізнавання дефектів; навігацію вздовж трубопроводу; аналіз технічного стану в реальному часі.

Сучасні системи моніторингу дедалі частіше базуються на концепції Smart Maintenance та AIoT (Artificial Intelligence of Things). У роботі [5] описано систему постійного моніторингу корозії із використанням: ультразвукових сенсорів; IoT-мереж; AI-аналітики; цифрових платформ NDE 4.0.

Автори наголошують, що традиційний ручний ультразвуковий контроль не забезпечує необхідної частоти вимірювань, тоді як AIoT-системи дозволяють реалізувати безперервний моніторинг технічного стану трубопровідної інфраструктури.

Перспективним напрямом є використання автономних роботизованих платформ та ройових систем. У роботі [6] представлено IoT-орієнтовану ройову систему роботів для виявлення тріщин у трубопроводах. Система використовує: машинне навчання; автономну навігацію; взаємодію між роботами; бездротову передачу даних. Такі системи особливо ефективні для моніторингу важкодоступних або небезпечних ділянок трубопроводів.

Метою роботи є комплексний аналіз сучасних технологій та інтелектуальних підходів до моніторингу технічного стану наземних магістральних трубопровідних мереж для підвищення надійності та безпеки їх експлуатації.

Викладення основного матеріалу. Корозія (рис. 1 а, е) є найпоширенішою проблемою, що спостерігається в трубопровідній інфраструктурі.

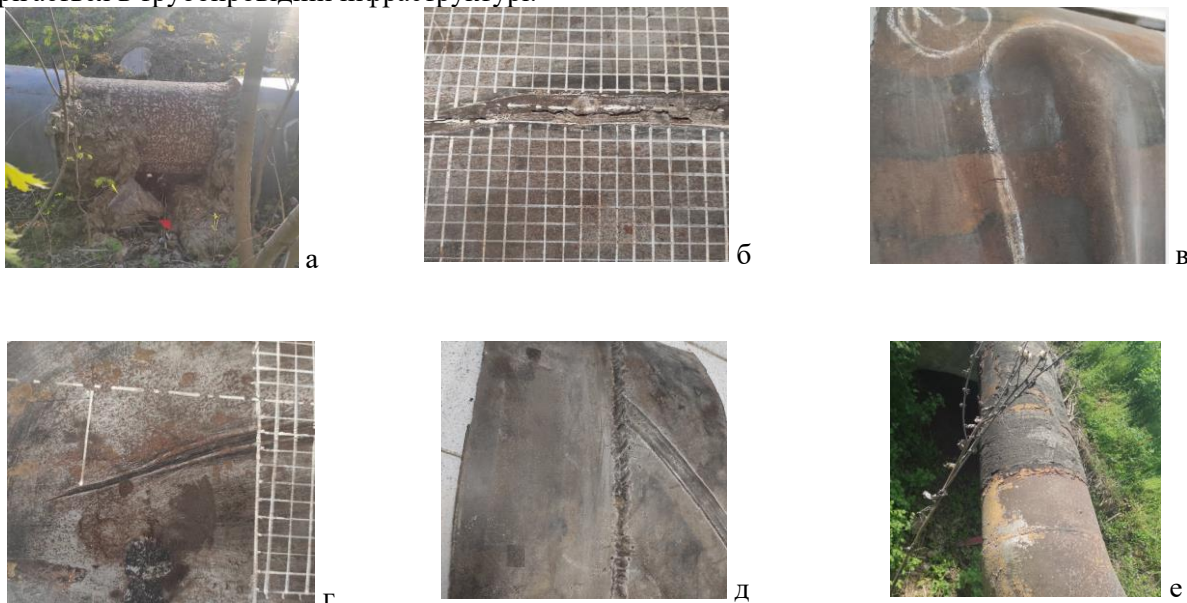


Рис. 1. Дефекти трубопроводів: а) корозійні пошкодження; б) тріщини; в) вибоїни та вм'ятини; г) механічні пошкодження під час земляних робіт; д) вм'ятини та дефекти зварних швів; е) корозія внаслідок пошкодження захисного ізоляційного шару

Вона спричиняє структурну деградацію та подальше виникнення витоків енергоресурсів. Трубопроводи часто пошкоджуються через внутрішню та зовнішню корозію, спричинену вологою або корозійними реагентами. У багатьох частинах світу відбуваються пошкодження трубопроводів, не прогнозовані витoki та подальші розливи через корозійне руйнування зовнішніх і внутрішніх поверхонь. Це свідчить про те, що корозія є поширеною та широкою проблемою в трубопроводах. Механічна деформація, така як вм'ятини та брижі (рис.1 в, д) часто спостерігається, особливо в трубопроводах, прокладених по нерівній місцевості. Вм'ятини також є поширеним явищем трубопроводів. При цьому вплив таких дефектів на експлуатаційну надійність оцінюється на основі їхньої глибини відносно внутрішнього тиску трубопроводу. Ще однією серйозною загрозою є земляні роботи або пошкодження третіми сторонами (рис. 1 б, г), які часто спричиняються навмисним або ненавмисним врізанням у трубопровід. Ці пошкодження є більш небезпечними для трубопроводів меншого діаметру через їхню тоншу стінку та більшу вразливість.

На рис. 2 показано схильність трубопроводу до різних типів пошкоджень, таких як вибоїни та вм'ятини, тріщини та зовнішні впливи. У певний момент в трубопроводі може статися витік нафти або газу, що транспортується. Дослідження показують, що витік може виникати через поєднання таких факторів, як корозія, втручання третіх сторін та, в деяких випадках, навмисне пошкодження. Таким чином, порушення герметичності трубопроводу з подальшим витокотом транспортованого середовища може призвести до значних екологічних, матеріальних та експлуатаційних втрат.



Рис. 2. Класифікація дефектів трубопроводів

Подана схема відображає систематизовану класифікацію дефектів, характерних для нафтогазових трубопроводів, із урахуванням їх походження, механізмів розвитку та експлуатаційних наслідків.

Структурно матеріал організовано за ієрархічним принципом. У верхньому рівні виділено чотири основні класи дефектів: корозійні, механічні, пошкодження спричинені третіми сторонами, а також функціональні дефекти. Кожен із зазначених класів деталізується на підкатегорії відповідно до фізичної природи процесів руйнування.

Корозійні дефекти поділяються на внутрішню та зовнішню корозію. Внутрішня корозія асоціюється переважно з локалізованими формами руйнування (пітингами), що призводять до утворення ямок і наскрізних отворів. Зовнішня корозія, як правило, має рівномірний характер і зумовлює поступове зменшення товщини стінки труби та загальну втрату матеріалу. Таким чином, у межах цієї групи простежується чіткий зв'язок між типом корозійного процесу та морфологією пошкоджень.

Механічні дефекти формуються під дією зовнішніх навантажень і включають вм'ятини, вибоїни, задири та тріщини. Часто відбуваються переходи між цими видами пошкоджень, зокрема розвиток тріщин як наслідок пластичних деформацій або локальних концентраторів напружень.

Окремо виділимо пошкодження, спричинені третіми сторонами, які мають переважно антропогенний характер. До них належать пошкодження внаслідок земляних робіт та зовнішніх механічних впливів. Зазначена категорія тісно пов'язана з механічними дефектами, оскільки виступає їх безпосереднім джерелом.

Функціональні дефекти характеризують порушення гідравлічних умов експлуатації трубопроводу. Вони проявляються у вигляді збоїв у русі робочого середовища та можуть призводити до витоків або закупорювання. При цьому витoki розглядаються як наслідок корозійних, так і механічних пошкоджень, тоді як закупорювання зумовлені накопиченням продуктів корозії або сторонніх відкладень.

Таким чином, схема ілюструє причинно-наслідкову взаємодію між різними типами дефектів, їх еволюцію та вплив на надійність і безпеку функціонування трубопровідних систем.

При цьому для забезпечення надійної та безпечної експлуатації трубопровідного транспорту застосовуються різні методи неруйнівного контролю (НДК), які дозволяють виявляти дефекти на ранніх стадіях їх розвитку без порушення цілісності конструкції. Використання сучасних методів НДК є одним із ключових елементів інтелектуальних систем моніторингу технічного стану трубопроводів, оскільки дозволяє своєчасно ідентифікувати вище перераховані експлуатаційні дефекти.



Рис. 3. Методи неруйнівного контролю трубопроводів

В залежності від фізичної природи контрольованих процесів виділяють електромагнітні, ультразвукові, радіографічні, акустичні та методи контролю поверхні (рис. 3).

Електромагнітні методи базуються на аналізі змін електромагнітного поля поблизу поверхні металу та використовуються для виявлення корозії, тріщин і локального зменшення товщини стінки трубопроводу. Їх перевагою є висока чутливість до поверхневих і підповерхневих дефектів, а також можливість оперативного контролю значних ділянок трубопроводів.

Ультразвукові методи ґрунтуються на поширенні ультразвукових хвиль у матеріалі трубопроводу та дозволяють визначати товщину стінки, виявляти внутрішні дефекти, такі як тріщини, пори, непровари, шлакові включення. Застосування ультразвукового контролю є одним із найбільш ефективних способів неруйнівного контролю, що дозволяє виявляти внутрішні дефекти без пошкодження виробу. Перевагами ультразвукового контролю є висока точність, швидкість проведення перевірки.

Радіографічні методи забезпечують візуалізацію внутрішньої структури металу шляхом використання рентгенівського або γ-випромінювання. Вони дозволяють виявляти приховані дефекти зварних швів, порожнини, несплавлення та інші неоднорідності структури матеріалу.

Акустичні методи базуються на аналізі акустичних сигналів, які виникають під час розвитку дефектів або витоків робочого середовища. Такі методи використовуються для оперативного виявлення місць порушення герметичності трубопроводів і оцінювання цілісності конструкцій у режимі реального часу.

Методи контролю поверхні включають візуальний, капілярний, магнітопорошковий та вихрострумний контроль, які застосовуються для виявлення поверхневих дефектів, мікротріщин і зон локального руйнування матеріалу. Їх використання є особливо важливим при оцінюванні стану зварних з'єднань та ділянок трубопроводів, що експлуатуються в умовах підвищених механічних і корозійних навантажень.

Таким чином, комплексне застосування методів неруйнівного контролю створює передумови для переходу від періодичного технічного огляду до безперервного інтелектуального моніторингу технічного стану трубопроводів у межах концепції Smart Maintenance (рис. 4) із використанням алгоритмів автоматизованого аналізу та прогнозування розвитку дефектів.

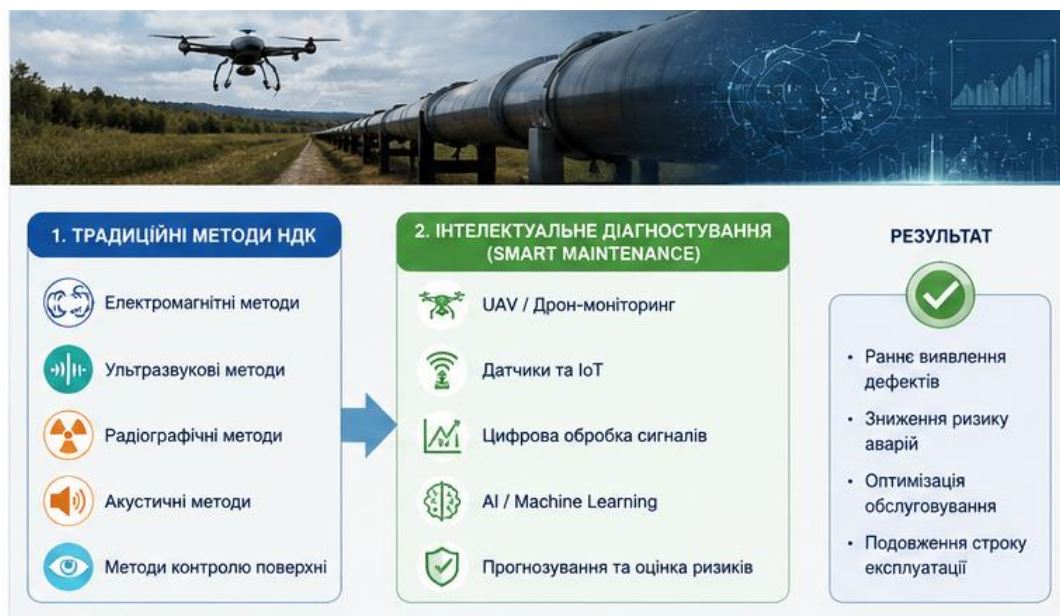


Рис. 4. Інтелектуальне діагностування трубопроводів (Smart Maintenance)

Подана схема ілюструє структурну організацію інтелектуальної системи моніторингу технічного стану трубопроводів, яка поєднує сучасні засоби дистанційного контролю, цифрової обробки інформації та методи штучного інтелекту. Центральним елементом системи є інтеграція UAV-технологій, сенсорних систем та алгоритмів машинного навчання для забезпечення автоматизованого оцінювання технічного стану поверхонь трубопровідного транспорту. Одним із ключових елементів Smart Maintenance є використання безпілотних літальних апаратів (UAV), які забезпечують оперативний дистанційний моніторинг протяжних ділянок трубопроводів у важкодоступних умовах експлуатації. Застосування дронів дозволяє здійснювати візуальний контроль поверхні трубопроводів, виявляти корозійні пошкодження, дефекти ізоляційного шару, механічні пошкодження та зони потенційного витoku робочого середовища. Важливу роль у функціонуванні системи відіграють датчики та IoT-технології, які забезпечують безперервний збір інформації про параметри експлуатації трубопроводу, зокрема тиск, температуру, вібраційні навантаження та акустичні сигнали. Отримані дані передаються до систем цифрової обробки сигналів, де виконується фільтрація, аналіз і класифікація діагностичної інформації. Подальший етап передбачає застосування алгоритмів штучного інтелекту та машинного навчання для автоматизованого розпізнавання дефектів, їх аналізу і прогнозування технічного стану трубопроводу. Використання AI/Machine Learning дозволяє встановлювати приховані закономірності розвитку пошкоджень, оцінювати ризики виникнення аварійних ситуацій та формувати прогностичні моделі залишкового ресурсу конструкції.

У цьому контексті важливо підкреслити роль методів машинного навчання у виявленні та моніторингу дефектів трубопроводів. Експериментальні підходи досліджень надають цінну інформацію про механізми несправностей, але не є масштабованими для безперервного моніторингу. Числові моделі можуть моделювати сценарії несправностей, але часто залежать від припущень без перевірки в режимі реального часу. Підходи машинного навчання є точними, але опираються на попередньо зібрані або однопараметричні дані, що обмежує їхню адаптивність. Крім

того, більшість існуючих досліджень майже не інтегрують малопотужні, багато параметричні сенсорні вузли для практичних застосувань моніторингу. В експлуатованих трубопроводах такі несправності, як витік, корозія та механічна деформація, розвиваються поступово. Ці порушення роботи викликають помітні зміни тиску, температури та швидкості потоку. Однак, дуже мало досліджень, як поводить ся потік нафти чи газу при різних типах пошкоджень, або розроблені масштабовані рішення, що інтегрують експериментальну перевірку, машинне навчання та моделювання. Ця відсутність інтеграції обмежує їхню застосовність і може неточно відображати складну поведінку трубопроводу за різних умов відхилень в роботі.

Перспективи застосування методів машинного навчання для виявлення, класифікації пошкоджень та оперативного реагування на магістральних трубопроводах із використанням безпілотних літальних апаратів (рис. 5) пов'язані з поєднанням сучасних досягнень у галузях комп'ютерного зору, дистанційного зондування та інтелектуального аналізу даних. Такий підхід забезпечує перехід від традиційних періодичних інспекцій до безперервного моніторингу технічного стану інфраструктури, що є критично важливим для підвищення надійності та безпеки транспортування енергоносіїв.

З наукової точки зору, ключовою перевагою використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) є можливість отримання високодеталізованих мультиспектральних і візуальних даних у важкодоступних районах. У поєднанні з алгоритмами глибокого навчання, зокрема згортковими нейронними мережами (CNN), це дозволяє автоматизувати процес виявлення дефектів, таких як корозія, тріщини, витоки, деформації та порушення ізоляційного покриття. Дослідження показують, що сучасні архітектури, такі як ResNet, EfficientNet та YOLO, демонструють високу точність у задачах виявлення об'єктів і сегментації дефектів на зображеннях інфраструктури [7].

Одним із перспективних напрямів є використання методів семантичної сегментації (наприклад, U-Net, DeepLab), які дозволяють не лише виявляти дефекти, але й точно визначати їх геометричні характеристики та площу пошкодження. Це особливо важливо для кількісної оцінки ступеня пошкодження та прогнозування залишкового ресурсу трубопроводу. Крім того, інтеграція даних із різних сенсорів (RGB, інфрачервоні камери, LiDAR) у рамках мульти-модальних моделей підвищує стійкість системи до змін освітлення, погодних умов і шумів [8].

Іншим важливим аспектом є застосування методів навчання без “вчителя” та напівкерованого навчання для виявлення відхилень. Оскільки зібрати великі обсяги даних пошкоджень складно, підходи на основі автоенкодерів, генеративно-змагальних мереж (GAN) та трансформерних архітектур дозволяють моделювати “нормальний” стан поверхні трубопроводу та виявляти відхилення від нього [9-10]. Це значно знижує залежність від трудомісткого процесу аналізу даних.

Важливою науково-прикладною задачею є також розробка спрощених моделей, оптимізованих для роботи безпосередньо на борту БПЛА. Використання таких моделей (наприклад, MobileNet, YOLOv5 Nano) дозволяє здійснювати попередню обробку та фільтрацію даних у реальному часі, зменшуючи обсяг передаваних даних і підвищуючи оперативність прийняття рішень [11].

З точки зору перспектив, особливий інтерес становить інтеграція машинного навчання з цифровими двійниками трубопровідних систем. Це дає змогу не лише фіксувати поточні дефекти, але й прогнозувати їх розвиток на основі накопичених даних та моделей деградації матеріалу. Такі підходи активно досліджуються в роботах, присвячених прогнозуванню обслуговуванню та управлінню критичною інфраструктурою [12].

Водночас існують і певні виклики. До них належать обмежена доступність якісних датасетів, варіативність умов зйомки, необхідність стандартизації методів оцінки точності моделей, а також питання кібербезпеки та надійності автономних систем. Окремою проблемою є узагальнюваність моделей, навченої на одному типі трубопроводів або середовищі, на інші експлуатаційні умови.

На рис. 5 представлено ілюстрацію моніторингу технічного стану магістрального наземного газопроводу із застосуванням безпілотного літального апарату. Концептуальна модель інтелектуальної системи моніторингу технічного стану магістрального наземного газопроводу із застосуванням безпілотного літального апарата (БПЛА) та методів комп'ютерного зору обладнана багатороторним БПЛА, оснащеним сенсорним модулем, RGB-камерою або мультиспектральною системою, який виконує дистанційне сканування поверхні трубопроводу. Застосування проєкційної сітки дозволяє використовувати методи тривимірної реконструкції поверхні або структурованого світла для оцінки геометричних характеристик дефекту. Це дозволяє отримувати високоточні дані про топографію пошкодженої ділянки.



Рис. 5. Моніторинг технічного стану магістрального наземного газопроводу із застосуванням безпілотного літального апарату

Центральним об'єктом дослідження є ділянка трубопроводу з вираженою корозійною деградацією, що проявляється у вигляді локальних втрат матеріалу, пітингової корозії та нерівномірного руйнування захисного покриття. Візуальні ознаки (корозійне пошкодження, неоднорідність поверхні) свідчать про тривалий вплив агресивного середовища та можуть бути класифіковані як дефекти високого рівня ризику.

Аналітична система моніторингу дозволяє одержувати результати обробки даних із використанням алгоритмів машинного навчання. Зокрема, дозволяє відображати:

- тривимірну карту поверхні дефекту, яка дозволяє оцінити глибину та морфологію корозійного ураження;
- RGB-зображення дефектної ділянки для візуального аналізу;
- сегментацію області пошкодження, отриману за допомогою моделей глибокого навчання (наприклад, згорткових нейронних мереж), де зона корозії виділена окремим кольором;
- кількісні параметри дефекту, такі як площа ураження, максимальна та середня глибина, що є критичними для оцінки залишкового ресурсу конструкції;
- класифікацію рівня ризику, яка може бути отримана на основі попередньо навчених моделей прогнозування.

Таким чином, інтегрована система неруйнівного контролю, де поєднуються БПЛА, сенсорні технології та алгоритми штучного інтелекту дозволяє виконувати автоматизоване виявлення, кількісну оцінку та класифікацію дефектів трубопроводів. Такий підхід відповідає сучасним тенденціям розвитку систем моніторингу інфраструктури та забезпечує підвищення точності діагностики, зниження людського фактору та оптимізацію процесів технічного обслуговування.

Отже, застосування машинного навчання у поєднанні з БПЛА має значний потенціал для трансформації систем моніторингу магістральних трубопроводів. Подальші дослідження мають бути спрямовані на створення стандартизованих наборів даних, розробку гібридних моделей, що поєднують фізичні та статистичні підходи, а також на впровадження таких систем у реальні промислові умови з урахуванням економічної ефективності та нормативних вимог.

Висновок. У роботі проаналізовано основні типи дефектів магістральних трубопроводів та їх вплив на експлуатаційну надійність трубопровідного транспорту. Встановлено, що корозійні пошкодження залишаються однією з основних причин аварій трубопровідних систем та можуть призводити до локальної втрати товщини стінки понад 40–60%. Показано, що застосування сучасних методів неруйнівного контролю забезпечує виявлення поверхневих і підповерхневих дефектів із точністю до 90–95% залежно від типу методу діагностування. Обґрунтовано доцільність використання концепції Smart Maintenance для переходу від періодичного технічного контролю до безперервного моніторингу технічного стану трубопроводів у режимі реального часу. Визначено, що застосування безпілотних літальних апаратів дозволяє скоротити час обстеження протяжних ділянок трубопроводів на 40–70% порівняно з традиційними методами інспекції. Показано перспективність використання алгоритмів машинного навчання та комп'ютерного зору, де сучасні згорткові нейронні мережі типу YOLO, ResNet та EfficientNet забезпечують точність автоматизованого виявлення дефектів на рівні 92–98%. Встановлено, що інтеграція мультисенсорних систем, IoT-технологій та AI-алгоритмів дозволяє підвищити оперативність

виявлення аварійних ситуацій та зменшити вплив людського фактору. Показано, що використання цифрових двійників і прогностичних моделей створює передумови для оцінювання залишкового ресурсу трубопровідних систем та оптимізації технічного обслуговування. Подальші дослідження мають бути спрямовані на створення стандартизованих датасетів дефектів, адаптацію AI-моделей до реальних умов експлуатації та розроблення енергоефективних систем моніторингу критичної інфраструктури.

Роботу виконано за фінансової підтримки гранту Національного фонду досліджень України («Підвищення надійності обладнання газо-нафтотранспортного комплексу шляхом впровадження алгоритмів діагностування їх технічного стану та застосування новітніх полімерних матеріалів». Реєстраційний номер проєкту 2025.07/0008).

Список використаних джерел

1. M.B. Kermani, D. Harrop, The Impact of Corrosion on Oil and Gas Industry, SPE Prod. Facil. 11 186–190 (1996) <https://doi.org/10.2118/29784-PA>.
2. Liu Y., Tan X., Bao Y. Machine learning-assisted intelligent interpretation of distributed fiber optic sensor data for automated monitoring of pipeline corrosion. Measurement. 226, 114190 (2024). DOI: 10.1016/j.measurement.2024.114190.
3. Malashin I. et al. Deep Learning Approach for Pitting Corrosion Detection in Gas Pipelines. Sensors. 24(11), 3563 (2024). DOI: 10.3390/s24113563.
4. Zhao Y. et al. An oil and gas pipeline inspection UAV based on improved YOLOv7. Measurement and Control. 57, 8 (2024). DOI: 10.1177/00202940241230426
5. Schreiber C. AIoT-Driven Deadleg Corrosion Monitoring: Future-Ready Asset Integrity Management. Pipeline Technology Journal. 19, 56-66 (2024).
6. Kandil A. et al. A Machine-Learning-Based and IoT-Enabled Robot Swarm System for Pipeline Crack Detection. Robotics. 5(4), 951-969 (2024). <https://doi.org/10.3390/robot5040043>
7. Geng, S., et al. Detection of underground natural gas pipeline micro-leakage based on UAV hyperspectral remote sensing and GIS. International Journal of Remote Sensing. (2024). <https://doi.org/10.1080/01431161.2024.2413542>
8. Machine learning-based Shapley additive explanations approach for corroded pipeline failure mode identification. Structures. (2024). <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.106653>
9. Akcay S., Atapour-Abarghouei A., & Breckon T. P. GANomaly: Semi-supervised anomaly detection via adversarial training. In Computer Vision – ACCV. 622–637 (2019). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20893-6_39
10. Ruff L., Vandermeulen R., Goernitz N., Deecke L., Siddiqui S. A., Binder A., Müller E., & Kloft M. Deep One-Class Classification. In Proceedings of the 35th International Conference on Machine Learning (ICML) 4393–4402 (2018).
11. Howard A., Sandler M., Chu G., et al. Searching for MobileNetV3. In Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV). 1314–1324 (2019). <https://doi.org/10.1109/ICCV.2019.00140>
12. Lei Y., Li N., Guo L., Li N., Yan T., & Lin J. Machinery health prognostics: A systematic review. Mechanical Systems and Signal Processing. 104, 799–834. (2020). <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.11.027>

Дата надходження статті до видання: 26.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

РОЗРОБКА БІОКОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ ГЛЮТИНУ ТА ВОЛОКОН ЛЬОНУ

В статті приведено дослідження міцності на стискання біокомпозитних матеріалів на основі водного розчину глютину та подрібнених волокон технічного льону довжиною 5 мм. Розроблено біокомпозитні матеріали з різним співвідношенням компонентів: 50% розчину глютину та 50% волокон льону; 46% розчину глютину та 54% волокон льону; 43% розчину глютину та 57% волокон льону; 40% розчину глютину та 60% волокон льону. Руйнування біокомпозитних матеріалів з різним співвідношенням компонентів за нижчих ступенів підсушування композиції (5–15%) під дією стискаючого навантаження супроводжується пластичною деформацією з утворенням зсувних тріщин. Максимальні значення міцності на стискання 71,7 МПа отримано для біокомпозитних матеріалів з вмістом 43% розчину глютину та 57% подрібнених волокон льону за ступеня підсушування композиції 20%. Подальше збільшення вмісту наповнювача або надмірне підсушування композиції погіршує змочуваність волокон в'язучим, що призводить до крихкого руйнування та розколювання матеріалу.

Ключові слова: біокомпозит, розчин глютину, подрібнені волокна льону, ступінь підсушування, міцність на стискання.

O. Sadova, Ye. Chernota

DEVELOPEMENT OF BIOMPOSITE MATERIALS BASED ON GLUTIN AND FLAX FIBER

The article presents a study on the compressive strength of biocomposite materials based on an aqueous solution of gluten and chopped technical flax fibers with a length of 5 mm. Biocomposite materials were developed with various component ratios: 50% gluten solution and 50% flax fibers; 46% gluten solution and 54% flax fibers; 43% gluten solution and 57% flax fibers; 40% gluten solution and 60% flax fibers. Under compressive load, the destruction of biocomposite materials with various component ratios at lower pre-drying degrees (5–15%) is accompanied by plastic deformation and shear cracking. The maximum compressive strength value of 71.7 MPa was obtained for biocomposite materials containing 43% gluten solution and 57% chopped flax fibers at a composition pre-drying degree of 20%. A further increase in the filler content or excessive pre-drying of the composition impairs the wettability of the fibers by the binder, leading to brittle fracture and splitting of the material.

Key words: biocomposite, gluten solution, chopped flax fiber, degree drying, compressive strength.

Постановка проблеми. Сьогодні композити, армовані льоном, дедалі активніше впроваджуються в автомобільну промисловість для виготовлення внутрішніх панелей, у виробництво спортивного інвентарю, а також у сучасне екологічне будівництво. Однією з найважливіших переваг природних матеріалів є їхній низький вуглецевий вплив. На відміну від волокон нафтового походження, рослини поглинають вуглекислий газ під час росту, компенсуючи викиди від виробництва та логістики. Широке комерційне застосування таких матеріалів обмежене низкою технологічних викликів, зокрема їхньою високою гідрофільністю, чутливістю до термічної деструкції та недостатньою адгезією на межі розділу фаз «волокно-матриця». Тому дослідження властивостей лляних волокон, оптимізація методів їхньої модифікації та створення високоефективних полімерних композитів на їхній основі є актуальним завданням матеріалознавців, що відкриває шлях до створення екологічно безпечних матеріалів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розробка полімерних композиційних матеріалів, армованих натуральними волокнами, останнім часом набула особливої актуальності. Це зумовлено зростанням екологічної свідомості суспільства та прагненням знизити обсяги використання викопного палива і продуктів його переробки [1]. Льон є сировиною промислових довгих та коротких волокон. Довгі волокна використовуються для виробництва високоякісних тканин. Короткі є відходами від переробки довгих волокон, які застосовують зазвичай для виготовлення матраців та килимів. Дослідження використання натуральних волокон для заміни штучних волокон, які є дорогими та дефіцитними, відкрили нові промислові можливості їх розширили сферу їх застосування. Сьогодні лляне волокно як екологічний та відновлюваний ресурс привертає значну увагу дослідників і промисловців як перспективний армувальний наповнювач для композиційних матеріалів, які придатні до рециклінгу. Очікується, що функціональні композити на основі лляного волокна відіграватимуть ключову роль в енергетичній, біомедичній та екологічній галузях. Це зумовлено їхніми унікальними характеристиками, серед яких: висока питома міцність, біосумісність, екологічна безпека, економічна ефективність, а також технологічність під час реалізації різноманітних конструкційних та виробничих завдань [2].

© О.Л. Садова, Є.Ю. Чернота

Волокна льону чудово підходять для полегшених конструкцій, пропонуючи економічно вигідні рішення без зниження механічних характеристик матеріалу. Серед усіх видів натуральних волокон лляні є найміцнішими, завдяки чому їх сьогодні активно застосовують у різноманітних механічних та термічних розробках. Поведінка цього матеріалу безпосередньо залежить від його хімічного складу та структурних особливостей. Використання таких природних волокон дозволяє покращити механічні, теплові та експлуатаційні показники матеріалів, суттєво підвищуючи їхню екологічність. Саме тому натуральні волокна та біокомпозити на їхній основі привертають дедалі більше уваги з боку багатьох галузей промисловості, що прагнуть розробляти екологічно безпечні продукти [3].

Основним структурним компонентом лляного волокна є целюлоза, вміст якої становить 64–75% (табл. 1). Целюлоза є глюкозним полімером, що формує висококристалічні, поздовжньо орієнтовані мікрофібрили. Така впорядкована організація та високий ступінь полімеризації целюлози забезпечують льону високу механічну міцність, низький розтяг, довговічність і зносостійкість. Важливу з'єднувальну роль у структурі матеріалу відіграють аморфні полісахариди – геміцелюлоза (16–20%) та пектин (2–3%). Геміцелюлоза зв'язує між собою мікрофібрили, надаючи волокнам гнучкості та помірної еластичності. Пектин забезпечує внутрішню когезію, скріплюючи окремі елементарні волокна в єдине ціле. Під час технологічного процесу мочіння стебел льону ці пектинові речовини розщеплюються, що суттєво полегшує подальше розділення та виділення технічного волокна. Захисні та експлуатаційні властивості льону зумовлені наявністю лігніну, гідрофобних сполук та мінеральних речовин. Лігнін (2–5%), який є складним ароматичним полімером, міститься в технічних волокнах у незначній кількості, проте ефективно захищає їх від біологічного руйнування та забезпечує додаткову структурну жорсткість. Поверхневі гідрофобні речовини, зокрема воски та ліпіди (менше 2%), надають матеріалу поверхневої м'якості і забезпечують первинну стійкість до дії вологи. Крім того, зола (1–2%), в якій переважно містяться кремнезем і кальцій, відіграють важливу роль у підвищенні загальної міцності та термостійкості лляного волокна [4, 5].

Табл. 1

Хімічний склад волокон льону [5]

Целюлоза, %	Геміцелюлоза, %	Пектин, %	Лігнін, %	Віск, %	Вміст вологи і золи, %
64.1	16.7	1.8	2	1.5	10
71-75	18.6-20.6	2.2	2.2	1.7	10

Стебло льону містить пучки елементарних волокон. Елементарні волокна характеризуються багатокутним перерізом із закругленими кутами та багатошаровими стінками, які оточують центральний порожнистий простір, який називається просвітом (рис. 1). Вони закриті на обох кінцях і зазвичай мають діаметр 8–51 мкм (зазвичай 19 мкм) і 8–69 мм в довжину (зазвичай 32 мм). Довжина технічних волокон, які складаються з декількох елементарних волокон, знаходиться в мажах від 0,3 до 1 м. Зазвичай, рослинні волокна відрізняються заплутаною клітинною архітектурою. Фундаментальний структурний блок, мікрофібрила, є порожнистим циліндром, що складається з первинної клітинної стінки, трьох стінок вторинних комірок і центральної порожнини [6, 7].

Останніми роками лляні волокна вважаються найкращим потенціалом для заміни скла в полімерно-матричних композитах завдяки своїм перспективним специфічним властивостям. Порівняння механічних властивостей льону та скляного волокна наведено в табл. 2 [5].

Табл. 2

Механічні властивості лляних волокон та скловолокон [5]

Волокна	Модуль (ГПа)	Міцність (МПа)	Густина (г/см³ м³)	Питомий модуль	Питома міцність
Скляні	72	3530	2,54	28,2	1390
Лляні	50–70	500–900	1,4–1,5	41	480

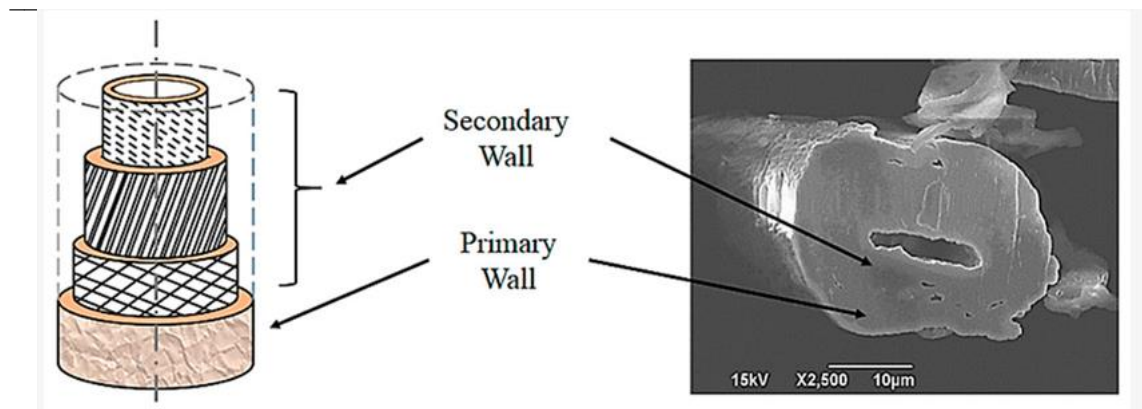


Рис. 1. Будова клітини льняного волокна [8]

Пресоване технічне волокно льону використовують для виготовлення термо- та звукоізоляційних панелей і обшивки салонів сучасних авто. Льняне волокно стрімко перетворюється на високоефективний екологічний заміник традиційного вуглецевого волокна в автомобільній промисловості. Провідні гіганти ринку, зокрема концерн BMW [9], інтегрують композити на основі льону в конструкцію кузовів і салонів своїх серійних електромобілів та експериментальних моделей автомобілів. Виробництво таких рослинних біоматеріалів дозволяє знизити викиди вуглекислого газу на 40% порівняно з енергомістким виготовленням карбонових волокон. Водночас унікальне плетіння натуральних волокон забезпечує деталям майже ідентичну міцність, жорсткість та меншу вагу. Завдяки відмінним механічним і акустичним властивостям, льон став ключовим відновлюваним ресурсом для створення екологічного та функціонального транспорту майбутнього.

Виробництво композитів з натурального волокна та полімеру значною мірою базується на технологіях виробництва, які спочатку були розроблені для синтетичних полімерів, армованих волокном. Широко використовуються такі методи виготовлення біокомпозитів, як лиття під тиском смоли, вакуумна інфузія та компресійне лиття, які продемонструють ефективність у виготовленні високоякісних синтетичних композитів. Однак внутрішні відмінності між природними та синтетичними волокнами, включаючи їх хімічні, механічні та теплові властивості, створюють значні проблеми для прямого застосування цих методів. Наприклад, гідрофільна природа численних натуральних волокон вимагає обробки поверхні для підвищення сумісності з гідрофобними смолами. Для поліпшення міжфазної адгезії між льняним волокном і полімерною матрицею проводять обробку поверхні волокон [10].

Постановка завдання. Основною метою роботи є розробка біокомпозитних матеріалів на основі глютину та подрібнених волокон льону та дослідження їх властивостей.

Викладення основного матеріалу. У роботі використано технічний льон (рис. 2). Технічний льон – це грубе, сплутане натуральне волокно, яке є побічним продуктом (відходом) первинної обробки рослин – луб'яних культур. Основним застосуванням є будівництво у вигляді стрічок та сантехніка, де відходи волокон льону використовується у вигляді тонких очищених волокон для герметизації різьбових з'єднань у трубопроводах.



Рис. 2. Подрібнені волокна технічного льону

Технологія приготування зразків полягала в наступному. Спочатку проводили дозування компонентів, враховуючи об'єм прес-форми для формування зразків. Як в'язуче використано водний розчин глютину. Як наповнювач подрібнені волокна технічного льону. До волокон льону додавали розчин глютину. Після ретельного перемішування композицію підсушували до втрати маси в кількості 5%, 10%, 15%, 20% та 25%. Отриману суміш заданого складу (табл. 3) поміщали в прес-форми. Прес-форму фіксували струбцинами для забезпечення суцільності та міцності біокompозитного матеріалу. Далі для зразків у прес-формах проводили термічну обробку, яка полягала у нагріві до 140 °С з витримкою протягом 2 годин. Охолодження зразків проведено в прес-формах на спокійному повітрі [11].

Табл. 3

Склад біокompозитних зразків з подрібненими волокнами технічного льону

№ зразка	Вміст розчину глютину, %	Вміст волокон льону, %
1	50	50
2	46	54
3	43	57
4	40	60

Встановлено, що низьку міцність на стискання до 8,3 МПа мають біокompозитні зразки складів № 1-4 (рис. 3), композиції яких підсушували до втрати вологи 5%, що можна пояснити значним вмістом залишкової вологи в об'ємі матеріалу. Для біокompозитного матеріалу зі співвідношенням 50% кісткового клею та 50% подрібнених волокон льону (зразок № 1) спостерігаються найнижчі показники міцності на стискання, значення яких знаходяться в межах 2,7...7,9 МПа у випадках формування за різних ступенів підсушування (5...25%). Дані біокompозитні зразки характеризуються нерівною поверхнею (рис. 4, а) після їх випресовування.

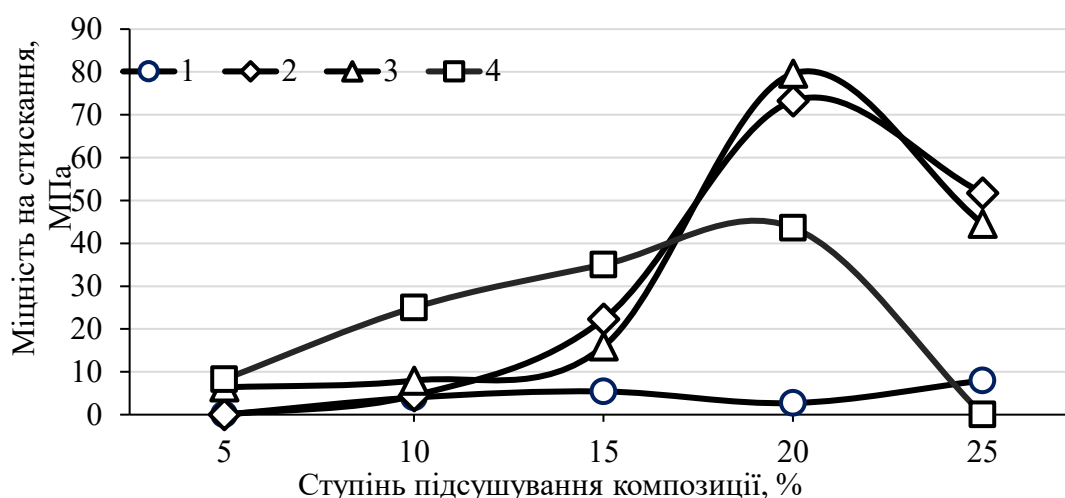


Рис. 3. Залежність міцності на стискання біокompозитів від ступеня підсушування композиції та вмісту компонентів (табл. 3)

Під час збільшення ступеня підсушування композиції складу № 1 до 10% та 15% міцність на стискання зростає до 4,0 МПа та 5,4 МПа відповідно. Найвищого значення міцності на стискання 8,0 МПа отримано для біокompозиту зі ступенем підсушування композиції 25% за даного співвідношення компонентів. Підвищення міцності пояснюється поступовим видаленням надлишкової вологи, ущільненням структури композиту та покращенням адгезійної взаємодії між клейовою матрицею і волокнистим наповнювачем.

Для біокompозиту складу № 2, який містить 54% подрібнених волокон льону, за ступеня підсушування композиції 10% міцність на стискання становить 4,5 МПа, а при підвищенні ступеня підсушування композиції до 15% відбувається різке збільшення міцності до 22,3 МПа. Максимальне значення міцності на стискання 73,3 МПа отримано для зразків із ступенем підсушування композиції 20%. Про це додатково свідчить формування щільної та однорідної структури композитного матеріалу з рівною поверхнею зразків (рис. 4, б). За подальшого збільшення ступеня підсушування композиції до 25% міцність на стискання біокompозитів знижується до 51,8 МПа, що може бути пов'язано із пересушуванням композиції та погіршенням змочування волокон льону матрицею на основі розчину глютину.

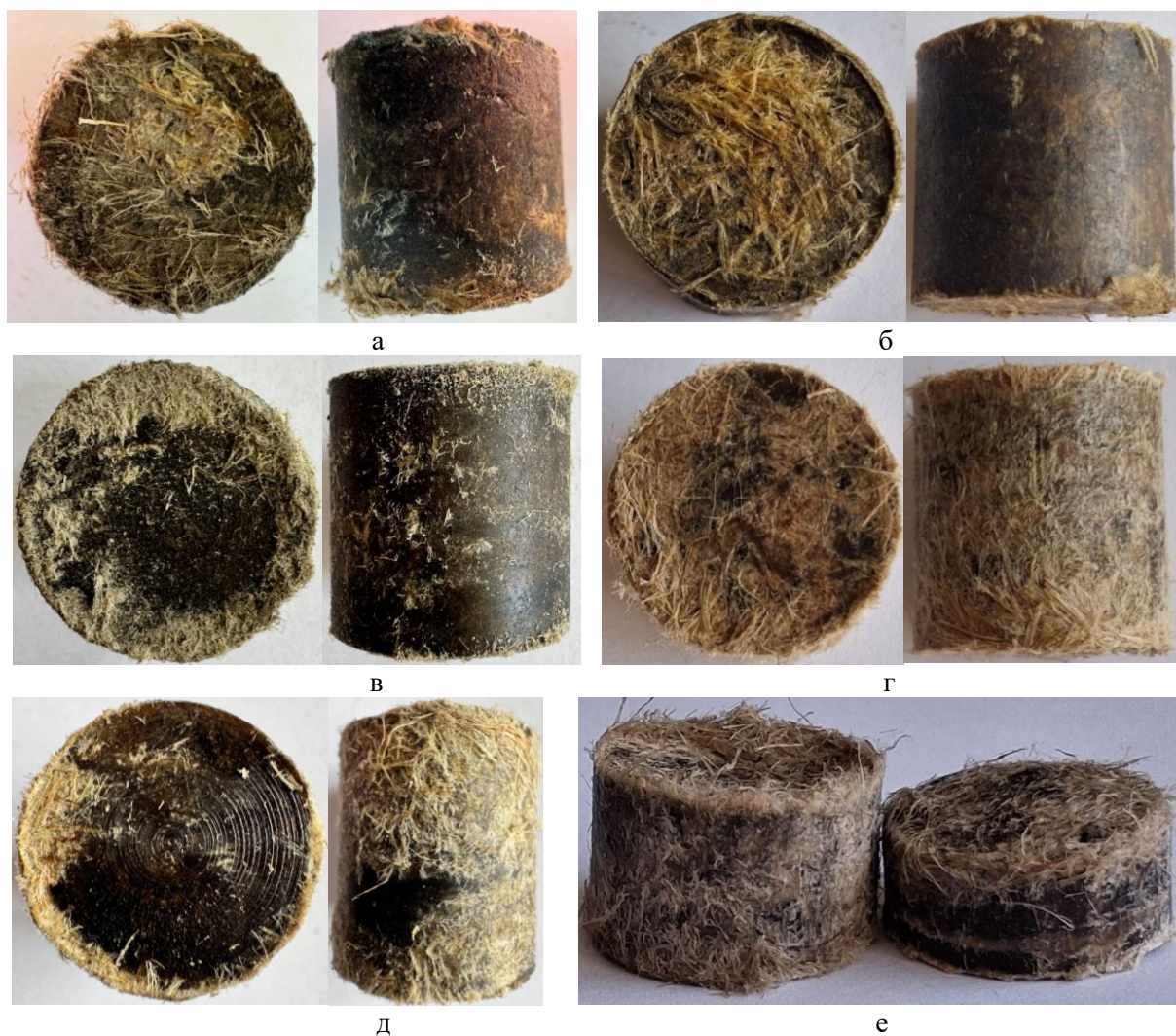


Рис. 4. Вигляд біокompозитних зразків із ступенем підсушування композиції:
а – зразок №1, 20%; б – зразок № 2, 20%; в – зразок № 3, 20%; г – зразок № 3, 25%;
д – зразок № 4, 20%; е – зразок № 4, 25%

Досліджено, що за ступеня підсушування композиції 5% міцність на стискання біокompозиту складу № 3, який містить 57% подрібнених волокон льону та 43% розчину глютину, становить 6,4 МПа. У випадку підвищення ступеня підсушування композиції до 15% міцність на стискання біокompозитів зростає до 15,9 МПа. Найвищу міцність на стискання 79,6 МПа отримано за ступеня підсушування композиції 20%, що є максимальним значенням серед усіх розроблених біокompозитних зразків. Високі показники міцності на стискання біокompозиту даного складу (рис. 4, в) пояснюються оптимальним співвідношенням між кількістю клейової матриці та волокнистого наповнювача, за якого забезпечується ефективне змочування поверхні волокон та утворення значної кількості зв'язків між компонентами біокompозитного матеріалу. За ступеня підсушування композиції 25% міцність на стискання знижується в 1,8 раз до 44,6 МПа, що вказує на крихкість матеріалу внаслідок недостатнього вмісту в'язучого на основі глютину, про що додатково вказує світлий колір зразка (рис. 4, г) порівняно із зразком аналогічного складу із меншим ступенем підсушування композиції 20% (рис. 4, в).

За ступеня підсушування 5% міцність на стискання біокompозитів складу № 4, які містять 60% подрібнених волокон льону та 40% розчину глютину, становить 8,3 МПа. У випадку підвищення ступеня підсушування композиції до 15% міцність на стискання біокompозитів зростає до 35,0 МПа. Максимальне значення міцності 43,6 МПа отримано для біокompозитів зі ступенем підсушування композиції 20%. Зниження міцності на стискання пояснюється високим вмістом наповнювача, за якого глютинова матриця не забезпечує повного змочування подрібнених волокон, що підтверджується сухими світлими ділянками на поверхні зразків (рис. 4, д). Зразок складу № 4 із ступенем підсушування композиції 25% зруйнувався під час видалення з прес-форми (рис. 4, е), що пов'язано із недостатнім вмістом в'язучого за вмісту волокон льону в кількості 60%.

Руйнування біокомпозитних матеріалів складу № 1 з вмістом 50% розчину глютину та 50% подрібнених волокон льону та ступенем підсушування композиції 5% та 10%, які мають низьку міцність на стискання, супроводжується деформацією зразка та просіданням його верхньої частини під дією навантаження (рисунк 5, а, б) внаслідок м'якого наповнювача та недостатнього ступеня підсушування композиції. Руйнування біокомпозитного зразка складу № 1 із вищим ступенем підсушування композиції 15% відбувається внаслідок деформації та поширення магістральної тріщини під кутом 45° в нижній частині зразка (рис. 5, в). Руйнування біокомпозитних зразків даного складу із вищими ступенями підсушування 20% і 25% супроводжується поширенням тріщини з відламуванням частини зразка (рис. 5, г, д).

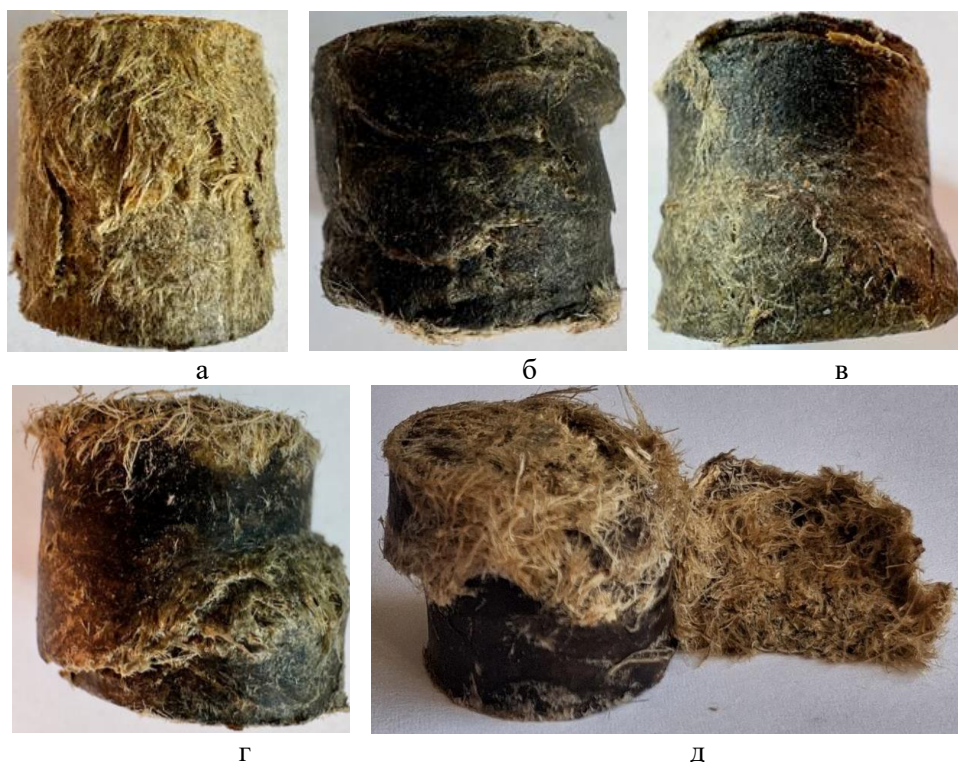


Рис. 5. Вигляд біокомпозитних зразків складу № 1 із ступенем підсушування композиції 5% (а), 10% (б), 15% (в), 20% (г), 25% (е) після руйнування

Руйнування зразків складу № 2, які містять 46% розчину глютину та 54% подрібнених волокон льону, із ступенем підсушування композиції 5%, 10% та 15% супроводжується зсувом частини зразка під кутом 30° (рис. 6, а), 28° (рис. 6, б) та 20° (рис. 6, в) відповідно під дією навантаження. За вищого ступеня підсушування композиції 20% та 25% руйнування біокомпозитних зразків відбувається шляхом утворення поперечних тріщин (рис. 6, г, д), що свідчить про вищу міцність розроблених біокомпозитних матеріалів.

Руйнування біокомпозитних зразків складу № 3 зі співвідношенням компонентів 43% розчину глютину та 57% подрібнених волокон льону та ступенем підсушування композиції 5–15% супроводжується просіданням частини матеріалу з наступним поширенням макротріщин по всьому об'єму зразків (рис. 7, а–в). Біокомпозитний зразок складу № 3 із ступенем підсушування композиції 20%, який має найвищу міцність на стискання, характеризується пластичністю, оскільки під дією навантаження лише деформується (рис. 7, г). Біокомпозит із ступенем підсушування композиції 25% характеризується значною макропористістю внаслідок високого ступеня підсушування композиції. Руйнування зразка відбувається поширенням поверхневих тріщин (рис. 7, д).

Руйнування біокомпозитних зразків складу № 4, які містять 40% розчину глютину та 60% подрібнених волокон льону, із ступенями підсушування 5–15% супроводжується поширенням декількох магістральних тріщин під кутами в межах 10–20° (рис. 8, а–в). Біокомпозитний зразок із вищим ступенем підсушування 20% під дією стискаючого навантаження зруйнувався, розламавшись на дві частини. Світлий колір в місці розлому свідчить про нестачу глютинового в'язучого в даній ділянці біокомпозиту, що полегшило руйнування матеріалу.

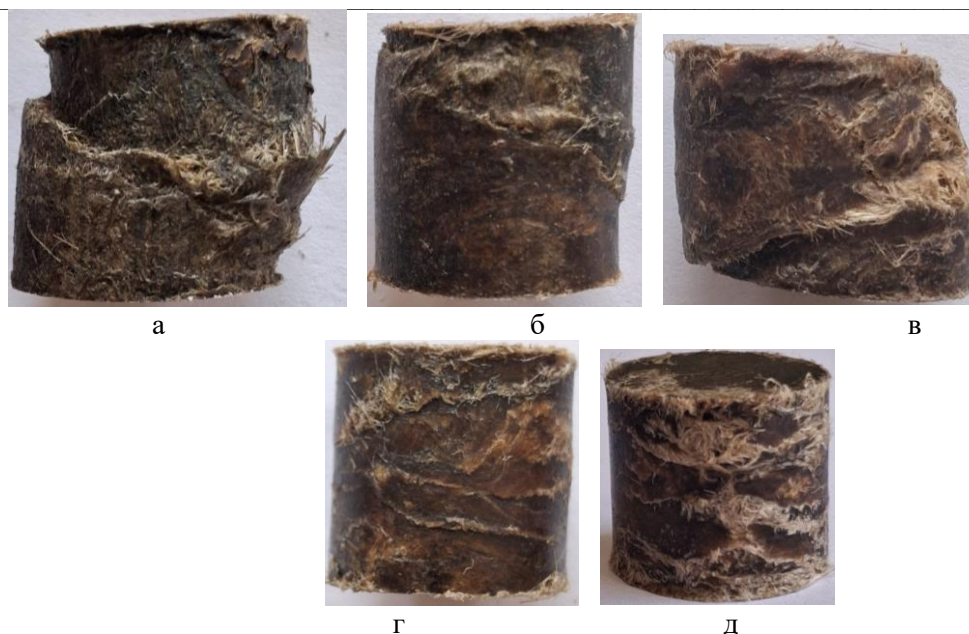


Рис. 6. Вигляд біокомпозитних зразків складу № 2 із ступенем підсушування композиції 5% (а), 10% (б), 15% (в), 20% (г), 25% (е) після руйнування



Рис. 7. Вигляд біокомпозитних зразків складу № 3 із ступенем підсушування композиції 5% (а), 10% (б), 15% (в), 20% (г), 25% (е) після руйнування

Висновки. Встановлено, що міцність на стискання біокомпозитів зростає із підвищенням вмісту подрібнених волокон льону до 57% та ступеня підсушування композиції до 20%. Максимальні значення міцності на стискання 71,7 МПа зафіксовано для біокомпозитів складу № 3 із співвідношенням компонентів 50% розчину глютину та 50% подрібнених волокон льону довжиною 5 мм за ступеня підсушування композиції 20%. Вміст в композиції 60% волокон льону та ступінь підсушування композиції 25% не дозволяє отримати біокомпозитні матеріали з високою міцністю на стискання, оскільки не відбувається повне змочування волокон через недостатній вміст в'язучого.



Рис. 8. Вигляд біокомпозитних зразків складу № 4 із ступенем підсушування композиції 5% (а), 10% (б), 15% (в), 20% (г), 25% (е) після руйнування

Руйнування біокомпозитних матеріалів з нижчим ступенем підсушування композиції 5–15% відбувається зазвичай із попередньою деформацією та зсувом частини матеріалу внаслідок утворення магістральної тріщин. За вищого ступеня підсушування композиції 20% руйнування біокомпозитних зразків складів № 2 та № 3 супроводжується утворенням поперечних тріщин, що вказує на вищу міцність даних біокомпозитних матеріалів. Біокомпозитні зразки із високим вмістом подрібнених волокон льону та вищим ступенем підсушування (25%) характеризуються крихким руйнуванням із утворенням тріщини та розколюванням зразка на дві частини.

Список використаних джерел

1. Ho M. P., Wang H., Lee J. H., Ho C. K., Lau K. T., Leng J., Hui D. Critical factors on manufacturing processes of natural fibre composites. *Composites Part B: Engineering*. 2012. Vol. 43, Iss. 8. P. 3549–3562. DOI: [10.1016/j.compositesb.2011.10.001](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2011.10.001)
2. Ягелюк С. В., Дідух В. Ф. Напрямки використання продукції переробки льону олійного та льону-довгунця. *Товарознавчий вісник*. 2020. Вип. 13. С. 292–305. DOI: [10.36910/6775-2310-5283-2020-13-25](https://doi.org/10.36910/6775-2310-5283-2020-13-25)
3. Periasamy D., Prakalathan K., Manoharan B., Shanmugam V., Khan A., Asiri A. M. Examining the performance of eco-friendly flax fiber composites: mechanical, thermal and durability properties—review. *Biomass Conversion and Biorefinery*. 2025. Vol. 15. P. 26419–26433. DOI: [10.1007/s13399-024-06039-6](https://doi.org/10.1007/s13399-024-06039-6)
4. European flax fiber: quality and sustainability. URL: <https://www.safilin.fr/natural-flax-fiber-with-exceptional-characteristics/?lang=en>
5. Khan M. M. R., Alim M. A. Biopolymer flax (*Linum Usitatissimum* L.) and its prospects in biodegradable composite fabrication – a short review. *Journal of Textile Engineering & Fashion Technology*. 2019. Vol. 5, Iss. 5. P. 238–241. DOI: [10.15406/jteft.2019.05.00212](https://doi.org/10.15406/jteft.2019.05.00212)
6. Huo S., Ulven C. A., Wang X. Chemical and Mechanical Properties Studies of Chinese Linen Flax and Its Composites. *Polymers and Polymer Composites*. 2013. Vol. 21, Iss. 5. P. 275–286. DOI: [10.1177/096739111302100502](https://doi.org/10.1177/096739111302100502)
7. Parodo G., Sorrentino L., Turchetta S., Moffa G. Manufacturing of Sustainable Composite Materials: The Challenge of Flax Fiber and Polypropylene. *Materials*. 2024. Vol. 17, Iss. 19. P. 4768. DOI: [10.3390/ma17194768](https://doi.org/10.3390/ma17194768)
8. Amiri A., Ulven C. A., Huo S. Effect of Chemical Treatment of Flax Fiber and Resin Manipulation on Service Life of Their Composites Using Time-Temperature Superposition. *Polymers*. 2015. Vol. 7, Iss. 10. P. 1965–1978. DOI: [10.3390/polym7101493](https://doi.org/10.3390/polym7101493)
9. Schuett L.-R. Natural Fiber Cars – Sustainable Automotive Parts at JEC World 2026. *IDTechEx Research Articles*. 2026.
10. More A. P. Flax fiber-based polymer composites: a review. *Advanced Composites and Hybrid Materials*. 2022. Vol. 5. P. 1–20. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42114-021-00246-9>
11. Sadova O., Kashytskyi V., Husachuk D., Vyshynskyi M., Chernota Ye. Study of mechanical properties and structure of biocomposites filled with coffee grounds. *Наукові нотатки*. 2025. Вип. 84. С. 249–256. DOI: [10.36910/775.24153966.2025.84.38](https://doi.org/10.36910/775.24153966.2025.84.38)

Дата надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Д.А. Дубовик ^[0009-0003-5233-9938]

Поліський національний університет

**ДОСЛІДЖЕННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ТРАНСПОРНИХ ЗАСОБІВ РЕАБІЛІТАЦІЇ: ТО
І ПР**

Забезпечення мобільності людей з обмеженнями життєдіяльності є критично важливим завданням для сучасної інженерної науки. Індивідуальні транспортні засоби реабілітації (ІТЗР), такі як крісла-колісні з ручним та електричним приводами, функціонують у складних, часто непередбачуваних експлуатаційних умовах. Це призводить до прискореного зносу, виникнення типових механічних та електронних відмов, що знижує безпеку користувачів та збільшує витрати на утримання техніки. У зв'язку з цим, комплексне дослідження досвіду експлуатації ІТЗР, аналіз механізмів їх руйнування та розробка науково обґрунтованої стратегії планово-попереджувального ремонту є актуальною науково-практичною задачею галузевого машинобудування.

Ключові слова: транспортний засіб, типові відмови, надійність, довговічність, технічне обслуговування, поточний ремонт

D.A. Dubovik

**RESEARCH ON INDIVIDUAL REHABILITATION VEHICLES: MAINTENANCE AND
REPAIR**

Providing mobility for people with disabilities is a critically important challenge for modern engineering. Individual rehabilitation vehicles (IRVs), including manually and electrically powered wheelchairs, operate under demanding and often unpredictable conditions. As a result, they are subject to accelerated wear, as well as mechanical and electronic failures, which reduce operational safety and increase maintenance and repair costs. Therefore, investigating the operational performance of IRVs, analyzing the mechanisms of their failures, and developing scientifically grounded strategies for preventive maintenance and repair constitute important scientific and practical tasks in the field of rehabilitation engineering.

Keywords: vehicle, typical failures, reliability, durability, maintenance, routine repairs

Постановка проблеми. У галузевому машинобудуванні існує науково-практичне протиріччя між зростаючими вимогами до надійності й безпеки реабілітаційної техніки та відсутністю науково обґрунтованих методів прогнозування її технічного стану і стратегій планово-попереджувального ремонту. Нам важливо знати як саме з часом накопичуються пошкодження у вузлах та агрегатах машин під час експлуатації [1,2]. Це зумовлює необхідність проведення комплексних досліджень закономірностей виникнення відмов ІТЗР, моделювання їхнього зносу та розробки ефективної стратегії технічного сервісу. Таким чином, обраний напрямок дослідження є актуальним і має важливе соціально-економічне та інженерне значення.

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження є підвищення експлуатаційної надійності, довговічності, безпеки використання індивідуальних транспортних засобів реабілітації шляхом наукового обґрунтування оптимальної стратегії їх технічного ремонту і обслуговування на основі моделювання процесів зносу та аналізу типових відмов.

Об'єкт дослідження. Процес зміни технічного стану та відновлення працездатності індивідуальних транспортних засобів реабілітації в реальних експлуатаційних умовах.

Предмет дослідження. Закономірності виникнення типових відмов конструктивних елементів ІТЗР, параметри їх надійності та стратегії технічного обслуговування і ремонту.

Табл. 1.

**Структура парку, типи досліджуваних (ІТЗР)ТОВ «Форвард Орто» по Житомирській
області з 2024 по 2025 роки**

W4028-CRUISER II	1.610 ICHAIR MC 1 LIGHT	9.500 CLOU
Тип I	Тип II	Тип III
291 од. техніки	13 од. техніки	23 од. техніки

Табл. 2.

**Кількість відмов (гарантійних та післягарантійних) відповідно типу досліджуваних
(ІТЗР)**

Вид відмов	Тип I	Тип II	Тип III
Гарантійний	124	7	11
Післягарантійний	167	6	12

Проведений аналіз структури рейтингу відмов обладнання у гарантійний та післягарантійний періоди дозволяє виявити системні закономірності деградації технічних вузлів та сформулювати чітке уявлення про еволюцію надійності об'єкта експлуатації. Серед чинників, які

приводять до відмов машин, найбільш впливовими є зношування. На розмір і форму деталей найбільш швидко впливає абразивне зношування, яке виникає як наслідок дії твердих часток щодо поверхонь, які руйнуються під час тертя. [2].

Табл. 3.

Типові відмови досліджуваних (ІТЗР) W4028 CRUISER II

№	Тип поломки	Гарантійний випадок	Післягарантійний випадок
1	АКБ	53	86
2	Підшипники	26	43
3	Електродвигуни	20	37
4	Рульові тяги	19	32
5	Заміна коліс	16	20
6	КК діагностика	16	19
7	Шини/камери	8	18
8	Сидіння	6	16
9	Зарядний пристрій	6	12
10	Кріплення різьбові	5	11
11	Ел. обладнання	3	7
12	Світло/повороти	2	5
13	Пневмоциліндр	1	4
14	Замок запалювання	2	2

Всього досліджено – 327 пересувних транспортних засобів реабілітації

Табл. 4.

Стратегія ТО і ПР, вдосконалення інструкції з експлуатації, рекомендації технічні

Типові відмови	Рейтинг	Рекомендації
АКБ зазвичай використовують два типи: герметичні свинцево-кислотні (SLA/GEL) або літій-іонні/літій-залізо-фосфатні (Li-Ion, LiFePO4)	1	Розглянути можливість альтернативних АКБ з кращими характеристиками (ціна/якість), Оптимізація терморегуляції: Перегрів або сильне охолодження знижують ресурс АКБ на 30–50%. Покращення полягає в розробці захисного контейнера з інтегрованими пасивними радіаторами, або мініатюрними сотами для природної вентиляції.
Підшипники коліс ІТЗР працюють у важких умовах: низькі швидкості обертання, високі статичні та ударні навантаження (бордюри, нерівності), а також постійний вплив пилу, води та бруду.	2	Розглянути можливість підвищення серії підшипника від 1 до 5. Перехід на гібридні або керамічні підшипники: Заміна стандартних сталевих кульок на керамічні (з нітриду кремнію). Керамічні кульки мають меншу вагу, вищу твердість, не піддаються корозії та мають значно менший коефіцієнт тертя, що полегшує рух крісла-колісного для користувача. Оптимізація геометрії підшипникового вузла: Заміна радіальних кулькових підшипників у маточинах великих коліс на радіально-упорні або конічні роликові підшипники. Вони значно краще витримують осьові (бокові) навантаження, які виникають при поворотах та русі під ухилом. Впровадження інтегрованих підшипникових модулів (маточин): Перехід від окремого монтажу підшипників до моноблочних закритих вузлів (Hub Units). Це виключає помилки при монтажі (перекіс кілець, неправильний натяг), які є причиною 30% передчасних відмов.
Електродвигуни ІТЗР працюють у режимах частих пусків-зупинок (старт-стоп), реверсування та пікових навантажень при подоланні перешкод (пандуси, бордюри).	3	- Модернізація редукторної частини: Перехід від черв'ячних редукторів (які мають низький ККД — близько 60-70% — і швидко зношуються) до багатоступеневих планетарних або хвильових редукторів (ККД до 95-98%). Це знижує механічні втрати, зменшує габарити двигуна та суттєво економить заряд АКБ, збільшуючи запас ходу ТЗР на 20-30%. - Інтеграція двигуна в колесо (Мотор-колесо / Hub Motor): Прямий привід без проміжних трансмісій повністю виключає знос шестерень, шліців та пасів. Це

		концептуальне рішення спрощує конструкцію ТЗР, знижує його масу та підвищує загальну надійність системи. Удосконалення терморегуляції корпусу: Оскільки приводи ТЗР закриті корпусами для захисту від бруду, виникає проблема перегріву під навантаженням. Покращення полягає в розробці сорочки охолодження корпусу двигуна з оптимальним поздовжнім чи радіальним ребренням.
--	--	---

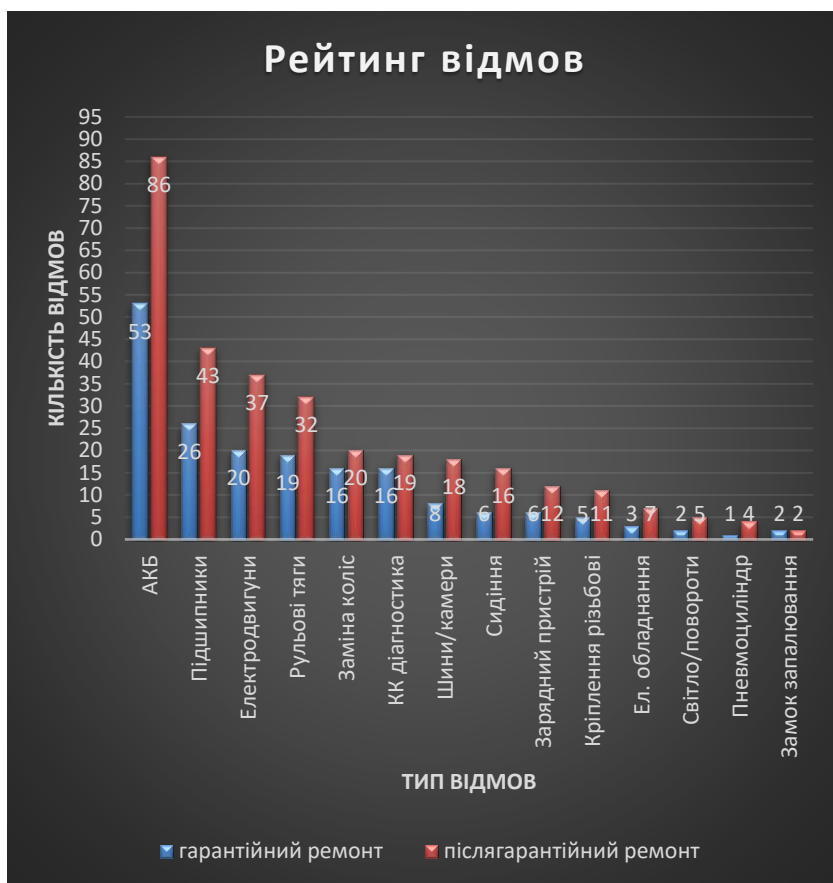


Рис. 1. Рейтингова діаграма розподілу відмов (ІТЗР)

Аналіз виникнення відмов за укрупненими інтервалами напрацювання (крок 5000 годин) дозволяє чітко ідентифікувати фазову структуру життєвого циклу обладнання. Найбільша кількість відмов припадає на інтервал 10000–15000 годин, що відповідає фазі інтенсивного фізичного зносу. У діапазоні до 5000 годин обладнання демонструє відносно стабільну роботу з низьким рівнем відмов, тоді як після 15000 годин спостерігається зниження кількості поломок, що пов'язано з вибракуванням або заміною найбільш зношених одиниць. Отримані результати обґрунтовують доцільність впровадження планово-попереджувальних ремонтів у межах 8000–10000 годин експлуатації.

Аналіз післягарантійного періоду експлуатації показує суттєве зміщення піку відмов у діапазон 15000–30000 годин, де спостерігається максимальна інтенсивність поломок. Найбільша кількість відмов припадає на інтервал 20000–25000 годин, що свідчить про досягнення критичного рівня фізичного зносу обладнання. У подальшому спостерігається поступове зниження кількості відмов, що обумовлено вибуттям найбільш зношених одиниць. Отримані результати підтверджують необхідність або капітального ремонту, або повної заміни обладнання після досягнення 20000 годин експлуатації.

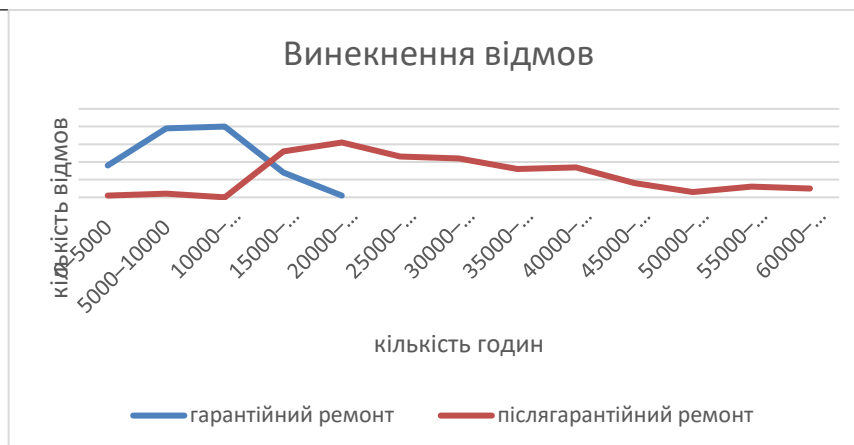


Рис. 2. Рейтингово-частотна діаграма виникнення гарантійних та післягарантійних відмов

Висновки.

1. На основі даних: 15 000 – 25 000 годин = точка перелому. Саме тут відбувається масове накопичення відмов і втрата надійності
2. Отримані результати підтверджують наявність чітко вираженого життєвого циклу обладнання з переходом від стабільної експлуатації у гарантійний період до фази інтенсивного фізичного зносу після його завершення. Основними джерелами технічного ризику виступають елементи енергетичної та механічної підсистем (АКБ, підшипники, електродвигуни, рульові механізми), які формують ядро відмов. Після досягнення критичного рівня напруження подальша експлуатація супроводжується непропорційним зростанням витрат на ремонт, що обґрунтовує необхідність переходу до стратегії превентивної заміни або модернізації обладнання.
3. Визачено чіткий перехід від випадкових відмов до системного зносу ключових вузлів, що підтверджує необхідність зміни стратегії експлуатації після 20 тисяч годин.
4. Впровадження планово-запобіжної системи ТО і ПР дозволяє знизити витрати на капітальний ремонт засобів реабілітації на 25–30%. Забезпечення своєчасного сервісу є критично важливим для мобільності та безпеки маломобільних груп населення.

Список використаних джерел

1. Грабар І. Г. Основи надійності машин. — Житомир. — ЖДТУ. — 1999. — 298 с.
2. Основи надійності машин. Статистичне прогнозування надійності деталей, що зношуються: метод. вказівки до виконання практ. роботи для здобувачів денної та заоч. форм навч., спец. 133 і 274 ; Держ. біотехнологічний ун-т; уклад.: В. І. Іванов, О. І. Алфьоров, В. Б. Савченко, О. А. Свіргун. Харків : [б. в.], 2024. 12 с.
3. Іванов В. А. "Акумуляторні батареї: будова, принцип роботи та застосування". — Київ: Техніка, 2020.
4. Петров П. В. "Електрохімічні джерела струму". — Харків: Основа, 2019.
5. Василенко С. О. "Основи енергетичних систем". — Львів: ЛНТУ, 2021
6. Дяченко М. Ю. "Акумуляторні батареї для електротранспорту". — Дніпро: НТУ, 2020.
7. Мельник О. В. "Енергозбереження та ефективне використання акумуляторних батарей". — Одеса: Енергія, 2018.
8. Grabar I.G. Synthesis of Multifractals. — Zhytomyr: Polissia National University, 2023. — 200 p.
9. Grabar I.G., Kubrak Y.O. Synthesis of Multifractals by Brownian Dynamics of a Point in a Field of N Central Forces. In: Skiadas C.H., Dimotikalis Y. (Eds.). 16th Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS 2023). Springer Proceedings in Complexity. Cham: Springer, 2024. P. 157–174. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-60907-7_13

Дата надходження статті до видання: 27.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ МІЦНОСТІ ТРАПЕЦЕЇДАЛЬНИХ МУЛЬТИФРАКТАЛІВ

Поліський національний університет

У статті представлено результати експериментальних досліджень міцності трапецеїдальних мультифракталів, виготовлених методом FDM 3D-друку з полімерного матеріалу PETG. Досліджувані зразки являли собою регулярні дискретні структури з трапецієподібним зовнішнім контуром та мультифрактальною системою внутрішніх трикутних комірок, геометрія яких визначалася параметром анізотропії ϵ .

Проведено випробування зразків на одинісний стиск із реєстрацією діаграм деформування та визначенням максимального навантаження руйнування. Встановлено залежність граничної несучої здатності мультифракталів від параметра анізотропії ϵ та досліджено характер їх руйнування. Показано, що зі збільшенням параметра анізотропії зростає максимальне навантаження руйнування, а процес деформування супроводжується формуванням похилих площин зсуву та локалізацією залишкових деформацій переважно у крайових ділянках конструкції.

Отримані результати можуть бути використані під час проєктування легких конструкцій із керованими механічними властивостями для машинобудування, транспортної техніки, будівництва та адитивного виробництва.

Ключові слова: трапецеїдальні мультифрактали; мультифрактальні решітки; механічні властивості; міцність; FDM-друк; PETG; стискання.

O.V.Ksiukovskyi

DETERMINATION OF THE STRENGTH CHARACTERISTICS OF TRAPEZOIDAL MULTIFRACTALS

The article presents the results of an experimental study of the strength of trapezoidal multifractals manufactured from PETG by FDM (Fused Deposition Modeling) 3D printing. The investigated specimens were regular discrete structures with a trapezoidal outer contour and a multifractal system of internal triangular cells, whose geometry was defined by the anisotropy parameter ϵ .

The specimens were subjected to uniaxial compression tests with continuous recording of the load–displacement curves and determination of the maximum failure load. The relationship between the ultimate load-bearing capacity of the multifractals and the anisotropy parameter ϵ was established, and their fracture behavior was investigated. It was found that an increase in the anisotropy parameter leads to a higher maximum failure load, while the deformation process is accompanied by the formation of inclined shear planes and the localization of residual deformation mainly in the edge regions of the specimens.

The obtained results can be used in the design of lightweight structures with controlled mechanical properties for applications in mechanical engineering, transportation engineering, civil engineering, and additive manufacturing.

Keywords: trapezoidal multifractals; multifractal lattices; mechanical properties; strength; FDM printing; PETG; compression

Постановка проблеми. Мультифрактальні структури привертають значну увагу дослідників завдяки можливості поєднання малої маси, високої питомої міцності та розвиненої внутрішньої поверхні [1–2, 11]. Регулярні мультифрактальні решітки дають змогу керувати механічними властивостями конструкцій шляхом зміни їхньої геометричної топології та параметрів внутрішньої структури [2–3, 12].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розвиток технологій адитивного виробництва, зокрема FDM 3D-друку, відкрив можливість виготовлення складних мультифрактальних конструкцій із високою геометричною точністю та подальшого експериментального дослідження їхніх механічних характеристик [4]. Незважаючи на значну кількість робіт, присвячених фрактальним і ґратчастим структурам, питання міцності трапецеїдальних мультифракталів та особливостей їх руйнування при стисканні залишаються недостатньо дослідженими.

Мета роботи. Метою роботи є експериментальне визначення показників міцності трапецеїдальних мультифракталів, виготовлених методом FDM 3D-друку, дослідження характеру їх руйнування при одинісному стисканні та оцінювання впливу параметра анізотропії ϵ на граничну несучу здатність конструкцій.

Методика виготовлення зразків. Для експериментальних досліджень було виготовлено серію зразків трапецеїдальних мультифракталів методом пошарового наплавлення матеріалу (FDM, Fused Deposition Modeling). Геометричні моделі створювали засобами комп'ютерного проєктування на основі трапецієподібного зовнішнього контуру та внутрішньої системи взаємопов'язаних трикутних елементів, сформованих за принципом мультифрактальної побудови.

Усі зразки мали однакові габаритні розміри: нижня основа — 90 мм, верхня основа — 45 мм, висота — 45 мм, товщина — 3 мм. Відмінності між типами мультифракталів визначалися лише параметром анізотропії ϵ , який задавав геометрію внутрішньої структури.

Після завершення моделювання цифрові моделі експортували у формат STL та готували до друку за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення PrusaSlicer. Усі зразки виготовляли за однакових технологічних режимів, що забезпечувало коректність порівняльного аналізу результатів механічних випробувань.

Для друку використовували термопластичний поліефіргліколь (PETG), який характеризується достатньою міцністю, високою міжшаровою адгезією та незначною усадкою під час охолодження. Основні технологічні параметри друку (температура екструзії, швидкість друку, товщина шару та орієнтація зразків на робочій платформі) протягом усієї серії залишалися незмінними, що дозволило мінімізувати вплив технологічних чинників на результати експериментальних досліджень.

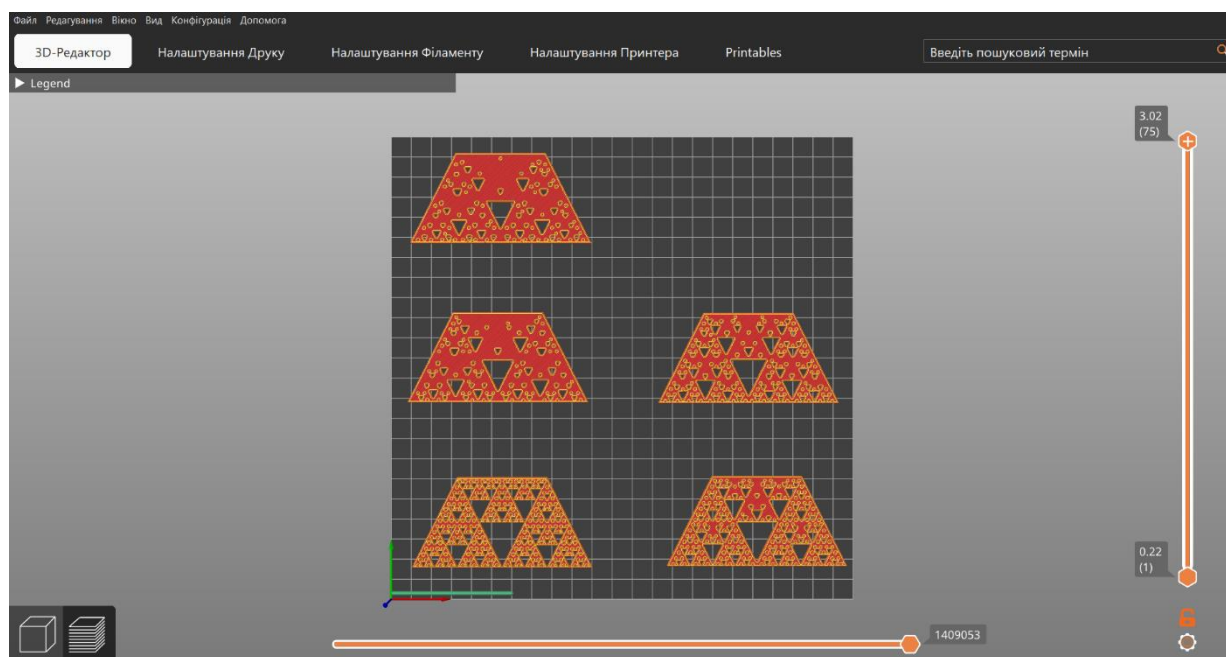


Рис. 1. Тривимірні моделі трапецеїдальних мультифракталів у середовищі підготовки до FDM 3D-друку.

Методика досліджень міцності. Оцінювання міцності трапецеїдальних мультифракталів виконували шляхом випробувань на одновісний стиск із використанням універсальної випробувальної машини Р-5М2 («АСМА-Прилад»). З огляду на невелику товщину дослідних зразків (3 мм) під час проведення експериментів застосовували спеціальне напрямне пристосування, яке забезпечувало їхнє стабільне положення та запобігало втраті стійкості під час навантаження.

Навантаження прикладали вздовж вертикальної осі симетрії зразка зі сталою швидкістю переміщення рухомої траверси 60 мм/хв. Упродовж випробувань автоматично реєстрували значення прикладеної сили та відповідні переміщення зразка. Збір, збереження та первинну обробку експериментальних даних здійснювали за допомогою штатного програмного забезпечення випробувального комплексу.

За результатами випробувань для кожного зразка будували діаграми деформування типу «навантаження – переміщення», які використовували для визначення максимального навантаження руйнування $R_{\max}$. Значення $R_{\max}$ приймали рівним найбільшому значенню сили, зафіксованому на діаграмі деформування.

Дослідження проводили для п'яти типів трапецеїдальних мультифракталів (А, В, С, D та Е), які відрізнялися параметром анізотропії ϵ та конфігурацією внутрішньої мультифрактальної структури. Отримані експериментальні діаграми деформування наведено на (рис. 4).

Результати випробувань:

Результати експериментальних досліджень, наведені в (табл. 1), свідчать про суттєвий вплив параметра анізотропії ϵ та внутрішньої топології трапецеїдальних мультифракталів на їхню граничну несучу здатність.

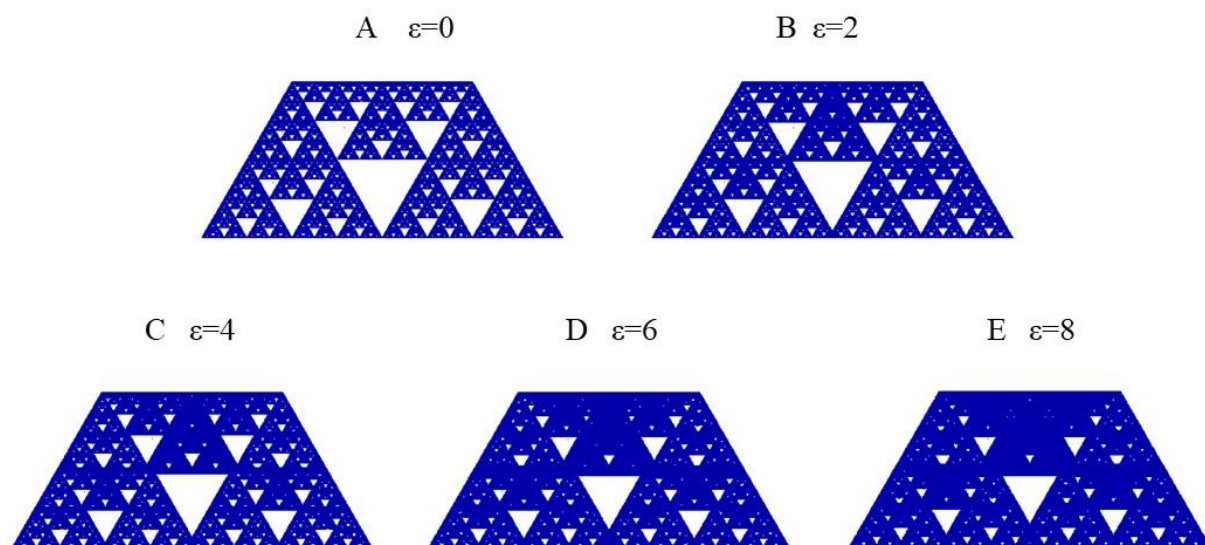


Рис.2. П'ять типів (А, В, С, D, Е) синтезованих трапецеїдальних мультифракталів.

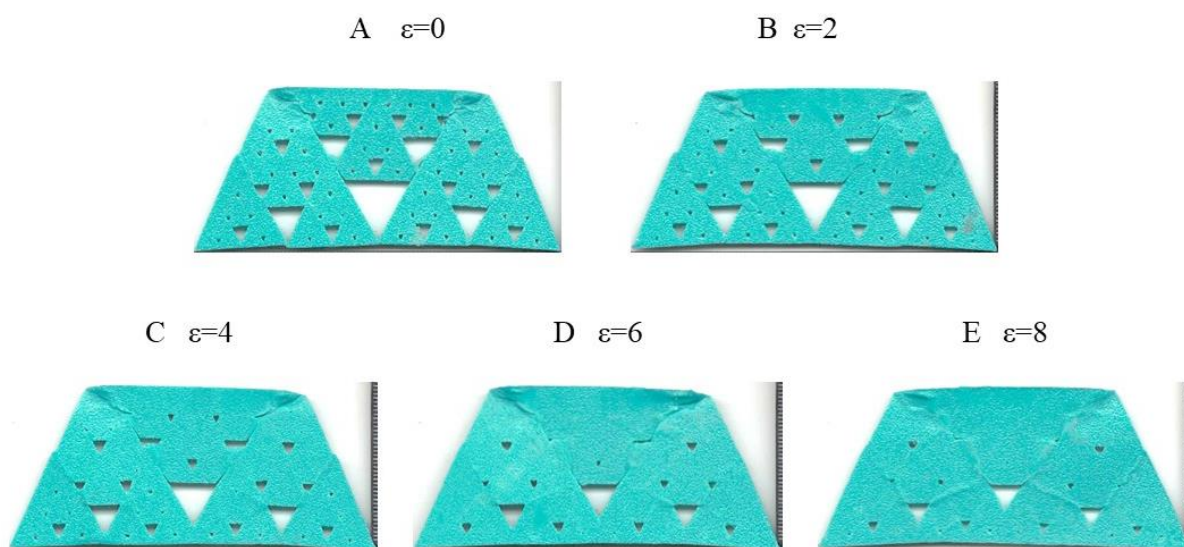


Рис.3. П'ять типів (А, В, С, D, Е) трапецеїдальних мультифракталів після випробувань на стиск.

Табл. 1.

Фізико-механічні характеристики трапецеїдальних мультифракталів

Тип мультифрактального зразка	А	В	С	Д	Е
Параметр анізотропії ε	0	2	4	6	8
Максимальне навантаження P_{max} , Н	3030	3510	3780	4320	4830
Маса m , (г)	7,83	8,78	9,01	9,11	9,52
Площа S , мм ²	2055,12	2304,46	2364,83	2391,08	2498,69

Максимальне навантаження руйнування досліджуваних структур знаходиться в межах від 3030 до 4830 Н. Найменше значення P_{max} зафіксовано для мультифрактала типу А ($\varepsilon = 0$), тоді як найбільшу несучу здатність продемонстрував мультифрактал типу Е ($\varepsilon = 8$).

Зі збільшенням параметра анізотропії ε спостерігається стійка тенденція до зростання максимального навантаження руйнування. Одночасно збільшуються маса та площа мультифрактальних структур, що обумовлено ускладненням їхньої внутрішньої топології та збільшенням кількості несучих елементів.

Аналіз діаграм деформування показав, що для всіх досліджуваних типів мультифракталів характерним є подібний перебіг процесу деформування. На початковій стадії навантаження залежність «навантаження – переміщення» має майже лінійний характер, після чого зі збільшенням навантаження відбувається розвиток деформацій, що передують руйнуванню конструкції.

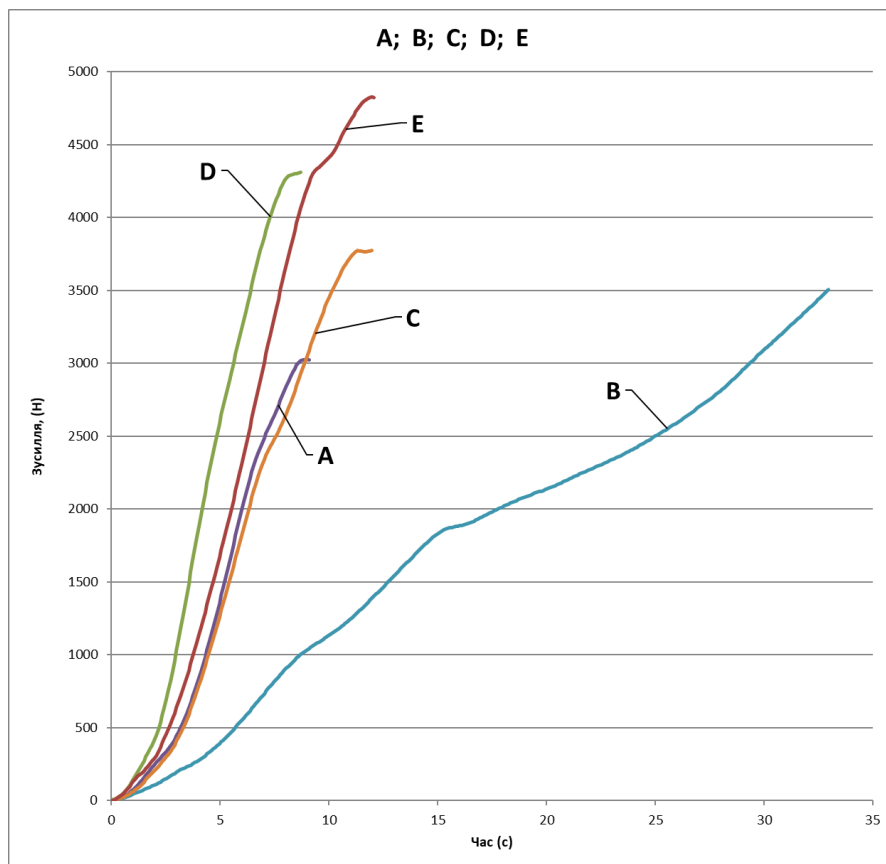


Рис. 4. Криві деформування трапецеїдальних мультифракталів типів А, В, С, D та Е.

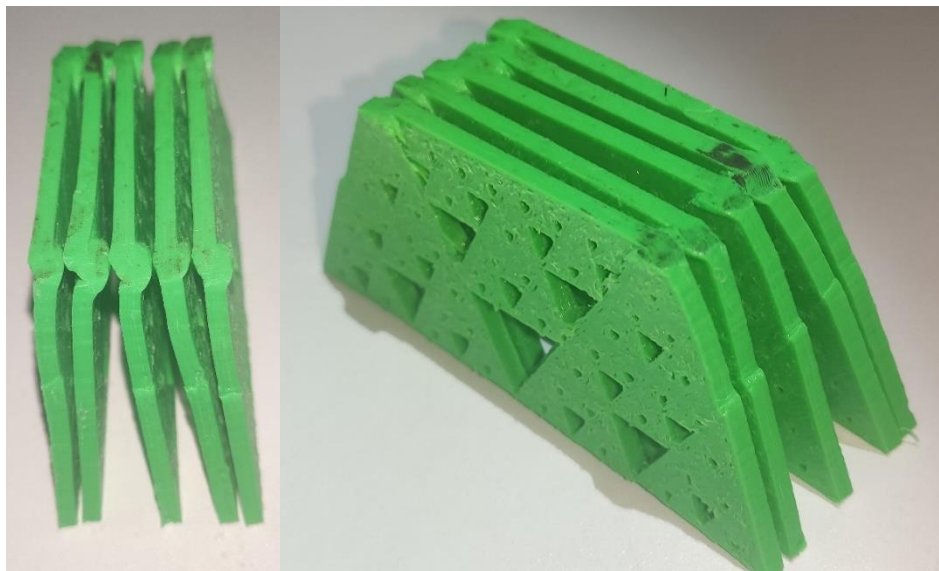


Рис. 5. Характер руйнування трапецеїдальних мультифракталів після випробувань на стиск.

Для всіх досліджуваних типів трапецеїдальних мультифракталів руйнування відбувалося шляхом формування похилих площин зсуву. За рівномірного прикладання стискаючого навантаження по всій ширині верхньої основи зразка найбільш інтенсивні залишкові деформації локалізувалися переважно у його крайових ділянках, тоді як центральна частина зазнавала значно менших змін форми. При цьому зовнішній контур конструкції до завершення випробування зберігав загальну геометричну форму. (рис. 5).

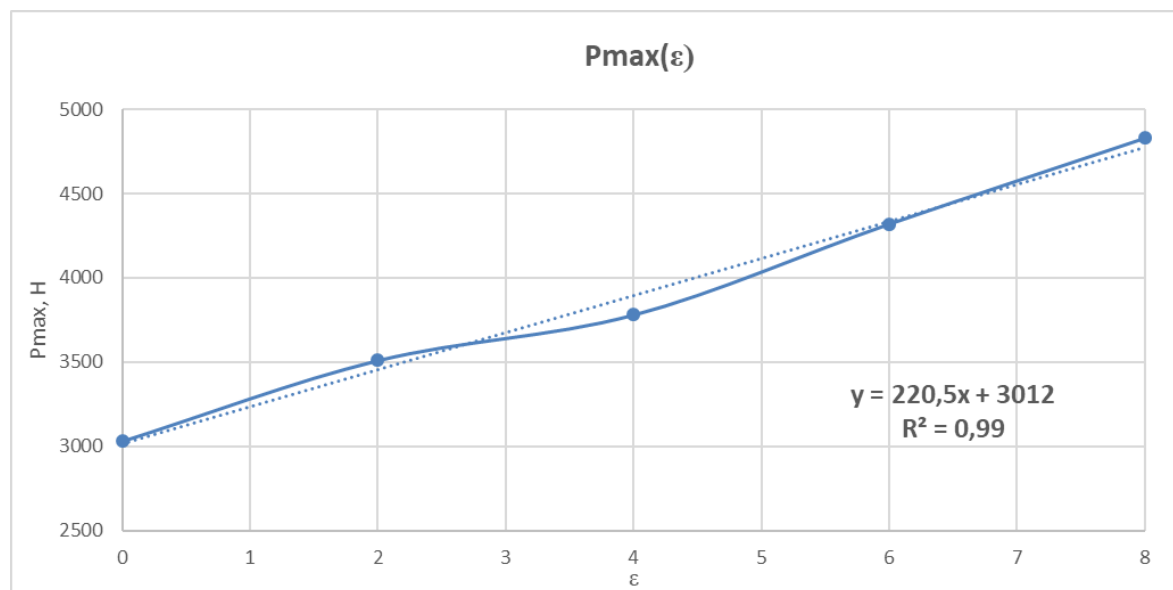


Рис. 6. Залежність граничної несучої здатності мультифракталів від параметра анізотропії ϵ .

Зі збільшенням параметра анізотропії ϵ гранична несуча здатність трапецеїдальних мультифракталів монотонно зростає. Експериментальні дані з високою точністю описуються лінійною залежністю для якої коефіцієнт детермінації становить $R^2 = 0,99$. Це свідчить про сильний лінійний зв'язок між параметром анізотропії ϵ та максимальною несучою здатністю досліджуваних мультифракталів у межах дослідженого діапазону (рис. 6).

Висновки.

Експериментально визначено граничну несучу здатність п'яти типів трапецеїдальних мультифракталів (А, В, С, D, Е), виготовлених методом FDM 3D-друку з матеріалу PETG. Встановлено, що максимальне навантаження руйнування досліджуваних структур змінюється в межах від 3030 до 4830 Н.

Встановлено, що зі збільшенням параметра анізотропії ϵ гранична несуча здатність трапецеїдальних мультифракталів монотонно зростає та в межах дослідженого діапазону з високою точністю описується лінійною залежністю ($R^2 = 0,99$). Це підтверджує можливість керування міцністю конструкцій шляхом зміни внутрішньої мультифрактальної топології.

Встановлено, що незалежно від типу мультифрактала руйнування конструкцій відбувається шляхом формування похилих площин зсуву. За рівномірного прикладання стискаючого навантаження найбільш інтенсивні залишкові деформації локалізуються переважно у крайових ділянках зразків.

тримані результати можуть бути використані для проектування легких конструкцій із керованими механічними властивостями та оптимізації геометрії мультифрактальних структур, призначених для елементів машинобудування, транспортної техніки, будівництва й адитивного виробництва.

Список використаних джерел

1. Grabar I.G. Synthesis of Multifractals. — Zhytomyr: Polissia National University, 2023. — 200 p.
2. Grabar I.G., Kubrak Y.O. Synthesis of Multifractals by Brownian Dynamics of a Point in a Field of N Central Forces. In: Skiadas C.H., Dimotikalis Y. (Eds.). 16th Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS 2023). Springer Proceedings in Complexity. Cham: Springer, 2024. P. 157–174. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-60907-7_13
3. Грабар І.Г., Грабар О.І. Фрактальні орнаменти. — Житомир: Поліський національний університет, 2021. — 298 с.
4. Грабар І.Г., Кульман С.М., Ксюковський О.В., Дубовик Д.А. Конструювання, 3D-друк та експериментальне дослідження перколяційно-фрактальних композитних конструкційних елементів. // Podilian Bulletin: Agriculture, Engineering, Economics. 2025. № 2(43). DOI: <https://doi.org/10.37406/2706-9052-2025-2.27>
5. Gao Y., Jiang J., De Schutter G., Ye G., Sun W. Fractal and Multifractal Analysis on Pore Structure in Cement Paste. // Construction and Building Materials. 2014. Vol. 69. P. 253–261. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.07.065>

6. Bespalhuk K.J., de Oliveira T.J.C., Valverde J.V.P., Gonçalves R.A., Ferreira-Neto L., Souto P.C.S., Silva J.R., de Souza N.C. Fractal Analysis of Microstructures in Portland Cement Pastes – Effect of Curing Conditions. // Construction and Building Materials. 2023. Vol. 363. Article 129881. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.129881>
7. Balankin A.S., Ramírez-Joaquín J., González-López G., Hernández S.G. Formation Factors for a Class of Deterministic Models of Pre-Fractal Pore-Fracture Networks. // Chaos, Solitons & Fractals. 2022. Vol. 162. Article 112452. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.112452>
8. Balankin A.S. Physics of Fracture and Mechanics of Self-Affine Cracks. // Engineering Fracture Mechanics. 1997. Vol. 57. No. 2–3. P. 135–203. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(97\)00007-6](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(97)00007-6)
9. Mesón A.M., Vericat F. On Multifractal Rigidity. // Mathematical Physics and Analysis of Geometry. 2011. Vol. 14. No. 4. P. 295–320. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11040-011-9098-y>
10. Carpinteri A., Chiaia B. Multifractal Scaling Law for the Fracture Energy Variation of Concrete Structures. // Fracture Mechanics of Concrete Structures. Freiburg: AEDIFICATIO Publishers, 1995. P. 581–596.
11. Harte D. Multifractals: Theory and Applications. — Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2001. — 264 p.
12. Falconer K. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. 3rd ed. — Chichester: John Wiley & Sons, 2014. — 398 p.
13. Vicsek T. Fractal Growth Phenomena. 2nd ed. — Singapore: World Scientific Publishing, 1992. — 483 p.

Дата надходження статті до видання: 27.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Р. Р. Пишка^[0009-0005-0306-846X], Б. Я. Бакай^[0000-0002-8707-9895]

Національний лісотехнічний університет України

МЕТОД SIMP ІЗ ПРИСКОРЕННЯМ ЗБІЖНОСТІ ДЛЯ ТОПОЛОГІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НЕСУЧИХ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Запропоновано модифікацію методу SIMP для топологічної оптимізації несучих елементів машинобудівних конструкцій – алгоритм FA-SIMP (Forward-Accelerated SIMP), який поєднує адаптивний крок випередження з керованим інерційним коефіцієнтом, побудованим за схемою FISTA, та подвійну проєкцію точки випередження на боксову й об'ємну допустимі множини. На відміну від класичної проєктовано-градієнтної схеми, у FA-SIMP чутливість обчислюється не в поточному наближенні, а у фізично допустимій точці випередження, зміщеній уздовж напрямку попереднього поступу, що змінює траєкторію оптимізації та прискорює спадання цільової функції. Для запобігання розбіжності в неопуклій задачі застосовано адаптивний рестарт імпульсу, який скидає інерцію в разі помітного зростання податливості. Такий підхід дає змогу оцінити не лише кінцеву жорсткість оптимізованої конструкції, а й стійкість самого ітераційного процесу за зміни геометрії та дискретизації. Метод досліджено на задачі мінімізації пружної податливості консольної балки у плоско-напруженому стані для трьох конфігурацій (A, B, C), що відрізняються геометричними розмірами та густиною скінченно-елементної сітки (від 2700 до 6480 елементів) за однакової об'ємної частки матеріалу, однакового бюджету ітерацій та конусної фільтрації поля чутливостей. Встановлено, що FA-SIMP стабільно знижує пружну податливість (до 3.95 %), індекс сірості (до 10.90 %) та максимальні переміщення (до 3.92 %), одночасно підвищуючи статичну жорсткість конструкції за незмінної маси й практично незмінного часу обчислень (у межах кількох відсотків). Ефект прискорення закономірно зростає з розмірністю задачі, а чіткіша бінаризація поля густин спрощує перенесення результату у CAD-модель. Отримані результати підтверджують, що крок випередження з подвійною проєкцією є практичним, сітково-стабільним прискоренням методу SIMP, придатним для автоматизованого проєктування полегшених несучих деталей машин.

Ключові слова: топологічна оптимізація, SIMP, FA-SIMP, прискорений градієнтний спуск, крок випередження, консольна балка, скінченно-елементний аналіз, індекс сірості, сіткова стабільність.

R. R. Pyshka, B. Ya. Bakay

FORWARD-ACCELERATED SIMP FOR TOPOLOGY OPTIMIZATION OF LOAD-BEARING MACHINE PARTS

A modification of the SIMP method for topology optimization of load-bearing elements of mechanical engineering structures is proposed – the FA-SIMP (Forward-Accelerated SIMP) algorithm, which combines an adaptive lookahead step governed by a FISTA-type momentum coefficient with a double box/volume projection of the lookahead point. The sensitivity is evaluated at a physically admissible lookahead point shifted along the previous descent direction, and an adaptive momentum restart reduces the risk of divergence in the non-convex problem. This approach makes it possible to assess not only the final stiffness of the optimized structure but also the stability of the iterative process under changes in geometry and discretization. The method is studied on compliance minimization of a cantilever beam for three configurations differing in physical size and finite-element mesh density. At the same volume fraction and iteration budget, FA-SIMP consistently reduces compliance (up to 3.95 %), grayness index (up to 10.90 %) and maximum displacement while preserving the prescribed mass and keeping the computation time practically unchanged, providing a mesh-stable acceleration of SIMP.

Keywords: topology optimization, SIMP, FA-SIMP, accelerated gradient descent, lookahead step, cantilever beam, finite element analysis, grayness index, mesh stability.

Problem statement. Rising requirements for energy efficiency, environmental performance and reliability of products stimulate the search for more refined methods of designing machine parts and assemblies [4]. In mechanical engineering this is especially relevant for load-bearing elements that operate under variable force, inertial and contact loads: brackets, base plates, levers, frame members, housing parts, mounting lugs and other critical components. During operation such parts carry loads from working bodies, drives, support nodes, and from the machine–environment interaction and the material is loaded non-uniformly – some regions carry the main share of the force flow, while others remain underloaded. It is precisely this non-uniformity that gives rise to stress-concentration zones near supports, attachment points, holes and points of application of external forces.

Traditional design of machine parts largely relies on inflated safety factors for strength and stiffness. As a consequence, the structure acquires excess mass, which degrades the energy efficiency of the machine, its dynamic behavior, material consumption and manufacturability. Therefore, one of the priority directions of modern mechanical engineering is the reduction of part mass while preserving the required strength, stiffness and operational reliability. The tools that allow this task to be addressed systematically at the design stage are the means of engineering analysis and shape optimization of critical parts [3].

Topology optimization stands out among such tools in that it automatically redistributes material within a prescribed design domain and produces a rational part shape in which the material is concentrated mainly along the principal force flows. This approach not only reduces mass but also raises the efficiency

of material use, leaving material exactly in the zones that most affect the strength and stiffness of the product.

Among the density-based methods of topology optimization, SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) remains one of the most widely used. Despite its recognized advantages, classical SIMP has a number of limitations that complicate its application to real engineering problems [6]. The convergence of the basic scheme slows down at intermediate density values, especially for elongated or complexly loaded parts with a large ratio of characteristic dimensions. At the same time, mesh refinement degrades the binarization quality of the result: gray zones with intermediate density values accumulate in the design domain, which complicates the transfer of the solution to a CAD model. Finally, when the geometric proportions, boundary conditions and mesh density are changed, SIMP results may differ noticeably in compliance, grayness index and the character of the final topology, which raises the question of the mesh and geometric stability of the method.

Therefore, the practical use of topology optimization requires algorithms that combine efficient material redistribution with predictable convergence and reduced sensitivity to mesh parameters. Overcoming these limitations requires modifications of SIMP that simultaneously accelerate convergence, improve the discreteness of the density distribution and preserve the stability of the result when the geometric and mesh parameters change.

Analysis of recent research and publications. Topology optimization emerged as an independent research field after the seminal work of Bendsøe and Kikuchi [5], in which the optimal material-distribution problem was formulated on the basis of the homogenization approach. The further development of density methods is associated with the penalized interpolation of material properties, which laid the foundation of the SIMP method. Its canonical realization as the 99-line MATLAB code by Sigmund [6] established SIMP as a reference algorithm, while the generalized theoretical foundations of density methods, systematized in a monograph [7], shaped the subsequent development of the field.

A key role in ensuring the stability of numerical solutions is played by the regularization of the sensitivity field. Bourdin [8] showed that a cone filter of radius $r_{\min}$ effectively removes the characteristic “checkerboard” oscillations caused by low-order finite elements. Sigmund and Petersson [9] systematized the three main classes of numerical instabilities – the checkerboard effect, mesh dependence and local minima – and proposed a methodology for eliminating them by filtering and perimeter constraints. The improved implementation as an 88-line code with vectorized assembly of the stiffness matrix [10] became the base platform for subsequent modifications.

Subsequent studies focused on the suppression of gray elements. Lazarov and Sigmund [11] replaced the classical cone filter with a PDE filter based on the Helmholtz equation, ensuring independence of the result from the mesh structure, while Wang, Lazarov and Sigmund [12] combined such a filter with a Heaviside projection, which made it possible to control the sharpness of the material–void interface. Lian et al. [13] applied a hierarchical double penalization of intermediate densities, achieving a noticeable reduction of the grayness index without loss of stiffness. In the direction of mathematical analysis, Papadopoulos [14] proved the convergence of discrete SIMP solutions to continuous ones under mesh refinement provided correct regularization, while Sigmund and Maute [15] generalized the development of density, level-set and phase-field methods in a single review. Among the engineering generalizations, multiscale formulations [16] and multi-material extensions [17] are worth noting, which extend the basic SIMP to structures with functional gradients and combinations of different alloys.

A separate direction is associated with the acceleration of the iterative process. The idea of inertial acceleration of first-order methods goes back to the work of Beck and Teboulle [18], in which, for convex non-

smooth problems, an acceleration of convergence from $O(1/k)$ to $O(1/k^2)$ was proved by means of a lookahead step (FISTA). Although the SIMP problem is non-convex, in a number of numerical experiments inertial modifications of the OC scheme empirically demonstrate accelerated reduction of compliance without

additional global assumptions, which motivates the development of accelerated variants of the method.

Applied studies confirm the expediency of applying numerical modeling and optimization to load-bearing machine elements. Thus, in [1], modelling and dynamic analysis of an integrated system of lifting equipment were carried out, while in the work of Husachuk et al. [3], the QForm software was used to optimize the hot-die-forging process of a hydraulic-cylinder lug forging – a typical machine element. The application of topology optimization directly to load-bearing machine elements was considered by the authors in [2]. However, the available literature does not report a systematic comparison of classical SIMP

with inertially accelerated variants on a series of similar cantilever problems differing in geometry and finite-element mesh parameters. This is precisely what determines the relevance of the present study.

Research objectives. The aim of the work is to increase the efficiency of the SIMP method for topology optimization of load-bearing elements of mechanical engineering structures by introducing an adaptive lookahead step, as well as a systematic assessment of the advantages of the resulting FA-SIMP algorithm over classical SIMP on a series of cantilever beams with different geometric dimensions and different finite-element mesh discretizations.

To achieve this aim, the following tasks were solved: the optimization problem of minimizing the elastic compliance of a cantilever beam under a volume constraint and box constraints on the densities was formalized; the classical SIMP algorithm with cone filtering and a projected-gradient update was described as the reference method; the FA-SIMP (Forward-Accelerated SIMP) algorithm with a FISTA-type adaptive inertial sequence and a double projection of the lookahead point was formulated; both methods were implemented in a common software environment and a comparative computation was performed on three cantilever configurations (A, B and C) with different physical dimensions and different numbers of finite elements; and the results were analyzed in terms of stiffness, topology quality and computational efficiency.

The expected practical result is the formulation of recommendations for applying FA-SIMP in the automated design of load-bearing machine parts with reduced material consumption, provided that the method remains stable when the relative dimensions of the cantilever and the finite-element mesh density are varied.

Presentation of the main material. We consider the problem of minimizing the elastic compliance of an isotropic two-dimensional plane-stress structure at a prescribed volume fraction of material:

$$\min_{\rho \in \mathbb{R}} C(\rho) = F^T U(\rho) \quad (1)$$

subject to

$$K(\rho)U(\rho) = F \quad (2)$$

$$\sum_{e=1}^N \rho_e V_e \leq V^* = f \sum_{e=1}^N V_e \quad (3)$$

$$\rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, e = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

where $C(\rho)$ is the elastic compliance of the structure; F is the vector of external nodal forces; $U(\rho)$ is the vector of nodal displacements; $K(\rho)$ is the global stiffness matrix of the system; $\rho = \{\rho_1, \dots, \rho_N\}$ is the vector of design variables (relative densities of N finite elements); V_e is the volume of the e -th element; V^* is the admissible total volume; $f \in (0, 1)$ is the prescribed volume fraction of material; $\rho_{\min} = 10^{-3}$ is the lower density bound that prevents degeneration of the stiffness matrix.

Equation (2) is the equilibrium condition of the finite-element model, inequality (3) bounds the total material volume, and relations (4) impose box constraints on each design variable. The work considers the classical compliance formulation without a stress constraint, which allows the effect of the algorithmic acceleration itself to be isolated.

The dependence of the element Young's modulus on its density is given by the SIMP power-law interpolation

$$E_e(\rho_e) = E_{\min} + \rho_e^p (E_0 - E_{\min}) \quad (5)$$

where $E_e(\rho_e)$ is the effective Young's modulus of the e -th element; $E_0 = 210$ GPa is the Young's modulus of the solid material (structural steel); $p = 3$ is the penalization exponent that makes intermediate densities energetically unfavorable and drives them towards the values 0 or 1; $E_{\min} = 10^{-9} E_0$ is the residual stiffness of void elements.

The minimum modulus is set as a very small fraction of the solid-material modulus and is used to ensure the numerical stability of the analysis in the presence of elements with zero or near-zero density. The discreteness of the density distribution is quantified by the grayness index

$$M_{\text{nd}} = \frac{4 \sum_e \rho_e (1 - \rho_e) V_e}{\sum_e V_e}, \quad (6)$$

where the summation is taken over all elements, and V_e are their volumes.

A value $M_{\text{nd}} = 0$ corresponds to a perfectly binary distribution ($\rho_e \in \{0, 1\}$), whereas $M_{\text{nd}} = 1$ corresponds to a fully uniform field $\rho_e = 0.5$. Smaller values of M_{nd} mean sharper topology boundaries and a simpler transfer of the result to CAD documentation.

It is convenient to characterize the integral stiffness of the part by the static stiffness

$$k_{\text{stat}} = \frac{F}{u_{\max}}, \quad (7)$$

where F is the magnitude of the applied load, and $u_{\max}$ is the magnitude of the maximum nodal displacement.

A larger value of k_{stat} corresponds to a stiffer structure under the same load.

The design domain is a two-dimensional rectangular plate in a plane-stress state of thickness $h = 12$ mm, made of structural steel with Young's modulus $E_0 = 210$ GPa, Poisson's ratio $\nu = 0.30$ and density $\rho_{\text{mat}} = 7870$ kg/m³. All nodes of the left edge are rigidly clamped (all degrees of freedom fixed), and a concentrated vertical force $F = 8000$ N directed downwards is applied at the midpoint of the right edge. This scheme reproduces the characteristic operation of a cantilever bracket or a base plate. In the immediate vicinity of the point of load application and of the left edge, small passive zones with $\rho \equiv 1$ are prescribed to avoid singular stress concentrations.

The basic SIMP algorithm is implemented in the form of a projected-gradient descent with cone filtering of the sensitivity field. At each k -th iteration the global stiffness matrix $K(\rho^{(k)})$ is assembled and the linear system (2) is solved by sparse LU factorization, after which the element-wise compliance sensitivity is computed

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = -p \rho_e^{p-1} (E_0 - E_{\min}) u_e^T k_0 u_e, \quad (8)$$

where u_e is the vector of nodal displacements of the e -th element; k_0 is the stiffness matrix of an element with unit Young's modulus; the remaining notation corresponds to equation (5).

The negative sign shows that increasing the element density reduces the compliance. The resulting sensitivity field is smoothed by a cone filter of radius $r_{\min}$, whose weight coefficient decays linearly with the distance between element centers

$$H_{ej} = \max(0, r_{\min} - \|x_e - x_j\|), \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial \rho_e} = \frac{1}{\rho_e \sum_j H_{ej}} \sum_j H_{ej} \rho_j \frac{\partial C}{\partial \rho_j}, \quad (10)$$

where H_{ej} is the weight coefficient of the influence of element j on element e ; x_e and x_j are the coordinates of their centers; and $\partial \tilde{C} / \partial \rho_e$ is the smoothed sensitivity.

Equation (10) reproduces the mesh-independence sensitivity filter of the Sigmund 99-line code [6]: the raw sensitivities are replaced by a weighted average normalized by the element density and by the sum of the weights, so that the filtered field remains consistent in magnitude. Filtering suppresses the checkerboard oscillations of the low-order four-node elements and enforces a minimum characteristic size of the load-bearing members of the topology.

The design variables are updated by a projected-gradient descent step with projection onto the admissible set

$$\rho_e^{(k+1)} = \text{Proj}_{\mathcal{B} \cap \mathcal{V}} \left(\rho_e^{(k)} - s_k \frac{\partial \tilde{C} / \partial \rho_e}{\|\nabla \tilde{C}\|_{\infty}} \right), \quad (11)$$

where s_k is the step size; $\|\nabla \tilde{C}\|_{\infty}$ is the normalizing factor (the maximum absolute value of the smoothed sensitivity); $\mathcal{B} = \{\rho: \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1\}$ is the box set; and $\mathcal{V} = \{\rho: \sum_e \rho_e V_e = V^*\}$ is the volume set.

The step size s_k sets the descent step length, that is, how far the design moves along the normalized sensitivity direction at iteration k . Because the sensitivity is divided by its infinity norm $\|\nabla \tilde{C}\|_{\infty}$, the search direction is dimensionless and bounded in magnitude, so s_k directly limits the largest density change of any element before projection. In this work s_k is held constant over the iterations and is taken slightly larger for FA-SIMP than for SIMP, since the inertial step damps the oscillations that a larger raw step could otherwise induce; the chosen values are $s_k = 0.14$ for SIMP and $s_k = 0.22$ for FA-SIMP. A constant step keeps the comparison transparent and reproducible, while the per-iteration move limit and the subsequent projection guarantee that the update stays within the admissible set.

The projection $\text{Proj}_{\mathcal{B} \cap \mathcal{V}}$ is implemented as a bisection over the Lagrange multiplier of the volume constraint followed by clipping to the box interval. The iterations continue until the convergence criterion (18) is satisfied or the maximum number of iterations is reached.

The proposed FA-SIMP algorithm extends the described scheme with an inertial lookahead step computed from the two previous approximations. The momentum coefficient is formed recursively by a scheme analogous to FISTA

$$t_0 = 1, t_{k+1} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4t_k^2} \right), \quad (12)$$

$$\beta_k = \min\left(\frac{t_k - 1}{t_{k+1}}, \beta_{\max}\right), \quad (13)$$

where t_k is an auxiliary cumulative parameter; β_k is the momentum coefficient; and $\beta_{\max} = 0.62$ is its upper bound, which limits possible oscillations in the non-convex problem.

The sequence β_k grows monotonically from zero (at $t_0 = 1$) to $\beta_{\max}$ over about four iterations, gradually strengthening the inertial step. Inside the parentheses of (13) the comma separates the two arguments of the min operator: the coefficient β_k is taken as the smaller of the FISTA ratio $(t_k - 1)/t_{k+1}$ and the prescribed cap $\beta_{\max}$, so that the momentum can never exceed $\beta_{\max}$ even when the ratio approaches one.

The lookahead point is formed by adding the inertial shift

$$y^{(k)} = \rho^{(k)} + \beta_k(\rho^{(k)} - \rho^{(k-1)}), \quad (14)$$

where $y^{(k)}$ is the lookahead point, and $\rho^{(k)}$ and $\rho^{(k-1)}$ are the current and previous approximations.

To keep the point physically meaningful, it is necessarily projected onto the admissible set

$$y^{(k)} \leftarrow \text{Proj}_{\mathcal{B} \cap \mathcal{V}}(y^{(k)}). \quad (15)$$

At the projected point $y^{(k)}$ the stiffness matrix, displacements and smoothed sensitivity are recomputed, after which a projected-gradient update step is performed

$$\rho_e^{(k+1)} = \text{Proj}_{\mathcal{B} \cap \mathcal{V}}\left(y_e^{(k)} - s_k \frac{\tilde{\partial} \tilde{C} / \partial y_e}{\|\tilde{\nabla} \tilde{C}(y^{(k)})\|_\infty}\right), \quad (16)$$

that is, the update is applied to the values at the lookahead point, and the result is again projected onto $\mathcal{B} \cap \mathcal{V}$. The double projection is the defining difference of FA-SIMP from a plain addition of momentum to the step: it ensures that both the lookahead point $y^{(k)}$ and the new approximation $\rho^{(k+1)}$ simultaneously satisfy the box and volume constraints.

Since the problem is non-convex, the inertial step may cause the objective function to grow. To prevent divergence, an adaptive momentum restart is applied: if the compliance grows relative to the previous iteration by more than $\alpha_r = 6\%$, the cumulative parameter and the momentum coefficient are reset to their initial values

$$C^{(k+1)} > (1 + \alpha_r)C^{(k)} \Rightarrow t_{k+1} := 1, \beta_k := 0. \quad (17)$$

The iterative process stops by the density-stabilization criterion

$$\Delta_k = \max_e \left| \rho_e^{(k+1)} - \rho_e^{(k)} \right| < \varepsilon, \quad (18)$$

where Δ_k is the maximum element-wise density change between successive iterations, and ε is a prescribed threshold; alternatively, the process stops when the maximum number of iterations $k_{\max} = 140$ is reached.

Both algorithms were implemented in Python 3.11 using sparse linear algebra (SciPy), vectorized operations (NumPy) and four-node isoparametric plane-stress elements; the computations were performed on an Apple M1 processor with 16 GB of RAM. The general parameters of the numerical experiment are listed in Table 1, and the geometric and mesh parameters of the three computational cases are listed in Table 2.

Table 1

General parameters of the numerical experiment

Parameter	Value
Target volume fraction of material f	0.40
SIMP penalization exponent p	3.0
Cone filter radius $r_{\min}$, elem.	2.4–2.6
Upper bound of the momentum coefficient $\beta_{\max}$	0.62
Adaptive restart threshold α_r	0.06
Density convergence criterion ε	$5 \cdot 10^{-4}$
Maximum number of iterations $k_{\max}$	140
Young's modulus of the material E_0 , GPa	210
Poisson's ratio ν	0.30
Material density ρ_{mat} , kg/m ³	7870
Plate thickness h , mm	12
Concentrated load F , N	8000

Case A corresponds to a compact bracket (aspect ratio 3:1, the coarsest mesh), case B to a cantilever of medium length (4.5:1, a moderately dense mesh), and case C to an elongated cantilever (5:1) with the largest number of finite elements. For all three cases the same initial density distribution $\rho_e^{(0)} = f = 0.40$ and the same maximum number of iterations were used, which ensures the correctness of the comparison of the methods.

Table 2

Geometry and discretization of the computational cases

Case	Beam size $L_x \times L_y$, mm	Aspect ratio L_x/L_y	Mesh $N_x \times N_y$	Elements N_{el}	Element size $\Delta x \times \Delta y$, mm	Filter radius r_{min} , elem.
A	300×100	3.00	90×30	2700	3.33×3.33	2.4
B	450×100	4.50	135×30	4050	3.33×3.33	2.4
C	600×120	5.00	180×36	6480	3.33×3.33	2.6

All six computations (three cases $\times$ two methods) converged by the prescribed criterion (18). A summary comparison of the engineering indicators is given in Table 3, and their percentage change on passing from SIMP to FA-SIMP in Table 4. This presentation makes it possible to compare both the absolute values of the engineering indicators and the relative gain obtained from the proposed acceleration in each computational case. Before turning to the analysis of the fields, we note a feature of the figure layout: the panels for cases A, B and C have different widths because the corresponding cantilevers differ in aspect ratio (3:1, 4.5:1 and 5:1) and are drawn at a single physical scale with the same scaling along the x and y axes; therefore, the longer cantilever naturally occupies a larger part of the figure. In all fields the top row (a) corresponds to classical SIMP, and the bottom row (b) to FA-SIMP.

Table 3

Comparison of the engineering indicators of SIMP and FA-SIMP in the three cases

Cas e	Method	Complianc e C , J	Grayness index M_{nd}	Max. displacement u_{max} , mm	Stiffness k_{stat} , N/mm	Mass m , kg	Time t , s
A	SIMP	6.9658	0.3411	0.8751	9142	1.1351	9.81
A	FA-SIMP	6.9405	0.3369	0.8716	9179	1.1333	9.87
B	SIMP	20.7771	0.4034	2.6125	3062	1.7006	15.63
B	FA-SIMP	19.9564	0.3594	2.5100	3187	1.6999	16.04
C	SIMP	25.9305	0.3521	3.2569	2456	2.7219	30.12
C	FA-SIMP	25.1042	0.3220	3.1513	2539	2.7199	31.03

Table 4

Percentage change of the metrics on passing SIMP $\rightarrow$ FA-SIMP

Case	ΔC , %	ΔM_{nd} , %	Δu_{max} , %	Δk_{stat} , %	Δm , %	Δt , %
A	-0.36	-1.23	-0.40	+0.40	-0.16	+0.55
B	-3.95	-10.90	-3.92	+4.09	-0.04	+2.57
C	-3.19	-8.53	-3.24	+3.35	-0.08	+3.01

A minus sign (“-”) denotes a decrease of the corresponding quantity, and a plus sign (“+”) its increase. For compliance, the grayness index, displacements and mass, a decrease is an improvement; for the static stiffness an improvement is an increase, whereas the increase of the computation time is a small price for the accelerated convergence.

As shown in Fig. 1, in all cases the topology takes the truss-like shape characteristic of a cantilever beam: diagonal struts are placed along the trajectories of the principal stresses and joined by horizontal chords. The advantages of FA-SIMP are most pronounced in case B, where the method forms noticeably sharper material-void interfaces, which corresponds to a reduction of the grayness index from 0.4034 to 0.3594 (by 10.90 %).

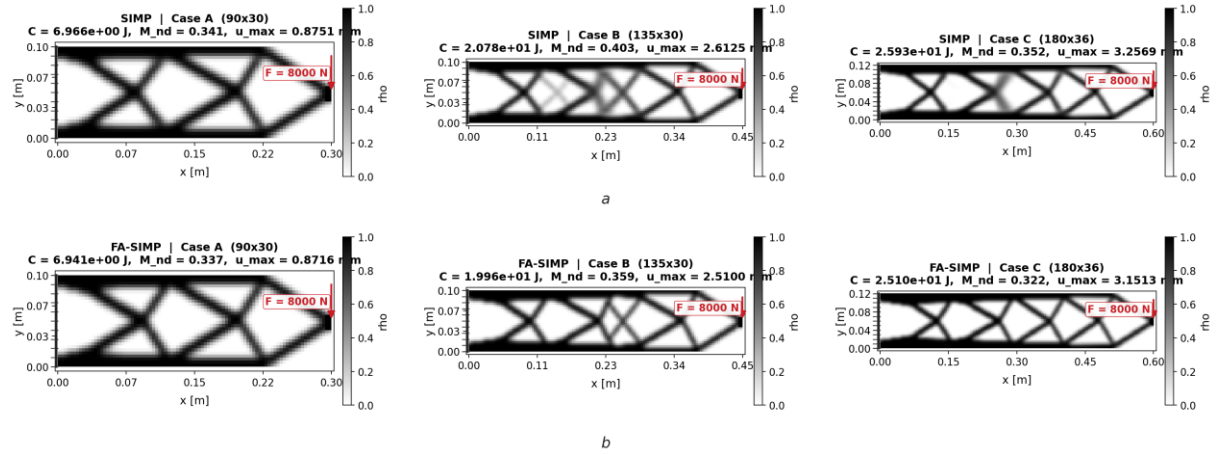


Fig. 1. Final topologies for the three cases (columns A, B, C): *a* – SIMP (top row); *b* – FA-SIMP (bottom row). The scale $\rho_e \in [0, 1]$ runs from white (void) to black (solid material)

The distribution of the specific elastic strain-energy density $w_e = \frac{1}{2}u_e^T k(\rho_e)u_e$ (clipped at the 98.5th percentile) is shown in Fig. 2. In FA-SIMP the energy is distributed more uniformly along the working struts, without local overloads, which directly correlates with the lower compliance value. The corresponding displacement-magnitude field with an overlaid deformed mesh is shown in Fig. 3.

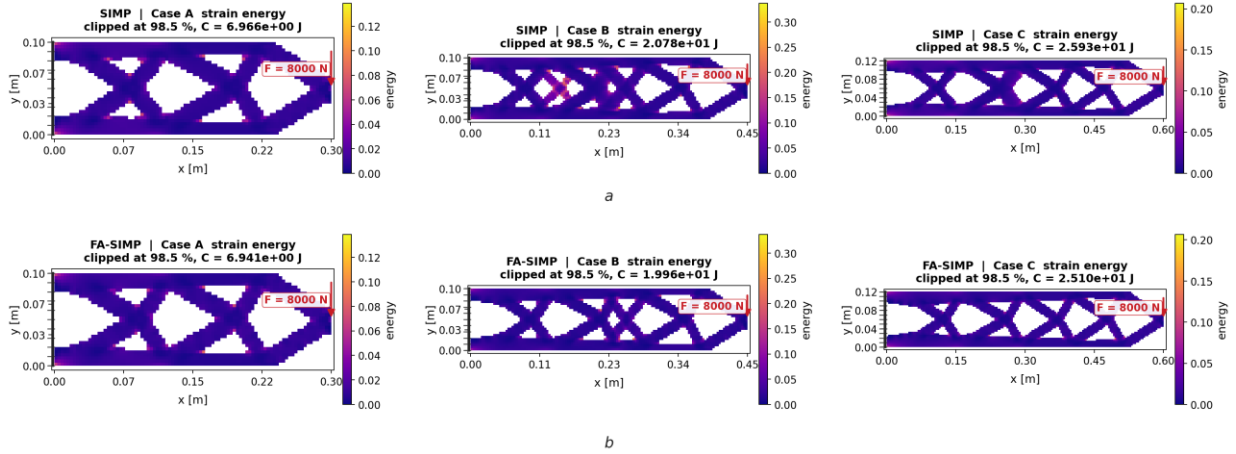


Fig. 2. Specific elastic strain-energy density field (clipped at the 98.5th percentile) for the three cases: *a* – SIMP; *b* – FA-SIMP

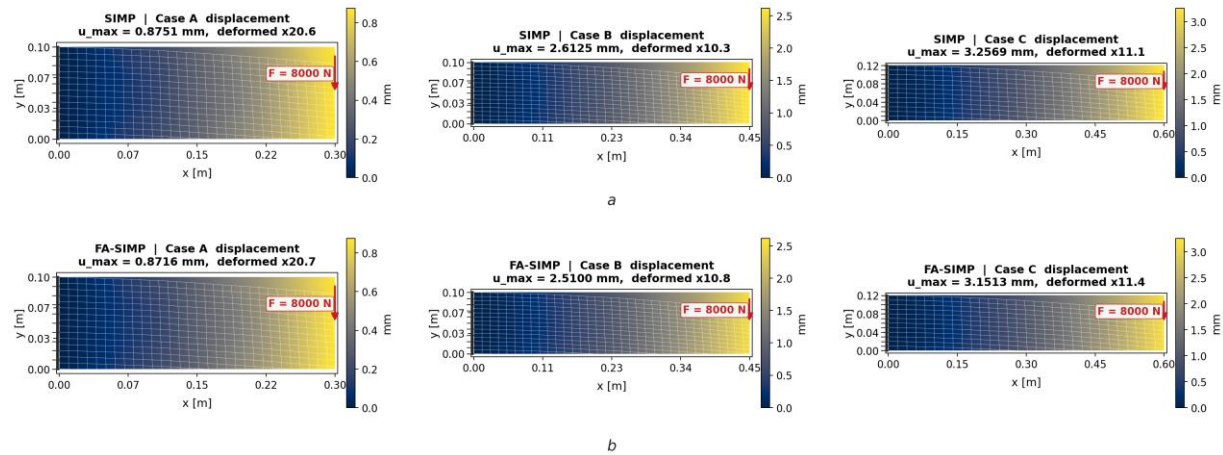


Fig. 3. Nodal displacement-magnitude field (mm) with an overlaid deformed mesh: *a* – SIMP; *b* – FA-SIMP

The convergence curves (Fig. 4) show that FA-SIMP steadily reaches a lower compliance value faster than classical SIMP. The steep drop of the compliance during the first $k \approx 20-30$ iterations is a consequence of the accumulated momentum $\beta_k \rightarrow \beta_{\max}$. The grayness-index dynamics of FA-SIMP shows

a characteristic step – a fast drop to a quasi-asymptotic value, whereas SIMP approaches the same level noticeably more slowly.

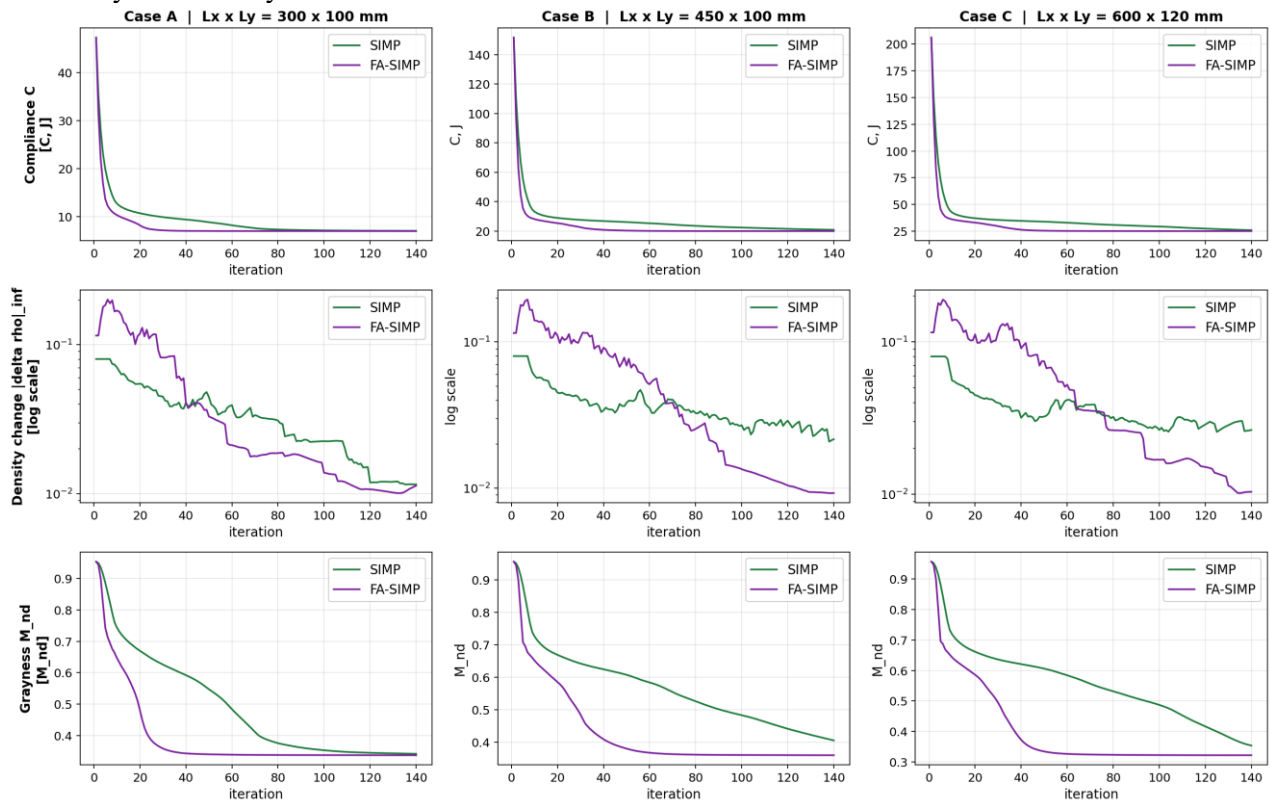


Fig. 4. Convergence dynamics for the three cases: compliance C , maximum density change Δ_k and grayness index M_{nd}

A generalized comparison of all the key metrics is presented in Fig. 5. The structural mass in both methods is practically the same (difference less than 0.2 %), which confirms the exact fulfillment of the volume constraint, whereas the relative increase in computation time does not exceed 3.01 %. Thus, the additional computational cost of the proposed acceleration is negligible.

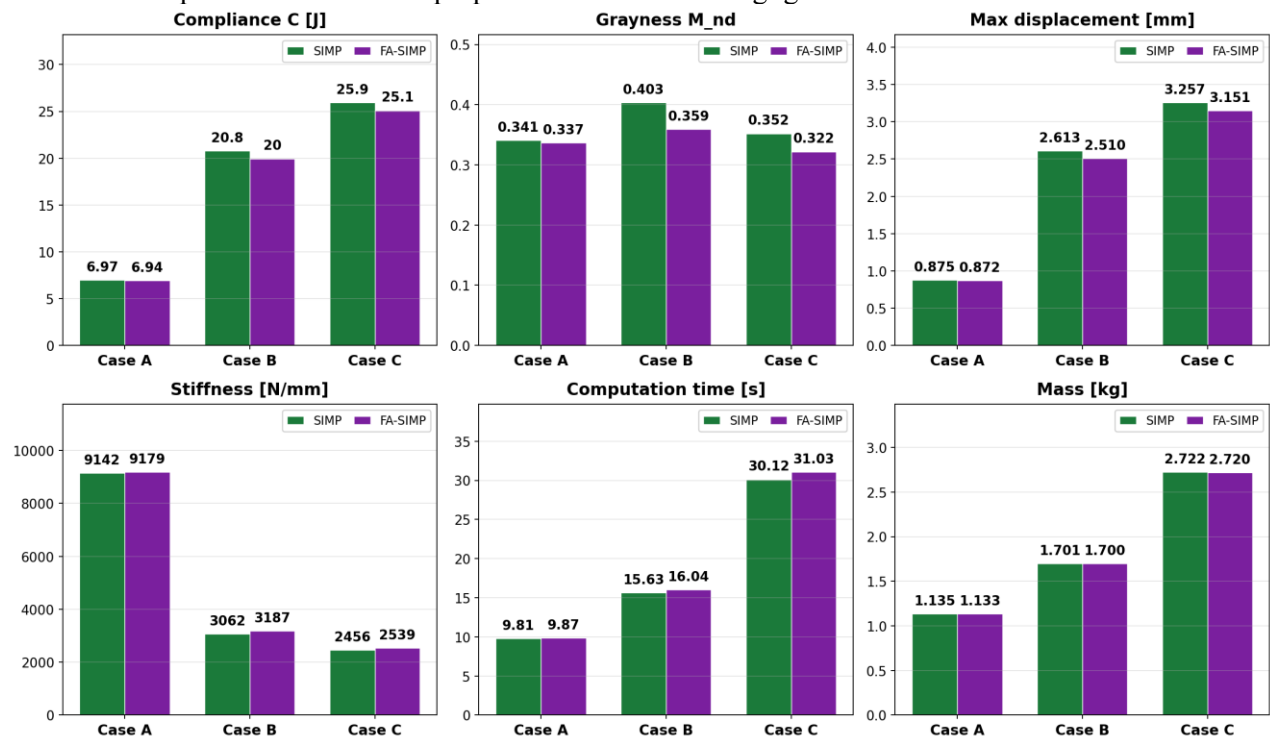


Fig. 5. Summary comparison over six metrics: compliance, grayness index, maximum displacement, static stiffness, computation time and mass. SIMP – dark green, FA-SIMP – purple

To complement the integral indicators, the local redistribution of material between the two optimized layouts was additionally analyzed. The density-difference field $\Delta\rho(x) = \rho^{\text{FA}}(x) - \rho^{\text{SIMP}}(x)$ (Fig. 6) visualizes the local differences between the two solutions: red zones correspond to the addition of material in FA-SIMP, blue zones to its removal. The averaged 1-norm of this field, computed by the formula

$$\|\Delta\rho\|_1 = \frac{1}{N} \sum_e |\rho_e^{\text{FA}} - \rho_e^{\text{SIMP}}|, \quad (19)$$

where ρ_e^{FA} and ρ_e^{SIMP} are the final element densities in the two methods, increases from case A to case C.

This reflects the strengthening of the acceleration effect as the problem dimensionality grows. The concentration of $\Delta\rho > 0$ at the truss-joint nodes and near the base of the cantilever shows that FA-SIMP consistently reinforces the regions that are critical for stiffness.

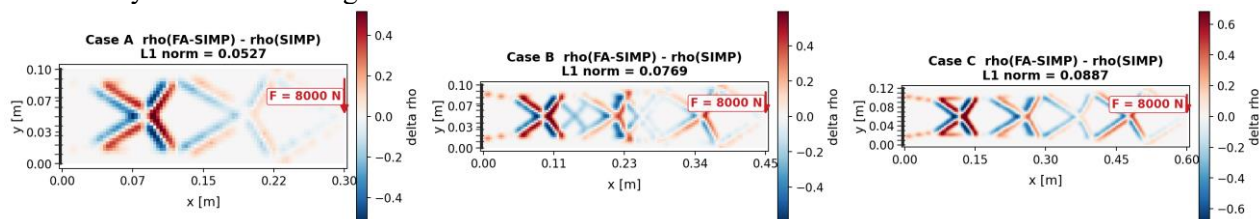


Fig. 6. Final density-difference field $\Delta\rho = \rho^{\text{FA}} - \rho^{\text{SIMP}}$ for the three cases: red zones – addition of material in FA-SIMP, blue – removal

Discussion of results. A comparison of the three cases reveals several regularities in the behavior of FA-SIMP when the geometric and mesh parameters are changed. The most pronounced of them is the scaling of the acceleration effect with the problem size: in the smallest case A the compliance improvement is about 0.4 %, whereas in the larger cases B and C it reaches 3.19–3.95 %. This dependence is consistent with the motivation behind FISTA-type acceleration – in problems with a larger number of design variables and slower local convergence, the inertial step yields a larger gain.

The grayness index improves even more steadily than the compliance: in cases B and C the value M_{nd} decreases by 8.5–10.9 %, with the distribution becoming distinctly two-valued without the use of additional projection functions (in particular, the Heaviside projection). This means that the lookahead step plays the role of an implicit projection: oscillating elements with $\rho_e \approx 0.5$ receive an additional push towards the nearest binary value, which is consistent with the reduction of the grayness index reported in Table 4.

A natural consequence of the better convergence is the increase of the static stiffness for all three cases. Although the minimization of compliance and the maximization of stiffness are equivalent asymptotically, for a limited number of iterations these indicators may diverge. The fact that FA-SIMP simultaneously improves both the compliance and the displacements indicates the achievement of a better local optimum for the same computational budget, rather than a shift of the trade-off between stiffness and deformability.

At the same time, the computational cost of the acceleration remains disproportionately small. The additional operations of FA-SIMP are associated mainly with the formation and projection of the lookahead point, which are vector operations of order $O(N)$, whereas the dominant cost, as in classical SIMP, falls on the solution of the finite-element system. This is exactly why the computation times of the two methods differ insignificantly – within a few percent.

The obtained results should be considered with the limitations of the study in mind. All experiments were performed on two-dimensional plane-stress models, whereas real load-bearing machine parts have a three-dimensional geometry and require verification of the method on hexahedral and tetrahedral elements. A single load case was considered, although typical load-bearing elements experience a spectrum of loads. Three points in the parameter space $(L_x/L_y, N_{\text{el}})$ were studied, whereas a strict limit passage under mesh refinement for a fixed geometry should be carried out separately. A sensitivity analysis with respect to the parameters β_{max} , r_{min} and p , which were taken standard for all cases, was also not performed. At the same time, the generalization of FA-SIMP to three-dimensional problems does not require conceptual changes – only the computational kernel (three-dimensional element stiffness matrices) changes, which outlines a natural direction for further research.

Conclusions. The aim of the work was to increase the efficiency of the SIMP method for topology optimization of load-bearing elements of mechanical engineering structures. It was achieved by introducing an adaptive lookahead step with controlled momentum built according to the FISTA scheme, together with a double projection of the lookahead point onto the box and volume sets, which jointly form the FA-SIMP

algorithm. The reference SIMP and the proposed FA-SIMP were implemented in a common environment and compared on identical cantilever benchmarks, so that the differences reported below are attributable to the acceleration mechanism alone.

The key mechanism behind the improvement is that the sensitivity in FA-SIMP is evaluated not at the current iterate but at a physically admissible lookahead point shifted forward along the direction of the previous progress. Because the design at which the gradient is sampled already anticipates the descent, the method follows a more efficient trajectory and reaches a better local optimum within the same iteration budget. This mechanism can explain the simultaneous improvement of several indicators – a faster drop of the compliance, a sharper binarization of the density field and a higher static stiffness – that in a fixed-budget run would otherwise trade off against one another. The double projection keeps both the lookahead point and the new iterate inside the box and volume sets, so the mass is held at the prescribed level: the part is lightened not by removing mass but by redistributing the same mass more rationally.

The numerical experiment quantified a clear tendency between the problem dimensionality and the gain from acceleration. As the number of design variables grows, the local convergence of classical SIMP slows down, and the inertial step compensates for this slowdown, so the effect of FA-SIMP grows accordingly – from a fraction of a percent in the smallest case (0.36 % in compliance) to 3.19–3.95 % in compliance and 8.5–10.9 % in the grayness index in the larger cases, while the maximum displacement decreases by up to 3.92 % and the static stiffness increases by up to 4.09 %. Since the additional operations are of order $O(N)$ and do not change the dominant cost of solving the finite-element system, the acceleration leaves the computation time practically unaffected – the difference between the methods stays within a few percent, and the structural mass differs by less than 0.2 %.

Two findings are of particular methodological value. First, the lookahead step acts as an implicit binarization: without any Heaviside or other projection function, FA-SIMP yields a markedly more discrete density field, which is precisely the property that classical SIMP lacks and that usually has to be enforced by extra penalization. Second, the gains were obtained with a single, unchanged set of algorithmic parameters across three different aspect ratios and mesh densities, which indicates the mesh and geometric stability of the method and distinguishes it from accelerations that require case-by-case retuning.

The practical value of the obtained results is that FA-SIMP produces a sharper and more stable material distribution when the geometry and mesh density are varied, and therefore reduces the amount of manual post-processing of the topology and simplifies the transfer of the result to a CAD model of load-bearing machine parts. Prospects for further research are associated with extending the method to three-dimensional problems, accounting for the spectrum of operational loads, and integrating it with the assessment of fatigue life.

References:

1. Loveikin V., Romasevych Y., Bakay B., Rudko I., Radiak I. Modelling and Dynamic Analysis of an Integrated Hydraulic Forest Crane-Winch System for Timber Extraction. FME Transactions. 2025. Vol. 53, No. 4. P. 625–638. DOI: <https://doi.org/10.5937/fme2504625L>.
2. Pyshka R., Bakay B. Improvement of the SIMP method for topology optimization of load-bearing elements of forest machinery structures. Forestry Education and Science: Current Challenges and Development Prospects (ICBSDW 2026). 2026. URL: <https://conf.nltu.edu.ua/index.php/nltu150/article/view/511>.
3. Husachuk D. A., Klymenko O. D., Parfentieva I. O., Dmytriuk M. V., Imbirovych N. Yu., Feshchuk Yu. P., Karpiuk M. M. Optimization of the hot-die-forging process of a hydraulic-cylinder lug forging in the QForm software. Naukovi Notatky. 2021. Iss. 72. P. 80–87. DOI: <https://doi.org/10.36910/775.24153966.2021.72.12>.
4. Liu J., Ma Y. A survey of manufacturing oriented topology optimization methods. Advances in Engineering Software. 2016. Vol. 100. P. 161–175. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.07.017>.
5. Bendsoe M. P., Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1988. Vol. 71, No. 2. P. 197–224. DOI: [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(88\)90086-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2).
6. Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2001. Vol. 21, No. 2. P. 120–127. DOI: <https://doi.org/10.1007/s001580050176>.

7. Bendsøe M. P., Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Methods and Applications. 2nd ed. Berlin; Heidelberg: Springer, 2004. 370 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05086-6>.
8. Bourdin B. Filters in topology optimization. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2001. Vol. 50, No. 9. P. 2143–2158. DOI: <https://doi.org/10.1002/nme.116>.
9. Sigmund O., Petersson J. Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. Structural Optimization. 1998. Vol. 16. P. 68–75. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01214002>.
10. Andreassen E., Clausen A., Schevenels M., Lazarov B. S., Sigmund O. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2011. Vol. 43, No. 1. P. 1–16. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0594-7>.
11. Lazarov B. S., Sigmund O. Filters in topology optimization based on Helmholtz-type differential equations. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2011. Vol. 86, No. 6. P. 765–781. DOI: <https://doi.org/10.1002/nme.3072>.
12. Wang F., Lazarov B. S., Sigmund O. On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2011. Vol. 43, No. 6. P. 767–784. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0602-y>.
13. Lian R., Jing S., He Z., Shi Z. A Hierarchical Double Penalty Method of Gray-Scale Elements for SIMP in Topology Optimization. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics. 2020. Vol. 32, No. 8. P. 1349–1356. DOI: <https://doi.org/10.3724/SP.J.1089.2020.18064>.
14. Papadopoulos I. P. A. Numerical analysis of the SIMP model for the topology optimization problem of minimizing compliance in linear elasticity. Numerische Mathematik. 2025. Vol. 157, No. 1. P. 213–248. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00211-024-01438-3>.
15. Sigmund O., Maute K. Topology optimization approaches: A comparative review. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2013. Vol. 48, No. 6. P. 1031–1055. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00158-013-0978-6>.
16. Gao J., Luo Z., Li H., Gao L. Topology optimization for multiscale design of porous composites with multi-domain microstructures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2019. Vol. 344. P. 451–476. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.10.017>.
17. Li D., Kim I. Y. Multi-material topology optimization for practical lightweight design. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2018. Vol. 58, No. 3. P. 1081–1094. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00158-018-1953-z>.
18. Beck A., Teboulle M. A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems. SIAM Journal on Imaging Sciences. 2009. Vol. 2, No. 1. P. 183–202. DOI: <https://doi.org/10.1137/080716542>.

Reviewer: O. A. Kuzin, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Applied Mechanics and Mechanical Engineering Technology, Ukrainian National Forestry University.

Дата надходження статті до видання: 27.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення: 28.05.2026

М. В. Коваленко [0000-0003-3290-7259], Т. О. Соловійова [0000-0003-0222-6890]

*Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"***РОЗРОБКА ТА СТРУКТУРНО-ФАЗОВА ЕВОЛЮЦІЯ БІОДЕГРАДУЮЧОГО
ВИСОКОЕНТРОПІЙНОГО СПЛАВУ Fe-Zn-Mn-Cu**

Проведено синтез та дослідження закономірностей структурно-фазової еволюції еквіатомного високоентропійного сплаву системи Fe-Zn-Mn-Cu. Отримання сплаву здійснювали методами порошкової металургії: високоенергетичним механічним легуванням (20 годин у середовищі петролейного ефіру) з подальшим рідиннофазним спіканням за температури 900 °C в атмосфері чистого азоту. Показано, що даний технологічний підхід дозволяє подолати термодинамічну незмішуваність елементів (зокрема пари Fe-Cu) та сформувати пересичений твердий розчин без критичного накопичення оксидних фаз. Встановлено, що після спікання сплав формує специфічну мікропористу структуру (scaffold), яка знижує модуль пружності матеріалу та сприяє вільній циркуляції фізіологічних рідин. Доведено перспективність розробленої системи для створення біорезорбних ортопедичних імплантатів нового покоління з контрольованою швидкістю корозії та потенційними антибактеріальними властивостями.

Ключові слова: біорезорбні сплави, високоентропійні сплави, порошкова металургія, механічне легування, рідиннофазне спікання, мікропориста структура, остеоінтеграція.

M. Kovalenko, T. Soloviova

**DEVELOPMENT AND STRUCTURAL-PHASE EVOLUTION OF THE
BIODEGRADABLE HIGH-ENTROPY Fe-Zn-Mn-Cu ALLOY**

The synthesis and investigation of the structural and phase evolution patterns of an equiatomic high-entropy Fe-Zn-Mn-Cu alloy were carried out. The alloy was obtained by powder metallurgy methods: high-energy mechanical alloying (20 hours in "Kalosha" petroleum ether) followed by liquid-phase sintering at a temperature of 900 °C in a pure nitrogen atmosphere. It is shown that this technological approach overcomes the thermodynamic immiscibility of the elements (specifically the Fe-Cu pair) and forms a supersaturated solid solution without a critical accumulation of oxide phases. It was established that after sintering, the alloy forms a specific microporous structure (scaffold), which reduces the elastic modulus of the material and promotes the free circulation of physiological fluids. The prospects of the developed system for creating new-generation biodegradable orthopedic implants with a controlled corrosion rate and potential antibacterial properties are proven.

Keywords: biodegradable alloys, high-entropy alloys, powder metallurgy, mechanical alloying, liquid-phase sintering, microporous structure, osteointegration.

Постановка проблеми. Важливість біомедичних імплантатів набуває все більшого визнання під час лікування переломів кісток, серцево-судинних захворювань та інших патологічних станів [1]. Металеві біоматеріали наступного покоління для ортопедичних імплантатів повинні демонструвати високу міцність, корозійну стійкість, відмінну біосумісність, а також можливість адаптації до анатомічних структур пацієнтів. Зростаючий попит на імплантати зумовлює необхідність розробки матеріалів, здатних задовольнити широкий спектр індивідуальних потреб пацієнтів [2], [3].

Сплави на основі магнію (Mg), заліза (Fe) та цинку (Zn) є найбільш досліджуваними біорезорбними металами для ортопедичного та серцево-судинного застосування [4]. Ці метали забезпечують хорошу біосумісність *in-vivo*, контрольований профіль деградації та достатню механічну міцність для підтримки кісткової тканини в процесі її регенерації [5], [6]. Широке дослідження сприяли розробці різноманітних сплавів із підвищеною корозійною стійкістю та покращеними механічними характеристиками порівняно з їхніми нелегованими аналогами. Зокрема, розроблені модифікації дозволяють досягати необхідних базових показників для імплантатів: межі міцності на розрив понад 300 МПа, межі плинності понад 200 МПа та відносного видовження (пластичності) на рівні 15–18 % [7]. Проте під час деградації цих металів утворюються побічні продукти, зокрема іони металів, які впливають на локальний рівень pH [8] та взаємодіють із клітинами й тканинами у судинному середовищі [9].

Кожен із цих металів має певні обмеження. Хоча магній має перспективні властивості, його швидка корозія у фізіологічних середовищах, швидкість деградації залежно від сплаву становить від 1,17 до понад 4,0 мм/рік, призводить до передчасної втрати міцності та виділення водню, що потенційно сприяє утворенню газових кишень [10], [11]. Попри високу біосумісність цинку, швидкість його деградації, яка зазвичай становить близько 0,02 мм/рік, суттєво залежить від локального рівня pH та інтенсивності утворення оксидних і хлоридних плівок на поверхні металу [12]. Сплави системи Zn-Mg покращують механічні властивості та прискорюють деградацію; однак механізми їхньої біодеградації *in-vivo* досі залишаються не до кінця вивченими [6], [13].

Стенти та імпланти на основі заліза деградують занадто повільно, швидкість корозії зазвичай становить лише 0,1–0,2 мм/рік, що призводить до неповної корозії та вимагає легування для збільшення швидкості деградації [12]. В ортопедії повільна деградація здатна гальмувати регенерацію тканин і викликати ефект екранування напружень, що знижує щільність кісткової тканини. Водночас побічні продукти у вигляді оксидів заліза та вивільнення іонів металу потребують контролю, оскільки надмірне надходження заліза може спричинити запалення, окислювальний стрес і пошкодження клітин [12], [14]. Крім того, імпланти з Fe можуть створювати перешкоди під час МРТ-досліджень.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Традиційний підхід на основі одного основного елемента суттєво обмежує можливі комбінації елементів, звужуючи різноманітність сплавів. З метою розширення композиційного простору в 1990-х роках дослідники запровадили високоентропійні сплави шляхом залучення кількох елементів [15], [16]. У 2004 році Ye та ін. [17] представили високоентропійні сплави (ВЕС) із кількома основними елементами в майже рівних пропорціях. На відміну від традиційних сплавів, ВЕС поєднують кілька елементів для досягнення вищої міцності, термічної стабільності та корозійної стійкості, що робить їх більш ефективними порівняно з чистими металами [18].

Біосумісні високоентропійні сплави (BioHEA) - це спеціально розроблені високоентропійні сплави (ВЕС), що складаються з біосумісних елементів, які мають значний потенціал у біомедичній галузі [18]. На сьогоднішній день ВЕС є переважно біоінертними, проте цікавим напрямком їх розвитку є створення біорезорбних деградабельних композитів, оскільки ВЕС дозволяють здійснювати широкий контроль та модифікацію властивостей матеріалу. Успіх застосування біоімплантів залежить не лише від їхніх об'ємних властивостей, а й від характеристик їхньої поверхні, яка взаємодіє з тканинами людини. Як наслідок, еволюція біоімплантів досягла стадії, коли вибір матеріалу керується специфічними функціональними вимогами [19].

Для розробки безпечних біорезорбних матеріалів критично важливим є вибір легуючих компонентів. Організм людини містить приблизно 5 г Fe, яке бере участь у понад 100 ферментативних реакціях. Іони Fe^{2+} відіграють вирішальну роль у транспорті кисню, виступаючи ключовим компонентом гемоглобіну [20]. Zn присутній в організмі середньої людини в кількості близько 2 г і є незамінним мікроелементом, що бере участь у ферментативній активності понад 300 білків [21], [22], [23]. Дослідження засвідчили, що іони цинку, які вивільняються з біорезорбного імплантату, можуть ініціювати апоптоз у гладком'язових клітинах, зменшуючи їхню присутність у неоінтимальній тканині та покращуючи інтеграцію імплантату [24]. Cu відіграє життєво важливу роль у споживанні кисню та бере участь в утворенні сполучної тканини, включаючи колаген і кератин [20], [25]. Mn є ще одним важливим металом для внутрішньоклітинної активності, а найпоширенішим Mn-вмісним ферментом є глутамінсинтетаза, яка відіграє критичну роль у функціонуванні мозку [20], [26].

Окрім хімічного складу, значну роль відіграє архітектура матеріалу. Введення пористості дозволяє підвищити швидкість деградації та механічну сумісність, тоді як 3D-друковані пористі структури здатні підтримувати остеогенез та забезпечувати доставку ліків [20]. З огляду на це, еквіатомний високоентропійний сплав Fe-Zn-Mn-Cu пропонується як перспективна основа для розробки пористих біомедичних імплантів нового покоління.

Постановка завдань. З огляду на це, еквіатомний високоентропійний сплав Fe-Zn-Mn-Cu пропонується як перспективна основа для розробки пористих біомедичних імплантів нового покоління. Метою даної роботи є розробка та дослідження структурно-фазової еволюції нового еквіатомного високоентропійного сплаву системи Fe-Zn-Mn-Cu, синтезованого методом високоенергетичного механічного легування з подальшим спіканням.

Викладення основного матеріалу.

Для отримання об'єктів дослідження застосовували методи порошкової металургії, зокрема високоенергетичне механічне легування з подальшим спіканням. Вихідними матеріалами слугували порошки чистих металів: Fe, Zn, Mn та Cu із чистотою не менше 99,5 % та дисперсністю до 100 мкм. Розрахунок вихідної шихти здійснювали для досягнення еквіатомного складу багатокomпонентної системи $\text{Fe}_{25}\text{Zn}_{25}\text{Mn}_{25}\text{Cu}_{25}$. Механічне легування компонентів проводили у планетарному млині із використанням сталевого барабану та розмельних тіл. Швидкість обертання барабанів становила 400 об/хв, загальний час розмелу - 20 годин. Для запобігання інтенсивному окисненню поверхонь порошку та мінімізації деградації цинку під час зіткнення куль процес подрібнення та змішування проводили у рідкому середовищі бензину. Отриманий композиційний порошок піддавали

холодному двобічному пресуванню у сталевій прес-формі за тиску 300 МПа для формування циліндричних зразків-таблеток. Наступне спікання спресованих зразків проводили в трубчастій печі в атмосфері чистого азоту для ізоляції від атмосферного кисню. Термічну обробку здійснювали за трьох температурних режимів: 500 °С, 700 °С та 900 °С, із тривалістю ізотермічної витримки 1 година та подальшим охолодженням разом із піччю.

Рентгенофазовий аналіз (РФА) синтезованого порошку та спечених зразків виконували на автоматизованому дифрактометрі Rigaku Ultima IV у повнопрофільному режимі безперервного сканування (2Theta/Theta) з використанням мідного випромінювання (Cu-K α , 30 кВ, 20 мА). Кутовий діапазон сканування 2 θ становив від 20° до 90° із кроком 0,04° та швидкістю руху гоніометра 2°/хв. Ідентифікацію кристалічних фаз проводили з використанням міжнародної бази дифракційних даних. Гранулометричний склад та розподіл частинок порошку за розмірами визначали методом лазерної дифракції на аналізаторі Bettersizer S3 Plus (дисперсійне середовище - дистильована вода, розрахунок за моделлю Mi). Мікроструктуру, морфологію частинок порошку та топографію поверхні спечених зразків вивчали методом скануючої електронної мікроскопії (СЕМ) за допомогою сучасного електронного мікроскопа Axia ChemiSEM. Зйомку мікрофотографій виконували в режимах реєстрації вторинних електронів. Локальний хімічний склад, а також рівномірність розподілу елементів у структурі мікрооб'ємів аналізували за допомогою інтегрованої системи енергодисперсійної спектроскопії (EDS), якою безпосередньо обладнано аналізатор мікроскопа.

Еволюція розміру та форми частинок під час механічного легування є ключовим індикатором перебігу твердофазних реакцій. Аналіз гранулометричного складу порошку системи Fe-Zn-Mn-Cu після 20 годин подрібнення продемонстрував об'ємний розподіл, характерний для стадії встановлення стаціонарного стану у планетарному млині (рис. 1). Після 20 год розмелювання ідентифіковано прояви бімодального розподілу розміру частинок. Це може бути зумовлено частковою конгломератацією продуктів легування.

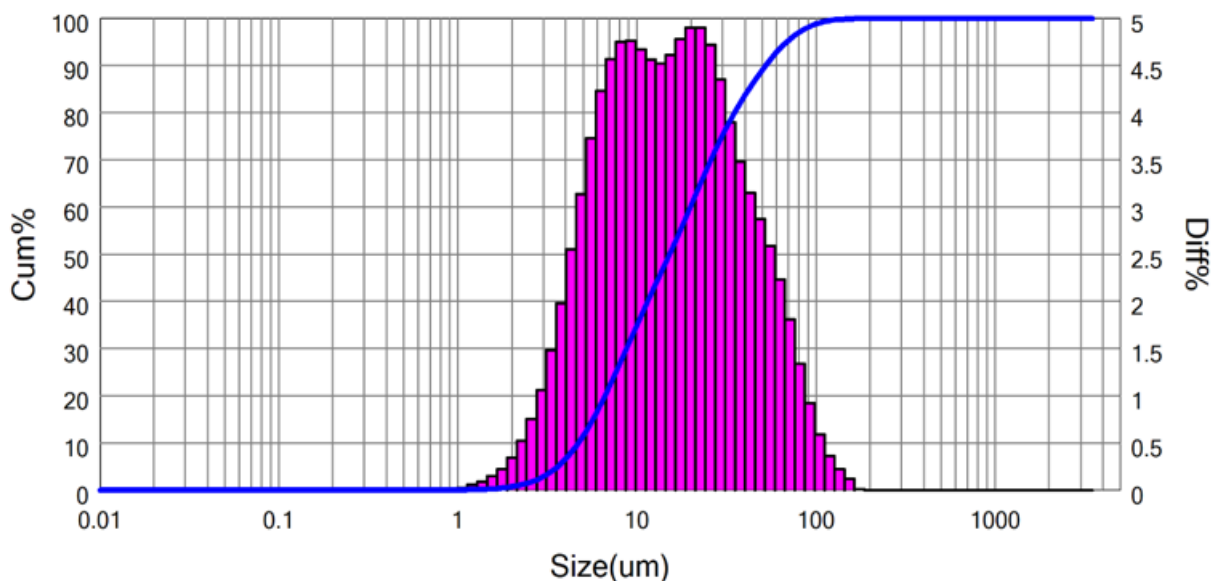


Рис. 1. Диференціальна (гістограма) та інтегральна (крива) залежності розподілу частинок за розмірами для високоентропійної порошкової суміші Fe-Zn-Mn-Cu після 20 годин механічного легування.

Згідно з результатами лазерної дифракції, медіанний діаметр частинок порошку (D50) становить 15,20 мкм. Значення об'ємно-зваженого середнього діаметра D[4,3] дорівнює 25,95 мкм. Ширина розподілу (Span) становить 3,13. Такий відносно широкий розподіл пояснюється специфікою елементного складу шихти: наявність м'яких і високопластичних металів (Cu та Zn) сприяє інтенсивному холодному зварюванню наночастинок у більші мікрокомпозиційні агрегати. Водночас більш тверді компоненти (Fe та Mn) забезпечують їх локальне крихке руйнування [27]. Питомою площею поверхні синтезованого композиту становить 188,8 м²/кг, що свідчить про високу дисперсність системи та наявність розвиненої мікрорельєфної поверхні [28].

Для визначення оптимального режиму консолідації було досліджено вплив температури спікання на процеси ущільнення матеріалу. Встановлено, що після холодного двобічного пресування за тиску 300 МПа щільність «сирих» зразків становила приблизно 4,2 г/см³.

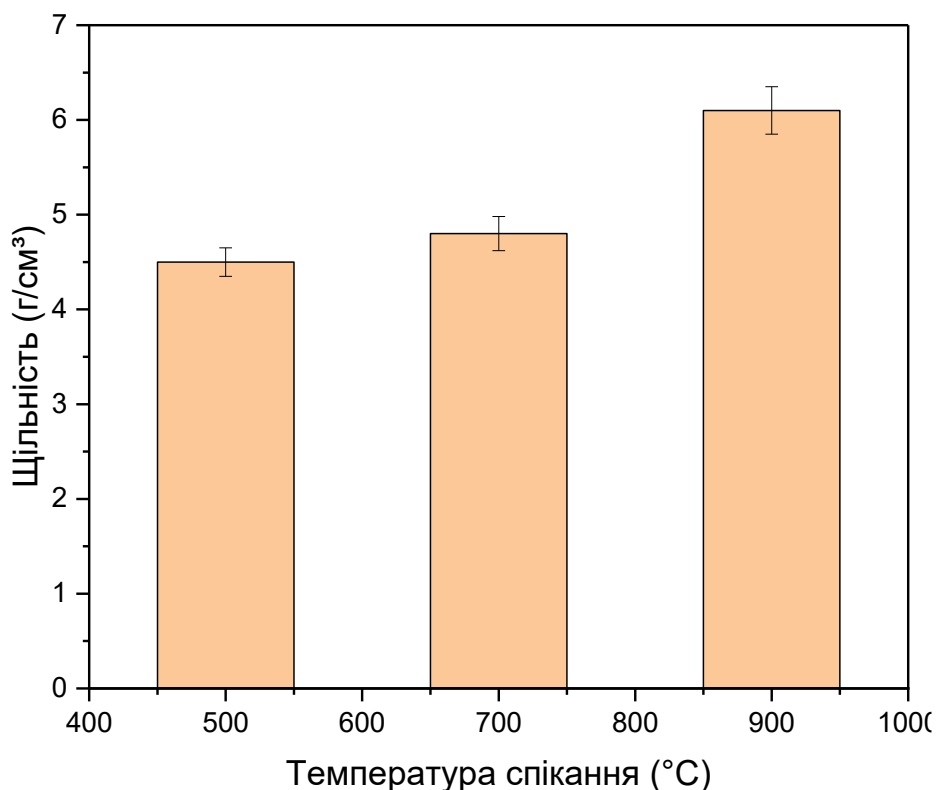


Рис. 2. Залежність щільності синтезованого високоентропійного сплаву системи Fe-Zn-Mn-Cu від температури спікання (після холодного пресування за тиску 300 МПа).

На точковому графіку (рис. 2) наведено залежність щільності синтезованого високоентропійного сплаву від температури спікання. Як видно з отриманих даних, термічна обробка в атмосфері азоту за температур 500 °C та 700 °C не призвела до суттєвої усадки та ущільнення порошкового пресування: щільність зросла лише до ~4,5 та ~4,8 г/см³ відповідно. Відсутність інтенсивного масопереносу за цих температур пояснюється специфікою сформованої фазової структури. Під час попереднього 20-годинного механічного легування легкоплавкий цинк розчинився в базовій матриці з утворенням пересиченого твердого розчину. Як наслідок, рідка фаза вільного цинку була відсутня, а твердофазна дифузія у багатокомпонентній ґратці за таких температур є надто повільною через характерний для високоентропійних сплавів ефект уповільненої дифузії (sluggish diffusion effect). Зразки, отримані при 500 °C та 700 °C, характеризувалися крихкістю та відсутністю надійного металургійного контакту між частинками.

Підвищення температури спікання до 900 °C забезпечило необхідну термічну активацію дифузійних процесів. За цієї температури спостерігалось різке зростання щільності до ~6,1 г/см³, що свідчить про успішне формування міцного тривимірного металевого каркаса. Саме тому температурний режим 900 °C було обрано як оптимальний для подальших мікроструктурних досліджень. На оглядових мікрофотографіях СЕМ (рис. 3, а, б) видно, що спечений сплав характеризується вираженою мікропористою структурою.

Замість формування щільного моноліту спостерігається утворення тривимірної сітки взаємопов'язаних металевих зерен та агломератів із розвиненою системою відкритих пор. Такий характер мікроструктури зумовлений перебігом рідиннофазного спікання (liquid-phase sintering). Під час нагрівання до 900 °C легкоплавкі компоненти (насамперед цинк) переходять у рідкий стан, активізуючи масоперенос та змочуючи тугоплавкі частинки заліза і марганцю [29]. Водночас наближення температури спікання до точки кипіння цинку (907 °C) спричиняє зростання тиску його пари, що перешкоджає повній усадці зразка та формує залишкову пористість. На зображеннях високої роздільної здатності (рис. 2, в, г) чітко візуалізуються сформовані дифузійні шийки (sintering necks) між окремими частинками, що підтверджує успішність процесів твердофазної та

рідиннофазної дифузії. Поверхня зерен є шорсткуватою та містить множинні мікронерівності, що є наслідком попередньої інтенсивної пластичної деформації [30].

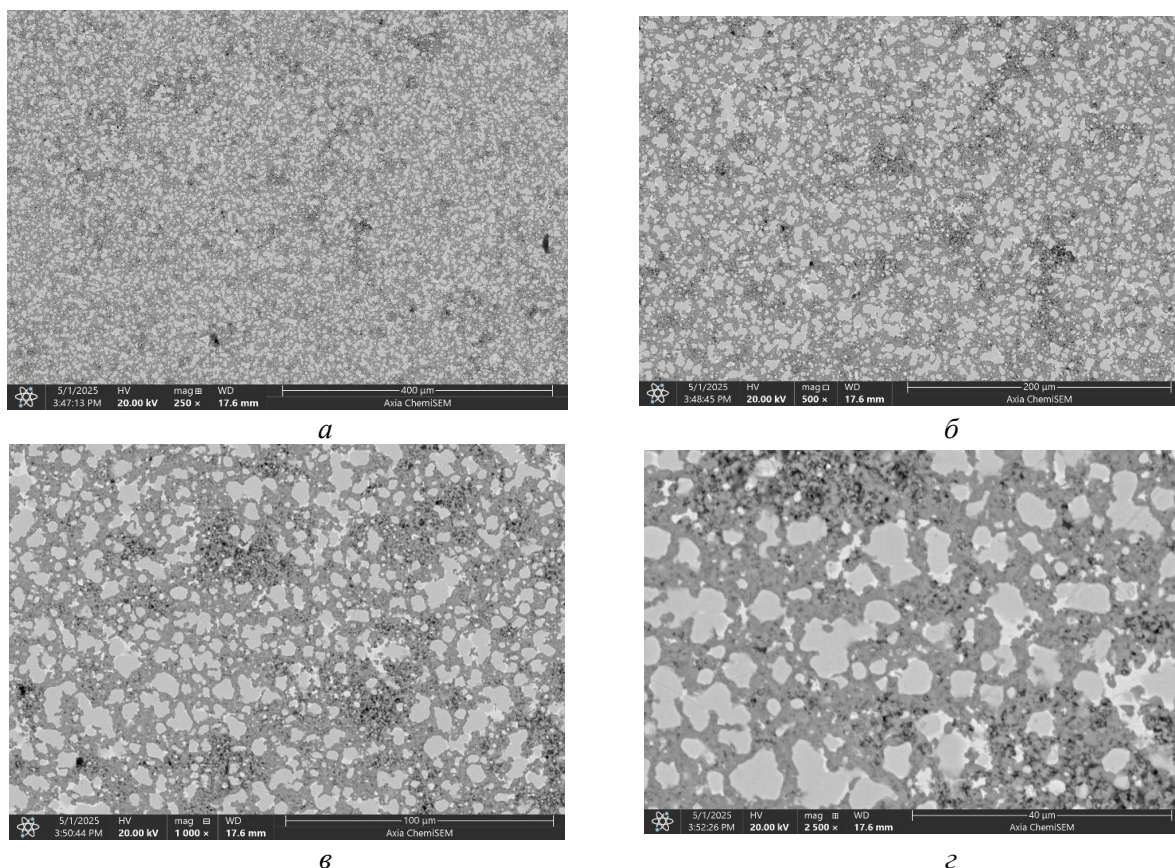


Рис. 3. Мікроструктура високоентропійного сплаву Fe-Zn-Mn-Cu після механічного легування (20 год) та спікання в атмосфері аргону при 900 °С

З точки зору біомедичного матеріалознавства, отримана мікроструктура є надзвичайно перспективною для виготовлення біорезорбних ортопедичних імплантатів. Формування мікропористого каркаса (scaffold) є критично важливою вимогою для забезпечення остеointegraції. Пориста архітектура суттєво знижує загальний модуль пружності матеріалу, наближаючи його до показників губчастої кістки, що дозволяє уникнути небезпечного ефекту «екранування напружень» (stress shielding) та подальшої атрофії кісткової тканини [31], [32]. Ідкрита система пор сприяє вільній циркуляції фізіологічних рідин (vascularization) та створенню сприятливого мікросередовища для адгезії клітин-остеобластів [33]. Крім того, така проникна структура експоненційно збільшує площу контакту з агресивним середовищем організму. Для залізної матриці це дозволить подолати проблему надто повільного розчинення та прискорити деградацію (завдяки проникненню хлорид-іонів углиб пор), а також забезпечить рівномірне вивільнення іонів цинку для зниження окислювального стресу [34] та іонів міді для реалізації антибактеріальних функцій [35].

Для підтвердження ефективності процесів механічного легування було проведено рентгенофазовий аналіз. На дифрактограмі синтезованого сплаву системи Fe-Zn-Mn-Cu (рис. 4) чітко простежується кардинальна зміна фазового складу порівняно з вихідною шихтою.

Головним результатом є зникнення характерних відокремлених дифракційних максимумів чистих елементів — міді, цинку та марганцю. Це є прямим структурним доказом успішного проходження твердофазних реакцій і подолання термодинамічної незмішуваності (зокрема у парі Fe-Cu), що призвело до формування пересиченого твердого розчину. Спостерігається помітне розширення дифракційних ліній (peak broadening), що пояснюється ефектом мікроспотворення ґратки через розчинення атомів з різними атомними радіусами, а також збереженням субмікронної структури. Відсутність інтенсивних піків оксидних фаз підтверджує дієвість використаного захисного середовища («Калоша» та азот) на всіх етапах отримання зразків. Наявність структурної однорідності гарантує рівномірну деградацію імплантату в агресивному фізіологічному середовищі, запобігаючи розвитку локальної пітингової корозії до моменту повного зрощення кісткової тканини.

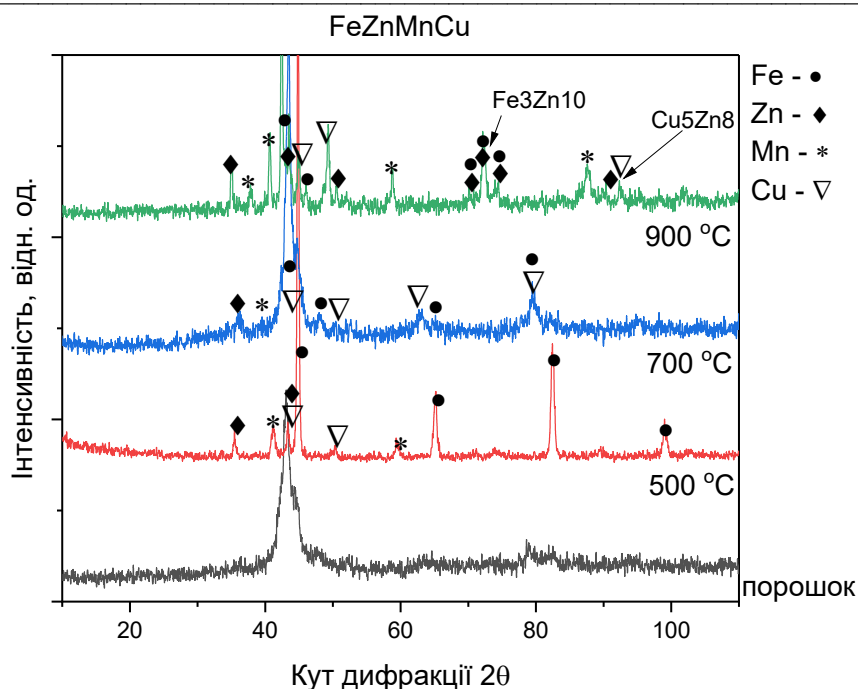


Рис. 4. Дифрактограма високоентропійного сплаву системи Fe-Zn-Mn-Cu після 20 годин механічного легування та спікання при 500, 700, 900 °C.

Висновки. Вперше методом порошкової металургії, шляхом високоенергетичного механічного легування (400 об/хв, 20 годин) із подальшим рідиннофазним спіканням при 900 °C, успішно синтезовано високоентропійну систему еквіатомного складу Fe-Zn-Mn-Cu. Даний технологічний підхід дозволив подолати термодинамічну незмішуваність елементів (зокрема пари Fe-Cu) та сформувати пересичений твердий розчин без критичного накопичення оксидних фаз.

За результатами СЕМ-аналізу встановлено, що після спікання сплав формує специфічну мікропористу структуру (scaffold) із тривимірною сіткою взаємопов'язаних металевих зерен та відкритих пор. Доведено, що така топографія є цільовою перевагою для біомедичних застосувань: вона знижує модуль пружності імплантату для запобігання ефекту екранування напружень (stress shielding) та експоненційно збільшує площу реакційної поверхні, що має вирішити проблему надто повільної біодеградації залізної матриці в організмі.

Розроблена система є надзвичайно актуальною відповіддю на виклики сучасного біомедичного матеріалознавства. Сплав виступає високоперспективною основою для створення біорозчинних імплантатів нового покоління з мультифункціональними властивостями: залізо-марганцева матриця (Fe-Mn) забезпечує необхідну механічну міцність та пришвидшену корозію, розчинена мідь (Cu) гарантує пролонгований антибактеріальний ефект проти післяопераційних інфекцій, а наявність цинку (Zn) мінімізує окислювальний стрес і рівень активних форм кисню (ROS), запобігаючи запаленню тканин.

Отримана базова еквіатомна система Fe-Zn-Mn-Cu довела свою принципову життєздатність та технологічність. Проте для досягнення оптимального балансу між швидкістю біодеградації, механічною міцністю та цитотоксичністю плануються подальші дослідження. Майбутні роботи будуть зосереджені на оптимізації елементного складу (пошуку найкращого відсоткового співвідношення компонентів, відмінного від еквіатомного) та проведенні комплексних випробувань *in vitro* у симульованих фізіологічних рідинах.

Список використаних джерел

1. K. Moghadasi et al., "A review on biomedical implant materials and the effect of friction stir based techniques on their mechanical and tribological properties," Mar. 01, 2022, Elsevier Editora Ltda. doi: 10.1016/j.jmrt.2022.01.050.

2. T. Ishimoto et al., “Development of TiNbTaZrMo bio-high entropy alloy (BioHEA) super-solid solution by selective laser melting, and its improved mechanical property and biocompatibility,” *Scri. Mater.*, vol. 194, Mar. 2021, doi: 10.1016/j.scriptamat.2020.113658.
3. M. Zwawi, “Recent advances in bio-medical implants; mechanical properties, surface modifications and applications,” Sep. 01, 2022, Institute of Physics. doi: 10.1088/2631-8695/ac8ae2.
4. K. Prasad et al., “Metallic biomaterials: Current challenges and opportunities,” Jul. 31, 2017, MDPI AG. doi: 10.3390/ma10080884.
5. D. Zhao, F. Witte, F. Lu, J. Wang, J. Li, and L. Qin, “Current status on clinical applications of magnesium-based orthopaedic implants: A review from clinical translational perspective,” Jan. 01, 2017, Elsevier Ltd. doi: 10.1016/j.biomaterials.2016.10.017.
6. M. H. Emily Walker, “Magnesium, Iron and Zinc Alloys, the Trifecta of Bioresorbable Orthopaedic and Vascular Implantation - A Review,” *J. Biotechnol. Biomater.*, vol. 05, no. 02, 2015, doi: 10.4172/2155-952x.1000178.
7. J. Zong, Q. He, Y. Liu, M. Qiu, J. Wu, and B. Hu, “Advances in the development of biodegradable coronary stents: A translational perspective,” Dec. 01, 2022, Elsevier B.V. doi: 10.1016/j.mtbio.2022.100368.
8. D. E. J. Anderson et al., “Thrombogenicity of biodegradable metals,” *Bioact. Mater.*, vol. 38, pp. 411–421, Aug. 2024, doi: 10.1016/j.bioactmat.2024.05.002.
9. C. W. McCarthy, R. J. Guillory, J. Goldman, and M. C. Frost, “Transition-Metal-Mediated Release of Nitric Oxide (NO) from S-Nitroso-N-acetyl-D-penicillamine (SNAP): Potential Applications for Endogenous Release of NO at the Surface of Stents Via Corrosion Products,” *ACS Appl. Mater. Interfaces*, vol. 8, no. 16, pp. 10128–10135, Apr. 2016, doi: 10.1021/acsami.6b00145.
10. K. Bazaka, N. Ketheesan, and M. V. Jacob, “Polymer encapsulation of magnesium to control biodegradability and biocompatibility,” *J. Nanosci. Nanotechnol.*, vol. 14, no. 10, pp. 8087–8093, 2014, doi: 10.1166/jnn.2014.9409.
11. N. T. Kirkland, N. Birbilis, and M. P. Staiger, “Assessing the corrosion of biodegradable magnesium implants: A critical review of current methodologies and their limitations,” 2012, Elsevier Ltd. doi: 10.1016/j.actbio.2011.11.014.
12. P. K. Bowen et al., “Biodegradable Metals for Cardiovascular Stents: From Clinical Concerns to Recent Zn-Alloys,” May 25, 2016, Wiley-VCH Verlag. doi: 10.1002/adhm.201501019.
13. K. Jakab, C. Norotte, F. Marga, K. Murphy, G. Vunjak-Novakovic, and G. Forgacs, “Tissue engineering by self-assembly and bio-printing of living cells,” *Biofabrication*, vol. 2, no. 2, 2010, doi: 10.1088/1758-5082/2/2/022001.
14. D. Hong et al., “Binder-jetting 3D printing and alloy development of new biodegradable Fe-Mn-Ca/Mg alloys,” *Acta Biomater.*, vol. 45, pp. 375–386, Nov. 2016, doi: 10.1016/j.actbio.2016.08.032.
15. H. Choi-Yim and W. L. Johnson, “Bulk metallic glass matrix composites,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 71, no. 26, pp. 3808–3810, Dec. 1997, doi: 10.1063/1.120512.
16. A. Peker and W. L. Johnson, “A highly processable metallic glass: Zr₄₁Ti₁₃Cu₁₂Ni₁₀Be_{22.5},” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 63, no. 17, pp. 2342–2344, 1993, doi: 10.1063/1.110520.
17. J. W. Yeh et al., “Nanostructured high-entropy alloys with multiple principal elements: Novel alloy design concepts and outcomes,” *Adv. Eng. Mater.*, vol. 6, no. 5, pp. 299–303, 2004, doi: 10.1002/adem.200300567.
18. J. Feng, Y. Tang, J. Liu, P. Zhang, C. Liu, and L. Wang, “Bio-high entropy alloys: Progress, challenges, and opportunities,” Sep. 08, 2022, Frontiers Media S.A. doi: 10.3389/fbioe.2022.977282.
19. K. K. A. Mosas, A. R. Chandrasekar, A. Dasan, A. Pakseresht, and D. Galusek, “Recent Advancements in Materials and Coatings for Biomedical Implants,” May 01, 2022, MDPI. doi: 10.3390/gels8050323.
20. M. A. Zoroddu, J. Aaseth, G. Crisponi, S. Medici, M. Peana, and V. M. Nurchi, “The essential metals for humans: a brief overview,” Jun. 01, 2019, Elsevier Inc. doi: 10.1016/j.jinorgbio.2019.03.013.
21. H. Tapiero and K. D. Tew, “Trace elements in human physiology and pathology: Zinc and metallothioneins,” 2003, Elsevier Masson SAS. doi: 10.1016/S0753-3322(03)00081-7.

- 22.C. Andreini, L. Banci, I. Bertini, and A. Rosato, "Counting the zinc-proteins encoded in the human genome," *J. Proteome Res.*, vol. 5, no. 1, pp. 196–201, Jan. 2006, doi: 10.1021/pr050361j.
- 23.W. Maret, "Zinc biochemistry: From a single zinc enzyme to a key element of life," Jan. 2013. doi: 10.3945/an.112.003038.
- 24.R. J. Guillory et al., "Zn²⁺-dependent suppression of vascular smooth muscle intimal hyperplasia from biodegradable zinc implants," *Materials Science and Engineering C*, vol. 111, Jun. 2020, doi: 10.1016/j.msec.2020.110826.
- 25.E. I. Solomon, "Spectroscopic methods in bioinorganic chemistry: Blue to green to red copper sites," Oct. 02, 2006. doi: 10.1021/ic060450d.
- 26.P. Chellan and P. J. Sadler, "The elements of life and medicines," *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 373, no. 2037, Mar. 2015, doi: 10.1098/rsta.2014.0182.
- 27.Y. Yi, J. Xing, M. Wan, L. Yu, Y. Lu, and Y. Jian, "Effect of Cu on microstructure, crystallography and mechanical properties in Fe-B-C-Cu alloys," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 708, pp. 274–284, Dec. 2017, doi: 10.1016/j.msea.2017.09.135.
- 28.J. Fiocchi, J. N. Lemke, S. Zilio, C. A. Biffi, A. Coda, and A. Tuissi, "The effect of Si addition and thermomechanical processing in an Fe-Mn alloy for biodegradable implants: Mechanical performance and degradation behavior," *Mater. Today Commun.*, vol. 27, Jun. 2021, doi: 10.1016/j.mtcomm.2021.102447.
- 29.H. Kang, L. Cho, C. Lee, and B. C. De Cooman, "Zn Penetration in Liquid Metal Embrittled TWIP Steel," *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.*, vol. 47, no. 6, pp. 2885–2905, Jun. 2016, doi: 10.1007/s11661-016-3475-x.
- 30.G. Han, C. J. Shang, R. D. K. Misra, and Z. J. Xie, "Solid phase transition of Cu precipitates in a low carbon TRIP assisted steel," *Physica B Condens. Matter*, vol. 569, pp. 68–79, Sep. 2019, doi: 10.1016/j.physb.2019.05.031.
- 31.J. He et al., "Cancellous-Bone-like Porous Iron Scaffold Coated with Strontium Incorporated Octacalcium Phosphate Nanowhiskers for Bone Regeneration," *ACS Biomater. Sci. Eng.*, vol. 5, no. 2, pp. 509–518, Feb. 2019, doi: 10.1021/acsbiomaterials.8b01188.
- 32.A. H. M. Yusop, A. Alsakkaf, M. R. A. Kadir, I. Sukmana, and H. Nur, "Corrosion of porous Mg and Fe scaffolds: a review of mechanical and biocompatibility responses," 2021, Taylor and Francis Ltd. doi: 10.1080/1478422X.2021.1879427.
- 33.X. Huang et al., "Insights into biodegradable Mn-incorporated Fe-based scaffolds in orthopedics: bridging manufacturing techniques, physicomaterial properties, and multifunctional bioapplications," Feb. 01, 2026, Institute of Physics. doi: 10.1088/2631-7990/ae09e0.
- 34.S. Yang, W. Wang, Y. Xu, Y. Yuan, and S. Hao, "Fe-Zn alloy, a new biodegradable material capable of reducing ROS and inhibiting oxidative stress," *Regen. Biomater.*, vol. 11, 2024, doi: 10.1093/rb/rbae002.
- 35.S. Mandal, R. Ummadi, M. Bose, V. K. Balla, and M. Roy, "Fe–Mn–Cu alloy as biodegradable material with enhanced antimicrobial properties," *Mater. Lett.*, vol. 237, pp. 323–327, Feb. 2019, doi: 10.1016/j.matlet.2018.11.117.

Рецензент: Тесля Сергій Юрійович, PhD, асистент КПІ ім. Ігоря Сікорського, НН ІМЗ ім. Є. О. Патона, каф. ВТМ та ПМ

Дата надходження статті до видання: 27.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026

Б.К. Гануліч [0000-0002-3337-5066], О.В. Гуда [0000-0002-3602-7892], Т.А. Крадінова [0000-0002-5611-1290]

Луцький національний технічний університет

ВЛАСНІ ФУНКЦІЇ РІВНЯННЯ ЛАПЛАСА/ГЕЛЬМГОЛЬЦА ДЛЯ КЛИНОПОДІБНИХ ОБЛАСТЕЙ

Розв'язано рівняння Лапласа/Гельмгольца для клиноподібних областей у циліндричній системі координат. Розв'язки отримані у вигляді рядів по ортонормованій системі функцій Бесселя. Виведено формули для оцінки точності (залишку ряду) обчислень при заданій кількості перших членів відповідного ряду.

Ключові слова: рівняння Лапласа/Гельмгольца, клиноподібна область, функції Бесселя, залишок ряду.

B.K. Hanulich, O.V. Huda, T.A. Kradinova

EIGENFUNCTIONS OF THE LAPLACE/HELMHOLTZ EQUATION FOR WEDGE-SHAPED DOMAIN

The Laplace/Helmholtz equation for wedge-shaped regions (wedge-shaped sector of finite width, wedge-shaped sector of finite length) in a cylindrical coordinate system is solved. The solutions are obtained in the form of series in an orthonormal system of modified Bessel and McDonald functions. Formulas for estimating the required number of first terms of the corresponding series to ensure the given accuracy of calculations are derived.

Keywords: Laplace/Helmholtz equation, wedge-shaped region, Bessel functions, remainder of the series.

Для побудови розв'язків рівнянь Лапласа/Гельмгольца в клиноподібних областях використовують циліндричну систему координат (r, φ, z) . У цій системі координат клиноподібна область визначається так

$$K : \{0 \leq r < \infty; 0 \leq \varphi \leq \gamma; 0 \leq z \leq b\}. \quad (1)$$

Рівняння Лапласа/Гельмгольца записуються так [1,2]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U = 0 \quad (3)$$

Для спрощення побудуємо загальні розв'язки цих рівнянь для клиноподібних областей за умови, що вони описують фізичні процеси, незалежні від координати z . Для цього використаємо метод розділення змінних, записавши шуканий розв'язок у вигляді $U(r, \varphi) = R(r)\Phi(\varphi)$. Тоді незалежні від координати z власні функції рівняння Лапласа $R(r), \Phi(\varphi)$ знаходимо з розв'язку диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} - \nu_n^2 R &= 0, \quad r \in [0, \infty), \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \nu_n^2 \Phi &= 0, \quad \varphi \in [0, \gamma]. \end{aligned} \quad (4)$$

де ν_n - стала розділення змінних або, іншими словами, власні значення задачі, а відповідні функції $R(r), \Phi(\varphi)$ є її власними функціями. Загасаючі на нескінченності і обмежені в нулі розв'язки рівняння Лапласа записуються так

$$U_D(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \sin(\nu_n \varphi) \begin{cases} (r/a)^{-\nu_n}, & r \geq a \\ (r/a)^{\nu_n}, & r \leq a \end{cases}, \quad (5)$$

$$U_N(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n \cos(\nu_n \varphi) \begin{cases} (r/a)^{-\nu_n}, & r \geq a \\ (r/a)^{\nu_n}, & r \leq a \end{cases}. \quad (6)$$

Тут x_n, y_n - невідомі коефіцієнти розкладу; ν_n - додатні розв'язки трансцендентного рівняння $\sin(\nu_n \gamma) = 0$, тобто $\nu_n = n\pi/\gamma$. Зауважимо, що поява граничних умов на поверхнях клина приводить до випадання логарифмічного доданку у розв'язках рівнянь Лапласа. Представлення (6) дає загальний розв'язок крайової задачі Діріхле для рівняння Лапласа (2), а формула (6) дає загальний розв'язок крайової задачі Неймана для цього рівняння: $\partial_\varphi u_N(r, 0) = \partial_\varphi u_N(r, \gamma) = 0$. Тригонометричні функції є власними функціями цих задач і володіють властивістю ортогональності: $U_D(r, 0) = U_D(r, \gamma) = 0$

© Б.К.Гануліч, О.В.Гуда, Т.А.Крадінова

$$\int_0^\gamma \sin(v_n \varphi) \sin(v_m \varphi) d\varphi = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ \gamma / 2 & , \end{cases} \quad (7)$$

$$\int_0^\gamma \cos(v_n \varphi) \cos(v_m \varphi) d\varphi = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ \gamma / 2 & \end{cases} \quad (8)$$

Нехай значення потенціалів (5) (6) є відомими на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$: $U_D(a, \varphi) = f_D(\varphi)$, $U_N(a, \varphi) = f_N(\varphi)$, то коефіцієнти розкладу визначаються формулами:

$$x_n = \frac{2}{\gamma} \int_0^\gamma f_D(\varphi) \sin(v_n \varphi) d\varphi \quad (9)$$

$$y_n = \frac{2}{\gamma} \int_0^\gamma f_N(\varphi) \cos(v_n \varphi) d\varphi \quad (10)$$

• Тобто вирази (9), (10) є справедливими для конкретного значення $r=a$. Тепер ставимо задачу обчислення потенціалу (5) у будь якій точці, коли відоме його значення на поверхні .

• $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$. Необхідний вираз записується так

$$U_D(r, \varphi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_D(\varphi) S_D^N(q, \varphi) d\varphi \quad (11)$$

$$S_D^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n \sin[(n\pi / \gamma)\varphi] \quad q = \begin{cases} a / r, & r \geq a \\ r / a, & r \leq a \end{cases} \quad (12)$$

При $v_n = n\pi/\gamma$ для ряду (12) справедлива оцінка

$$S_D^N(\varphi) < \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n \quad (13)$$

Оскільки ряд (13) визначає геометричну прогресію, запишемо

$$\sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n = \frac{q^{(N+1)\pi/\gamma} - 1}{q^{\pi/\gamma} - 1} - 1 = \frac{q^{(N+1)\pi/\gamma} - q^{\pi/\gamma}}{q^{\pi/\gamma} - 1} \quad (14)$$

В граничному випадку, при $N \rightarrow \infty$ і $q < 1$ знаходимо

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n = \frac{q^{\pi/\gamma}}{1 - q^{\pi/\gamma}} \quad (15)$$

Тепер можемо записати залишок ряду (6) так

$$|U_D(r, \varphi) - U_D^N(r, \varphi)| < \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_D(\varphi) [S_D^\infty(\varphi) - S_D^N(\varphi)] d\varphi < \frac{2q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1 - q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_D(\varphi) d\varphi \quad (16)$$

Аналогічну оцінку можемо знайти і для ряду (7):

$$|U_N(r, \varphi) - U_N^N(r, \varphi)| < \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_N(\varphi) [S_N^\infty(\varphi) - S_N^N(\varphi)] d\varphi < \frac{2q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1 - q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_N(\varphi) d\varphi \quad (17)$$

де

$$S_N^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n \cos[(n\pi / \gamma)\varphi] \quad (18)$$

Тут треба пам'ятати, що параметр q є функцією радіусу (13а); $U_D^N(r, \varphi)$, $U_N^N(r, \varphi)$ - ряди (5), (6), в яких враховано N членів.

Висновки: Таким чином формули (16), (17) дозволяють оцінити точність наближення та визначити необхідну кількість доданків для забезпечення заданої точності при підсумовуванні рядів (5), (6), за умови, що значення потенціалів (5), (6) є відомим на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$. Із формул (16), (17) бачимо, що при фіксованому N точність обчислювання зростає зі зменшенням параметра q і кута γ . Очевидно також, що точність залежить від значення самої функції на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$.

Перейдемо до рівняння Гельмгольца (8). Застосовуючи метод розділення змінних, знаходимо

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(k^2 - \frac{v_n^2}{r^2} \right) R = 0, \quad r \in [0, \infty), \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + v_n^2 \Phi = 0, \quad \varphi \in [0, \gamma] \quad (20)$$

Враховуючи, що рівняння (19) визначає функції Бесселя, що згасають на нескінченності і обмежені в нулі, розв'язки рівняння Гельмгольца (8) записуються так:

$$U_D(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \sin(v_n \varphi) \begin{cases} H_{v_n}^{(1)}(kr) / H_{v_n}^{(1)}(ka), & r \geq a \\ J_{v_n}(kr) / J_{v_n}(ka), & r \leq a \end{cases}, \quad (21)$$

$$U_N(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n \cos(v_n \varphi) \begin{cases} H_{v_n}^{(1)}(kr) / H_{v_n}^{(1)}(ka), & r \geq a \\ J_{v_n}(kr) / J_{v_n}(ka), & r \leq a \end{cases}. \quad (22)$$

Тут $J_{v_n}(*), H_{v_n}(*)$ - відповідно функції Бесселя і Ганкеля з дробовими індексами. Представлення (21) дає загальний розв'язок крайової задачі Діріхле для рівняння Гельмгольца (3): $U_D(r, 0) = U_D(r, \gamma) = 0$, а формула (6) дає загальний розв'язок крайової задачі Неймана для цього рівняння: $\partial_\varphi U_N(r, 0) = \partial_\varphi U_N(r, \gamma) = 0$.

Процедура оцінки збіжності рядів (21), (22) тут є суттєво складнішою. Як і у попередньому випадку приймемо, що значення функцій (21), (22) є відомими на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$: $U_D(a, \varphi) = f_D(\varphi), U_N(a, \varphi) = f_N(\varphi)$.

Тоді коефіцієнти розкладу визначаються формулами (9), (10). Тепер можемо записати

$$U_D(r, \varphi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_D(\varphi) S_D^N(q, \varphi) d\varphi, \quad (23)$$

де

$$S_D^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N q_{v_n} \sin(v_n \varphi), \quad (24)$$

$$q_{v_n} = \begin{cases} H_{v_n}^{(1)}(kr) / H_{v_n}^{(1)}(ka), & r \geq a \\ J_{v_n}(kr) / J_{v_n}(ka), & r \leq a \end{cases}. \quad (25)$$

Тут вираз для коефіцієнтів розкладу q_{v_n} залежить від двох параметрів: r і v_n . Крім того, q_{v_n} при $r > a$ і довільних n є комплексними величинами. Проте, врахувавши асимптотичні властивості функцій Бесселя і Ганкеля при $n \gg 1$ встановлюємо справедливості наступних співвідношень:

$$q_{v_n} = \begin{cases} H_{v_n}^{(1)}(kr) / H_{v_n}^{(1)}(ka), & r \geq a \\ J_{v_n}(kr) / J_{v_n}(ka), & r \leq a \end{cases}. \quad (26)$$

Очевидно, що для будь якого скінченного значення $n=N$, а також параметрів r і a вирази (26) справджуються з певною точністю. Щоб отримати необхідні оцінки

$$H_{v_n}^{(1)}(kr) / H_{v_n}^{(1)}(ka) \approx (a/r)^{v_n} = (q)^{v_n} = (q^{\pi/\gamma})^n, \quad r \geq a, n \gg 1$$

$$J_{v_n}(kr) / J_{v_n}(ka) \approx (r/a)^{v_n} = (q)^{v_n} = (q^{\pi/\gamma})^n, \quad r \leq a, n \gg 1,$$

встановимо максимальну різницю для заданої області зміни параметра r :

$$\max_{n, r \in [a, b]} |H_{v_n}^{(1)}(kr) / H_{v_n}^{(1)}(ka) - (a/r)^{v_n}| = C_{\max}^{(1)} \rightarrow 0,$$

$$\max_{n, r \in [0, a]} |J_{v_n}(kr) / J_{v_n}(ka) - (r/a)^{v_n}| = C_{\max}^{(2)} \rightarrow 0,$$

де $b > a$. Тоді для ряду (24) справедлива оцінка

$$S_D^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N q_{v_n} \sin(v_n \varphi) < \frac{2C_{\max}}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n = \frac{2C_{\max}}{\gamma} \frac{q^{\pi/\gamma} [q^{N\pi/\gamma} - 1]}{q^{\pi/\gamma} - 1} \quad (27)$$

де $C_{max} = \max\{C_{max}^1, C_{max}^2\}$ константа незалежна від $N, (q = a/r, r \geq a), (q = \frac{a}{r}r < a)$ Тепер можемо записати залишок ряду (21) так

$$|U_D(r, \varphi) - U_D^N(r, \varphi)| < \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_D(\varphi) [S_D^\infty(\varphi) - S_D^N(\varphi)] d\varphi < \frac{2C_{Max} q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1-q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_D(\varphi) d\varphi, \quad (28)$$

Аналогічну оцінку можемо знайти і для ряду (22):

$$|U_N(r, \varphi) - U_N^N(r, \varphi)| < \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_N(\varphi) [S_N^\infty(\varphi) - S_N^N(\varphi)] d\varphi < \frac{2C_{Max} q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1-q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_N(\varphi) d\varphi, \quad (29)$$

$$S_N^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n \cos[(n\pi/\gamma)\varphi] \quad (30)$$

Формули (16), (17) дають можливість просто оцінити кількість необхідних доданків при підсумовуванні відповідно рядів (21), (22).

Висновки: Таким чином формули (28), (29) дають можливість оцінити необхідну кількість доданків для забезпечення заданої точності при підсумовуванні рядів (21), (22), за умови, що значення потенціалів (21), (22) є відомим на поверхні. $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$

Власні функції рівняння Лапласа/Гельмгольца в клиноподібному секторі скінченної ширини

Для побудови розв'язків рівнянь Лапласа/Гельмгольца в скінченному клиноподібному секторі використовують циліндричну систему координат (r, φ, z) . У цій системі координат такий сектор визначимо так

$$K : \{0 \leq r < \infty; 0 \leq \varphi \leq \gamma; 0 \leq z \leq b\}. \quad (31)$$

Рівняння Лапласа/Гельмгольца записуються (2), (3) відповідно. Як у попередньому використаємо метод розділення змінних, записавши шуканий розв'язок цих рівнянь так. $U(r, \varphi, z) = R(r)\Phi(\varphi)Z(z)$ Тоді власні функції рівняння Лапласа $R(r), \Phi(\varphi), Z(z)$, знаходимо з розв'язку диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} - \left(\lambda_m^2 + \frac{\nu_n^2}{r^2} \right) R = 0, \quad r \in [0, \infty), \quad (32)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \nu_n^2 \Phi = 0, \quad \varphi \in [0, \gamma]. \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \lambda_m^2 Z = 0, \quad z \in [0, b] \quad (34)$$

Тут ν_n, λ_m - сталі розділення змінних або, іншими словами, власні значення задачі, а відповідні функції $R(r), \Phi(\varphi), Z(z)$, є її власними функціями. Загасаючи на нескінченності і обмежені в нулі розв'язки рівняння Лапласа записуються так:

$$U_D(r, \varphi, z) = \sum_{m=1}^{\infty} U_{mD}(r, \varphi) \sin(\lambda_m z)$$

$$U_{mD}(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} x_{mn} \sin(\nu_n \varphi) \begin{cases} K_{\nu_n}(\lambda_m r) / K_{\nu_n}(\lambda_m a), & r \geq a \\ I_{\nu_n}(\lambda_m r) / I_{\nu_n}(\lambda_m a), & r \leq a \end{cases} \quad (35)$$

$$U_N(r, \varphi, z) = \sum_{m=1}^{\infty} U_{mN}(r, \varphi) \cos(\lambda_m z)$$

$$U_{mN}(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} x_{mn} \cos(\nu_n \varphi) \begin{cases} K_{\nu_n}(\lambda_m r) / K_{\nu_n}(\lambda_m a), & r \geq a \\ I_{\nu_n}(\lambda_m r) / I_{\nu_n}(\lambda_m a), & r \leq a \end{cases}. \quad (36)$$

Тут x_{mn}, y_{mn} - невідомі коефіцієнти розкладу; $I_{\nu_n}(\lambda_m r), K_{\nu_n}(\lambda_m r)$ - модифіковані функції Бесселя і Макдональда; ν_n, λ_m - додатні розв'язки трансцендентних рівнянь $\sin(\nu_n \gamma) = 0$, $\sin(\lambda_m b) = 0$, тобто $\nu_n = n\pi/\gamma$, $\lambda_m = m\pi/b$. Представлення (35) дає загальний розв'язок крайової задачі

© Б.К.Гануліч, О.В.Гуда, Т.А.Крадінова

Діріхле для рівняння Лапласа (2): $U_{mD}(r, 0, z) = U_{mD}(r, \gamma, z) = 0$, $U_{mD}(r, \varphi, 0) = U_{mD}(r, \varphi, b) = 0$, а формула (36) дає загальний розв'язок крайової задачі Неймана для цього рівняння: $\partial_z U_{mN}(r, \varphi, 0) = \partial_z U_{mN}(r, \varphi, b) = 0$. Тригонометричні функції $\sin(v_n \varphi)$, $\cos(v_n \varphi)$, $\sin(\lambda_m z)$, $\cos(\lambda_m z)$ і є власними функціями цих задач і володіють властивістю ортогональності (7), (8), а також

$$\int_0^b \sin(\lambda_n z) \sin(\lambda_m z) dz = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ b/2, & n = m \end{cases}, \quad (37)$$

$$\int_0^b \cos(\lambda_n z) \cos(\lambda_m z) dz = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ b/2, & n = m \end{cases}. \quad (38)$$

Тоді можемо записати:

$$U_{mD}(r, \varphi) = \frac{2}{b} \int_0^b U_D(r, \varphi, z) \sin(\lambda_m z) dz, \quad (39)$$

$$U_{mN}(r, \varphi) = \frac{2}{b} \int_0^b U_N(r, \varphi, z) \cos(\lambda_m z) dz \quad (40)$$

Якщо значення функцій (39) (40) є відомими на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$: $U_{mD}(a, \varphi) = f_{mD}(\varphi)$, $U_{mN}(a, \varphi) = f_{mN}(\varphi)$, то коефіцієнтів розкладу визначаються формулами: (9), (10).

Тепер можемо переписати

$$U_{mD}(r, \varphi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_{mD}(\varphi) S_{mD}^N(q, \varphi) d\varphi, \quad (41)$$

$$S_{mD}^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N q_{mv_n} \sin(v_n \varphi) \quad (42)$$

$$q_{mv_n} = \begin{cases} K_{v_n}(\lambda_m r) / K_{v_n}(\lambda_m a), & r \geq a \\ I_{v_n}(\lambda_m r) / I_{v_n}(\lambda_m a), & r \leq a \end{cases}. \quad (43)$$

Коефіцієнти розкладу q_{v_n} при $r > a$ і довільних n є комплексними величинами. Для функцій Бесселя і Ганкеля при $n \gg 1$ справедливі наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} K_{v_n}(\lambda_m r) / K_{v_n}(\lambda_m a) &\approx (a/r)^{v_n} = (q)^{v_n} = (q^{\pi/\gamma})^n, \quad r \geq a, \quad n \gg 1 \\ I_{v_n}(\lambda_m r) / I_{v_n}(\lambda_m a) &\approx (r/a)^{v_n} = (q)^{v_n} = (q^{\pi/\gamma})^n, \quad r \leq a, \quad n \gg 1 \end{aligned} \quad (44)$$

Далі встановимо максимальну різницю, коли γ змінюється в скінченній області:

$$\begin{aligned} \max_{m, n, r \in [a, b]} |K_{v_n}(\lambda_m r) / K_{v_n}(\lambda_m a) - (a/r)^{v_n}| &= \bar{C}_{\max}^{(1)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0, \\ \max_{m, n, r \in [0, a]} |I_{v_n}(\lambda_m r) / I_{v_n}(\lambda_m a) - (r/a)^{v_n}| &= \bar{C}_{\max}^{(2)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0, \end{aligned} \quad (45)$$

де $b > a$. Тоді для ряду (42) справедлива оцінка

$$S_{mD}^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N q_{mv_n} \sin(v_n \varphi) < \frac{2\bar{C}_{\max}}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n = \frac{2\bar{C}_{\max}}{\gamma} \frac{q^{\pi/\gamma} [q^{N\pi/\gamma} - 1]}{q^{\pi/\gamma} - 1}, \quad (46)$$

де $\bar{C}_{\max} = \max\{\bar{C}_{\max}^{(1)}, \bar{C}_{\max}^{(2)}\}$ константа незалежна від N , $q = \begin{cases} a/r, & r \geq a \\ r/a, & r \leq a \end{cases}$

Тепер можемо записати залишок ряду (21) так

$$\begin{aligned} |U_{mD}(r, \varphi) - U_{mD}^N(r, \varphi)| &< \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_{mD}(\varphi) [S_{mD}^\infty(\varphi) - S_{mD}^N(\varphi)] d\varphi < \\ &< \frac{2\bar{C}_{\max} q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1 - q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_{mD}(\varphi) d\varphi, \end{aligned} \quad (47)$$

Аналогічну оцінку можемо знайти і для ряду (22):

$$|U_{mN}(r, \varphi) - U_{mN}^N(r, \varphi)| < \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_{mN}(\varphi) [S_{mN}^\infty(\varphi) - S_{mN}^N(\varphi)] d\varphi < \frac{2\bar{C}_{Max} q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1 - q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_{mN}(\varphi) d\varphi, \quad (48)$$

Де $U_{mD}^N(r, \varphi), U_{mN}^N(r, \varphi)$ - ряди (35), (36), в яких враховано N членів.

$$S_{mN}^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N q_{mv_n} \cos[(n\pi / \gamma)\varphi] \quad (49)$$

Формули (47), (48) дають можливість оцінити кількість необхідних доданків при підсумовуванні відповідно рядів (35), (36).

Висновки: Таким чином формули (47), (48) дають можливість оцінити необхідну кількість доданків для забезпечення заданої точності при підсумовуванні рядів (35), (36), за умови, що значення потенціалів (39), (40) є відомим на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$.

Перейдемо до рівняння Гельмгольца (3). Застосовуючи метод розділення змінних, знаходимо

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left((k^2 - \lambda_m^2) - \frac{v_n^2}{r^2} \right) R = 0, \quad r \in [0, \infty), \quad (50)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + v_n^2 \Phi = 0, \quad \varphi \in [0, \gamma], \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \lambda_m^2 Z = 0, \quad z \in [0, b]. \quad (52)$$

Враховуючи, що рівняння (32) визначає функції Бесселя, згасаючі на нескінченності і обмежені в нулі розв'язки рівняння Гельмгольца (3) записуються так:

$$U_D(r, \varphi, z) = \sum_{m=1}^{\infty} U_{mD}(r, \varphi) \sin(\lambda_m z)$$

$$U_{mD}(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} x_{mn} \sin(v_n \varphi) \begin{cases} H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m r) / H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m a), & r \geq a \\ J_{v_n}(\kappa_m r) / J_{v_n}(\kappa_m a), & r \leq a \end{cases} \quad (53)$$

$$U_N(r, \varphi, z) = \sum_{m=1}^{\infty} U_{mN}(r, \varphi) \sin(\lambda_m z)$$

$$U_{mN}(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} x_{mn} \sin(v_n \varphi) \begin{cases} H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m r) / H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m a), & r \geq a \\ J_{v_n}(\kappa_m r) / J_{v_n}(\kappa_m a), & r \leq a \end{cases} \quad (54)$$

Тут $k_m = \sqrt{k^2 - \lambda_m^2}$. Представлення (21) дає загальний розв'язок крайової задачі Діріхле для рівняння Гельмгольца (3): $U_D(r, 0) = U_D(r, \gamma) = 0$, а формула (6) дає загальний розв'язок крайової задачі Неймана для цього рівняння: $\partial_\varphi U_N(r, 0) = \partial_\varphi U_N(r, \gamma) = 0$.

Як і у попередньому випадку прийемо, що значення функцій (53), (54) є відомими на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$ $U_{mD}(a, \varphi) = f_{mD}(\varphi)$, $U_{mN}(a, \varphi) = f_{vN}(\varphi)$. Тоді коефіцієнти розкладу визначаються формулами (8), (9). Тепер можемо записати

$$U_{mD}(r, \varphi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_{mD}(\varphi) S_{mD}^N(\varphi) d\varphi, \quad (55)$$

де

$$S_D^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N q_{v_n} \sin(v_n \varphi), \quad (56)$$

$$q_{v_n} = \begin{cases} H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m r) / H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m a), & r \geq a \\ J_{v_n}(\kappa_m r) / J_{v_n}(\kappa_m a), & r \leq a \end{cases} \quad (57)$$

Тут вираз для коефіцієнти розкладу q_{r_n} залежить від двох параметрів: r і v_n . Крім того, q_{r_n} при $r > a$ і довільних n є комплексними величинами. Проте, врахувавши асимптотичні властивості функцій Бесселя і Ганкеля при $n \gg 1$ встановлюємо справедливості наступних співвідношень:

$$H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m r) / H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m a) \approx (a/r)^{v_n} = (q)^{v_n} = (q^{\pi/\gamma})^n, \quad r \geq a, \quad n \gg 1$$

$$J_{v_n}(\kappa_m r) / J_{v_n}(\kappa_m a) \approx (r/a)^{v_n} = (q)^{v_n} = (q^{\pi/\gamma})^n, \quad r \leq a, \quad n \gg 1 \quad (58)$$

Очевидно, що для будь якого скінченного значення $n=N$, а також параметрів r і a вирази (58) справджуються з певною точністю. Щоб отримати необхідні оцінки точності, встановимо максимальну різницю для заданої області зміни параметра r :

$$\max_{n,r \in [a,b]} |H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m r) / H_{v_n}^{(1)}(\kappa_m a) - (a/r)^{v_n}| = \tilde{C}_{\max}^{(1)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0,$$

$$\max_{n,r \in [0,a]} |J_{v_n}(\kappa_m r) / J_{v_n}(\kappa_m a) - (r/a)^{v_n}| = \tilde{C}_{\max}^{(2)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0,$$

де $b > a$. Тоді для ряду (24) справедлива оцінка

$$S_{mD}^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N q_{v_n} \sin(v_n \varphi) < \frac{2\tilde{C}_{\max}}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n = \frac{2\tilde{C}_{\max}}{\gamma} \frac{q^{\pi/\gamma} [q^{N\pi/\gamma} - 1]}{q^{\pi/\gamma} - 1}, \quad (59)$$

де $\tilde{C}_{\max} = \max\{\tilde{C}_{\max}^{(1)}, \tilde{C}_{\max}^{(2)}\}$ константа незалежна від N , $q = \begin{cases} a/r, & r \geq a \\ r/a, & r \leq a \end{cases}$

Тепер можемо записати залишок ряду (53) так

$$\begin{aligned} |U_{mD}(r, \varphi) - U_{mD}^N(r, \varphi)| &< \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_{mD}(\varphi) [S_{mD}^\infty(\varphi) - S_{mD}^N(\varphi)] d\varphi < \\ &< \frac{2\tilde{C}_{\max} q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1 - q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_{mD}(\varphi) d\varphi, \end{aligned} \quad (60)$$

Аналогічну оцінку можемо знайти і для ряду (54):

$$\begin{aligned} |U_{mN}(r, \varphi) - U_{mN}^N(r, \varphi)| &< \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\gamma f_{mN}(\varphi) [S_{mN}^\infty(\varphi) - S_{mN}^N(\varphi)] d\varphi < \\ &< \frac{2\tilde{C}_{\max} q^{(N+1)\pi/\gamma}}{\gamma(1 - q^{\pi/\gamma})} \int_0^\gamma f_{mN}(\varphi) d\varphi, \end{aligned} \quad (61)$$

Де

$$S_{mN}^N(\varphi) = \frac{2}{\gamma} \sum_{n=1}^N (q^{\pi/\gamma})^n \cos[(n\pi/\gamma)\varphi] \quad (62)$$

Таким чином формули (60), (61) дають можливість оцінити необхідну кількість доданків для забезпечення заданої точності при підсумовуванні рядів (53), (54), за умови, що значення потенціалів (56), (57) є відомим на поверхні $\{r = a, 0 \leq \varphi \leq \gamma\}$.

ВИСНОВКИ

Розв'язано рівняння Лапласа/Гельмгольца для клиноподібних областей, а саме: у клиноподібному секторі скінченної ширини та у скінченному секторі скінченної протяжності. Розв'язки представлені у вигляді рядів по функціях Бесселя. Отримано формули оцінки необхідної кількості доданків відповідного ряду для забезпечення заданої точності обчислень.

Список використаних джерел

1. Маркович Б. М. Рівняння математичної фізики : навч. посіб. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. 384 с.
2. Перестюк М. О., Маринець В. В. Теорія рівнянь математичної фізики. Київ: Либідь, 2006. 363 с.

Рецензент: Мікуліч О.А., д.т.н., професор кафедри штучного інтелекту та математичного моделювання

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ТА ПОДАННЯ СТАТЕЙ

Стаття надсилається до редакції збірника у паперовому варіанті з підписами авторів на адресу: 43018, м. Луцьк, вул. Львівська 75, Луцький НТУ; в електронному вигляді у форматі MS WORD – на електронну адресу: naukovi-notatki@lutsk-ntu.com.ua. Обидва варіанти повинні бути ідентичними.

Наукова стаття обов'язково повинна мати наступні необхідні елементи: постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями; аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття; формулювання цілей статті; виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів; висновки з даного дослідження і перспективи подальших досліджень у даному напрямку.

1. **Статтю можна подавати українською або англійською мовою.** Стаття повинна бути набрана у текстовому редакторі не нижче MS WORD 97/03 і надрукована тільки на лазерному або струйному принтері на білих листах формату А4 (297х210 мм). Нумерацію сторінок не виконувати. Обсяг статті від 4-9 сторінок.
2. Параметри сторінки: верхнє, нижнє та ліве поле – 2 см, праве поле 2,5 см. Від краю до колонтитула верхнього – 1,25 см, нижнього – 1,25 см.
3. Шапка статті: індекс УДК, ініціали та прізвища авторів розміщується на один абзац нижче шрифтом 11 пт, назва організації – набираються з нового рядка шрифтом Time New Roman Cyr розміром 11 пт з одинарним міжрядковим інтервалом і вирівнюються по центру. Назва статті розміщується на один абзац нижче назви організації, набирається шрифтом Time New Roman Cyr розміром 11 пт з напівжирним виділенням і вирівнюється по центру.
4. **Анотації** українською та англійською мовами набираються з абзацного відступу шрифтом Time New Roman Cyr розміром 9, курсив, напівжирний 300-500 друкованих знаків з одинарним міжрядковим інтервалом і вирівнюються по ширині; англійською мовами розширена анотація 700-1000 друкованих знаків.
5. Нижче анотацій обов'язково вказуються ключові слова шрифтом Time New Roman Cyr, курсив, напівжирний 9 пт.
6. Основний текст розміщується на 1 см нижче анотацій, набирається з абзацного відступу 1 см шрифтом Time New Roman Cyr розміром 11 пт з одинарним міжрядковим інтервалом і вирівнюється по ширині.
7. Для набирання формул застосовувати редактор формул MS WORD (використовувати шрифти: Symbol, Time New Roman Cyr; розміри шрифтів: звичайний 12 пт, крупний індекс 7 пт, дрібний індекс 5 пт, крупний символ 18 пт, дрібний символ 12 пт). Формула вирівнюється по центру і не повинна займати більше 5/6 ширини рядка.
8. Якщо в статті присутні ілюстрації, необхідно розташовувати їх по тексту, вирівнюючи підписи (*Рис. 1. Схема ...*) по ширині з абзацного відступу 1 см. Другий екземпляр ілюстрації необхідно подати на окремому листі. Ілюстрації повинні бути чіткими та контрастними.
9. Таблиці розташовувати по тексту, причому їх ширина повинна бути на 1 см менша ширини рядка. Над таблицею поставити її порядковий номер (*Табл. 1*) вирівнюючи по правому краю, під яким розмістити назву таблиці вирівнюючи по центру.

10. Література подається загальним списком в кінці рукопису згідно з вимогами державного стандарту через 1 см від останнього рядка.
11. **Обов'язково** подати статтю. на лазерному диску. Статті можна також пересилати електронною поштою за такою адресою: **naukovi-notatki@lutsk-ntu.com.ua**
12. До статті **обов'язково** додається **рецензія** від провідного вченого за науковим спрямуванням статті та **авторська довідка** у письмовому та електронному вигляді за вказаною формою:

Прізвище, Ім'я, По-батькові

Місце роботи, посада, науковий ступінь, вчене звання

Наукові інтереси, ORCID

Назва статті та особисті підписи усіх авторів

Адреса для листування, телефон, e-mail, контактну особу

14. В кінці статті обов'язково вказуються ПІБ, посаду, науковий ступінь, вчене звання рецензента статті.
15. Рукописи, що не відповідають вище вказаним вимогам, не розглядаються і до друку не приймаються.

ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ

УДК: 620.179.16

І.І. Іванов¹, П.П. Петров²

*Луцький національний технічний університет¹
Тернопільський національний технічний університет²*

НАБЛИЖЕНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ОСІ КОНОЇДА, ПРЕДСТАВЛЕНОГО ДИСКРЕТНИМ КАРКАСОМ ТВІРНИХ

*Розроблено алгоритм наближеного визначення осі коноїда, представленого дискретним каркасом
спільних твірних.*

Ключові слова: вісь коноїда, дискретний каркас, твірна.

I. Ivanov, P. Petrov

AXIS APPROXIMATE DEFINITION OF CONOID DESCRIBED BY THE SET OF STRAIGHT LINES

*The algorithm of axis approximate definition of conoid described by the set of straight lines is made. The approximate
conoid axis is a line. Conoid is created by straight lines.*

Keywords: conoid axis, discretely carcass of straight lines.

Постановка проблеми. На коноїді, представленому дискретним каркасом.....

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Наскільки відомо автору з.....

Постановка завдань. В роботі поставлено мету – розробити алгоритм....

Викладення основного матеріалу. Для наближеного визначення осі використовувалася така
властивість коноїдів: усі твірні поверхні перетинають її вісь [1].

формула (1)

Рисунок

Рис. 1. Назва рисунка

Назва таблиці

Табл. 1.

Висновки. В статті розроблено алгоритм наближеного....

Список використаних джерел:

ПБ, посада, науковий ступінь, вчене звання рецензентів статті.

Ціна договірна

Видання відповідає кластеру «Механічна інженерія та машинобудування».

Комп'ютерний набір та верстка: О.Д. Клименко

Наклад 300 прим.

Веб-сайт збірника:

<http://eforum.lntu.edu.ua/index.php/naukovi-notatky>

Довідки за e-mail: naukovi-notatki@lutsk-ntu.com.ua

Рекомендовано до друку Вченою радою Луцького національного технічного університету, протокол № 12 від 28 травня 2026 р.

Свідоцтво Державної реєстраційної служби України серія KB, № 15901-4373ПР від 13.11.2019 р.

ISSN: 24-15-39-66

43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75

© Луцький національний технічний університет, 2026 р.