

ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ МІЦНОСТІ ТРАПЕЦЕЇДАЛЬНИХ МУЛЬТИФРАКТАЛІВ

Поліський національний університет

У статті представлено результати експериментальних досліджень міцності трапецеїдальних мультифракталів, виготовлених методом FDM 3D-друку з полімерного матеріалу PETG. Досліджувані зразки являли собою регулярні дискретні структури з трапецієподібним зовнішнім контуром та мультифрактальною системою внутрішніх трикутних комірок, геометрія яких визначалася параметром анізотропії ϵ .

Проведено випробування зразків на одинісний стиск із реєстрацією діаграм деформування та визначенням максимального навантаження руйнування. Встановлено залежність граничної несучої здатності мультифракталів від параметра анізотропії ϵ та досліджено характер їх руйнування. Показано, що зі збільшенням параметра анізотропії зростає максимальне навантаження руйнування, а процес деформування супроводжується формуванням похилих площин зсуву та локалізацією залишкових деформацій переважно у крайових ділянках конструкцій.

Отримані результати можуть бути використані під час проєктування легких конструкцій із керованими механічними властивостями для машинобудування, транспортної техніки, будівництва та адитивного виробництва.

Ключові слова: трапецеїдальні мультифрактали; мультифрактальні решітки; механічні властивості; міцність; FDM-друк; PETG; стискання.

O.V.Ksiukovskyi

DETERMINATION OF THE STRENGTH CHARACTERISTICS OF TRAPEZOIDAL MULTIFRACTALS

The article presents the results of an experimental study of the strength of trapezoidal multifractals manufactured from PETG by FDM (Fused Deposition Modeling) 3D printing. The investigated specimens were regular discrete structures with a trapezoidal outer contour and a multifractal system of internal triangular cells, whose geometry was defined by the anisotropy parameter ϵ .

The specimens were subjected to uniaxial compression tests with continuous recording of the load–displacement curves and determination of the maximum failure load. The relationship between the ultimate load-bearing capacity of the multifractals and the anisotropy parameter ϵ was established, and their fracture behavior was investigated. It was found that an increase in the anisotropy parameter leads to a higher maximum failure load, while the deformation process is accompanied by the formation of inclined shear planes and the localization of residual deformation mainly in the edge regions of the specimens.

The obtained results can be used in the design of lightweight structures with controlled mechanical properties for applications in mechanical engineering, transportation engineering, civil engineering, and additive manufacturing.

Keywords: trapezoidal multifractals; multifractal lattices; mechanical properties; strength; FDM printing; PETG; compression

Постановка проблеми. Мультифрактальні структури привертають значну увагу дослідників завдяки можливості поєднання малої маси, високої питомої міцності та розвиненої внутрішньої поверхні [1–2, 11]. Регулярні мультифрактальні решітки дають змогу керувати механічними властивостями конструкцій шляхом зміни їхньої геометричної топології та параметрів внутрішньої структури [2–3, 12].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розвиток технологій адитивного виробництва, зокрема FDM 3D-друку, відкрив можливість виготовлення складних мультифрактальних конструкцій із високою геометричною точністю та подальшого експериментального дослідження їхніх механічних характеристик [4]. Незважаючи на значну кількість робіт, присвячених фрактальним і ґратчастим структурам, питання міцності трапецеїдальних мультифракталів та особливостей їх руйнування при стисканні залишаються недостатньо дослідженими.

Мета роботи. Метою роботи є експериментальне визначення показників міцності трапецеїдальних мультифракталів, виготовлених методом FDM 3D-друку, дослідження характеру їх руйнування при одинісному стисканні та оцінювання впливу параметра анізотропії ϵ на граничну несучу здатність конструкцій.

Методика виготовлення зразків. Для експериментальних досліджень було виготовлено серію зразків трапецеїдальних мультифракталів методом пошарового наплавлення матеріалу (FDM, Fused Deposition Modeling). Геометричні моделі створювали засобами комп'ютерного проєктування на основі трапецієподібного зовнішнього контуру та внутрішньої системи взаємопов'язаних трикутних елементів, сформованих за принципом мультифрактальної побудови.

Усі зразки мали однакові габаритні розміри: нижня основа — 90 мм, верхня основа — 45 мм, висота — 45 мм, товщина — 3 мм. Відмінності між типами мультифракталів визначалися лише параметром анізотропії ϵ , який задавав геометрію внутрішньої структури.

Після завершення моделювання цифрові моделі експортували у формат STL та готували до друку за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення PrusaSlicer. Усі зразки виготовляли за однакових технологічних режимів, що забезпечувало коректність порівняльного аналізу результатів механічних випробувань.

Для друку використовували термопластичний поліефіргліколь (PETG), який характеризується достатньою міцністю, високою міжшаровою адгезією та незначною усадкою під час охолодження. Основні технологічні параметри друку (температура екструзії, швидкість друку, товщина шару та орієнтація зразків на робочій платформі) протягом усієї серії залишалися незмінними, що дозволило мінімізувати вплив технологічних чинників на результати експериментальних досліджень.

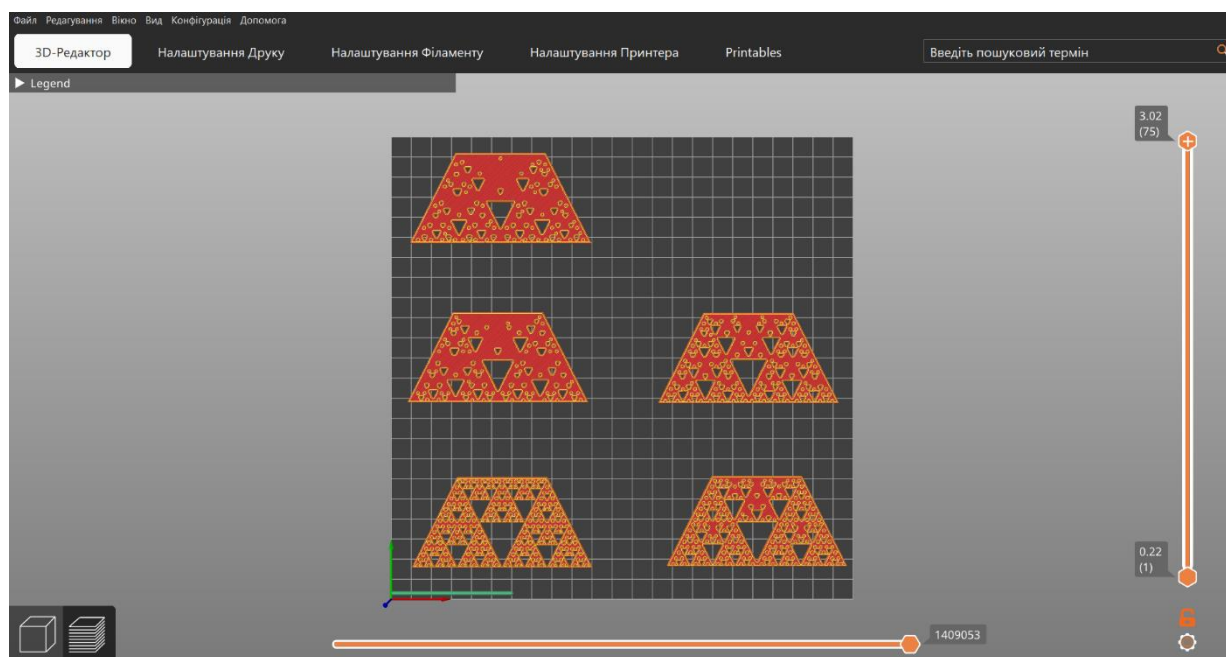


Рис. 1. Тривимірні моделі трапецеїдальних мультифракталів у середовищі підготовки до FDM 3D-друку.

Методика досліджень міцності. Оцінювання міцності трапецеїдальних мультифракталів виконували шляхом випробувань на одновісний стиск із використанням універсальної випробувальної машини Р-5М2 («АСМА-Прилад»). З огляду на невелику товщину дослідних зразків (3 мм) під час проведення експериментів застосовували спеціальне напрямне пристосування, яке забезпечувало їхнє стабільне положення та запобігало втраті стійкості під час навантаження.

Навантаження прикладали вздовж вертикальної осі симетрії зразка зі сталою швидкістю переміщення рухомої траверси 60 мм/хв. Упродовж випробувань автоматично реєстрували значення прикладеної сили та відповідні переміщення зразка. Збір, збереження та первинну обробку експериментальних даних здійснювали за допомогою штатного програмного забезпечення випробувального комплексу.

За результатами випробувань для кожного зразка будували діаграми деформування типу «навантаження – переміщення», які використовували для визначення максимального навантаження руйнування $R_{\max}$. Значення $R_{\max}$ приймали рівним найбільшому значенню сили, зафіксованому на діаграмі деформування.

Дослідження проводили для п'яти типів трапецеїдальних мультифракталів (А, В, С, D та Е), які відрізнялися параметром анізотропії ϵ та конфігурацією внутрішньої мультифрактальної структури. Отримані експериментальні діаграми деформування наведено на (рис. 4).

Результати випробувань:

Результати експериментальних досліджень, наведені в (табл. 1), свідчать про суттєвий вплив параметра анізотропії ϵ та внутрішньої топології трапецеїдальних мультифракталів на їхню граничну несучу здатність.

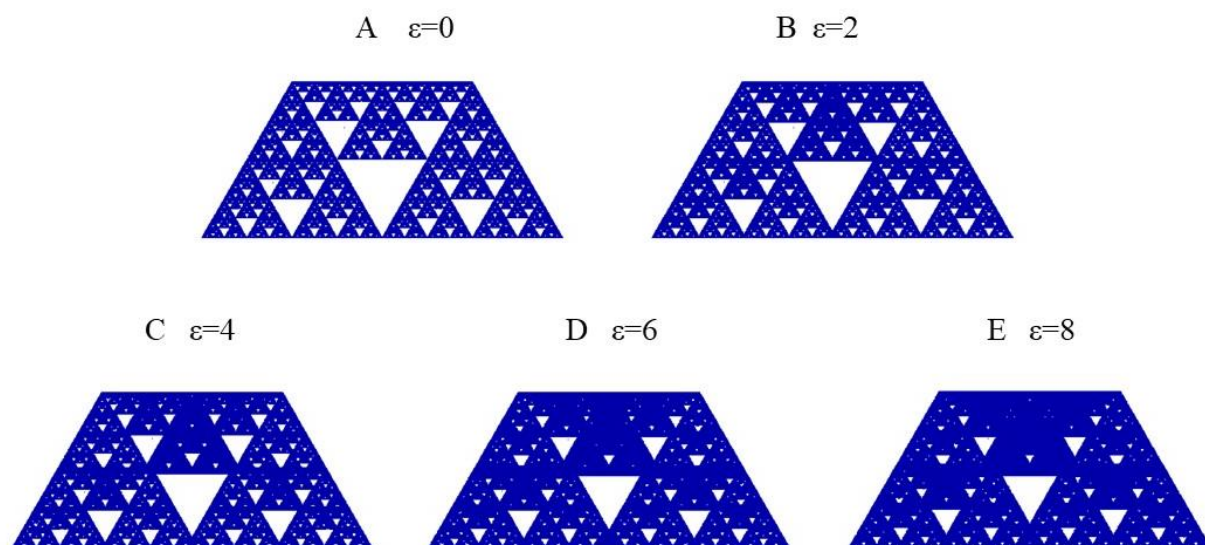


Рис.2. П'ять типів (А, В, С, D, Е) синтезованих трапецеїдальних мультифракталів.

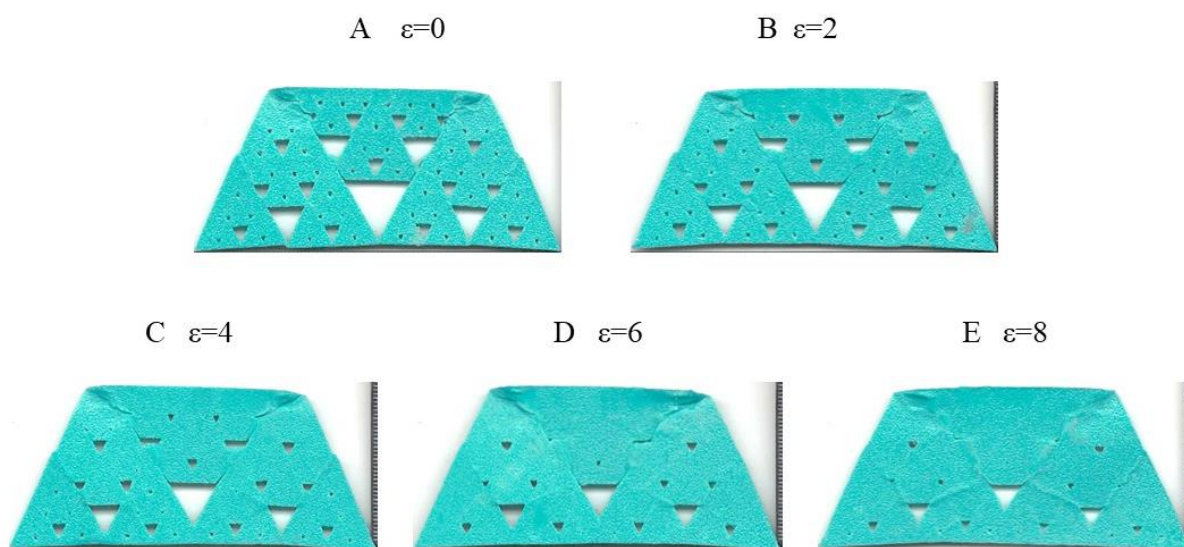


Рис.3. П'ять типів (А, В, С, D, Е) трапецеїдальних мультифракталів після випробувань на стиск.

Табл. 1.

Фізико-механічні характеристики трапецеїдальних мультифракталів

Тип мультифрактального зразка	А	В	С	Д	Е
Параметр анізотропії ε	0	2	4	6	8
Максимальне навантаження P_{max} , Н	3030	3510	3780	4320	4830
Маса m , (г)	7,83	8,78	9,01	9,11	9,52
Площа S , мм ²	2055,12	2304,46	2364,83	2391,08	2498,69

Максимальне навантаження руйнування досліджуваних структур знаходиться в межах від 3030 до 4830 Н. Найменше значення P_{max} зафіксовано для мультифрактала типу А ($\varepsilon = 0$), тоді як найбільшу несучу здатність продемонстрував мультифрактал типу Е ($\varepsilon = 8$).

Зі збільшенням параметра анізотропії ε спостерігається стійка тенденція до зростання максимального навантаження руйнування. Одночасно збільшуються маса та площа мультифрактальних структур, що обумовлено ускладненням їхньої внутрішньої топології та збільшенням кількості несучих елементів.

Аналіз діаграм деформування показав, що для всіх досліджуваних типів мультифракталів характерним є подібний перебіг процесу деформування. На початковій стадії навантаження залежність «навантаження – переміщення» має майже лінійний характер, після чого зі збільшенням навантаження відбувається розвиток деформацій, що передують руйнуванню конструкції.

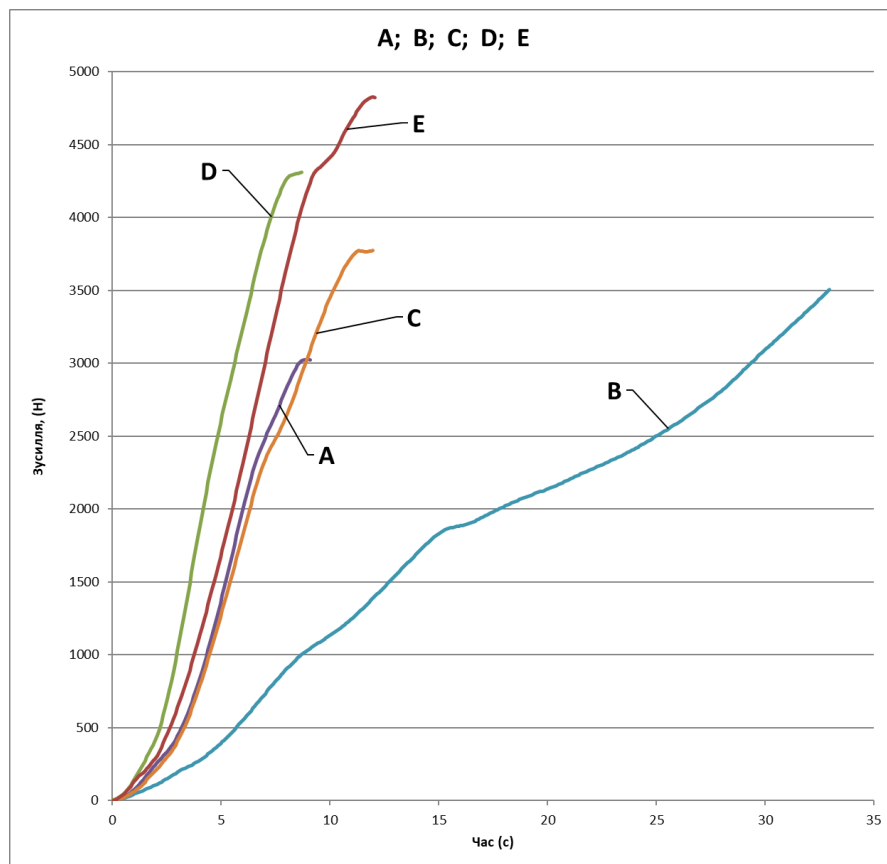


Рис. 4. Криві деформування трапецеїдальних мультифракталів типів А, В, С, D та Е.

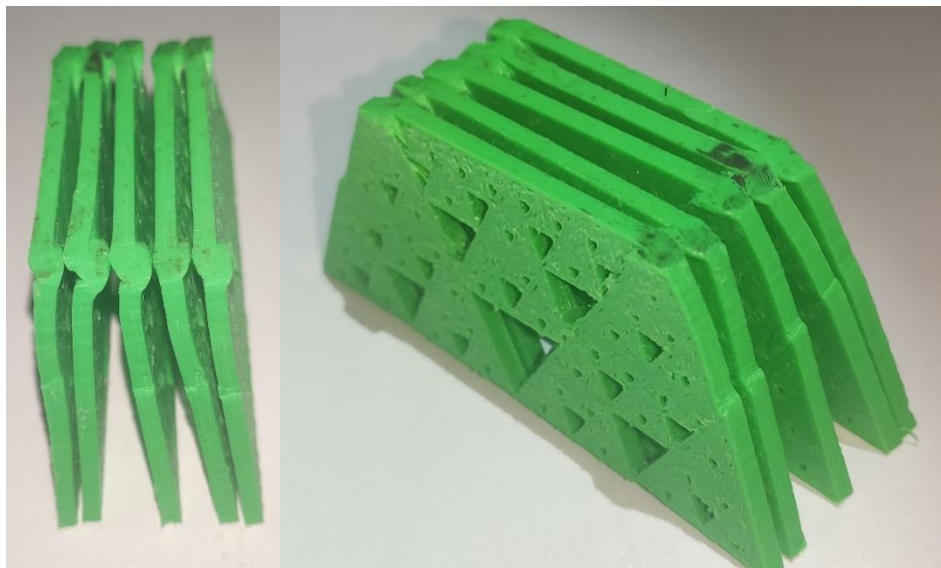


Рис. 5. Характер руйнування трапецеїдальних мультифракталів після випробувань на стиск.

Для всіх досліджуваних типів трапецеїдальних мультифракталів руйнування відбувалося шляхом формування похилих площин зсуву. За рівномірного прикладання стискаючого навантаження по всій ширині верхньої основи зразка найбільш інтенсивні залишкові деформації локалізувалися переважно у його крайових ділянках, тоді як центральна частина зазнавала значно менших змін форми. При цьому зовнішній контур конструкції до завершення випробування зберігав загальну геометричну форму. (рис. 5).

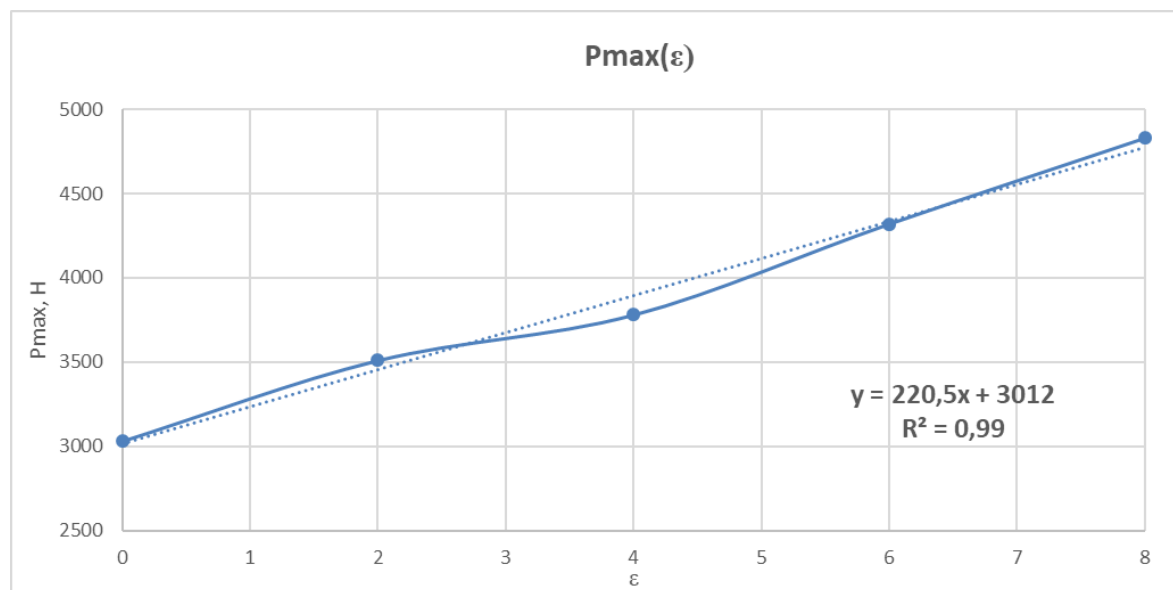


Рис. 6. Залежність граничної несучої здатності мультифракталів від параметра анізотропії ϵ .

Зі збільшенням параметра анізотропії ϵ гранична несуча здатність трапецеїдальних мультифракталів монотонно зростає. Експериментальні дані з високою точністю описуються лінійною залежністю для якої коефіцієнт детермінації становить $R^2 = 0,99$. Це свідчить про сильний лінійний зв'язок між параметром анізотропії ϵ та максимальною несучою здатністю досліджуваних мультифракталів у межах дослідженого діапазону (рис. 6).

Висновки.

Експериментально визначено граничну несучу здатність п'яти типів трапецеїдальних мультифракталів (А, В, С, D, Е), виготовлених методом FDM 3D-друку з матеріалу PETG. Встановлено, що максимальне навантаження руйнування досліджуваних структур змінюється в межах від 3030 до 4830 Н.

Встановлено, що зі збільшенням параметра анізотропії ϵ гранична несуча здатність трапецеїдальних мультифракталів монотонно зростає та в межах дослідженого діапазону з високою точністю описується лінійною залежністю ($R^2 = 0,99$). Це підтверджує можливість керування міцністю конструкцій шляхом зміни внутрішньої мультифрактальної топології.

Встановлено, що незалежно від типу мультифрактала руйнування конструкцій відбувається шляхом формування похилих площин зсуву. За рівномірного прикладання стискаючого навантаження найбільш інтенсивні залишкові деформації локалізуються переважно у крайових ділянках зразків.

тримані результати можуть бути використані для проектування легких конструкцій із керованими механічними властивостями та оптимізації геометрії мультифрактальних структур, призначених для елементів машинобудування, транспортної техніки, будівництва й адитивного виробництва.

Список використаних джерел

1. Grabar I.G. Synthesis of Multifractals. — Zhytomyr: Polissia National University, 2023. — 200 p.
2. Grabar I.G., Kubrak Y.O. Synthesis of Multifractals by Brownian Dynamics of a Point in a Field of N Central Forces. In: Skiadas C.H., Dimotikalis Y. (Eds.). 16th Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS 2023). Springer Proceedings in Complexity. Cham: Springer, 2024. P. 157–174. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-60907-7_13
3. Грабар І.Г., Грабар О.І. Фрактальні орнаменти. — Житомир: Поліський національний університет, 2021. — 298 с.
4. Грабар І.Г., Кульман С.М., Ксюковський О.В., Дубовик Д.А. Конструювання, 3D-друк та експериментальне дослідження перколяційно-фрактальних композитних конструкційних елементів. // Podilian Bulletin: Agriculture, Engineering, Economics. 2025. № 2(43). DOI: <https://doi.org/10.37406/2706-9052-2025-2.27>
5. Gao Y., Jiang J., De Schutter G., Ye G., Sun W. Fractal and Multifractal Analysis on Pore Structure in Cement Paste. // Construction and Building Materials. 2014. Vol. 69. P. 253–261. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.07.065>

6. Bespalhuk K.J., de Oliveira T.J.C., Valverde J.V.P., Gonçalves R.A., Ferreira-Neto L., Souto P.C.S., Silva J.R., de Souza N.C. Fractal Analysis of Microstructures in Portland Cement Pastes – Effect of Curing Conditions. // Construction and Building Materials. 2023. Vol. 363. Article 129881. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.129881>
7. Balankin A.S., Ramírez-Joaquín J., González-López G., Hernández S.G. Formation Factors for a Class of Deterministic Models of Pre-Fractal Pore-Fracture Networks. // Chaos, Solitons & Fractals. 2022. Vol. 162. Article 112452. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.112452>
8. Balankin A.S. Physics of Fracture and Mechanics of Self-Affine Cracks. // Engineering Fracture Mechanics. 1997. Vol. 57. No. 2–3. P. 135–203. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(97\)00007-6](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(97)00007-6)
9. Mesón A.M., Vericat F. On Multifractal Rigidity. // Mathematical Physics and Analysis of Geometry. 2011. Vol. 14. No. 4. P. 295–320. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11040-011-9098-y>
10. Carpinteri A., Chiaia B. Multifractal Scaling Law for the Fracture Energy Variation of Concrete Structures. // Fracture Mechanics of Concrete Structures. Freiburg: AEDIFICATIO Publishers, 1995. P. 581–596.
11. Harte D. Multifractals: Theory and Applications. — Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2001. — 264 p.
12. Falconer K. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. 3rd ed. — Chichester: John Wiley & Sons, 2014. — 398 p.
13. Vicsek T. Fractal Growth Phenomena. 2nd ed. — Singapore: World Scientific Publishing, 1992. — 483 p.

Дата надходження статті до видання: 27.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026