

Б.І. Придальний [0000-0001-8565-5986], А.О. Сяський [0000-0002-2943-2873],
О.А. Мікуліч [0000-0003-4522-596X], Р.Я. Грудецький [0000-0001-5747-4168]

Луцький національний технічний університет

МЕТОДОЛОГІЯ РОЗРАХУНКОВОГО ОЦІНЮВАННЯ ТОЧНОСТІ ТА ЖОРСТКОСТІ РОБОТИЗОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ

У статті розглянуто проблему розрахунково-інформаційного оцінювання точності та жорсткості роботизованих технологічних комплексів, що виконують операції з силовою взаємодією інструмента із заготовкою або об'єктом маніпулювання. Актуальність дослідження зумовлена тим, що паспортні характеристики промислового робота не дають достатньої підстави для висновку про придатність комплексу до конкретної технологічної операції, оскільки фактична похибка TCP формується під впливом конфігураційно залежної податливості, технологічного навантаження, параметрів інструмента, динамічних ефектів, калібрування, вимірювальних даних і технічного стану системи. Метою роботи є формування інтегрованої методології оцінювання, яка поєднує кінематико-статичну модель положення точки центра інструменту, модель жорсткості й податливості, динамічну складову похибки та цифровий інформаційний шар даних. Запропоновано структурне подання роботизованого технологічного комплексу як системи, що включає промисловий робот, систему керування, технологічний інструмент, об'єкт взаємодії, технологічну операцію, сенсорну підсистему та цифровий інформаційний шар. Сформовано послідовність оцінювання, у межах якої визначаються положення центральної точки інструменту, wrench-навантаження, узагальнені моменти в суглобах, деформаційна похибка, динамічна складові та сумарна похибка робочої точки. Окремо запропоновано інформаційну структуру даних для зберігання параметрів робота, інструмента, операції, навантажень, калібрування, вимірювань, діагностики та результатів оцінювання. На відміну від підходів, у яких точність, жорсткість, динаміка й цифрове представлення розглядаються окремо, запропонована методологія забезпечує формалізований перехід від вихідних даних і розрахункових моделей до інженерного рішення про придатність, умовну придатність або непридатність комплексу до заданої операції.

Ключові слова: роботизований комплекс, промисловий робот, точність, жорсткість, система керування, технологічне навантаження, цифровий інформаційний шар, калібрування, вимірювання, програмно-інформаційна модель.

B. Prydalnyi, A. Siaskyi, O. Mikulich, R. Hrudetskyi

METHODOLOGY FOR COMPUTATIONAL EVALUATION OF THE ACCURACY AND STIFFNESS OF ROBOTIC TECHNOLOGICAL COMPLEXES

The article addresses the problem of computational and information-based evaluation of the accuracy and stiffness of robotic technological complexes performing operations involving force interaction between the tool and the workpiece or manipulated object. The relevance of the study is обусловлена by the fact that the nominal specifications of an industrial robot do not provide sufficient grounds for determining the suitability of the complex for a specific technological operation, since the actual TCP error is formed under the influence of configuration-dependent compliance, technological loading, tool parameters, dynamic effects, calibration, measurement data, and the technical condition of the system. The aim of the study is to develop an integrated evaluation methodology combining a kinematic-static model of the tool center point position, a stiffness and compliance model, a dynamic error component, and a digital information data layer. A structural representation of the robotic technological complex is proposed as a system including an industrial robot, a control system, a technological tool, an interaction object, a technological operation, a sensor subsystem, and a digital information layer. A sequential evaluation procedure has been developed, within which the position of the tool center point, wrench loading, generalized joint torques, deformation error, dynamic component, and total working-point error are determined. In addition, an information data structure is proposed for storing robot, tool, operation, loading, calibration, measurement, diagnostics, and evaluation-result parameters. Unlike approaches in which accuracy, stiffness, dynamics, and digital representation are considered separately, the proposed methodology provides a formalized transition from input data and computational models to an engineering decision regarding the suitability, conditional suitability, or unsuitability of the robotic complex for a specified operation.

Keywords: robotic technological complex, industrial robot, accuracy, stiffness, control system, technological loading, digital information layer, calibration, measurement, software-information model.

Постановка проблеми. Промислові роботи дедалі частіше застосовуються не лише для маніпулювання, транспортування чи позиціонування об'єктів, а й для виконання технологічних операцій, у яких кінцева точність результату залежить від силової взаємодії інструмента із заготовкою. До таких операцій належать роботизоване фрезерування, свердління, шліфування, зварювання, складання, позиціонування технологічного оснащення та інші процеси, де промисловий робот фактично функціонує як складова роботизованого технологічного комплексу (RTS). У цих умовах оцінювання його придатності не може обмежуватися паспортними характеристиками повторюваності, вантажності або робочої зони, оскільки фактична точність у зоні умовної точки центру інструмента -toolcenterpoint (TCP) визначається сукупною дією кінематичних, силових, жорсткісних, динамічних та інформаційних чинників.

Особливо критичним є те, що промисловий робот має конфігураційно залежну жорсткість і податливість. Одна й та сама технологічна сила, прикладена в ТСП, може спричинити різні переміщення робочої точки залежно від просторової конфігурації маніпулятора, орієнтації інструмента, напрямку дії навантаження, параметрів end-effector, режиму руху та стану механічної системи. Тому формальна відповідність робота вимогам за вантажністю або геометричною досяжністю ще не гарантує придатності комплексу до виконання операції з необхідною точністю. Для технологічних процесів із підвищеними вимогами до якості результату необхідно оцінювати не лише положення ТСП, а й очікувану деформаційну, динамічну та вимірювально-калібрувальну складові похибки.

Актуальність проблеми посилюється переходом від ізольованого використання промислових роботів до інтегрованих роботизованих технологічних комплексів, у яких робот, система керування, інструмент, сенсори, технологічна операція, заготовка та цифровий інформаційний шар повинні розглядатися як взаємопов'язані компоненти єдиної системи. У такому комплексі точність і жорсткість визначаються не лише механікою маніпулятора, а й коректністю toolframe, якістю калібрування, достовірністю вимірювальних даних, станом діагностики, параметрами траєкторії та способом подання інформації для прийняття інженерного рішення.

Наявні підходи до розрахунку кінематики, статичної, динамічної, жорсткості та податливості роботів створюють необхідну теоретичну основу для такого оцінювання. Водночас у практиці інженерного аналізу часто виникає методологічний розрив між окремими моделями та підсумковим рішенням про придатність конкретного роботизованого комплексу до заданої технологічної операції. Окремо можуть визначатися кінематичні параметри, сили в ТСП, моменти в суглобах, переміщення від податливості, динамічна похибка або результати калібрування, проте ці складові не завжди об'єднуються в єдину відтворювану процедуру оцінювання.

У зв'язку з цим важливим є розроблення такої методології, яка дозволяє пов'язати структурне представлення роботизованого технологічного комплексу з розрахунковими моделями ТСП, технологічного навантаження, податливості, динамічної поведінки та інформаційного забезпечення. Такий підхід має забезпечити не лише визначення сумарної похибки робочої точки, а й виявлення домінуючих джерел її формування, перевірку запасу за навантаженням, оцінювання повноти вихідних даних і формування обґрунтованого висновку щодо придатності, умовної придатності або непридатності комплексу без конструктивних, технологічних чи інформаційних змін.

Отже, актуальним науково-прикладним завданням є формування інтегрованої розрахунково-інформаційної методології оцінювання точності та жорсткості роботизованих технологічних комплексів, у якій кінематико-статична модель ТСП, технологічне навантаження, конфігураційно залежна податливість, динамічна складова похибки, параметри інструмента, калібрування, вимірювальні й діагностичні дані розглядаються як єдина система підтримки інженерного рішення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Сучасні дослідження роботизованої обробки демонструють стійкий перехід від використання промислових роботів як універсальних маніпуляторів до їх розгляду як технологічних систем із конфігураційно залежною жорсткістю, динамічною поведінкою та обмеженою точністю під час силової взаємодії. У [1] розглянуто динамічне моделювання мобільного промислового робота для фрезерування in-situ та запропоновано метод підвищення жорсткості. Перевагою цього підходу є орієнтація на реальну технологічну операцію, однак його застосування переважно обмежене конкретним класом роботизованої обробки і не формує узагальненої процедури оцінювання придатності роботизованого комплексу. У [2] запропоновано комплексну рамку моделювання жорсткості промислового робота для обробних застосувань. Важливою перевагою є врахування поступальних і кутових деформацій кінцевого ефектора, що безпосередньо пов'язано з фактичною похибкою ТСП. Водночас основна увага зосереджена на жорсткісній моделі, тоді як зв'язок цієї моделі з даними калібрування, вимірювання, діагностики та прийняття інженерного рішення залишається недостатньо формалізованим. У [3] розроблено глобальну модель жорсткості роботизованої системи свердління з урахуванням гнучкості руки робота та кінцевого ефектора на основі методу віртуальних суглобів. Цінність цього підходу полягає у виході за межі моделювання лише маніпулятора та включенні інструментального вузла до загальної жорсткісної схеми. Разом з тим така модель орієнтована на конкретну технологічну систему свердління і не охоплює повний контур оцінювання: кінематична модель, силове навантаження, податливість, динамічна похибка, цифровий шар даних і підсумкова класифікація придатності. Окремий напрям досліджень

пов'язаний із цифровими двійниками, віртуальним введенням в експлуатацію та оптимізацією роботизованих систем. У [4] розглянуто віртуальне введення в експлуатацію для роботизованої обробки з використанням цифрового двійника та машинного навчання. У [5] подано платформу керування промисловими роботами на основі поєднання цифрового двійника і віртуальної реальності. У [6] запропоновано цифровий двійник технологічного обладнання для промислових роботів у задачах обробки, а в [8] — використання цифрового двійника для оптимізації контролера в реальному часі. Ці роботи підтверджують актуальність цифрового представлення роботизованих систем, однак здебільшого зміщують акцент на моделювання, віртуальну валідацію, керування або оптимізацію, не розкриваючи повною мірою механічний зв'язок між технологічним навантаженням, податливістю, ТСП-похибкою та інформаційним супроводом оцінювання. У [7] досліджено оптимальне планування експерименту для моделювання податливості промислових роботів. Такий підхід є важливим для зменшення обсягу експериментальних вимірювань і підвищення інформативності compliance-моделі. Проте він переважно спрямований на отримання параметрів моделі, а не на формування повної методики, у якій ці параметри використовуються для оцінювання точності, жорсткості, динамічної стабільності, інформаційної повноти та придатності комплексу до заданої операції. Узагальнення підходів до ідентифікації та моделювання жорсткості промислових роботів наведено в [9]. У цьому джерелі систематизовано основні групи методів, зокрема скінченно-елементне моделювання, матричний структурний аналіз і метод віртуальних суглобів. Це підтверджує достатній рівень розвитку окремих механічних моделей жорсткості. Водночас наявність різних груп методів свідчить про фрагментованість предметної області: моделювання жорсткості, динамічні ефекти, компенсація похибок, калібрування та цифрове представлення даних часто розглядаються як окремі задачі. Праці [10–12] формують прикладне підґрунтя, пов'язане з технологічним оснащенням, приводами затискних механізмів і цільовими механізмами маніпулювання верстатів. Їхня цінність полягає у висвітленні ролі інструментальних і виконавчих механізмів, передавання зусиль, фіксації об'єктів, жорсткості та надійності технологічного оснащення. Вони вказують на необхідність переходу до формалізованої моделі роботизованого технологічного комплексу, у якій технологічне навантаження в ТСП, податливість робота, параметри інструмента, сенсорні дані та цифровий шар оцінювання розглядаються як єдина система. У [13, 14] розглянуто мехатронні затискні пристрої для шпиндельних вузлів верстатів. Ці дослідження є важливими для розуміння силових виконавчих механізмів, двостадійного затиску та мехатронної інтеграції технологічного оснащення. Але в них основна увага зосереджена на затискному пристрої, а не на комплексній системі, що включає ланцюг елементів від об'єкта маніпулювання до об'єкта який з ним взаємодіє.

Отже, у сучасних дослідженнях достатньо ґрунтовно розроблено окремі складові проблеми: динамічне моделювання роботизованої обробки [1], моделювання жорсткості й податливості [2, 3, 7, 9], цифрові двійники та віртуальне введення в експлуатацію [4–6, 8], а також прикладні питання технологічного оснащення і мехатронних виконавчих механізмів [10–14]. Однак недостатньо формалізованим залишається проміжний методологічний рівень, на якому кінематико-статична модель ТСП, wrench-навантаження, конфігураційно залежна податливість, динамічна складова похибки, параметри toolframe, калібрування, вимірювальні й діагностичні дані поєднуються в єдину процедуру оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу до заданої технологічної операції. Саме ця невирішена проблема визначає спрямованість даного дослідження.

Об'єктом дослідження є роботизований технологічний комплекс у процесі виконання технологічної операції з урахуванням механічної поведінки робота, інструмента, ТСП, системи керування, сенсорів і інформаційного супроводу.

Предметом дослідження є взаємозв'язок між кінематичними, силовими, жорсткісними, динамічними та інформаційними параметрами роботизованого технологічного комплексу, які визначають деформаційну похибку ТСП і придатність комплексу до виконання заданої технологічної операції.

Метою дослідження є розроблення методології розрахунково-інформаційного оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу, яка поєднує кінематико-статичне й динамічне моделювання ТСП з цифровим інформаційним описом робота, інструмента, технологічної операції, навантаження, вимірювальних даних і діагностичного стану.

Задачі дослідження

1. Сформулювати структурне представлення роботизованого технологічного комплексу як системи, що включає промисловий робот, систему керування, технологічний інструмент, ТСП, технологічну операцію, сенсори та цифровий інформаційний шар.

2. Розробити кінематико-статичну модель зв'язку між положенням TCP, конфігурацією робота та технологічним навантаженням, використовуючи залежності між узагальненими координатами, якобіаном маніпулятора, w_{tcp} -навантаженням у TCP та узагальненими моментами в суглобах.

3. Сформувати модель жорсткісної та деформаційної складової похибки TCP, у якій переміщення робочої точки визначається через еквівалентну податливість або жорсткість роботизованого комплексу з урахуванням конфігурації робота, напрямку навантаження та параметрів інструмента.

4. Обґрунтувати врахування динамічної складової похибки TCP через швидкість, прискорення, динамічну податливість, демпфування, модальні властивості та частотну реакцію механічної системи.

5. Розробити інформаційну структуру даних для підтримки розрахунково-аналітичного оцінювання, яка охоплює параметри робота, інструмента, TCP, технологічної операції, навантажень, вимірювань, калібрування, діагностики та результатів оцінювання.

6. Запропонувати алгоритм інтегрованого оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу до заданої технологічної операції за критеріями точності, жорсткості, динамічної стабільності, запасу за навантаженням та повноти інформаційного забезпечення.

Наукова новизна дослідження полягає у розробленні інтегрованої розрахунково-інформаційної методології оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу, у якій кінематико-статична модель TCP, модель податливості, динамічна складова похибки, параметри $toolframe$, вимірювальні та діагностичні дані об'єднані в єдину структуру прийняття інженерного рішення щодо придатності комплексу до заданої технологічної операції. Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що розроблено інтегровану розрахунково-інформаційну методологію оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу, яка поєднує кінематико-статичну модель TCP, модель податливості, динамічну складову похибки, параметри інструмента й калібрування, вимірювальні та діагностичні дані в єдину структуру прийняття рішення щодо придатності комплексу до заданої технологічної операції. На відміну від підходів, у яких точність, жорсткість, динаміка, калібрування та цифрове представлення виробничої системи розглядаються окремо, запропонована методологія встановлює формалізований зв'язок між технологічним навантаженням у TCP, конфігураційно залежною податливістю робота, сумарною похибкою робочої точки та інформаційним шаром даних, необхідним для верифікації, діагностики й технічного супроводу роботизованого комплексу.

Методика дослідження. Методологія дослідження побудована як інтегрований розрахунково-інформаційний підхід до оцінювання точності та жорсткості роботизованого технологічного комплексу. На відміну від ізольованого аналізу промислового робота як маніпулятора, у роботі розглядається повний технологічний комплекс, у якому фактична точність робочої точки TCP залежить від кінематичної конфігурації робота, параметрів інструмента, технологічного навантаження, жорсткості й податливості механічної системи, динамічних впливів, калібрування, вимірювальних даних і стану інформаційного супроводу. Вихідна ідея методології полягає у поєднанні двох взаємопов'язаних блоків:

- розрахункового блоку, який описує кінематику, статику, жорсткість, податливість, динамічну складову похибки та запас за навантаженням;

- інформаційного блоку, який забезпечує структуроване зберігання параметрів робота, інструмента, TCP, технологічної операції, навантажень, вимірювань, калібрування, діагностики та результатів оцінювання.

Викладення основного матеріалу дослідження. Роботизований технологічний комплекс (RTC) подано як систему

$$RTC = \{R, C, T, W, P, S, D\}, \quad (1)$$

де R — промисловий робот; C — система керування; T — технологічний інструмент або end-effector; W — заготовка, об'єкт оброблення або об'єкт маніпулювання; P — технологічна операція; S — сенсорна підсистема; D — цифровий інформаційний шар.

Промисловий робот розглянуто не лише як механічний маніпулятор, а як сукупність геометричної моделі, trajectorygenerator, firmware, calibration, commissioning, simulation, machinevision і hardware-компонентів; це підтверджує доцільність системного подання RTC як інтегрованого комплексу, а не лише як кінематичного ланцюга.

У базовій постановці прийнято такі припущення:

- роботизований технологічний комплекс розглядається як система з відомою або заданою кінематичною структурою.
- положення та орієнтація TCP визначаються через узагальнені координати робота та параметри toolframe.
- технологічне навантаження в TCP подається у вигляді wrench-вектора, що включає силу і момент.
- деформаційна похибка TCP визначається через еквівалентну податливість або жорсткість комплексу.
- динамічна складова похибки може бути оцінена через спрощену модель, частотну характеристику, експериментально ідентифікований показник або введена як окремий коригувальний член.
- дані про робота, інструмент, навантаження, вимірювання і діагностику мають бути збережені в інформаційному шарі з фіксацією джерела їх отримання.

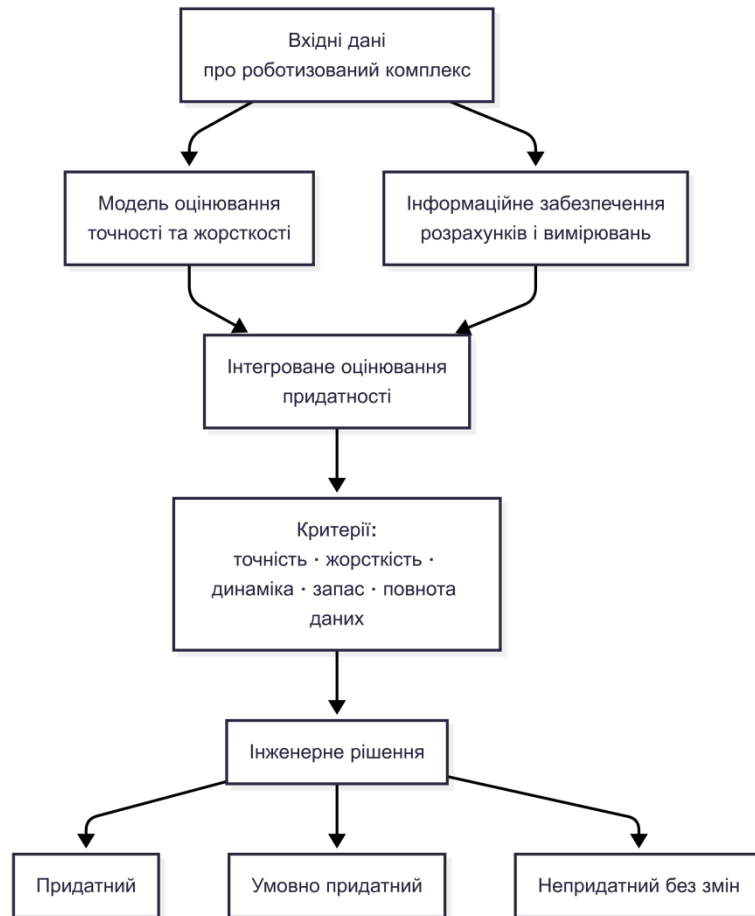


Рис. 1. Спрощена структура розрахунково-інформаційного оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу

Табл. 1

Структурні компоненти роботизованого технологічного комплексу як об'єкта розрахунково-інформаційного оцінювання

Познач	Компонент	Зміст у межах дослідження	Основні параметри
R	Промисловий робот	Маніпулятор, ланки, суглоби, приводи	кількість осей, робочий простір, вантажність, повторюваність, конфігурація
C	Система керування	Контролер, генератор траєкторій, режими руху	швидкість, прискорення, jerk, інтерполяція, фільтрація
T	Інструмент, ЕОАТ	Захват, палик, шпиндель, шліфувальний або інший інструмент	маса, центр мас, інерція, toolframe, TCP
W	Заготовка, об'єкт	Об'єкт технологічної взаємодії	матеріал, геометрія, закріплення, контактна зона

P	Технологічна операція	Зварювання, шліфування, транспортування, позиціонування, складання	траєкторія, допуск, технологічна сила, режим
S	Сенсори	Вимірювання стану комплексу	force/torque, vision, енкодери, датчики вібрації
D	Інформаційний шар	Дані, моделі, результати оцінювання	база параметрів, вимірювання, діагностика, протокол оцінювання

Область застосування методології обмежується інженерним оцінюванням і не замінює повну сертифікацію робота, детальний скінченно-елементний аналіз, повну багатотільну динамічну модель або експериментальне випробування за стандартами. Методологія формує проміжний рівень між теоретичною моделлю, розрахунком, вимірюванням і практичним рішенням про придатність комплексу.

Положення та орієнтація ТСП визначаються через вектор узагальнених координат робота q та трансформацію інструмента T_{tool}

$$x_{TCP} = f(q, T_{tool}), \quad (2)$$

де x_{TCP} – вектор положення та орієнтації ТСП; q — вектор узагальнених координат суглобів; T_{tool} – матриця переходу від фланця робота або mountingpoint до ТСП.

Для опису миттєвого руху ТСП використовується якоб'ян маніпулятора:

$$\dot{x}_{TCP} = J(q)\dot{q}, \quad (3)$$

де $J(q)$ – якоб'ян робота; $\dot{q}$ – вектор швидкостей узагальнених координат; $\dot{x}_{TCP}$ – вектор лінійних і кутових швидкостей ТСП.

Для малих похибок положення ТСП використовується лінеаризоване представлення:

$$\Delta x_{TCP} \approx J(q)\Delta q + \Delta x_{tool}, \quad (4)$$

де Δq — похибки або пружні зміщення узагальнених координат; Δx_{tool} – складова похибки, пов'язана з визначенням toolframe, TCP offset та калібруванням інструмента.

Технологічне навантаження, прикладене до робочої точки, подається у вигляді wrench-вектора:

$$w_{TCP} = \begin{bmatrix} F_{TCP} \\ M_{TCP} \end{bmatrix} \quad (5)$$

F_{TCP} вектор сили, Н; M_{TCP} вектор моменту, Н·м

Зв'язок між wrench-навантаженням у ТСП та узагальненими моментами у суглобах робота визначається через транспонований якоб'ян:

$$\tau_{ext} = J^T(q)w_{TCP} \quad (6)$$

Ця залежність є наслідком кінето-статичної дуальності. Цим показано, що якоб'ян відображає узагальнені швидкості в швидкості задачі, тоді як транспонований якоб'ян відображає сили й моменти в суглобові моменти; ця дуальність також використовується для перетворення wrench і оброблення даних wristforce/torquesensor. Отже, технологічне навантаження у ТСП не розглядається ізольовано. Воно перетворюється в систему узагальнених сил і моментів робота, що дає змогу оцінити вплив навантаження на деформаційну похибку ТСП та запас за навантаженням.

Деформаційна складова похибки ТСП визначається через матрицю податливості роботизованого технологічного комплексу:

$$\Delta x_{stiff} = C_{TCP}(q) w_{TCP}, \quad (7)$$

де $C_{TCP}(q)$ – конфігураційно залежна матриця податливості в просторі ТСП; Δx_{stiff} – вектор переміщень і малих поворотів ТСП, зумовлених навантаженням.

Матриця жорсткості визначається як обернена до матриці податливості:

$$K_{TCP}(q) = C_{TCP}^{-1}(q). \quad (8)$$

У спрощеному випадку, коли аналіз виконується в одному критичному напрямку, використовується скалярне представлення:

$$\delta_{TCP} = F_{TCP} / k_{eq}, \quad (9)$$

де δ_{TCP} – переміщення ТСП у критичному напрямку, м; F_{TCP} — сила в цьому напрямку, Н; k_{eq} – еквівалентна жорсткість, Н/м

У високоточних мехатронних системах жорсткість є базовою характеристикою точності, оскільки прикладена сила спричиняє відхилення положення інструмента. Тому, доречно спеціально виділити stiffness, dynamiccompliance, dynamicstiffness, transferfunctionofcompliance,

modaldecomposition і mechanicalfrequencyresponse як ключові елементи аналізу динаміки рухових систем.

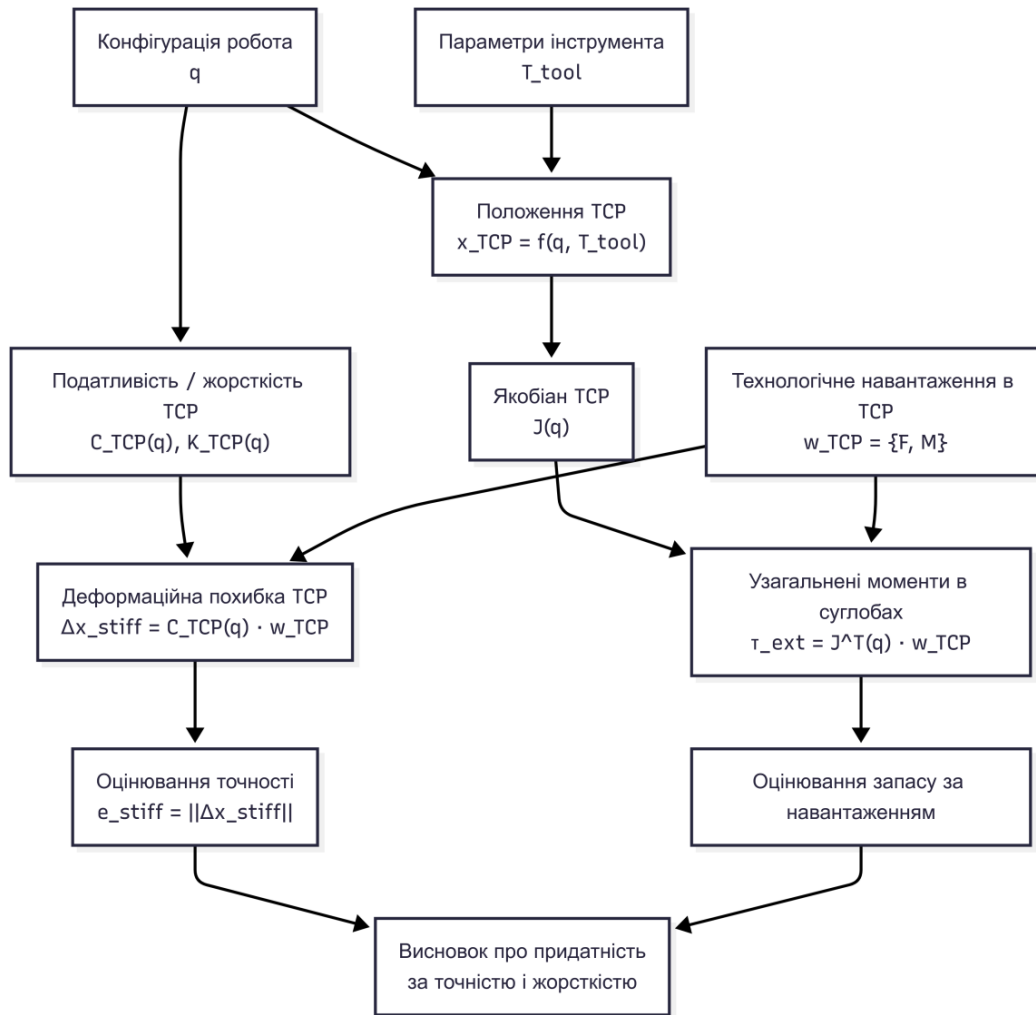


Рис. 2. Кінематико-статичний контур оцінювання навантаження, податливості та деформаційної похибки TCP

Це дає підставу розглядати жорсткість не як довідковий параметр, а як центральну змінну в оцінюванні фактичної точності TCP. Для повнішого врахування джерел податливості можна використовувати розширене представлення:

$$C_{TCP}(q) = C_R(q) + C_T + C_M + C_F, \quad (10)$$

$C_R(q)$ податливість робота у заданій конфігурації; C_T – податливість інструмента; C_M – податливість монтажної з'єднання; C_F – податливість закріплення об'єкта або заготовки.

Якщо податливість суглобів робота відома у просторі узагальнених координат, може бути використано наближене перетворення:

$$C_{TCP}(q) \approx J(q) C_q J^T(q) + C_T + C_M, \quad (11)$$

де C_q – матриця податливості суглобів або приводів. Ця залежність показує, що фактична жорсткість TCP залежить не лише від властивостей суглобів, але й від конфігурації робота та напрямку технологічного навантаження.

Для технологічних операцій із прискореним рухом, змінною траєкторією або силовою взаємодією точність TCP визначається не лише статичною податливістю, а й динамічною реакцією системи. Динамічну складову похибки доцільно подавати через частотно залежну податливість:

$$\Delta x_{dyn}(\omega) = C_{dyn}(\omega, q) w_{TCP}(\omega) \quad (12)$$

де $C_{dyn}(\omega, q)$ – динамічна податливість комплексу; ω – кутова частота, рад/с; $w_{TCP}(\omega)$ – частотне представлення технологічного навантаження.

Якщо детальна частотна модель відсутня, допускається інженерне представлення динамічної похибки у вигляді окремої складової:

$$e_{dyn} = f(v_{TCP}, a_{TCP}, j_{TCP}, A_f, \zeta, \omega_n), \quad (13)$$

де v_{TCP} – швидкість TCP; a_{TCP} – прискорення TCP; j_{TCP} – jerk; A_f – амплітуда вібраційного показника; ζ — коефіцієнт демпфування; ω_n – власна частота системи.

Це відображає, що для рухових систем важливими є не лише жорсткість і маса, а й damping, transmissibility, modaldecomposition та frequencyresponse; зокрема, зміна демпфування може суттєво впливати на передавання вібрацій у високочастотній області. Тому динамічна складова в методології виділяється окремо, а не поглинається статичною жорсткістю.

У межах даних досліджень динамічну складову не ототожнюють із повною багатотільною динамічною моделлю робота. Вона вводиться як параметр, який може бути визначений одним із трьох способів: за спрощеною інженерною моделлю; за результатами експериментального вимірювання; за результатами чисельного або частотного аналізу.

Окрема складова похибки пов'язана з визначенням toolframe, TCP offset та калібруванням робочої комірки. У промисловому роботизованому комплексі TCP є точкою фактичної технологічної взаємодії, тому похибка його визначення безпосередньо впливає на результат операції.

Положення TCP відносно базової системи можна подати як:

$$T_0^{TCP} = T_0^F(q) T_F^T, \quad (14)$$

де $T_0^F(q)$ – трансформація від бази робота до фланця; T_F^T – трансформація від фланця до toolframe чи TCP.

Похибка, пов'язана з інструментом і калібруванням, визначається як:

$$\Delta x_{tool} = f(\Delta T_F^T, \Delta T_{cell}, \Delta TCP), \quad (15)$$

де ΔT_F^T – похибка трансформації toolframe; ΔT_{cell} – похибка калібрування робочої комірки; ΔTCP – похибка визначення toolcenterpoint.

Це дає підставу включити до методології окремий блок калібрування, оскільки фактична точність TCP залежить не лише від жорсткості й динаміки, але й від правильного визначення геометрії інструмента та систем координат.

Сумарна похибка TCP подається як результат взаємодії кількох складових:

$$e_{tot} = \|\Delta x_{geom} + \Delta x_{stiff} + \Delta x_{dyn} + \Delta x_{tool} + \Delta x_{meas}\| \quad (16)$$

де Δx_{geom} – геометрична або кінематична складова похибки; Δx_{stiff} – складова від пружного переміщення; Δx_{dyn} – динамічна складова; Δx_{tool} – похибка toolframe і TCP; Δx_{meas} – похибка вимірювання.

У спрощеній інженерній формі допускається консервативне скалярне представлення:

$$e_{tot} = e_{geom} + e_{stiff} + e_{dyn} + e_{tool} + e_{meas}. \quad (17)$$

Умова придатності комплексу за точністю:

$$e_{tot} \leq e_{adm}, \quad (18)$$

де e_{adm} – допустима похибка TCP для заданої технологічної операції.

Табл. 2

Складові сумарної похибки TCP та способи їх визначення

Складова	Джерело похибки	Одиниця SI	Спосіб визначення
e_{geom}	кінематична модель, неточність параметрів	m	калібрування, вимірювання, модель
e_{stiff}	податливість робота, інструмента, кріплення	m	$C_{TCP} W_{TCP}$ або F/k
e_{dyn}	прискорення, вібрації, резонанс, демпфування	m	частотна модель або експеримент
e_{tool}	toolframe, TCP offset, cellcalibration	m	процедура калібрування
e_{meas}	сенсори, вимірювальна система	m	паспортна похибка або оцінка невизначеності

Інформаційний шар D призначений для зберігання вихідних даних, параметрів моделей, результатів розрахунків, вимірювань, діагностики та висновків про придатність комплексу. Його доцільно будувати за логікою цифрового двійника.

Таким чином можна запропонувати п'ятивимірну модель digitaltwin:

$$M_{DT} = (PE, VE, Ss, DD, CN) \quad (19)$$

де PE — physicalentity; VE — virtualentity; Ss — services; DD — digitaltwindata; CN — connection. Автори підкреслюють, що додавання DT data і services дозволяє інтегрувати дані з фізичного та віртуального просторів і використовувати функції цифрового двійника як стандартизовані сервіси.

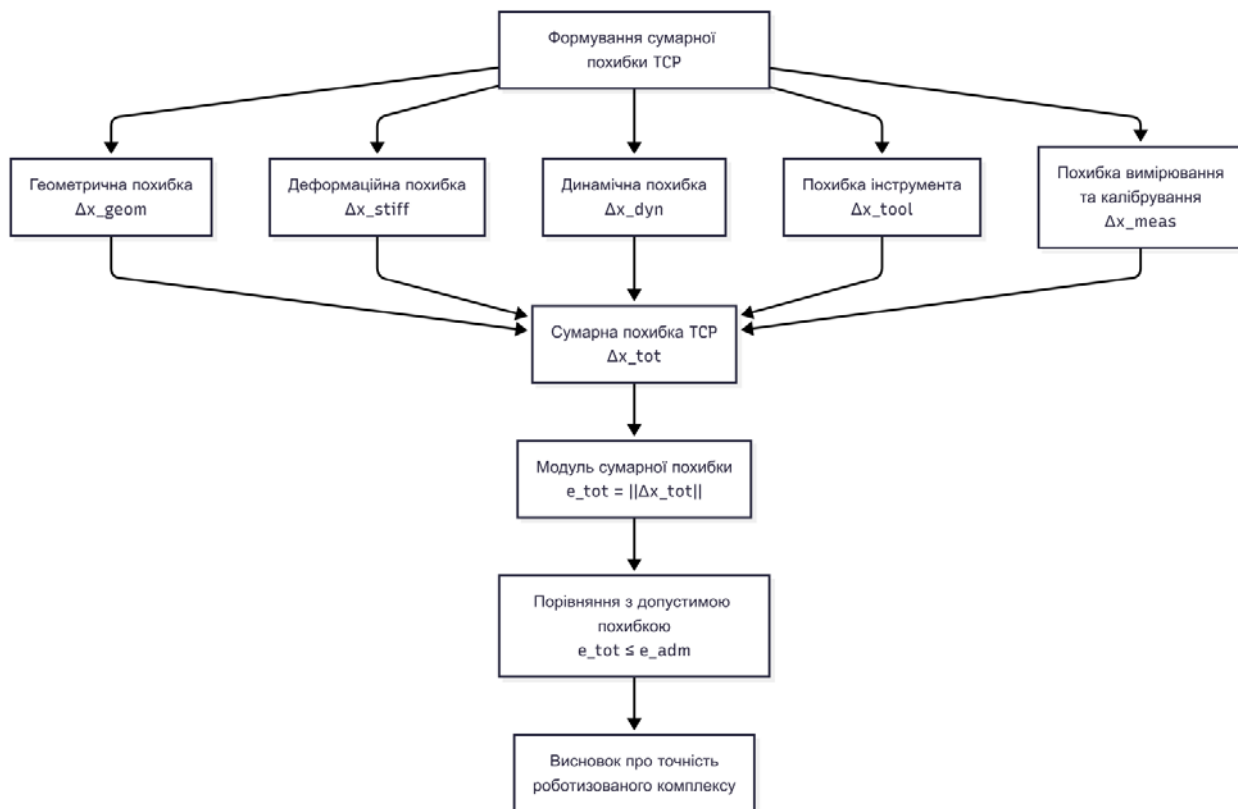


Рис. 3. Формування сумарної похибки TCP з урахуванням геометричної, деформаційної, динамічної, інструментальної та вимірювально-калібрувальної складових

Для задачі оцінювання роботизованого технологічного комплексу ця модель адаптується так:

$$D_{RTC} = \{P_{E_{RTC}}, V_{E_{RTC}}, S_{assess}, DD_{RTC}, CN_{RTC}\} \quad (20)$$

де $P_{E_{RTC}}$ – реальний роботизований технологічний комплекс; $V_{E_{RTC}}$ – його розрахункова або симуляційна модель; S_{assess} – сервіси оцінювання точності, жорсткості, динаміки, діагностики та придатності; DD_{RTC} – дані комплексу; CN_{RTC} – зв'язки між фізичним комплексом, моделлю, даними та результатами оцінювання.

Табл. 3

Інформаційні сутності цифрового шару для підтримки оцінювання роботизованого технологічного комплексу

Сутність інформаційної моделі	Основні поля	Призначення
Robot_Data	model, axes, payload, reach, repeatability, configuration	опис промислового робота
Tool_Data	tool_id, mass, CoG, inertia, TCP_offset, tool_frame	опис інструмента і TCP
Operation_Data	operation_type, path, speed, tolerance, processparameters	опис технологічної операції
Load_Case	force_vector, torque_vector, duration, direction, source	опис технологічного навантаження
Calibration_Data	toolcalibration, cellcalibration, frameerrors	параметри калібрування
Measurement_Data	TCP error, force, vibration, temperature, timestamp	результати вимірювання
Diagnostic_Data	alarms, deviations, wearindicators, servicestate	діагностичний стан
Assessment_Result	e_tot, k_eq, S_F, I_s, class	результат оцінювання

Інформаційний шар забезпечує простежуваність розрахунку: кожен висновок про придатність комплексу повинен бути пов'язаний із вихідними параметрами, джерелом даних, прийнятими припущеннями та методом оцінювання.

Для оцінювання роботизованого технологічного комплексу використовуються такі основні критерії:

- точність TCP;
- еквівалентна жорсткість;
- динамічна стабільність;
- запас за навантаженням;
- повнота інформаційного забезпечення.

Коефіцієнт запасу за навантаженням визначається як:

$$S_F = F_{adm} / F_{work}, \quad (21)$$

де F_{adm} – допустиме навантаження; F_{work} – робоче технологічне навантаження.

Інтегральний індекс придатності подається у вигляді:

$$I_s = w_1 I_a + w_2 I_k + w_3 I_d + w_4 I_l + w_5 I_i, \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^5 w_i = 1$$

де I_a – індекс точності; I_k – індекс жорсткості; I_d – індекс динамічної стабільності; I_l – індекс запасу за навантаженням; I_i – індекс інформаційної повноти; w_i – вагові коефіцієнти.

Можливі нормовані представлення індексів:

$$I_a = \min(1, e_{adm} / e_{tot}) \quad (24)$$

$$I_k = \min(1, k_{eq} / k_{req}) \quad (25)$$

$$I_l = \min(1, S_F / S_{req}) \quad (26)$$

$$I_i = n_{verified} / n_{required} \quad (27)$$

де k_{req} – потрібна жорсткість для заданої операції; S_{req} – мінімально допустимий коефіцієнт запасу; $n_{verified}$ – кількість перевірених інформаційних параметрів; $n_{required}$ – загальна кількість параметрів, необхідних для коректного оцінювання.

Табл.4

Шкала інтерпретації інтегрального індексу придатності роботизованого технологічного комплексу

Значення I_s	Клас придатності	Інтерпретація
$0.80 \leq I_s \leq 1.00$	придатний	комплекс може виконувати операцію за заданих умов
$0.60 \leq I_s < 0.80$	умовно придатний	потрібне уточнення параметрів, обмеження режимів або додаткова перевірка
$I_s < 0.60$	непридатний без змін	необхідна зміна робота, інструмента, режиму, траєкторії або калібрування

Порогові значення I_s не є універсальним нормативом. Вони використовуються як інженерна шкала для демонстрації методології та можуть уточнюватися залежно від технологічної операції, вимог до якості й доступності експериментальних даних.

Розрахунково-інформаційне оцінювання виконується за таким алгоритмом:

1. Визначити технологічну операцію, допустиму похибку e_{adm} , робочу траєкторію і технологічне навантаження.
2. Задати структуру роботизованого технологічного комплексу $RTC = \{R, C, T, W, P, S, D\}$.
3. Ввести параметри робота: кінематичну схему, конфігурацію q , обмеження швидкості, прискорення, jerk, вантажність і доступні паспортні характеристики.
4. Ввести параметри інструмента: масу, центр мас, момент інерції, T_{tool} , TCP offset і результати калібрування.
5. Побудувати кінематичну модель TCP:

$$x_{TCP} = f(q, T_{tool}).$$

6. Визначити якобіан $J(q)$ і встановити зв'язок між швидкостями суглобів та швидкістю TCP:

$$\dot{x}_{TCP} = J(q)\dot{q}$$

7. Подати технологічне навантаження як $w_{encl} w_{TCP}$ і визначити узагальнені моменти:

$$\tau_{ext} = J^T(q) w_{TCP}$$

8. Оцінити деформаційну складову похибки:

© Б.І. Придальний, А.О. Сяський, О.А. Мікуліч, Р.Я. Грудецький

$$\Delta x_{\text{stiff}} = C_{\text{TCP}}(q) w_{\text{TCP}}.$$

9. Оцінити або задати динамічну складову похибки e_{dyn} з урахуванням швидкості, прискорення, jerk, демпфування або частотної реакції.

10. Оцінити складову похибки, пов'язану з toolframe, TCP і калібруванням.

11. Розрахувати сумарну похибку:

$$e_{\text{tot}} = \|\Delta x_{\text{geom}} + \Delta x_{\text{stiff}} + \Delta x_{\text{dyn}} + \Delta x_{\text{tool}} + \Delta x_{\text{meas}}\|$$

12. Перевірити умову точності:

$$e_{\text{tot}} \leq e_{\text{adm}},$$

13. Розрахувати коефіцієнт запасу за навантаженням:

$$S_F = F_{\text{adm}} / F_{\text{work}},$$

14. Обчислити нормовані індекси

$$I_a, I_k, I_d, I_l, I_i$$

15. Обчислити інтегральний індекс придатності I_s

16. Визначити клас придатності комплексу: придатний, умовно придатний або непридатний без зміни умов.

17. Зберегти у цифровому інформаційному шарі всі вихідні дані, припущення, результати розрахунків, вимірювань, діагностики та фінальний висновок.

Сумарна похибка TCP визначається з урахуванням геометричної, деформаційної, динамічної, інструментальної та вимірювально-калібрувальної складових. Для інженерного оцінювання доцільно подавати її не лише як інтегральне значення, а і як бюджет окремих складових, що дозволяє встановити домінуючі джерела втрати точності. На рис. 4 наведено демонстраційний приклад подання бюджету похибки TCP для ілюстрації запропонованої процедури оцінювання.

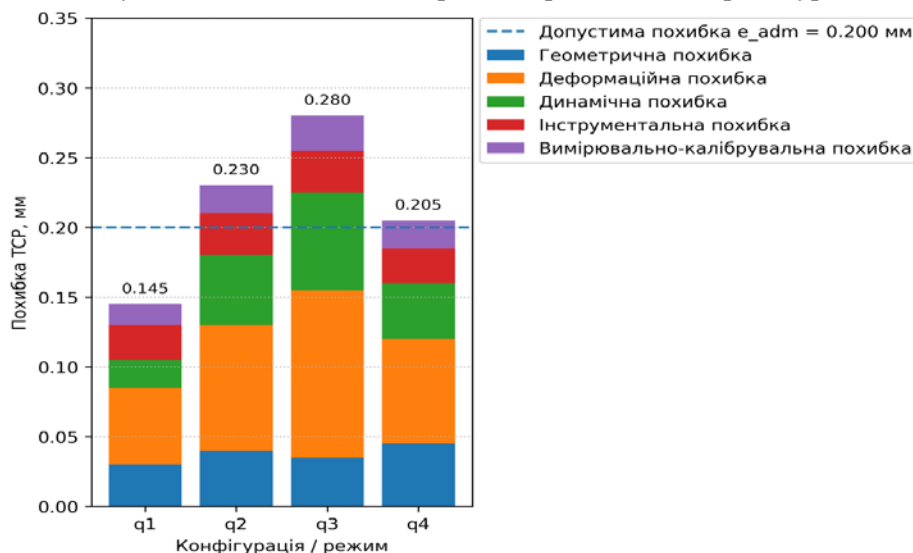


Рис. 4. Демонстраційний приклад бюджету сумарної похибки TCP для різних конфігурацій роботизованого технологічного комплексу

Табл. 5

Узагальнена послідовність розрахунково-інформаційного оцінювання роботизованого технологічного комплексу

Етап	Вхідні дані	Метод	Результат
1	параметри операції	аналіз технологічних вимог	$e_{\text{adm}}, F_{\text{work}}, \text{trajectory}$
2	параметри робота та інструмента	структурне моделювання	$\text{RTC} = \{R, C, T, W, P, S, D\}$
3	q, T_{tool}	кінематичне моделювання	$x_{\text{TCP}}, J(q)$
4	w_{TCP}	кінето-статичний аналіз	$\tau_{\text{ext}} = J^T w$
5	$C_{\text{TCP}}, K_{\text{TCP}}$	аналіз податливості	$\Delta x_{\text{stiff}}, k_{\text{eq}}$
6	v, a, j, ω, ζ	динамічне оцінювання	e_{dyn}
7	calibrationdata	аналіз TCP чи toolframe	e_{tool}
8	усі складові похибки	інтегрування похибок	e_{tot}
9	e_{tot}, S_F, I_i	багатокритеріальне оцінювання	I_s , клас придатності
10	усі дані	інформаційне структурування	Assessment_Result

Запропонована методологія спрямована на забезпечення переходу від розрізненого аналізу точності, жорсткості, динаміки, калібрування та даних до єдиної процедури оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу. Основним результатом є не окрема формула, а узгоджена система моделей, критеріїв, інформаційних сутностей і алгоритмічних кроків, придатна для вибору, налаштування, верифікації, діагностики та технічного супроводу роботизованих технологічних комплексів.

Для практичного застосування запропонованої методології доцільно передбачити її програмно-інформаційну реалізацію у вигляді структурованої бази даних і розрахункового модуля. Такий підхід забезпечує збереження вхідних параметрів роботизованого технологічного комплексу, параметрів інструмента, технологічної операції, навантажень, результатів калібрування, вимірювань, діагностики та підсумкових результатів оцінювання.

Інформаційна структура може бути подана як сукупність взаємопов'язаних сутностей:

Robot_Data = {Robot_ID, Kinematic_Model, Joint_Limits, Payload, Repeatability};

Tool_Data = {Tool_ID, Tool_Frame, Mass, Center_of_Mass, Inertia, Tool_Stiffness};

Operation_Data = {Operation_ID, Trajectory, Tolerance, Feed, Process_Forces};

Measurement_Data = {Measurement_ID, Sensor_Type, Measured_TCP_Error, Timestamp};

Calibration_Data = {Calibration_ID, TCP_Offset, Frame_Correction, Calibration_Date};

Assessment_Result = {Case_ID, e_{tot} , k_{eq} , SF, I_s , Suitability_Class}.

На основі таких даних програмний модуль виконує послідовність розрахунків: зчитування параметрів комплексу; визначення положення TCP; оцінювання технологічного навантаження; розрахунок деформаційної, динамічної, інструментальної та вимірювально-калібрувальної складових похибки; формування сумарної похибки; порівняння з допустимими значеннями; присвоєння класу придатності. Перевагою такої реалізації є можливість простежити походження кожного результату оцінювання: які дані були використані, яка модель застосована, які припущення прийняті та який критерій став визначальним для прийняття інженерного рішення. Це дозволяє використовувати методологію не лише для одноразового розрахунку, а й для накопичення бази оцінювальних випадків, порівняння різних конфігурацій робота, аналізу повторюваних відмов, уточнення моделей після калібрування та підтримки технічного супроводу роботизованого комплексу.

Запропонованоструктуру програмно-інформаційного шару для реалізації методології, що дозволяє зберігати вхідні параметри, результати розрахунків, дані вимірювань, калібрування й діагностики, а також формувати простежуваний результат оцінювання придатності комплексу. Програмно-інформаційний шар забезпечує не лише збереження даних, а й відтворюваність, простежуваність і повторне використання результатів розрахункового оцінювання роботизованого технологічного комплексу.

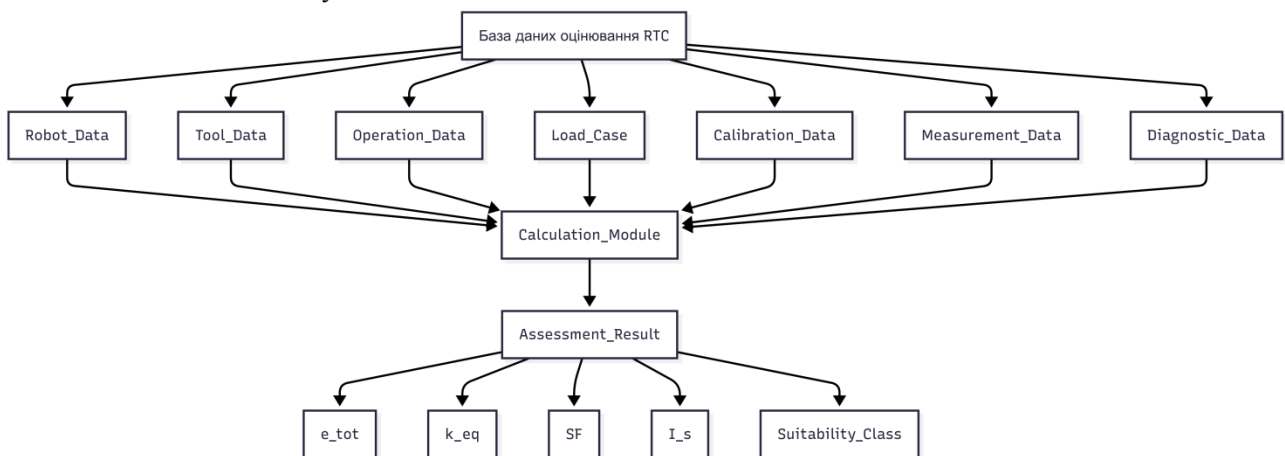


Рис. 5. Програмно-інформаційна структура підтримки розрахункового оцінювання роботизованого технологічного комплексу

Цей підхід сприяє формалізації програмно-інформаційного шару методології, який пов'язує розрахункові моделі точності та жорсткості з базою даних параметрів робота, інструмента, операції, вимірювань, калібрування, діагностики та результатів оцінювання. Він може бути реалізована як програмний модуль або база даних розрахункового супроводу роботизованого технологічного комплексу.

Висновки. Запропонована методологія забезпечує узгоджений перехід від кінематичної, силової, жорсткісної та динамічної моделей до інформаційно підтриманого інженерного рішення про придатність роботизованого технологічного комплексу. Її доцільно використовувати для вибору, налаштування, верифікації, діагностики та технічного супроводу роботизованих комплексів, особливо в умовах неповної інформації та багатокритеріальних обмежень. При цьому отримано наступні результати:

1. Сформовано структурне представлення роботизованого технологічного комплексу як інтегрованої системи $RTC=\{R,C,T,W,P,S,D\}$, що включає промисловий робот, систему керування, технологічний інструмент, об'єкт технологічної взаємодії, технологічну операцію, сенсори та цифровий інформаційний шар. Таке подання дозволяє розглядати точність і жорсткість не як ізольовані паспортні характеристики робота, а як системні властивості комплексу в умовах виконання конкретної технологічної операції.

2. Розроблено кінематико-статичну модель зв'язку між положенням TCP, конфігурацією робота та технологічним навантаженням. Положення робочої точки інструмента подано залежністю $x_{TCP}=f(q,T_{tool})$, миттєвий рух — через якобіан $\dot{x}_{TCP}=J(q)\dot{q}$, а силову взаємодію — через wrench-навантаження w_{TCP} та співвідношення $\tau_{ext}=J^T(q)w_{TCP}$. Це забезпечує формальний перехід від технологічного навантаження у TCP до узагальнених моментів у суглобах робота.

3. Запропоновано модель жорсткісної та деформаційної складової похибки TCP, у якій переміщення робочої точки визначається через матрицю податливості $\Delta x_{stiff}=C_{TCP}(q)w_{TCP}$ або, для спрощеного інженерного випадку, через залежність $\delta_{TCP}=F_{TCP}/k_{eq}$. Це дозволяє враховувати конфігураційно залежну жорсткість робота, напрямок прикладеного навантаження, параметри інструмента та податливість механічних з'єднань.

4. Обґрунтовано необхідність окремого врахування динамічної складової похибки TCP, пов'язаної зі швидкістю, прискоренням, jerk, демпфуванням, модальними властивостями та частотною реакцією механічної системи. У методології ця складова подана як $\Delta x_{dyn}(\omega)=C_{dyn}(\omega,q)w_{TCP}(\omega)$ або як окремий параметр e_{dyn} , що може визначатися за спрощеною моделлю, експериментальними даними чи результатами чисельного аналізу.

5. Розроблено інформаційну структуру цифрового шару оцінювання, що включає сутності Robot_Data, Tool_Data, Operation_Data, Load_Case, Calibration_Data, Measurement_Data, Diagnostic_Data та Assessment_Result. Запропонована структура забезпечує простежуваність вихідних параметрів, припущень, результатів розрахунку, вимірювань, калібрування, діагностики та фінального висновку про придатність роботизованого технологічного комплексу.

6. Запропоновано алгоритм інтегрованого оцінювання придатності роботизованого технологічного комплексу до заданої технологічної операції. Алгоритм поєднує розрахунок сумарної похибки $e_{tot}\leq e_{adm}$ визначення коефіцієнта запасу за навантаженням S_F та обчислення інтегрального індексу придатності I_s , який враховує точність, жорсткість, динамічну стабільність, запас за навантаженням і повноту інформаційного забезпечення.

Список використаних джерел

1. Miao, Y.; Yang, Z.; Liu, W.; Tian, W.; Wang, P.; Li, B. Study on dynamics modelling and stiffness strengthening method for mobile industrial robot in-situ milling machining. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2025. Vol. 95. Article 103014. DOI: 10.1016/j.rcim.2025.103014.
2. Selvaganesan, J.; Paul, E.; Klimchik, A.; Arunachalam, N. A comprehensive framework for stiffness modeling of industrial robot for machining applications. *Journal of Manufacturing Processes*. 2025. Vol. 152. P. 1111–1122. DOI: 10.1016/j.jmapro.2025.07.085.
3. Zhang, Y.-F.; Yao, B.-G.; Zhang, F.; Liang, X.-F.; Tao, G.; Ge, Y.-X.; Niu, T.-F. Global Stiffness Modeling of Robot Drilling System Incorporating End-Effector and Arm Flexibility Based on Virtual Joint Method. *Machines*. 2025. Vol. 13, No. 9. Article 837. DOI: 10.3390/machines13090837.
4. Ni, H.; Hu, T.; Deng, J.; Chen, B.; Luo, S.; Ji, S. Digital twin-driven virtual commissioning for robotic machining enhanced by machine learning. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2025. Vol. 93. Article 102908. DOI: 10.1016/j.rcim.2024.102908.
5. Chang, W.; Sun, W.; Chen, P.; Xu, H. Construction and Validation of a Digital Twin-Driven Virtual-Reality Fusion Control Platform for Industrial Robots. *Sensors*. 2025. Vol. 25, No. 13. Article 4153. DOI: 10.3390/s25134153.
6. Hu, B.; Cheng, D.; Fu, Y.; Song, X.; Bi, Y.; Zhao, Q.; Tan, J. An equipment-level digital twin method for industrial robots for machining. *International Journal of Production Research*. 2024. P. 1–19. DOI: 10.1080/00207543.2024.2446953.

7. Tepper, C.; Behrens, B.-A.; Denkena, B.; et al. Optimal design for compliance modeling of industrial robots. *Production Engineering*. 2023. DOI: 10.1007/s11740-023-01198-3.
8. Liu, X.; Gan, H.; Luo, Y.; Chen, Y.; Gao, L. Digital-Twin-Based Real-Time Optimization for a Fractional Order Controller for Industrial Robots. *Fractal and Fractional*. 2023. Vol. 7, No. 2. Article 167. DOI: 10.3390/fractalfract7020167.
9. Wu, K.; Li, J.; Zhao, H.; Zhong, Y. Review of Industrial Robot Stiffness Identification and Modelling. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, No. 17. Article 8719. DOI: 10.3390/app12178719.
10. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І., ГаоСінмін. Технологічне оснащення фрезерних верстатів: проектування, теорія, практика. Монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2023. 292 с. ISBN 978-966-940-449-7.
11. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І. Приводи затискних механізмів металообробних верстатів. Монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2016. 352 с. ISBN 978-966-940-017-8.
12. Кузнецов Ю.М., Придальний Б.І. Проектування цільових механізмів маніпулювання верстатів нового покоління. Навчальний посібник. Вид. 2-ге. Луцьк: Вежа-Друк, 2014. 428 с. ISBN 978-617-7181-20-9.
13. Prydalnyi B.I. Mechatronic clamping mechanism with electro-hydraulic actuator for machine spindle units. *Perspective Technologies and Devices*. 2021. No. 18. P. 124–128. DOI: 10.36910/6775-2313-5352-2021-18-18.
14. Prydalnyi B. Mechatronic device for two-stage clamping of cylindrical objects in machine tools pindles. *Journal of Mechanics IEngineering and Transport*. 2021. Vol. 13, No. 1. P. 118–123. DOI: 10.31649/2413-4503-2021-13-1-118-123.

Дата надходження статті до видання: 22.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.05.2026

Дата оприлюднення 28.05.2026