

С.М. Баранович¹[0000-0001-8671-6517], І.Г. Стукалець¹[0000-0001-7107-4865], С.В. Коробка¹[0000-0001-7521-6306], М.М. Толстушко²[0000-0001-9230-3831], Н.О. Толстушко²[0000-0001-8811-7868]

¹Львівський національний університет ветеринарної медицини та біотехнологій імені С.З. Гжицького

²Луцький національний технічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОГАЗОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ЗАКРИТОМУ ПЕРЕПУСКНОМУ КАНАЛІ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ З РІЗНИМ СПІВВІДНОШЕННЯМ СТОРІН

У статті досліджено науково-прикладну задачу визначення гідрогазодинамічних параметрів потоку в закритих каналах із прямокутним поперечним перерізом. Обґрунтовано, що класичні аналітичні залежності, засновані на законі Гагена-Пуазейля, є адекватними виключно для каналів круглого перерізу, тоді як у реальних інженерних системах переважають канали прямокутної або складнішої геометрії. Перевірку аналітичних результатів здійснено шляхом чисельного моделювання у програмних середовищах MATLAB та SOLIDWORKS Flow Simulation. Побудовано функціональні залежності швидкісних і витратних характеристик від геометричних параметрів каналу.

Ключові слова: гідрогазодинаміка, прямокутний канал, система MATLAB, SOLIDWORKS Flow Simulation.

S. Baranovych, I. Stukalets, S. Korobka, M. Tolstushko, N. Tolstushko

INVESTIGATION OF HYDRODYNAMIC AND GAS DYNAMIC PROCESSES IN A CLOSED BYPASS CHANNEL WITH A RECTANGULAR CROSS-SECTION OF VARYING ASPECT RATIOS

The article addresses a scientific and applied problem of determining the hydrodynamic and gas dynamic characteristics of flow in closed channels with a rectangular cross-section. It is substantiated that classical analytical relations based on the Hagen-Poiseuille law are valid exclusively for channels with a circular cross-section, whereas in real engineering systems, rectangular or more complex geometries are predominant. The study presents an analytical investigation of laminar flow of liquids and gases in a rectangular channel based on the Navier-Stokes equations. For the rectangular channel, the solution was constructed using the method of expansion in trigonometric series, which allows proper consideration of boundary conditions and the geometric characteristics of the flow domain. It was established that the flow capacity of the channel depends on the aspect ratio of its sides, with the extreme value of the corresponding coefficient being achieved for a square cross-section. The analytical results were verified through numerical simulations using MATLAB and SOLIDWORKS Flow Simulation. Functional dependencies of velocity and flow characteristics on the geometric parameters of the channel were constructed.

Keywords: hydrodynamics and gas dynamics, rectangular channel, MATLAB system, SOLIDWORKS Flow Simulation.

Постановка проблеми. Класичні підходи до оцінювання витрати в довгих закритих каналах із ламінарним режимом руху рідин і газів ґрунтуються на законі, сформульованому Гаген-Пуазейль, який справедливий для каналів із круглим поперечним перерізом. Проте в реальних конструкціях машин і механізмів з'єднувальні канали між окремими порожнинами рідко мають ідеально круглу форму. Значно частіше їхній переріз є прямокутним, трикутним або наближеним до складнішої геометрії. Через це розрахункові співвідношення, отримані для каналів із круглим поперечним перерізом, не забезпечують достатньої точності й потребують адаптації з урахуванням впливу форми перерізу на гідравлічний опір та розподіл швидкостей потоку. Особливої актуальності така корекція набуває при проектуванні каналів подачі змазувально-охолоджувальної рідини в ріжучому інструменті для металообробних верстатів, де геометрія внутрішніх каналів часто обмежена конструкцією інструмента і технологічними вимогами. У подібних системах навіть незначні відхилення в розрахунку пропускної здатності можуть суттєво впливати на ефективність охолодження, знос інструмента та стабільність процесу різання [1-14].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідивши базові теоретичні положення, що описують гідрогазодинамічні явища, які використовуються під час інженерних розрахунків закритих технологічних каналів, слід зазначити, що ключовим параметром у таких моделях виступає K_p – коефіцієнт Пуазейля, на що вказують численні дослідження [3, 4, 8, 10, 11], значення якого визначають за відповідною залежністю:

$$K_p = \pi D^4 / (128 \eta l), \quad (1)$$

де D – діаметр каналу, м; η – коефіцієнт в'язкості, Па·с; l – довжина каналу, м.

© С.М. Баранович, І.Г. Стукалець, С.В. Коробка, М.М. Толстушко, Н.О. Толстушко

Використання цього коефіцієнта під час визначення гідравлічних і газодинамічних параметрів потоку в замкнених технологічних каналах є обґрунтованим лише за умови, що канал має круглий поперечний переріз. Саме для такої геометрії отримано класичні аналітичні залежності, які адекватно відображають розподіл швидкостей, втрати тиску та закономірності ламінарного руху середовища.

Якщо ж поперечний переріз відрізняється від круглого – наприклад, є прямокутним, трикутним або має складну конфігурацію, зумовлену конструктивними особливостями вузла, - застосування даного коефіцієнта без уточнень призводить до похибок у розрахунках. Це пояснюється зміною характеру формування прикордонного шару, перерозподілом швидкісного профілю та іншими умовами гідравлічного опору.

У таких випадках необхідним є проведення додаткових теоретичних і експериментальних досліджень, спрямованих на встановлення коригувальних залежностей або введення еквівалентних параметрів. Лише з урахуванням реальної геометрії каналу можна забезпечити достатню точність прогнозування витратних характеристик, втрат енергії та стійкості роботи технологічної системи.

Постановка завдань. У сучасному машинобудуванні та приладобудуванні розрахунок гідравлічних і газодинамічних характеристик потоку в закритих технологічних каналах традиційно здійснюється на основі аналітичних залежностей, що містять коефіцієнт Пуазейля. Зазначені співвідношення отримані для умов ламінарного руху рідин і газів у каналах круглого поперечного перерізу та забезпечують достатню точність лише за відповідності реальної геометрії каналу прийнятій теоретичній моделі. Разом із тим у практичних конструкціях технологічні канали часто мають прямокутний, квадратний або трикутний інший профіль перерізу, що зумовлено конструктивними обмеженнями, особливостями компоновання вузлів і економічними чинниками виготовлення. Зміна геометрії поперечного перерізу істотно впливає на характер розподілу швидкостей, величину гідравлічного опору та втрати тиску, що, своєю чергою, позначається на точності прогнозування витратних характеристик потоку. У зв'язку з цим виникає науково-прикладна проблема уточнення існуючих розрахункових підходів і розроблення методики визначення гідрогазодинамічних параметрів для закритих каналів довільної форми перерізу.

Викладення основного матеріалу. Проведемо теоретичне дослідження гідравлічних і газодинамічних параметрів закритих каналів із круглим та прямокутним поперечними перерізами [6, 11]. Розрахунки виконуватимуться для умов ламінарного руху робочого середовища з визначенням локального розподілу швидкостей, середньої швидкості потоку та об'ємної витрати як інтегрального показника пропускної здатності. Такий підхід дає змогу кількісно оцінити вплив геометрії каналу на формування швидкісного профілю та величину гідравлічного опору. З метою забезпечення коректності порівняльного аналізу приймемо припущення про однаковість площ поперечних перерізів досліджуваних каналів. Це дозволяє виключити вплив розмірного чинника та зосередитися виключно на ролі форми контуру перерізу в зміні швидкості потоку й продуктивності перетікання рідин і газів.

Для каналу з круглим поперечним перерізом (рис. 1) диференціальна форма рівняння Нав'є-Стокса у полярній системі координат, з урахуванням осьової симетрії потоку [1-3], набуває такого вигляду:

$$\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dg}{dr} = -k, \quad (2)$$

де $k = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx}$; η – динамічна в'язкість рідини (газу), Па·с; p – тиск рідини (газу), Па; g –

швидкість перетікання рідин і газів по каналу, м/с.

Розв'язок рівняння 1 набуде наступного вигляду:

$$g = -\left(k \cdot r^2 / 4\right) + C_1 \ln r + C_2. \quad (3)$$

де C_1, C_2 – числові сталі, які дають частковий розв'язок рівняння.

За обмеженої швидкості, $C_1 = 0$, а C_2 визначаємо з граничної умови – $r = a = 0 \rightarrow C_2 = k \cdot a^2 / 4$

Тоді,

© С.М. Баранович, І.Г. Стукалець, С.В. Коробка, М.М. Толстушко, Н.О. Толстушко

$$\vartheta = (k/4)(a^2 + r^2). \quad (4)$$

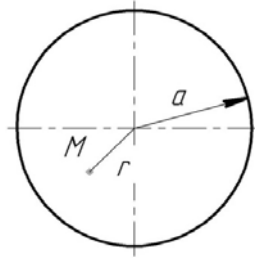


Рис. 1. Схема розрахунку швидкості потоку рідин і газів у круглому каналі
Визначаємо продуктивність за наступною формулою:

$$\begin{aligned} Q &= \iint_A \rho \vartheta dA = \int_0^a \frac{k\rho}{4} (a^2 - r^2) \cdot 2\pi r dr = \\ &= \frac{\pi k \rho}{r} \left(\frac{a^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \Big|_0^a = \frac{\pi k \rho a^4}{8}. \end{aligned} \quad (5)$$

Формула для визначення радіуса каналу круглого перерізу матиме вигляд $a^2/\sqrt{\pi}$, а його пропускна здатність:

$$Q = k \rho a^4 / (8\pi) = 0,0398 k \rho a^4.$$

Розрахункова схема для визначення швидкості руху повітря в каналі прямокутного перерізу подана на рис. 2.

Якщо канал прямокутного перерізу, то розв'язок диференціального рівняння:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dy^2} + \frac{d^2 \vartheta}{dz^2} = -k, \quad (6)$$

будемо шукати у вигляді одинарного тригонометричного ряду:

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) \sin \frac{\pi n y}{b}. \quad (7)$$

Кожен доданок цього ряду задовольняє граничні умови: при $y = 0$ $\vartheta = 0$ і $y = b$ $\vartheta = 0$.

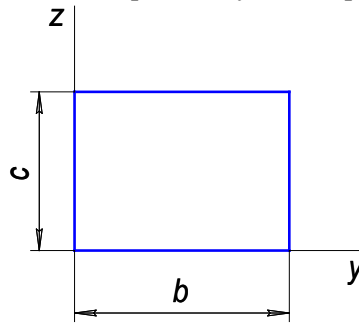


Рис. 2. Схема для визначення швидкості руху повітря в каналі прямокутного перерізу

Праву частину рівняння (6) розкладемо в ряд Фур'є:

$$-k = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{\pi n y}{b}, \quad (8)$$

де

$$C_n = \frac{2k}{b} \int_0^b (-k) \sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) dy = \frac{2k}{b} \frac{b}{\pi n} \cos\frac{\pi ny}{b} \Big|_0^b =$$

$$= \frac{2k}{\pi n} (1 - \cos(\pi n)) = \begin{cases} -\frac{4k}{\pi n} \dots n - \text{непарне} \\ 0 \dots n - \text{парне.} \end{cases}$$

Підставимо вирази (7) і (8) в рівняння (6):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{d^2 f_n}{dz^2} - \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 f_n \right) \sin\frac{\pi ny}{b} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\frac{\pi ny}{b}.$$

Ряди Фур'є збігаються, якщо коефіцієнти однакові, тобто

$$\frac{d^2 f_n}{dz^2} - \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 f_n = C_n. \quad (9)$$

Розв'язок цього диференціального рівняння має такий вигляд:

$$f_n(z) = A_1 \operatorname{ch}\left(\frac{\pi nz}{b}\right) + A_2 \operatorname{sh}\left(\frac{\pi nz}{b}\right) + \frac{C_n b^2}{(\pi n)^2}. \quad (10)$$

Сталі інтегрування A_1 і A_2 знаходимо з граничних умов: при $z = 0$ $\vartheta = 0$; при $z = c$ $\vartheta = 0$.

Підставляючи ці значення у формулу (10), одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} A_1 \cdot 1 + A_2 \cdot 0 - \frac{C_n b^2}{(\pi n)^2} = 0, \\ A_1 \operatorname{ch}\left(\frac{\pi nc}{b}\right) + A_2 \operatorname{sh}\left(\frac{\pi nc}{b}\right) + \frac{C_n b^2}{(\pi n)^2} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Звідси знаходимо

$$A_1 = \frac{C_n b^2}{(\pi n)^2}, \quad A_2 = \frac{C_n b^2}{(\pi n)^2} \frac{1 - \operatorname{ch}\left(\frac{\pi nc}{b}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi nc}{b}\right)}. \quad (12)$$

Враховуючи значення C_n , одержимо остаточну формулу для знаходження швидкості ϑ у різних точках поперечного перерізу каналу:

$$\vartheta = \frac{4kb^2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi(2n-1)y}{b}\right)}{(2n-1)^3} \times$$

$$\times \left(\operatorname{ch}\left(\frac{\pi(2n-1)z}{b}\right) - 1 + \frac{1 - \operatorname{ch}\left(\frac{\pi(2n-1)c}{b}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi(2n-1)c}{b}\right)} \sin\left(\frac{\pi(2n-1)z}{b}\right) \right). \quad (13)$$

Обчислимо пропускну здатність каналу:

$$Q = -\frac{8kb^4 \rho}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4} \left(-\frac{c}{b} + \frac{1}{\pi(2n-1)} \operatorname{sh}\left(\frac{\pi(2n-1)c}{b}\right) - \right.$$

$$\left. \left. \left. \left(1 - \operatorname{ch} \left(\frac{\pi(2n-1)c}{b} \right) \right)^2 \right) \right) \right) \frac{1}{\operatorname{sh} \left(\frac{\pi(2n-1)c}{b} \right)}. \quad (14)$$

Якщо площа каналу постійна $A=bc=a^2$, то сторони прямокутника $b = \frac{a}{\sqrt{m}}$, $c = \sqrt{ma}$, де $m = \frac{c}{b}$ і $0 < m < \infty$, тоді формула (14) матиме вигляд:

$$\begin{aligned} Q &= -k\rho a^4 \frac{8}{m^2 \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4} \left(-m + \frac{2(\operatorname{ch}(\pi(2n-1)m) - 1)}{\pi(2n-1)\operatorname{sh}(\pi(2n-1)m)} \right) = \\ &= k\rho a^4 \frac{8}{m^2 \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4} \left(m - \frac{2}{\pi(2n-1)} \operatorname{th} \left(\frac{\pi(2n-1)m}{2} \right) \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Як бачимо з виведених залежностей, у формули входить добуток $ka^4\rho$. Для каналу з прямокутним перерізом цей числовий коефіцієнт буде мати значення, яке можна визначити з графіка (рис. 3), що залежить від співвідношення сторін прямокутника $m = c/b$. Визначення пропускної здатності прямокутного каналу з різним співвідношенням сторін є важливим науково-практичним завданням, оскільки геометричні параметри перерізу безпосередньо впливають на гідравлічні характеристики потоку, зокрема розподіл швидкостей, втрати енергії та умови переходу між режимами течії.

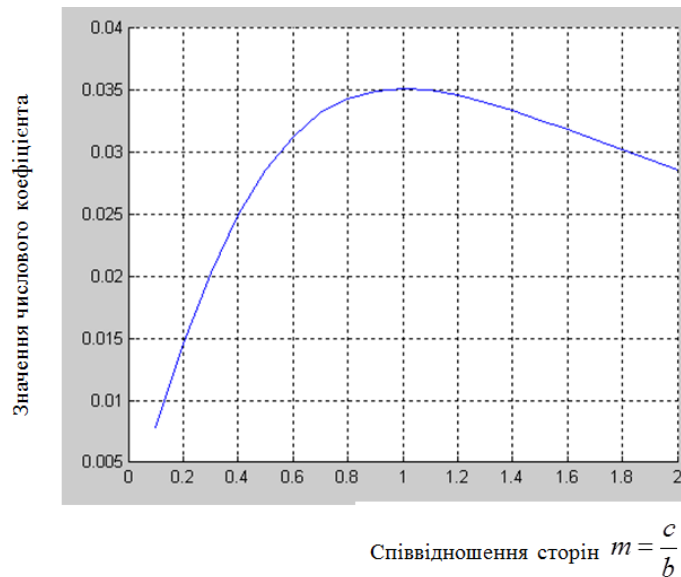


Рис. 3. Графік залежності числового коефіцієнта $ka^4\rho$ від співвідношення сторін з використанням середовища **MATLAB**

Програму визначення числового коефіцієнта розроблено в середовищі MATLAB. Визначення відношення співвідношення сторін прямокутника до числового коефіцієнта, що йому відповідає, наведено на рисунку 3.

З графіка рис. 3 бачимо, що найбільше значення коефіцієнта 0,0351 відповідає відношенню сторін $m=1$, тобто частковому випадку для перерізу у формі квадрата.

Метод імітаційного моделювання гідрогазодинамічних процесів у середовищі *SOLIDWORKS Flow Simulation* [9, 12, 13] включає кілька етапів. На першому етапі в *CAD*-модулі *SOLIDWORKS* створено тривимірну геометричну модель каналу з визначеним поперечним перерізом.

Для проведення імітаційного моделювання гідрогазодинамічного процесу в каналі використано модуль *SOLIDWORKS Flow Simulation*. Область дослідження обмежено об'ємом каналу, а граничними умовами встановлено значення тиску на вході (1,5 атм.) та на виході каналу (1 атм.). В якості середовища задано воду за температури 20°C, ціль дослідження – середнє значення швидкості руху води в каналі. Тверdotілу модель перетворено у сітку скінченних елементів з розміром елементів, який забезпечуватиме необхідну точність результатів. Після проведення моделювання проаналізовано отримані результати, побудовано епюри розподілу швидкості в заданих площинах каналу (рис. 4).

Наступним етапом моделювання було створення параметричного дослідження, яке полягало у визначенні швидкості руху рідини в каналі прямокутного перерізу за умови зміни вхідного параметра – коефіцієнта m за умови $m \in [0,1;2]$. Одержано результати параметричного моделювання, які представлено на рис. 5.

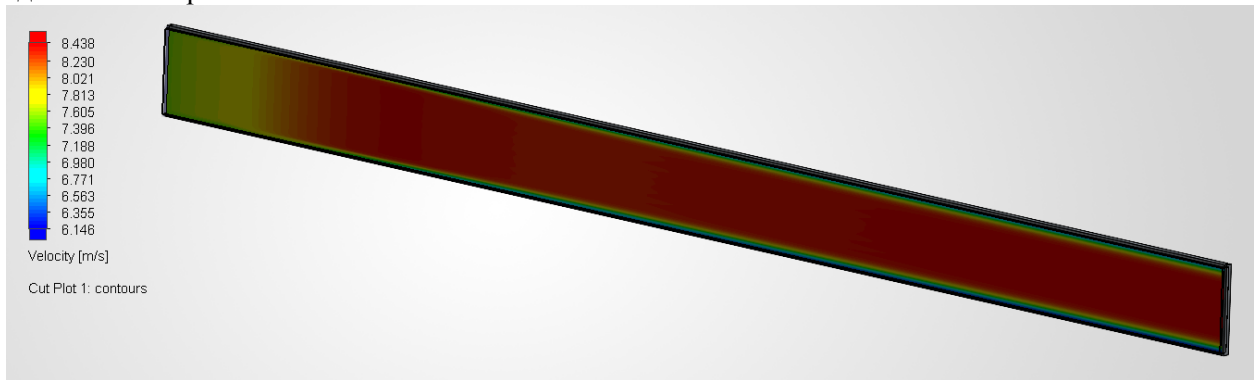


Рис. 4. Епюра розподілу швидкості руху рідини в каналі прямокутного перерізу

Summary	Design Point 1	Design Point 2	Design Point 3	Design Point 4	Design Point 5	Design Point 6	Design Point 7	Design Point 8	Design Point 9	Design Point 10
D2@Sketch1@Канал прямокутний 2.Part [mm]	3.16	4.38	5.6	6.82	8.04	9.26	10.48	11.7	12.92	14.14
GG Average Velocity 1 [m/s]	7.42609771	8.76702379	9.69606651	10.298081	10.6559913	10.776227	10.7998499	10.7347829	10.5964209	10.3894216
Status	Finished	Finished	Finished	Finished	Finished	Finished	Finished	Finished	Finished	Finished
Run at	This computer	This computer	This computer	This computer	This computer	This computer	This computer	This computer	This computer	This computer
Number of cores	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Recalculate	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Take previous results	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Save full results	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Рис. 5. Вікно сценарію та результатів параметричного моделювання процесу перетікання рідини в каналі прямокутного перерізу

За одержаними результатами системою сформовано відповідні графіки залежностей заданих цілей дослідження від вхідних параметрів (рис. 6).

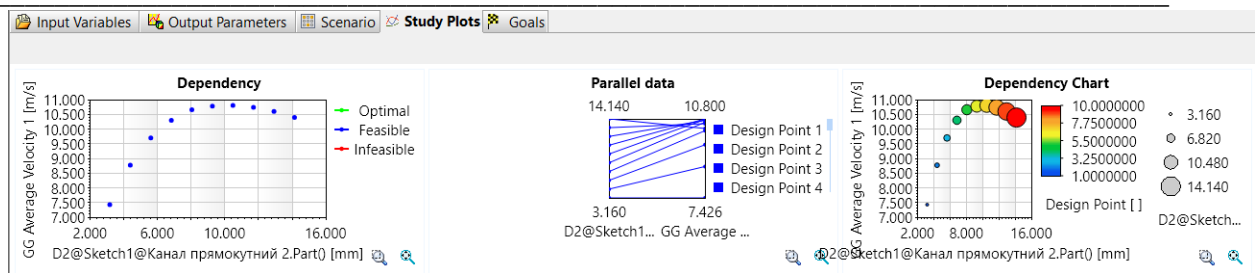


Рис. 6. Графіки залежностей цілей дослідження від значень вхідних параметрів

В процесі аналізу та інтерпретації результатів моделювання побудовано графік залежності швидкості руху рідини в каналі прямокутного перерізу від значень коефіцієнта m (рис. 7).

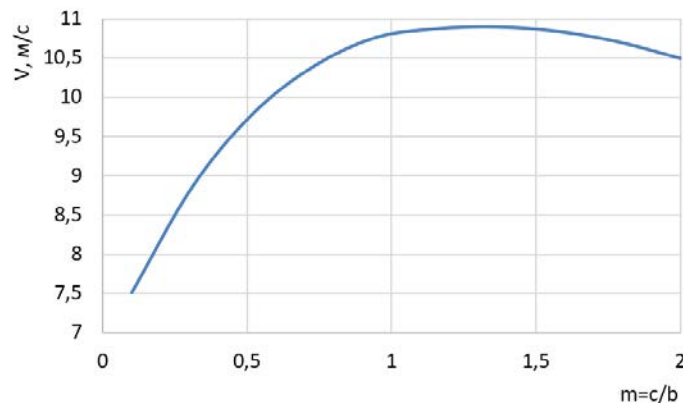


Рис. 7. Графік залежності швидкості руху рідини в каналі від коефіцієнта співвідношення сторін з використанням модуля *Flow Simulation* системи *SOLIDWORKS*

Як видно, описані вище методи демонструють практично однакові результати у відтворенні гідрогазодинамічних процесів у закритих перепускних каналах з прямокутним перерізом. Зазначені залежності отримано із застосуванням принципово різних підходів: перша – шляхом чисельно-аналітичного моделювання у середовищі *MATLAB*, друга – за допомогою тривимірного інженерного моделювання та чисельної симуляції у *SOLIDWORKS*.

Аналітична модель, реалізована в *MATLAB*, базується на узагальнених рівняннях, що описують процеси у каналі, та передбачає низку припущень щодо ідеалізованого характеру течії, рівномірності розподілу параметрів по перерізу та відсутності локальних збурень. Такий підхід дозволяє отримати функціональну залежність коефіцієнта, яка відображає загальну тенденцію зміни параметра, проте не враховує впливу складних просторових ефектів.

Натомість модель, побудована у *SOLIDWORKS*, передбачає детальну геометричну репрезентацію закритого каналу з прямокутним перерізом, із урахуванням реальних граничних умов, неоднорідності полів швидкостей та можливих локальних ефектів, що виникають унаслідок взаємодії потоку зі стінками каналу. У межах цього підходу здійснюється дискретизація області та чисельне розв'язання відповідних рівнянь, що дозволяє отримати більш локалізовану та фізично деталізовану картину процесу.

Порівняння отриманих графіків показало, що при загальній подібності характеру зміни залежностей спостерігається відхилення значень коефіцієнта $ka^4\rho$, яке сягає приблизно 0,3 одиниці при повному діапазоні шкали співвідношення сторін $m = c/b$. у досліджуваних межах в 2 одиниці. Така різниця відповідає відносному розходженню на рівні близько 12%.

Виявлена невідповідність може бути зумовлена комплексом факторів, серед яких: ідеалізація фізичної моделі в аналітичному підході; різниця у постановці та реалізації граничних умов; вплив геометричних особливостей прямокутного каналу, що більш повно враховуються у тривимірному моделюванні; чисельні похибки, пов'язані з дискретизацією розрахункової області та алгоритмами розв'язання; можливі відмінності у врахуванні турбулентних або перехідних режимів течії.

Обидва підходи демонструють узгодженість у якісному описі процесу та відтворюють аналогічні тенденції зміни досліджуваного коефіцієнта $ka^4\rho$.

Висновки.

Отримано залежності, які описують вплив геометричних параметрів каналу прямокутного перерізу на особливості перебігу гідрогазодинамічних процесів у ньому. Під час аналізу враховано можливість використання різних співвідношень сторін прямокутного перерізу каналу, що дає змогу досліджувати зміну параметрів потоку за різних геометричних конфігурацій. Це, у свою чергу, підвищує точність визначення основних характеристик руху рідин і газів у закритих каналах.

Отримані результати свідчать про те, що застосування різних підходів до моделювання процесів у закритому каналі з прямокутним перерізом забезпечує загалом узгоджений якісний опис досліджуваного явища. Обидві моделі – аналітична, реалізована у MATLAB, та чисельна, побудована в SOLIDWORKS – демонструють подібний характер зміни коефіцієнта $ka^4\rho$, що підтверджує коректність обраного підходу до дослідження.

Водночас виявлене відхилення у значеннях коефіцієнта $ka^4\rho$ на рівні близько 0,3 для шкали співвідношення сторін у досліджуваних межах в 2 одиниці може бути пояснене особливостями реалізації моделей, різницею у врахуванні фізичних факторів та ступенем їх деталізації. Така розбіжність не є критичною, однак вказує на доцільність подальшого уточнення моделей з метою підвищення їх узгодженості.

Отже, отримані результати відображають основні закономірності процесу для попереднього аналізу, а подальші дослідження доцільно спрямувати на деталізацію моделей, уточнення вихідних припущень і експериментальну перевірку для підвищення точності та надійності одержаних залежностей. Отримані результати створюють підґрунтя для обґрунтованого вибору геометрії каналів у технологічних системах.

Список використаних джерел

1. Баранович С.М. Обґрунтування параметрів пульсатора доільного апарата з регульованою тривалістю такту ссання: дис. ... канд. техн. наук. Львів, 2015. 165 с.
2. Баранович С., Стукалець І., Шеремета Р., Коробка С., Бабич М.. Методики дослідження гідрогазодинамічних процесів у закритих перепускних каналах різного перерізу. Вісник Львівського національного університету природокористування. Серія Агроінженерні дослідження, (27), 108–112. <https://doi.org/10.31734/agroengineering2023.27.108>.
3. Баранович С.М., Стукалець І.Г., Коробка С.В., Бабич М.І., Толстушко М.М., Толстушко Н.О. Дослідження гідрогазодинамічних процесів у закритих перепускних каналах круглого та трикутного перерізу. Наукові нотатки. Міжвузівський збірник наук. праць. 2025. Вип. 83. С. 177 – 182. / URL: https://eforum.lntu.edu.ua/index.php/naukovi_notatky.
4. Константинов Ю. М. Технічна механіка рідини і газу [Підручник] / Ю. М. Константинов, О. О. Гіжа. – К.: Вища школа, 2002. – 277 с.
5. Кулінченко В. Р. Гідравліка, гідравлічні машини і гідропривід: Підручник.-Київ: Фірма «Інкос», Центр навчальної літератури, 2006. — 616с.
6. Колчунов В. І. Теоретична та прикладна гідромеханіка: Навч. Посібник. — К.:НАУ, 2004. – 336с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 томах. Том VI. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988. – 736 с.
8. Лазарев Ю. Ф. Початки програмування у середовищі MATLAB: Навч. посібник. – К.: "Корнійчук", 1999. – 160 с.
9. Свирень Н. О. Приложение законов гидродинамики к особенностям пневматических высевающих аппаратов / Н. О. Свирень, Н. Н. Петренко // Збірник наукових праць Кіровоградського інституту сільськогосподарського машинобудування : Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – 1998. – № 2. – С. 177-180.
10. Стукалець І. Г. Основи інженерного аналізу технічних об'єктів. Курс лекцій для студентів інженерних спеціальностей. Львів : ЛНУП, 2022. – 109 с.
11. Цяпко М. Ф., Мамаєв Л. М. Гідрогазодинаміка – К.: ІСДМО, 1995 – 211 с.

12. Цяпко М. Ф., Яловий М. І., Павленко А. М. Гідрогазодинаміка – Дніпродзержинськ; ДДТУ, 2009. – 264 с.

13. An Introduction to Flow Analysis Applications with SolidWorks Flow Simulation, Student Guide: Dassault Systèmes SolidWorks Corporation, 2013. – 19 p.

14. SolidWorks, “SOLIDWORKS Flow Simulation,” Dassault Systemes. URL: <https://www.solidworks.com/sw/products/simulation/flow-simulation.htm>. (дата звернення: 16.03.2026).

Рецензент Шимчук Сергій Петрович, кандидат технічних наук, доцент кафедри галузевого машинобудування Луцького національного технічного університету.

Дата надходження статті до видання: 10.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.03.2026

Дата оприлюднення 14.04.2026