

Ю. О. Кубрак, Д.Д. Плечистий, І.А. Толстой
Державний університет «Житомирська політехніка»

МАШИННЕ НАВЧАННЯ, ЯК ОСНОВА СТВОРЕННЯ КЕРУЮЧИХ АВТОМАТІВ

У статті розкрито принципи машинного навчання, як основи створення керуючих автоматів. Сформовано узагальнену блок-схему принципів машинного навчання керуючих автоматів, яка показує процес взаємодії між головними блоками моделі, де із зовнішньої середовища надходять сигнали, які класифікуються за характеристиками та станом, та виводяться у відповідний блок. На основі узагальнених показників формується база даних, яка є основою для навчання та прийняття рішення враховуючи набір правил керуючого автомата. Описано принцип планування поведінки роботизованого пристрою на базі керуючих автоматів, в рамках якого структуровано порядок взаємодії між основними складовими блоками враховуючи вплив штучної нейронної мережі на процес моделювання поведінки. Запропоновано математичну модель реалізації машинного навчання у процесі створення керуючих автоматів без необхідності калібрування моделі, що значно впливає на швидкість та точність кінцевого результату управління. Підкреслено, що під автоматичним управлінням розуміється автоматичне здійснення сукупності впливів, вибраних з безлічі можливих на основі певної інформації та спрямованих на підтримку та покращення функціонування керованого об'єкта з використанням методів машинного навчання. Обґрунтовано, що застосування машинного навчання у рамках керуючих автоматів є одним зі способів проектування та реалізації складних моделей поведінки, які особливо передбачають взаємодію із невизначеним чи динамічним середовищем. Зазначається, що алгоритми машинного навчання здатні вивчати складні навички дослідження з нуля та без цілеспрямовано розроблених траєкторій, що є фундаментальною складовою у досягненні якісного результату вирішення першочергового завдання.

Ключові слова: машинне навчання, керування, автомат, алгоритм, модель, параметри, стійкість, автоматизація, діагностика.

Y. O. Kubrak, D. D. Plechysty, I. A. Tolstoi

MACHINE LEARNING AS A BASIS FOR CREATING CONTROL AUTOMATA

The article reveals the principles of machine learning as the basis for creating control automata. A generalized block diagram of the principles of machine learning of control automata has been formed, which shows the process of interaction between the main blocks of the model, where signals are received from the external environment, classified by characteristics and state, and output to the corresponding block. Based on the generalized indicators, a database is formed, which is the basis for training and decision-making, taking into account the set of rules of the control automaton. The principle of planning the behavior of a robotic device based on control automata is described, in the framework of which the order of interaction between the main component blocks is structured, taking into account the influence of an artificial neural network on the process of modeling behavior. A mathematical model for the implementation of machine learning in the process of creating control automata without the need for model calibration is proposed, which significantly affects the speed and accuracy of the final control result. It is emphasized that automatic control means the automatic implementation of a set of influences, selected from a multitude of possible ones based on certain information and aimed at supporting and improving the functioning of the controlled object using machine learning methods. It is substantiated that the application of machine learning in the framework of controlling automata is one of the ways of designing and implementing complex behavior models, which especially involve interaction with an uncertain or dynamic environment. It is noted that machine learning algorithms are able to learn complex research skills from scratch and without purposefully developed trajectories, which is a fundamental component in achieving a high-quality result of solving a priority task.

Key words: machine learning, control, automaton, algorithm, model, parameters, stability, automation, diagnostics.

Вступ та постановка проблеми. Феномен великих даних є основою нового розширення штучного інтелекту. Машинне навчання являє собою спосіб реалізації штучного інтелекту, що надає машині можливість навчатися та приймати рішення, характерні для людей. Той факт, що люди використовують алгоритми для виконання цих двох завдань, сам по собі не є інноваційними. Як тільки з'явилися обчислювальні можливості, було розроблено алгоритми для їх реалізації. Обробка зображень, розпізнавання образів, аналіз тексту, розпізнавання мови, автоматичний переклад значно виграли від цього розвитку. Важливий прорив стався і з методологією глибокої нейронної мережі.

Концептуально, оскільки мета полягає в тому, щоб покращити знання про навколишнє середовище та покращити процес прийняття рішень, користувач природно, має справу з оптимізацією та статистикою. Це добре видно під час навчання з учителем. З іншого боку, навчання з підкріпленням та штучні нейронні мережі додають додаткову змінну, яка є часом або впорядкована як час. Теорія управління виступає як основа динамічної оптимізації.

Теорія управління показує як розробити оптимальні дії для динамічних моделей у безперервному або дискретному часі. Однак загальновідомо, що чисельні обчислення є основною

перешкодою для застосування цих теорій управління на практиці, і багато додатків, на жаль, обмежені лінійно-квадратичним регулятором. Проблема розмірності, як сформулював Беллман, творець динамічного програмування, тривалий час переслідувала чисельні методи теорії управління. Тому, природно розглядати нові можливості машинного навчання для подолання проблеми розмірності. Це пояснює, чому в останні кілька років, машинне навчання і теорія управління стали свідками багатьох цікавих ідей та інноваційних результатів з точки зору злиття двох вищезгаданих областей досліджень із зусиллями різних спільнот, таких як прикладна та обчислювальна математика, оптимальне управління, стохастична оптимізація та інформатика. Дослідники в галузі машинного навчання та оптимального управління, починають вивчати методи, інструменти, а також формулювання проблем один одного. Сучасні наукові набуток умовно можна розділити на дві категорії: теорія управління для машинного навчання і машинне навчання для теорії управління. Взагалі кажучи, перше відноситься до використання теорії управління як математичного інструменту для формулювання та вирішення теоретичних та практичних завдань машинного навчання, таких як налаштування оптимальних параметрів, навчання нейронної мережі; в той час як останній полягає в тому, як використовувати практику машинного навчання, таку як метод ядра та штучна нейронна мережа, для чисельного розв'язання складних моделей теорії управління, які можуть стати нерозв'язними за допомогою традиційних методів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Формулювання наукової думки в окресі машинного навчання є різноманітним та масштабним. У сучасній науковій площині з'являються роботи присвячені механізмам та принципам застосування машинного навчання та штучного інтелекту у сфері управління та автоматизації.

У [1] детально описано механізм застосування принципу максимального паралелізму для машинної реалізації автоматів навчання Цетліна та запропоновано метод бінаризації із замкнутим циклом зі зворотним зв'язком щодо точності, який ігнорує статистичну значущість даних, яка визначає, як класи виведення висновків співвідносяться з набором даних.

Технології та автоматизація проєктування цифрових пристроїв складних комп'ютерних систем на ПЛІС докладно представлені у [2]. О.В. Ключко та Д.О. Березов [3] висвітлили питання автоматизації робототехніки із відокремленням основних принципів керуючих автоматів. Авторами доведено потенціал сучасної робототехніки та сформовано низку перспективних заходів з розвитку даного напрямку.

Група авторів [4] підійшли до вирішення питання стійкості та збіжності в моделях керуючих нейродинамічних систем. У роботі розглянуто завдання побудови моделі складної системи, результати дослідження на моделі властивостей стійкості, зв'язності та завдання моделювання.

У статті [5] наголошено на необхідності формування керуючих автоматів враховуючи появу надійних, перешкодостійких та економічних аналогових і логічних мікросхем, мікропроцесорної техніки, вдосконалення та мініатюризацію виконавчих електромеханічних елементів й датчиків, які є фундаментальною основою для сучасного етапу розвитку автоматизації, розроблення алгоритмів системи контролю та управління.

О.С. Шкіль, М.А. Мірошник, Т.Г. Рожнова, Ю.В. Пахомов та Д.Г. Караман [6] запропонували алгоритм роботи автоматичної газорозподільної станції, граф переходів керуючого автомата та його модель на мові опису апаратури. Науковці для діагностування керуючого автомату пропонують проводити «неруйнівний» діагностичний експеримент з обходу всіх вершин (дуг) графа переходів автомата з використанням синхронізуючих послідовностей, що є доволі гнучким рішенням враховуючи нестабільність показників.

Із зарубіжних авторів варто відзначити такі роботи як: Warden, Pete & Stewart, Matthew & Plancher, Brian & Banbury, Colby & Prakash, Shvetank & Chen, Emma & Asgar, Zain & Katti, Sachin & Janapa Reddi, Vijay [7], Gullapalli, Venkata & M, Prasad [8], Podolak, Igor & Roman, Adam & Szykuła, Marek & Zeliński, Bartosz [9], Lee, Bor-Hon & Yang, Albert & Chen, Yenming [10], Meng, Chuizheng & Seo, Sungyong & Cao, Defu & Griesemer, Sam & Liu, Yan [11], Khaliq, Abdul & Olumoyin, Kayode [12], Schölkopf, Bernhard [13], Prieto Valdes, Juan & Gortcheva, Elena [14], Singh, Bikesh & Sinha, G.R. [15], McAuley, Julian [16] та інші.

Однак, незважаючи на масштабність наукових досліджень за окресленою тематикою, питання розкриття принципів машинного навчання, як основи створення керуючих автоматів залишається відкритим та потребує детального опрацювання.

Постановка завдання. Розкрити принципи машинного навчання, як основи створення керуючих автоматів.

Викладення основного матеріалу дослідження. В даний час важко ігнорувати втручання та синтез між машинним навчанням та теорією управління, і злиття цих двох областей, на певних межах, просуває вперед величезний дослідницький прогрес зі швидкістю, що прискорюється.

На мові теорії управління динамічна система розглядається як система, що розвивається у невизначеному середовищі. Еволюцією цієї системи називають процес, який можна охарактеризувати за її станом. Контролер визначає стратегію дій, яка називається зворотним зв'язком, і щоразу до поточного стану та поточної дії прив'язуються витрати або прибуток. Говорячи мовою навчання з підкріпленням, щоразу, коли відбувається дія, контролер отримує нагороду. Контролер намагатиметься вибирати дії так, щоб сума винагород була максимальною. Оскільки час є дискретним, завдання управління називається марківським процесом прийняття рішень і може бути вирішене за допомогою підходу динамічного програмування.

Рисунок 1 наводить узагальнену блок-схему принципів машинного навчання керуючих автоматів, де із зовнішньої середовища надходять сигнали, які класифікуються за характеристиками та станом, та виводяться у відповідний блок. На основі узагальнених показників формується база даних, яка є основою для навчання та прийняття рішення враховуючи набір правил керуючого автомата.

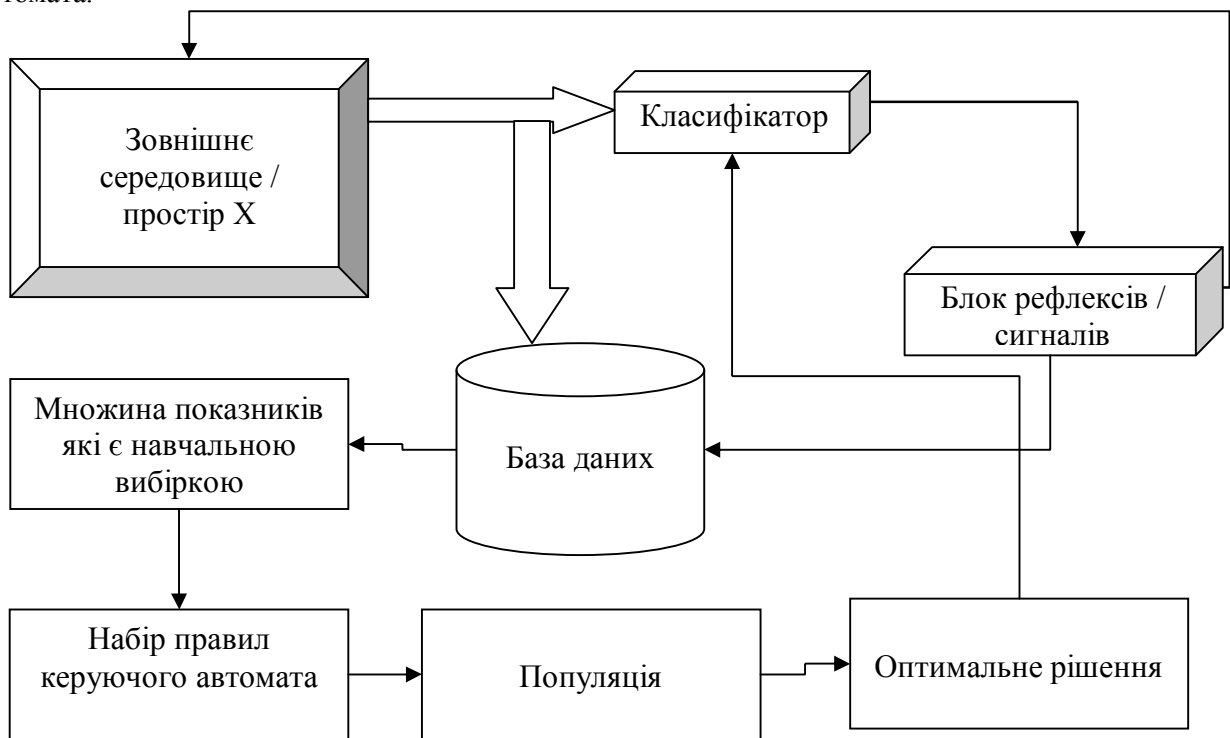


Рис. 1. Блок схема принципів машинного навчання керуючих автоматів

У випадку планування поведінки роботизованого пристрою на базі керуючих автоматів актуальним виступає рисунок 2, в рамках якого структуровано порядок взаємодії між основними складовими блоками враховуючи вплив штучної нейронної мережі на процес моделювання поведінки.

З математичної точки зору, зовнішня середовища приймається як простір X з багатьма показниками та станами. Ймовірність переходу між станами представляється як $\pi(x; d\eta)$, ця функція є регулярною та розподіленою в часі. Для будь-якого фіксованого значення x існує простір обмежень та визначається ймовірність входу значення у простір.

Лінійність переходу між станами знаходиться через:

$$\Phi f(x) = \int_x f(\eta) \pi(x; d\eta)$$

при цьому $\|\Phi\| \leq 1$. Ланцюг Маркова $\{X_t\}_{t=1}^{\infty}$ з ймовірністю переходу $\pi(x; d\eta)$ є стохастичним процесом таким що

$$\mathbb{E}[f(X_{n+1})|X_n = x] = \int_{\mathcal{X}} f(\eta)\pi(x; d\eta), \text{ для } n = 1, 2, \dots$$

у разі припущення, що зазначений процес є стаціонарним та представивши коефіцієнт дисконтування α є можливість виразити функцію:

$$u(x) = \mathbb{E}[\sum_{l=1}^{+\infty} \alpha^l f(X_{1+l}) | X_1 = x].$$



Рис. 2. Планування поведінки роботизованого пристрою на базі керуючих автоматів

Лінійність переходу між станами знаходиться через:

$$\Phi f(x) = \int_{\mathcal{X}} f(\eta)\pi(x; d\eta)$$

при цьому $\|\Phi\| \leq 1$. Ланцюг Маркова $\{X_k\}_{k=1}^{\infty}$ з ймовірністю переходу $\pi(x; d\eta)$ є стохастичним процесом таким що

$$\mathbb{E}[f(X_{n+1})|X_n = x] = \int_{\mathcal{X}} f(\eta)\pi(x; d\eta), \text{ для } n = 1, 2, \dots$$

у разі припущення, що зазначений процес є стаціонарним та представивши коефіцієнт дисконтування α є можливість виразити функцію:

$$u(x) = \mathbb{E}[\sum_{l=1}^{+\infty} \alpha^l f(X_{1+l}) | X_1 = x].$$

Таким чином, єдине вирішення аналітичної задачі це

$$u = f + \alpha\Phi u,$$

як не ймовірнісний аналітичний вираз функції $u(x)$. Звідси

$$u = (I - \alpha\Phi)^{-1}f,$$

за допомогою генератора можна представити як

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{n-1} \Phi^{n-1} f.$$

Використовуючи машинне навчання здійснимо апроксимацію функції, для знаходження $u(x)$ враховуючи той факт, що розмірність \mathcal{X} з простору X є масштабною величиною та представлення за допомогою генератора не є практичним.

Параметричне представлення

$$u(x) \approx \sum_{i=1}^l \theta_i \varphi_i(x).$$

де $\varphi_i(x)$ – це функції, що задані, а $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^I$ є основою функціонального простору, у рамках якого лежать коефіцієнти θ_i , які потрібно визначити та функція $u(x)$, яка належить до даного простору.

Знаходження параметрів базується на мінімізації помилки

$$\left\| \sum_{i=1}^I \theta_i (\varphi_i - \alpha \Phi \varphi_i) - f \right\|^2$$

де $\|\cdot\|$ – супремум норма $\|G\| = \sup |G|$. З метою унікалізації параметрів, мінімізуємо квадратичний функціонал із квадратичною регуляризацією

$$y \sum_{i=1}^I \theta_i^2 + \left\| \sum_{i=1}^I \theta_i (\varphi_i - \alpha \Phi \varphi_i) - f \right\|^2.$$

Непараметричне представлення, яке є основою у навчанні з вчителем, представлення $u(x)$, як функціональне рівняння за основу не береться, механізм обчислення ґрунтується на методі Монте-Карло, значення в кінцевій області точок $x, u(x)$ обчислюється як

$$u(x) \approx \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \sum_{n=1}^{+\infty} \alpha^{n-1} f(X_n^v)$$

де $X_1^v = x, \dots, X_n^v = X_n(\omega^v), \dots$ єдина траєкторія з індексом v , що відповідає єдиній вибірковій точці ω^v . Із загальної вибірки M обираємо x^1, \dots, x^M точок та обчислюємо $u(x) = y^1, \dots, u(x^M) = y^M$ за допомогою методу Монте-Карло. У випадку якщо функція f є обмеженою та неперервною, $u(x)$ також має зазначені властивості. Метою даного обчислення є екстраполяція $u(x)$ у значеннях y^1, \dots, y^M .

Окреслимо значення простору гіпотез \mathcal{H} у межах $C(\mathbb{R}^d)$. Елемент \mathcal{H} є стабільним функціональним простором, обирається за принципом найбільш наближеного значення y^1, \dots, y^M у точках x^1, \dots, x^M .

Функція $u(x)$ є результатом розв'язку задачі мінімізації

$$\min_{u \in \mathcal{H}} \left\{ y \|u\|_{\mathcal{H}}^2 + \sum_{m=1}^M (u(x^m) - y^m)^2 \right\}$$

Машинне навчання, яке лежить в основі, спирається на принцип що ланцюг Маркова може бути невідомим, контролер проводить випробування не посиляючись на вибір траєкторій відповідно до заданого переходу ймовірності, подібно до методу Монте-Карло.

Ланцюг Маркова ґрунтується на ймовірнісному переході, який повною мірою залежить від змінної a та є дією $\pi(x, a; d\eta)$. У випадку, коли дія є функцією стану, яка є зворотнім зв'язком $a(x)$, отримуємо $\pi(x, a(x); d\eta)$. Виходячи з цього, визначаємо оператор $\Phi^a f(x)$ та $\Phi^{a(x)} f(x)$:

$$\begin{aligned} \Phi^a f(x) &= \int_{\mathcal{X}} f(\eta) \pi(x, a; d\eta) \\ \Phi^{a(x)} f(x) &= \int_{\mathcal{X}} f(\eta) \pi(x, a(x); d\eta) \end{aligned}$$

При цьому $f(x, a) \geq 0$. Тоді загальний вираз буде мати вигляд:

$$J_{\alpha}(\cdot)(x) = E[\sum_{i=1}^{+\infty} \alpha^i f(X_i, a(X_i)) | X_1 = x]$$

де X_n є функцією ймовірнісного переходу $\pi(x, a(x); d\eta)$. Тоді функція значення має вигляд:

$$u(x) = \inf_{a(\cdot)} J_{\alpha}(\cdot)(x)$$

яка є результатом рівняння Беллмана

$$u(x) = \inf_{a[f(x,a) + \alpha \Phi^a u(x)]}.$$

У випадку довільності першої дії та оптимізації наступних вводиться значення Q функції, яка є функцією важливості або вартості

$$Q(x, a) = f(x, a) + \alpha \Phi^a u(x).$$

Беручи до уваги те, що

$$u(x) = \inf_{a \in Q(x, a)} Q(x, a)$$

отримуємо

$$Q(x, a) = f(x, a) + \alpha \left[\Phi^\alpha \left(\inf_{a'} Q(x, a') \right) \right] (x).$$

Існує два основних типи ітерації для вирішення наведеного вище рівняння Беллмана: ітерація значення та ітерація політики. Значення ітерації визначається як

$$u_{k+1}(x) = \inf_{a \in A} [f(x, a) + \alpha \Phi^1 u_k(x)], \quad u_0(x) = 0$$

У випадку якщо, $f(x, a)$ є обмеженою функцією у межах деякого набору значень, розв'язок рівняння Беллмана єдиний і послідовність $u_k(x)$ монотонно збігається до функції значення. Але, якщо функція $f(x, a)$ не обмежена, розв'язок рівняння Беллмана не єдиний, а послідовність $u_k(x)$ монотонно збігається до функції значення, яка є мінімальним розв'язком. Враховуючи вищевикладене виникає можливість інтерпретувати $u_k(x)$ як функцію значення для задачі керування пристроєм на базі керуючих автоматів з k періодами. Таким чином

$$J_{1, \alpha}^k(x) = E[\sum_{n=1}^k \alpha^n (f(X_n, a(X_n)) - \alpha^{n-1} f(X_{n-1}, a(X_{n-1}))) | X_1 = x, \mathbf{1}],$$

де

$$u_k(x) = \inf_{a \in A} J_{1, \alpha}^k(x).$$

Тут ітерація починається зі значення заданого зворотного зв'язку керування $a^k(x)$ та розв'язує лінійну задачу з фіксованою точкою:

$$u^{k+1}(x) = f(x, a^k(x)) + \alpha \Phi^{a^k(x)} u^{k+1}(x).$$

Враховуючи u^{k+1} , де $a^{k+1}(x)$ можна знайти з наступного виразу

$$\inf_{a \in A} [f(x, a) + \alpha \Phi^{a^k(x)} u^{k+1}(x)]$$

починаючи з розрахунку мінімізуючої функції $a^0(x)$

$$\inf_{a \in A} f(x, a).$$

Для вирішення проблеми мінімізації використовуємо градієнтний підхід:

$$Q^{k+1}(x, a) = f(x, a) + \alpha \Phi^{a^k(x)} u^{k+1}(x)$$

що є наближенням $Q(x, a)$.

Наближення для $a^{k+1}(x)$ має вигляд:

$$a^{k+1}(x) = a^k(x) - \rho^k D_a Q^{k+1}(x, a^k(x)).$$

у наведеному виразі коефіцієнт ρ^k вибрано так, щоб він вирішував наступну задачу скалярної оптимізації

$$\inf_{\rho} Q^{k+1}(x, a^k(x)) - \rho D_a Q^{k+1}(x, a^k(x)).$$

Тоді

$$u^{k+1}(x) = Q^{k+1}(x, a^k(x)).$$

враховуючи це, лінійну задачу щодо знаходження $u^{k+1}(x)$ замінюємо на наближення $Q(x, a^k(x))$.

Тепер маючи значення $a^k(x)$ та $Q^k(x, a)$, визначимо

$$\begin{cases} u^{k+1}(x) = Q^k(x, a^k(x)) \\ Q^{k+1}(x, a) = f(x, a) + \alpha \Phi^{a^k(x)} u^{k+1}(x) \end{cases}$$

Таким чином, початок розрахункових дій лежить у рівності $Q^0(x, a) = f(x, a)$, а $a^0(x)$ є мінімізатором $f(x, a)$.

Висновки. У роботі розкрито принципи машинного навчання, як основи створення керуючих автоматів. Наведена стратегія планування поведінки роботизованого пристрою на базі керуючих автоматів з використанням методів машинного навчання, у порівнянні з традиційними моделями, забезпечує ефективну заміну аналітичним моделям у контурі управління з прямим зв'язком без необхідності калібрування моделі. За рахунок чого навантаження від коректування, що використовує контур зворотного зв'язку, знижується.

Перспективами подальшого дослідження є розробка моделі роботизованого пристрою з використанням машинного навчання.

Література

1. Козак Є. Б. (2021). Комплексний алгоритм створення керуючих автоматів на базі машинного навчання. *Технічна інженерія*, (2(88)), 35–41. [https://doi.org/10.26642/ten-2021-2\(88\)-35-41](https://doi.org/10.26642/ten-2021-2(88)-35-41)
2. Мірошник М. А., Клименко Л. А., Корольова Я. Ю. Технології та автоматизація проєктування цифрових пристроїв складних комп'ютерних систем на ПЛІС: Навч. посібник. – Харків: УкрДУЗТ, 2021. – 220 с.
3. Клочко О.В., Березов Д.О. Інноваційні навички як компетентнісний шлях розкриття потенціалу освітньої робототехніки / Актуальні проблеми теорії керуючих систем у комп'ютерних науках: праці науковопрактичної конференції, м. Слов'янськ, 21-24 грудня 2021 р. / редкол.: І.І. Скрипнік, Ю.В. Крак, О.С. Сенченко та ін. – Слов'янськ: Видавництво Б.І. Маторіна, – 2021. С. 45-49.
4. Хусаїнов Д.Я., Шатирко А.В., Бичков О.С., Шакотько Т.І. Стійкість та збіжність в моделях керуючих нейродинамічних систем / Актуальні проблеми теорії керуючих систем у комп'ютерних науках: праці науковопрактичної конференції, м. Слов'янськ, 21-24 грудня 2021 р. / редкол.: І.І. Скрипнік, Ю.В. Крак, О.С. Сенченко та ін. – Слов'янськ: Видавництво Б.І. Маторіна, – 2021. С. 121-126.
5. Дакі О.А., Іваненко В.М., Федунів В.М., Карпін М.П., Толкаченко Є.А. Синтез алгоритмів системи контролю та управління судновими системами. Системи озброєння і військова техніка. 2021. № 4 (68). С. 63-69. <https://doi.org/10.30748/soivt.2021.68.09>.
6. Проведення діагностичних експериментів у керуючих автоматах з використанням синхронізуючих послідовностей / Шкіль О.С., Мірошник М.А., Рожнова Т.Г., Пахомов Ю.В., Караман Д.Г. // *Радиоэлектроника и информатика : научно-технический журнал / М-во образования и науки Украины ХНУРЭ*. – Харьков, 2018. – № 3. С.82-89
7. Warden, Pete & Stewart, Matthew & Plancher, Brian & Banbury, Colby & Prakash, Shvetank & Chen, Emma & Asgar, Zain & Katti, Sachin & Janapa Reddi, Vijay. (2022). *Machine Learning Sensors*.
8. Gullapalli, Venkata & M, Prasad. (2022). *Machine Learning for Vehicle Behavioural Control*. 1453-1458. 10.1109/ICACCS54159.2022.9785076.
9. Podolak, Igor & Roman, Adam & Szykuła, Marek & Zeliński, Bartosz. (2017). A machine learning approach to synchronization of automata. *Expert Systems with Applications*. 97. 10.1016/j.eswa.2017.12.043.
10. Lee, Bor-Hon & Yang, Albert & Chen, Yenming. (2021). Machine learning of stochastic automata and evolutionary games. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*. 40. 1-7. 10.3233/JIFS-189609.
11. Meng, Chuizheng & Seo, Sungyong & Cao, Defu & Griesemer, Sam & Liu, Yan. (2022). *When Physics Meets Machine Learning: A Survey of Physics-Informed Machine Learning*.
12. Khaliq, Abdul & Olumoyin, Kayode. (2022). *Mathematics of Machine Learning*. 10.13140/RG.2.2.25118.41284.
13. Schölkopf, Bernhard. (2022). *Causality for Machine Learning*. 10.1145/3501714.3501755.
14. Prieto Valdes, Juan & Gortcheva, Elena. (2022). *MATHEMATICS FOR MACHINE LEARNING*. 8354-8354. 10.21125/inted.2022.2134.
15. Singh, Bikesh & Sinha, G.R.. (2022). *Introduction to Machine Learning*. 10.1201/9781003097808-7.
16. McAuley, Julian. (2022). *Personalized Machine Learning*. 10.1017/9781009003971.