

УДК 621.9048.6

DOI 10.36910/775.24153966.2022.74.17

О.М. Ярошевич, М.П. Ярошевич, В.Л. Мартинюк, Є.І. Мельник

Луцький національний технічний університет

**ВПЛИВ ПРУЖНОСТІ З'ЄДНАННЯ ДЕБАЛАНСНОГО ВІБРОЗБУДНИКА З ЕЛЕКТРОДВИГУНОМ НА КОЛИВАННЯ ПРИВОДА ВІБРОМАШИНИ**

*Наведені результати дослідження динаміки вібраційних машин з дебалансним приводом з урахуванням пружності його ланок. Отримано вираз, який описує крутильні коливання привода поблизу стаціонарних режимів обертання віброзбудника та формулу, що дозволяє оцінити динамічне навантаження електродвигуна. Отримані залежності враховують також випадок «застрягання» кутової швидкості електродвигуна в зоні власних частот вібромашини. Показано, що під час пуску машин у разі прояву ефекту Зоммерфельда, збуджуються резонансні коливання пружно-демпфуючих елементів, які з'єднують ротори двигуна та збудника. Встановлено, що за наявності в приводі пружного елемента, до його критичних частот додаються частоти власних коливань вібромашини.*

*Ключові слова:* вібраційна машина, нерівноважений привод, коливання привода, пружний зв'язок, ефект Зоммерфельда

O. Yaroshevych, N. Yaroshevich, V. Martyniuk, YE. Melnyk

**INFLUENCE OF CONNECTION ELASTICITY OF THE UNBALANCED VIBRATION EXCITER WITH AN ELECTRIC MOTOR ON OSCILLATION OF VIBRATION MACHINE'S DRIVE**

*The results of the study of the dynamics of vibration machines with unbalance drive taking into account the elasticity of its links are given. An expression describing the torsional vibrations of the drive near the stationary modes of rotation of the vibration exciter and the formula that allows estimating the dynamic load of the engine is obtained. The dependences take into account also the case of the "sticking" of the angular velocity of the motor in the zone of the natural frequencies of the vibrator. It is shown that when starting the machines in the case of the Somerfeld effect, resonant oscillations of the elastic-damping elements are excited, which connect the rotors of the engine and the pathogen. It is established that in the presence of an elastic element in the drive, the frequencies of the vibratory machine's natural oscillations are added to its critical frequencies.*

*Key words:* vibration machine, unbalanced drive, drive oscillation, elastic coupling, Somerfeld effect.

**Постановка проблеми.** Вібраційні машини з інерційним приводом отримали широке використання у різних галузях промисловості. Конструкції таких машин є досить різними. Приводи більшості з них містять пружні ланки, які можуть бути причиною виникнення резонансних явищ.

У перехідних режимах роботи вібромашин можуть збуджуватися істотні коливання, які супроводжуються суттєвим зростанням динамічних навантажень у елементах конструкції. Так, наприклад, практика експлуатації вібромайданчиків для виготовлення бетонних та залізобетонних виробів засвідчує вихід з ладу деталей привода (насамперед, карданних валів, пружних муфт, підшипників віброзбудників) внаслідок їх руйнівних крутильних коливань [1]. Тому дослідження динаміки дебалансного привода з урахуванням його пружності становить актуальну науково-прикладну задачу вібротехніки.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Динаміка вібраційних машин з інерційним приводом, зокрема, проходження області резонансних частот досліджувалися у низці праць, детальний огляд яких наведено в [2, 3]. Показано, що за використання підходу вібраційної механіки та методу прямого розділення рухів, вдається порівняно просто з'ясувати визначальні, сутнісні закономірності поведінки коливної системи, які мають місце під час прояву ефекту Зоммерфельда. Для випадку найпростішої коливної системи з одним дебалансним віброзбудником, встановленим на несучому тілі з одним ступенем вільності, отримано рівняння для частоти збудника у навколостационарних режимах обертання та формулу для вібраційного моменту (додаткового динамічного навантаження електродвигуна, викликаного коливаннями). У статтях [4, 5] зазначені результати узагальнюються на випадок вібромашини з трьома ступенями вільності несучого тіла та двома дебалансними віброзбудниками. У праці [6] за допомогою методу прямого розділення рухів показано, що при урахуванні додаткових ступенів вільності машинного агрегату, може виникати вібраційний гальмівний момент, який буде достатньо значним у разі

резонансних явищ в системі; при цьому цей момент може створювати проблеми в керуванні агрегатом.

Вагомі аналітичні та чисельні дослідження ефекту Зоммерфельда отримані в працях [7, 8]; розгляд зазначеної проблеми містять також роботи [9-11]. Однак, у цих та інших відомих дослідженнях, присвячених даній проблемі, використовувалися лише динамічні моделі машин з жорсткими ланками.

Вивченню перехідних процесів у вібраційних машинах з інерційним збудником та асинхронним електродвигуном з використанням математичних моделей машин, які враховують пружність з'єднання валів двигуна та збудника (за допомогою гнучкого вала, еластичної муфти, карданної передачі) присвячені роботи [12-14]. У статті [12] аналізується випадок «застрягання» швидкості асинхронного електродвигуна при пуску вібраційного пристрою з інерційним вібратором та надаються рекомендації щодо уникнення ефекту Зоммерфельда. Разом з тим, у цій та інших зазначених роботах оцінка впливу пружного зв'язку валів електродвигуна та дебалансного збудника на динаміку привода вібраційної машини не проводилася.

Серед робіт, у яких досліджується саме вплив пружності з'єднання ротора електродвигуна з дебалансним віброзбудником на перебіг динамічних процесів у вібраційних машинах, слід відзначити статтю [15, 16]. У цих роботах показано, що наявність пружного з'єднання роторів двигуна та збудника, вносить в динаміку вібромашини суттєві особливості які необхідно враховувати при проектуванні. Тут же отримані та розв'язані рівняння, які описують повільні процеси розбігу та вибігу вібромашини, формули для визначення критичних частот обертання дебалансного віброзбудника та величини вібраційного моменту у випадку прямолінійних коливань несучого тіла машини. Проте, в цих роботах детальний аналіз отриманих рівнянь та формул не наводиться; до того ж при їх виводі обмежилися розглядом лише вихідного наближення. У даній статті результати одержані в роботах [15] розвиваються та доповнюються.

**Постановка завдання.** Мета роботи полягає у визначенні впливу пружності з'єднання дебалансного віброзбудника з ротором асинхронного електродвигуна на коливні процеси в приводі вібромашини для покращення її динамічних характеристик.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Опис коливальної системи. Широкий клас вібраційних машини може бути ідеалізованим у вигляді коливної системи, наведеної на рис. 1. Несуче тверде тіло пружно встановлене на нерухомій основі та може здійснювати плоскі коливання. На несучому тілі жорстко закріплений один дебалансний віброзбудник, який приводиться в обертання від електродвигуна асинхронного типу. При цьому, ротори електродвигуна та віброзбудника з'єднані за допомогою пружної муфти. Зазначимо, що в загальному випадку, ротори можуть бути з'єднані будь-яким пружно-демпфуючим елементом (наприклад, пасовою передачею чи карданним валом). Пружно-демпфуючий елемент вважається безінерційним; його жорсткість і коефіцієнти опору позначені через  $c_c$  та  $\beta_c$ , відповідно.

За узагальнені координати системи вибрано координати центра мас несучого тіла та кут його повороту  $q_i = x, y, \varphi$ , а також кути повороту роторів електродвигуна  $\varphi_1$  і віброзбудника  $\varphi_2$ . Система диференціальних рівнянь руху динамічної моделі має вигляд [2, 3]:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + \beta_c (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c_c (\varphi_1 - \varphi_2) &= L(\dot{\varphi}_1), \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - \beta_c (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c_c (\varphi_1 - \varphi_2) &= -R(\dot{\varphi}_2) + m\varepsilon (\ddot{x} \sin \varphi_2 + \ddot{y} \cos \varphi_2 - \ddot{\varphi} r \sin \varphi_2 + g \cos \varphi_2), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + \beta_x \dot{x} + c_x x &= m\varepsilon (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2), & M\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + c_y y &= m\varepsilon (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2), \\ J\ddot{\varphi} + \beta_\varphi \dot{\varphi} + c_\varphi \varphi &= -m\varepsilon r (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $I_1, I_2$  – приведені моменти інерції ротора електродвигуна та дебалансного віброзбудника, відповідно;  $m, \varepsilon$  – маса віброзбудника та його ексцентриситет;  $M, J$  – загальна маса та момент інерції несучого тіла вібромашини;  $\beta_{q_i}$  – коефіцієнти опору пружин підвіски несучого тіла;  $c_{q_i}$  – жорсткість пружин підвіски несучого тіла;  $r$  – відстань, яка визначає положення осі ротора збудника стосовно центра мас несучого тіла  $C$ ;  $g$  – пришвидшення вільного падіння;  $L(\dot{\varphi}_1), R(\dot{\varphi}_2)$  – моменти електродвигуна та сил опору обертанню ротора віброзбудника.

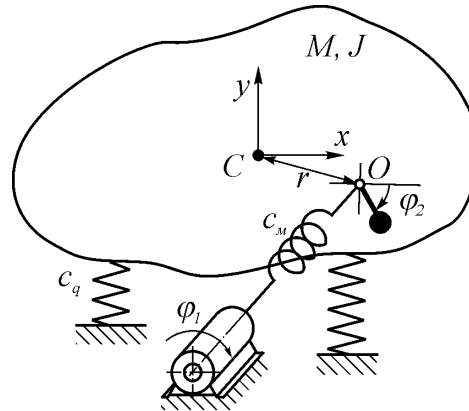


Рис. 1. Схема вібромашини

**Розв'язування рівнянь руху вібромашини.** Найбільш інтенсивні коливні процеси та, відповідно, максимальні динамічні навантаження в приводі вібраційної машини виникають при її пуску (вибігу), зокрема, під час проходження зони резонансних частот машини. Розглянемо цей та робочий режими руху вібромашини.

Для дослідження скористаємося методом прямого розділення рухів [2, 3]. Розв'язки системи рівнянь (1), (2) можна подати у вигляді:

$$\varphi_i = \omega t + \alpha_i(t) + \psi_i(t, \omega t), \quad q_i = q_i(t, \omega t),$$

де  $\omega$  – деяка, наперед невідома частота, стаціонарного режиму;  $\alpha_i(t)$  – повільні, а  $\psi_i$  і  $q_i$  – швидкі  $2\pi$ -періодичні функції часу  $\tau = \omega t$ , причому їхні середні значення за період дорівнюють нулю; припускаємо також, що  $\dot{\psi}_i \ll \omega$ . Припущення щодо повільних змін  $\alpha_i(t)$  приймається у тому розумінні, що  $\dot{\alpha}_i \ll \omega$ . Застосування методу гарантовано за порівняно великих  $\omega$ , принаймні, поблизу стаціонарних режимів  $\alpha_i = \text{const}$  [2], які й розглянемо нижче; дослідження цих режимів руху – «застрягання» швидкості двигуна в області частот власних коливань вібромашини (найбільш навантажений режим її роботи), а також зарезонансний усталений режим (робочий режим) є найбільш практично цікавими.

Слідуючи процедурі методу, перейдемо від вихідної системи рівнянь (1) до системи рівнянь повільних та швидких рухів роторів двигуна та віброзбудника у формі [2]:

$$I_1 \ddot{\alpha}_1 + \beta_c \dot{\alpha}_{12} + c_c \alpha_{12} = L(\omega) - k_1 \dot{\alpha}_1,$$

$$I_2 \ddot{\alpha}_2 - \beta_c \dot{\alpha}_{12} - c_c \alpha_{12} = -R(\omega) - V(\omega) - k_2 \dot{\alpha}_2, \quad (3)$$

$$I_1 \dot{\psi}_1 + \beta_c \dot{\psi}_{12} + c_c \psi_{12} = -k_1 \dot{\psi}_1,$$

$$I_2 \dot{\psi}_2 - \beta_c \dot{\psi}_{12} - c_c \psi_{12} = -k_2 \dot{\psi}_2 + \Phi(\ddot{q}, \varphi_2) - \langle \Phi(\ddot{q}, \varphi_2) \rangle, \quad (4)$$

де  $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$ ,  $\psi_{12} = \psi_1 - \psi_2$ ;  $\Phi(\ddot{q}, \varphi_2) = m\varepsilon(\ddot{x} \sin(\omega t + \alpha_2 + \psi_2) + \ddot{y} \cos(\omega t + \alpha_2 + \psi_2) - \dot{\varphi} r \sin(\omega t + \alpha_2 + \psi_2) + g \cos(\omega t + \alpha_2 + \psi_2))$ ,  $V(\omega) = -\langle \Phi(\ddot{q}, \varphi_2) \rangle$  – вібраційний момент, середня величина додаткового динамічного навантаження на двигун, викликаного втратами енергії при коливаннях [2, 14];  $k_1 > 0$ ,  $k_2 > 0$  – коефіцієнти електричного і механічного демпфування.

Зазначимо, що: при одержанні системи рівнянь (3), (4) виконано лінеаризацію виразів для моментів  $L(\dot{\varphi}_1)$ ,  $R(\dot{\varphi}_2)$  як у [2], поблизу стаціонарних значень  $\dot{\varphi}_i = \omega$ ; кутові дужки  $\langle \dots \rangle$  вказують на усереднення за період за швидким часом.

Знайдемо формулу для вібраційного момент з урахуванням наявності в приводі пружно-демпфуючого елемента. Для цього перейдемо до рівнянь швидких рухів системи (4). З урахуванням того, що момент інерції ротора електродвигуна зазвичай на порядок менший за момент інерції ротора віброзбудника, введемо в систему рівнянь (4) малий параметр (подібно до [15]) та подамо їх у вигляді

$$\begin{aligned}
 I_1 \ddot{\psi}_{12} + (\beta_c + k_1) \dot{\psi}_{12} + c_c \psi_{12} &= -I_1 \ddot{\psi}_2 - k_1 \dot{\psi}_2 + \mu \Psi_{12}^{(1)}, \\
 I_2 \ddot{\psi}_2 &= \Phi(\ddot{x}, \varphi_2) + \mu \Psi_2^{(1)} + \mu^2 \Psi_2^{(2)}, \\
 M \ddot{x} + \beta_x \dot{x} + c_x x &= m \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t + \alpha_2) + \mu^2 \Psi_x^2, \\
 M \ddot{y} + \beta_y \dot{y} + c_y y &= m \varepsilon (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2) + \mu^2 \Psi_y^2, \\
 J \ddot{\varphi} + \beta_\varphi \dot{\varphi} + c_\varphi \varphi &= -m \varepsilon r (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2) + \mu^2 \Psi_\varphi^2,
 \end{aligned} \tag{5}$$

де  $\mu \Psi_{12}^{(1)} = \beta_c \dot{\psi}_{12} + c_c \psi_{12}$ .

Значимо, що функції  $\mu \Psi_{12}^{(1)}$ ,  $\mu^2 \Psi_2^{(2)}$ ,  $\mu^2 \Psi_x^2$ ,  $\mu^2 \Psi_y^2$ ,  $\mu^2 \Psi_\varphi^2$  нескладно знайти шляхом співставлення рівнянь (4) та (5).

Періодичні розв'язки рівнянь швидких рухів (5) будемо шукати у вигляді ряду за степенями малого параметру  $\mu$ :  $\psi_i = \psi_i^{(0)} + \mu \psi_i^{(1)} + \dots$ ,  $q_i = q_i^{(0)} + \mu q_i^{(1)} + \dots$ . У першому наближенні знаходимо розв'язок, який описує відносні крутильні коливання роторів асинхронного електродвигуна та дебалансного віброзбудника у стаціонарних (наколостационарних) режимах руху у вигляді

$$\psi_{12} = A_{\psi q} \sin(2\omega t + \beta) + A_{\psi g} \cos \omega t, \tag{6}$$

$$\text{де } A_{\psi q} = \frac{m \varepsilon \omega^2 k_m}{2 I_2 \Delta_{2c}} \sum_{q_i=x,y,\varphi} A_{q_i}, \quad A_{\psi g} = \frac{m \varepsilon g k_{m1}}{I_2 \Delta_c}, \quad A_{q_i} = \frac{m \varepsilon \omega^2}{M \Delta_{q_i}}, \quad k_m = \sqrt{1 + \frac{k_1^2}{4 I_1^2 \omega^2}}, \quad k_{m1} = \sqrt{1 + \frac{k_1^2}{I_1^2 \omega^2}},$$

$$\Delta_{q_i} = \sqrt{(\omega^2 - p_{q_i}^2)^2 + 4 b_{q_i}^2 \omega^2}, \quad \Delta_c = \sqrt{(\omega^2 - p_c^2)^2 + 4 b_c^2 \omega^2}, \quad \Delta_{2c} = \sqrt{(4\omega^2 - p_c^2)^2 + 16 b_c^2 \omega^2},$$

$$b_c = \frac{\beta_c}{2 I_1}, \quad b_{q_i} = \frac{\beta_{q_i}}{2 M}, \quad \text{причому } b_\varphi = \frac{\beta_\varphi}{2 J}; \quad \beta - \text{ деякий зсув фаз.}$$

Звичайно, залежність амплітуди коливань привода (частоти  $\omega$ ,  $2\omega$ ) від частоти обертання віброзбудника має істотно резонансний характер. З аналізу розв'язку (6) слідує: резонансне зростання коливань крім випадку співпадіння (близькості) частоти обертання збудника та частоти власних коливань привода  $p_c$  або кратних їй частот (передусім  $p_c/2$ ) може мати місце поблизу власних частот вібромашини  $p_{q_i}$ . Таким чином, критичними частотами привода вібромашини також є частоти її власних коливань.

Згідно чисельного аналізу виразу (6) складова  $A_{\psi q}$  амплітуди коливань привода при певних параметрах машини може бути істотно більшою за складову  $A_{\psi g}$ . Отже, критична частота привода  $p_c/2$  не менш небезпечна, ніж основна частота.

Очевидно, що зростання амплітуди коливань пружно-демпфуючих елементів привода призводить до збільшення величини вібраційного моменту з усіма негативними наслідками.

Формулу для вібраційного моменту з урахуванням пружності ланок привода вібромашини одержано у такому вигляді:

$$V(\omega) = \frac{1}{2} \omega \sum_{q_i=x,y,\varphi} A_{q_i}^2 \beta_{q_i} + \frac{1}{2} \omega \left( \frac{1}{2} A_{\psi q}^2 + A_{\psi g}^2 \right) (\beta_c + k_1 \lambda_c^2), \tag{7}$$

$$\text{де } \lambda_c^2 = \frac{p_c^2}{\omega^2}.$$

У (7) перший доданок являє собою вібраційний момент для випадку жорсткого зв'язку роторів двигуна та збудника, другий – додаткову складову цього моменту що, виникає у разі наявності в приводі вібромашини пружно-демпфуючого елементу. Отже, отримана формула враховує дисипативні сили, як при коливаннях несучого тіла вібромашини, так і при коливаннях її привода.

Очевидно, що залежність величини другої складової вібраційного моменту від частоти віброзбудника має також резонансний характер. Звідси слідує, що наявність пружного елементу у приводі вібромашини при певних динамічних параметрах може призводити до стрімкого

зростання навантаження на електродвигун. Так, з системи рівнянь повільних рухів роторів двигуна та вібробудника (3) отримуємо:

$$c_c \alpha_{12} = L(\omega), \quad c_c \alpha_{12} = R(\omega) + V(\omega). \quad (8)$$

Додаючи рівняння цієї системи, приходимо до рівняння для визначення частоти обертання роторів у стаціонарних режимах руху у вигляді

$$L(\omega) = R(\omega) + V(\omega). \quad (9)$$

Отримане рівняння (9) повністю співпадає з рівнянням, наведеним у [2] для випадку жорсткого привода вібромашини та прямолінійних коливань несучого тіла. Проте, згідно (9), у разі наявності в приводі пружно-демпфуючого елемента залежність вібраційного моменту від частоти може мати суттєво інший характер; одним з наслідків цього може бути навіть зміна режиму руху.

З аналізу рівностей (8), (9) слідує: при «застряганні» швидкості двигуна в зоні резонансу вібромашини, середні величини деформації привода та виникаючого моменту набувають значень, більших за їх усереднені значення в момент пуску (визначені в [15]); наявність пружних елементів в приводі вібромашини може призводити до зростання навантаження на валу двигуна як під час його розбігу, так і в усталеному режимі руху. Таким чином, пружність привода збільшує вірогідність прояву ефекту Зоммерфельда при пуску та дещо зменшує робочу частоту робочого режиму, проте може призводити до покращення вибігу вібромашини.

Ефект виникнення резонансних коливань привода при проходженні зони власних частот вібраційної машини продемонстровано на рис. 2, які отримані у результаті чисельного інтегрування вихідної системи рівнянь руху (1), (2).

Комп'ютерне моделювання виконано за наступних базових параметрів динамічної моделі:  $M = 300 \text{ кг}$ ;  $J = 12,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $I_1 = 0,0035 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $I_2 = 0,035 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $m = 32 \text{ кг}$ ;  $\varepsilon = 0,035 \text{ м}$ ;  $r = 0,1 \text{ м}$ ;  $c_y = c_x = 5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ ;  $c_\varphi = 2,1 \cdot 10^4 \text{ Н м}$ ;  $\beta_y = \beta_x = 8 \cdot 10^2 \text{ кг/с}$ ;  $\beta_\varphi = 180 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$ ;  $P_{\text{mot}} = 1,5 \text{ кВт}$ ,  $n_{\text{ном}} = 1415 \text{ об/хв}$  (для моделювання використано, так звану, А-модель асинхронного двигуна [17]).

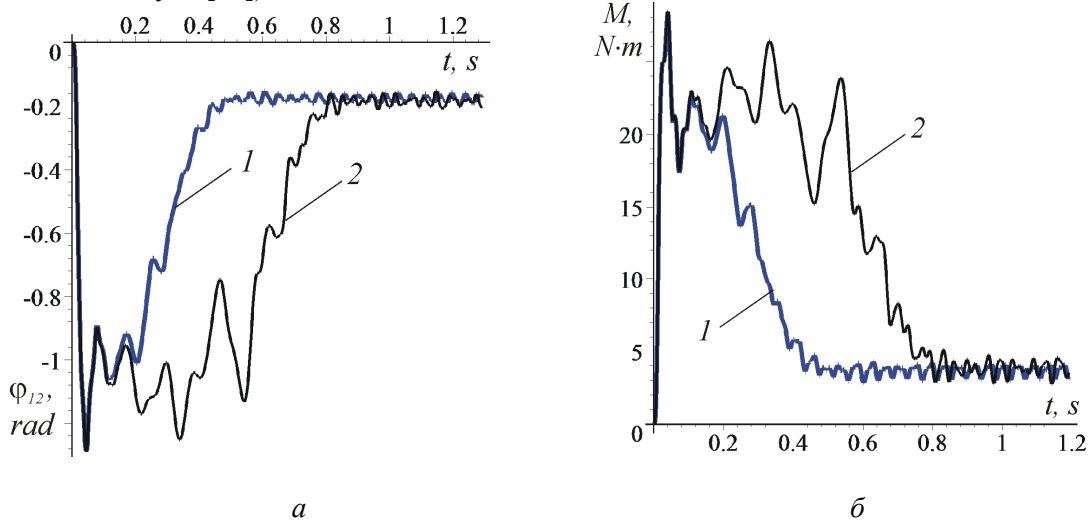


Рис. 2. Зміни в часі: а – амплітуди крутильних коливань привода;  
б – моменту в приводі; у разі: 1 – прояву ефекту Зоммерфельда при пуску  
вібромашини;  
2 – відсутності ефекту Зоммерфельда

Наведені графіки свідчать про резонансне зростання амплітуди крутильних коливань привода та величини виникаючого в ньому моменту у разі «застрягання» швидкості електродвигуна в області власних частот вібромашини  $p_q$  для випадку відносної близькості цих частот до  $p_c$  та  $p_c/2$  ( $p_x = p_y = 40,8 \text{ сек}^{-1}$ ,  $p_\varphi = 41,6 \text{ сек}^{-1}$ ,  $p_c = 80,9 \text{ сек}^{-1}$ ), у той час, як при розбігу машини без «застрягання» швидкості двигуна (зменшено частоти  $p_q$  за інших таких самих

параметрів динамічної моделі,  $p_x = p_y = 33,2 \text{ сек}^{-1}$ ,  $p_\varphi = 33,8 \text{ сек}^{-1}$ ), істотного збільшення амплітуд коливань привода не спостерігається.

Показано, що уникнути «застрягання» швидкості двигуна в області власних частот  $p_q$  при пуску вібромашини, можливо також шляхом збільшенні жорсткості «м'якого» привода.

Згідно отриманих результатів моделювання, у разі «жорсткого» привода вібромашини ( $p_c \gg \omega_w$ , де  $\omega_w$  – робоча частота машини) при «застряганні» швидкості двигуна в зоні частот  $p_q$ , резонансного зростання коливань привода не виникає; у робочому режимі при близькості частот  $\omega_w$  та  $p_c/2$  коливання привода помітно зростають, проте це зростання є далеко не резонансним.

Зазначимо, що умові  $p_c \gg \omega_w$  зазвичай задовольняє карданна передача, яку широко використовують наприклад, у приводі вібраційних грохотів.

**Обговорення результатів.** Відомо, що при пуску вібраційних машин з дебалансним приводом можливий прояв ефекту Зоммерфельда. Тобто, у цьому режимі руху вібромашини на частотах близьких до її власних частот коливань  $p_q$ , може виникнути стаціонарний (білястаціонарний) режим обертання віброзбудника. Принаймні, якщо при розбігу машини зазначений режим і не виникає, то проходження зони власних частот  $p_q$  зазвичай відбувається порівняно повільно. Наслідком цього є підвищені пускові коливання несучого тіла вібромашини.

Вібромашини з дебалансним приводом є м'яковіброізольованими, тобто частоти власних коливань їх пружнопідвішеного несучого тіла є в кілька раз меншими за робочу частоту машини ( $p_q \ll \omega_w$ ,  $p_q \approx 20...55 \text{ с}^{-1}$ ). В більшості конструкцій вібромашин електродвигун встановлений на нерухомій основі та з'єднаний з віброзбудником за допомогою пружних муфт, пасових чи карданних передач.

Для незначних крутильних коливань привода у робочому режимі (зниження динамічних навантажень та втрат енергії) приймають, щоб власна частота привода  $p_c$  була значно менша за робочу частоту обертання віброзбудника  $\omega_w$ . Тобто, необхідно, щоб пружне з'єднання роторів двигуна та збудника було достатньо «м'яким» (наскільки дозволяє умова міцності); зазвичай, при виборі жорсткості пружної муфти керуються умовою віброізоляції,  $\omega_w/p_c > \sqrt{2}$ .

Таким чином, при пуску вібромашини з дебалансним приводом та «м'якою» муфтою існує небезпека виникнення його резонансних коливань. Оскільки частоти збурення коливань (при пуску вібромашин це, перш за все, частоти, близькі до частот  $p_q$ ) мають знаходитися поза резонансними зонами критичних частот привода, насамперед, частот  $p_c$  та  $p_c/2$ , для вибору жорсткості «м'якої» муфти, можна рекомендувати умову  $2,5 p_q < p_c < 0,75 \omega_w$ . Звичайно, зазначені межі є наближеними й можуть дещо змінюватися в залежності від параметрів системи.

При пуску вібромашини (навіть повільному, чи більш того, при прояві ефекту Зоммерфельда) у разі використання в приводі «жорсткої» муфти ( $p_c \gg \omega_w$ ), його резонансних коливань не виникає. В усталеному режимі руху резонансні коливання привода з «жорсткою» муфтою можуть виникнути лише на основній критичній частоті  $p_c$ . Для розглядуваного класу зарезонансних вібраційних машин з дебалансним приводом амплітуди усталених коливань несучого тіла  $A_q$  є достатньо малими. Отже, виникнення резонансних коливань привода на критичній частоті  $p_c/2$  є малоймовірним. На цій критичній частоті можна лише очікувати дещо підвищених амплітуд коливань привода.

**Висновки.** При пуску вібраційних машин з дебалансним приводом можуть виникати його резонансні крутильні коливання. Резонансні коливання привода можливі лише при «повільному» розбігу вібромашини та при близькості її власних частот  $p_q$  до критичних частот привода  $p_c$  або  $p_c/2$ . Тобто, це можливо тільки у разі використання «м'якого» привода у вібромашині.

У свою чергу, істотні пускові коливання привода вібромашини можуть і провокувати виникнення ефекту Зоммерфельда, і підсилювати його негативні прояви.

Ефективним шляхом засобом уникнення резонансних коливань привода вібромашини при пуску та запобігання його підвищеним коливанням у зарезонансному усталеному режимі, є забезпечення достатньої віддаленості критичних частот  $p_c/2$  та  $p_c$  як від власних частот машини, так і від її робочої частоти.

#### Список використаних джерел:

1. Nazarenko I.I. Reliability study driveshafts vibration compacting machine building industry / I.I. Nazarenko, A.T. Sviderskyi, M.M. Delembovskyi // *Vibration in engineering and technology*. – Vinnytsia. – 2013. – №3 (71). – С. 72–77.
2. Blekhman I.I. Blekhman L.I. Dresig H. and others. *Selected Topics in Vibrational Mechanics*. World Scientific, New Jersey, London, 2004, 409p.
3. Blekhman I.I. *Vibrational mechanics – Nonlinear dynamic effects, General approach, Applications*. Singapore at al.: World Scientific, 2000.
4. Yaroshevych N.P., Zabrodets I.P. Yaroshevych T.S. Dynamics start vibrating machines with unbalanced drive in case of flat vibrations of bearing body. *Науковий вісник НГУ. Наук. Техн.. журнал. Дніпропетровськ*, 2015, №3, С 39-45. [http://www.rudana.in.ua/visnyk\\_nmu\\_ua.htm](http://www.rudana.in.ua/visnyk_nmu_ua.htm)
5. Ярошевич М.П., Силивонюк А.В. Про деякі особливості динаміки розбігу вібраційних машин зі збудниками, що само синхронізуються. *Науковий вісник НГУ. Дніпропетровськ*. 2013. №4. С. 37-45.
6. Blekhman, I. [The dynamics of a complex machine assembly: Vibration-induced drag on the rotation](#) / I. Blekhman, E. Kremer // [Journal of Machinery Manufacture and Reliability](#). – 2017. – Т. 46. – № 4. – С. 330-335.
7. Balthazar, J.M. Mook D.T., Weber H.I. and all. An overview on non-ideal vibrations / J.M. Balthazar, // *Mechanica*. 2003. Vol. 38(6). P. 613–621.
8. Tusset AM, Marques CE, Balthazar JM, et al. (2020) On energy harvesting from ambient vibrations through an oscillating pendulum system fixed to a suspended platform. [Mathematics in Engineering, Science and Aerospace \(MESA\)](#) 11(3):569-575.
9. Ланець О.С., Гурський В.М., Ланець О.В., Шпак Я.В. Обґрунтування конструкції та моделювання роботи резонансного двомасового вібростола з інерційним приводом. *Динаміка, міцність та проектування машин і приладів: Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»*. Львів, 2014. № 788. С. 28 – 37.
10. Кузьо І.В. Синтез низькочастотних резонансних вібраційні машини з аероінерційним збудженням / І.В. Кузьо, О.С. Ланець, В. Гурський // *Науковий вісник НГУ*. – 2013. – №2. – С. 37-45.
11. Филимоныхин, Г.Б., Яцун В.В. Исследование процесса возбуждения двухчастотных вибраций шаровым автобалансином грохота Гил-42. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2016. № 1/7(79). С.17–23.
12. Fidlin A. Schwingungen im Kupplungsbetätigungssystem: Von der Kurbelwelle bis zum Pedal / A. Fidlin, L. Ineichen, E. Kremer, D. Klunder, A. Tikhomolov // *VDI – Berichte 2077, 6. Fachtagung Swingungen in Antrieben, VDI – Verlag: Dusseldorf*. – 2009. – P. 3-15.
13. Shatokhin, V. M. Modeling of dynamic processes in vibratory process equipment construction production of asynchronous electric drive / V. M. Shatokhin, B. F. Hranko // *Scientific bulletin of construction*. – 2016. – № 1. – P. 233–239.
14. Tomchina, O.P. Energy-speed synchronization algorithms for multi-rotor units with elastic cardan shafts / O. P. Tomchina, V. V. Reznichenko, D. V. Horlatov // *Informatics and control systems*. – 2014. – №4 (42). – P. 101–112.
15. Блехман И.И. Ярошевич Н.П. К динамике привода вибрационных машин с инерционным возбуждением. *Обогащение руд. «Издательский дом. Руда и металлы»*. С.П. 2017. № 4.
16. Yaroshevich N. Influence of elasticity of unbalance drive in vibration machines on its oscillations / N.Yaroshevich, I.Zabrodets, S.Shymchuk, T.Yaroshevich // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. – 2018. – Vol. 5. – Issue 7 (95). – P. 62–69.
17. Чабан В. Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів / В.Й. Чабан. – Львів: вид-во держ. ун-ту «Львівська політехніка», 1997. – 342 с.