УДК 538.945

### DOI 10.36910/775.24153966.2022.73.20

# О.Ю. Пастух, В.Є. Сахнюк, О.В. Замуруєва, А.М. Шутовський

Волинський національний університет імені Лесі Українки

# ВПЛИВ НЕМАГНІТНИХ ДОМІШОК НА СТРУМ ДЖОЗЕФСОНА В SNINS КОНТАКТАХ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУР, БЛИЗЬКИХ ДО КРИТИЧНОЇ

В роботі було досліджено рівноважні струмові стани у надпровідних контактах типу SNINS (S – надпровідник, N – нормальний метал, I – діелектрик) за наявності немагнітних домішок довільної концентрації у надпровідних областях. Дослідження проводились для температур, близьких до критичної з використанням теорії Гінзбурга-Ландау. Одержані результати є чинними для широкого інтервалу значень коефіцієнта проходження електронів та довільної товщини нормального прошарку. При дослідженні струмових станів було враховано вплив на струм-фазову залежність ефектів розпаровування.

**Ключові слова:** контакт Джозефсона, параметр впорядкування, ефекти розпаровування, теорія Гінзбурга-Ландау, струм-фазова залежність, немагнітні домішки.

### О.Ю. Пастух, В.Е Сахнюк, О.В. Замуруева, А.Н. Шутовський

### ВЛИЯНИЕ НЕМАГНИТНЫХ ПРИМЕСЕЙ НА ТОК ДЖОЗЕФСОНА В SNINS КОНТАКТАХ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУР, БЛИЗКИХ К КРИТИЧЕСКОЙ

В работе были исследованы равновесные токовые состояния в сверхпроводящих контактах типа SNINS (S – сверхпроводник, N – нормальный металл, I – диэлектрик) при наличии немагнитных примесей произвольной концентрации в сверхпроводящих областях. Исследования проводились для температур, близких к критической с использованием теории Гинзбурга-Ландау. Полученные результаты действуют для широкого интервала значений коэффициента прохождения электронов и произвольной толщины нормальной прослойки. При исследовании токовых состояний было учтено влияние на ток-фазовую зависимость эффектов разспаривания.

Ключевые слова: контакт Джозефсона, параметр приведения в порядок, эффекты разспаривания, теория Гинзбурга-Ландау, ток-фазовая зависимость, немагнитные примеси.

## O. Pastukh, V. Sakhnyuk, O. Zamurujeva, A. Shutovskyi

## INFLUENCE OF NON-MAGNETIC IMPURITIES ON JOSEPHSON'S CURRENT IN SNINS JUNCTIONS FOR TEMPERATURES CLOSE TO CRITICAL

Equilibrium current states in superconducting junctions of SNINS-type (S - superconductor, N - normal metal, I - insulator) for arbitrary concentrations of nonmagnetic impurities in superconducting regions were investigated using the Ginzburg-Landau theory near the critical temperature. We found the current-phase relation valid in a wide range of electron transmission coefficient values and an arbitrary thickness of the normal layer. The influence of depairing effects was taken into account.

**Keywords:** Josephson junctions, order parameter, depairing effects, Ginzburg-Landau theory, current-phase relation, nonmagnetic impurities.

Постановка проблеми. Як відомо поблизу критичної температури густина струму в контакті виражається через параметр впорядкування, просторова поведінка останнього описується рівнянням Гінзбурга-Ландау [1]. Основними факторами, що впливають на просторову поведінку параметра впорядкування є наявність в контакті нормальної області, діелектричного прошарку, домішок, а також струму. Виявляється, що вплив кожного з даних факторів за певних умов може викликати руйнування куперівських пар. Ефекти розпаровування виникають за умов, коли параметри контакту можуть набувати значень, при яким струм в контакті є немалим. А саме, у випадку наявності достатньо малих товщин нормального прошарку та немалих значень прозорості діелектричного прошарку. Крім того руйнування пар може бути спричинене наявністю границі розділу надпровідної області з ненадпровідною та власне залежністю параметра впорядкування на даній границі від різниці фаз надпровідників. Як результат, врахування ефектів розпаровування веде до появи ангармонійної струм-фазової залежності.

Дослідження властивостей надпровідних контактів типу SNINS, як просторово неоднорідної системи, слабкий зв'язок в якій є комбінацією прошарків нормального металу та діелектрика, виконувалось в багатьох роботах [2-9]. В дослідженнях [2-4], поширеною є модель, де параметр впорядкування в надпровідній області вважається сталим аж до границі розділу нормального металу та надпровідника. Використовуючи метод функцій Гріна, в [2] одержано формулу для густини струму при малих значеннях коефіцієнта проходження електронів D крізь діелектрик. Довільні значення D розглядались в [3] на основі методу t-представлення [1], в якому розв'язуються рівняння для функцій Гріна, попередньо згладжених на

136

атомних довжинах. Гранично брудний випадок  $l << \xi_0$  з врахуванням просторової зміни параметра впорядкування в надпровідній області аналізувався в [5, 6]. Показано, що зменшення параметра впорядкування поблизу границі нормальної та надпровідної областей приводить до зменшення величини критичного струму контакту. Стаціонарні властивості SNINS контакту для області температур, близьких до критичної розглядались в [7] для товщини нормального прошарку  $d >> \xi_0$ , а випадок довільних значень товщини нормального прошарку в масштабі  $\xi_0$  аналізувався в [8].

**Постановка завдань.** В роботі поставлено мету – дослідити рівноважні струмові стани у надпровідних контактах типу SNINS за довільної прозорості *D* діелектричного прошарку та за довільних товщин нормального прошарку. Проаналізувати значення параметрів контакту, за яких виникають ефекти розпаровування та яким чином вони відображаються на формі струм-фазової залежності.

Викладення основного матеріалу. Вважатимемо поверхні, що розділяють нормальний метал і надпровідник плоскими, а вісь ОZ перпендикулярною до них. Нехай надпровідник заповнює область |z| > d/2, а нормальний метал -|z| < d/2. Прошарок діелектрика розміщений у площині |z| = 0. Оскільки просторова неоднорідність порушена лише в напрямку осі OZ, то досліджувані величини залежатимуть лише від z-координати.

Як відомо з теорії Гінзбурга-Ландау, вихідна формула для густини струму є функціоналом від параметра впорядкування [1]

$$j(\zeta) = i \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2} \frac{env_0}{p_0 \xi_0 T_c^2} \left( \Delta \frac{d\Delta^*}{d\zeta} - \Delta^* \frac{d\Delta}{d\zeta} \right) \chi\left(\frac{\xi_0}{l}\right), \tag{1}$$

де e – заряд електрона, n – концентрація електронів,  $v_0$  – фермі-швидкість,  $p_0$  – фермі-імпульс,  $\xi_0 = v_0/2\pi T_c$  – довжина когерентності,  $T_c$  – критична температура,  $\zeta = z/\xi_0$  – безрозмірна змінна,  $\chi\left(\frac{\xi_0}{l}\right) = \frac{8}{7\zeta(3)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2(2n+1+1/\lambda)}$ ,  $l/\xi_0 = \lambda$  – безрозмірна довжина вільного пробігу електронів,

яка визначає ступінь забруднення надпровідників домішками.

Параметр впорядкування за наявності струму в контакті, представимо у формі

$$\Delta(\zeta) = e^{\pm i\frac{\varphi}{2}} \Delta_{\infty} f(\zeta) e^{2im\chi(\zeta)} .$$
<sup>(2)</sup>

Тут  $\Delta_{\infty} = \sqrt{\frac{8\pi^2}{7\zeta(3)}} T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}$  – параметр впорядкування в просторово однорідному випадку поблизу

критичної температури, а функція  $f(\zeta)$  описує просторову зміну параметра впорядкування. Якщо не враховувати ефектів розпаровування, то  $f \to 1$  в глибині надпровідника, при  $\zeta >> 1$ . Кінцевий результат для густини струму в контакті виражається через  $\varphi$  – стрибок фази при переході через контакт. Тому, без втрати загальності, в (2) покладено фазу параметра впорядкування на лівому березі контакту рівною  $(-\varphi/2)$ , а на правому –  $(\varphi/2)$ . Через  $\chi(\zeta)$  – неперервну складову фази параметра впорядкування

$$(\chi(d/2) = \chi(-d/2) = 0)$$
 виражається надплинна швидкість  $v_s: \frac{d\chi}{d\zeta} = \xi_0 v_s(\zeta)$ .

Поблизу критичної температури просторова поведінка параметра впорядкування описується рівнянням Гінзбурга-Ландау. Однак при використанні цього рівняння постає проблема граничної умови на границі надпровідної області з ненадпровідною. Одержати коректну інформацію про поведінку параметра впорядкування в надпровідній області поблизу NS-границі можна звернувшись до мікроскопічної теорії надпровідності [1]. В результаті, виконуючи розрахунки подібні до виконаних в [10], приходимо до наступних систем лінійних інтегральних рівнянь для симетричної та антисиметричної частин параметра впорядкування

$$\begin{cases} \Delta_{s}\left(\zeta\right) = \sum_{n} \int_{0}^{\infty} d\zeta' \Delta_{n,s}\left(\zeta'\right) \left\{ K(\zeta - \zeta') + K(\zeta + \zeta' + a) \right\}, \\ \Delta_{n,s}\left(\zeta\right) = \Delta_{s}\left(\zeta\right) + \int_{0}^{\infty} d\zeta' \Delta_{n,s}\left(\zeta'\right) \left\{ \tilde{K}(\zeta - \zeta') + \tilde{K}(\zeta + \zeta' + a) \right\}, \end{cases}$$
(3)

$$\Delta_{a}(\zeta) = \sum_{n} \int_{0}^{\infty} d\zeta' \Delta_{n,a}(\zeta') \{ K(\zeta - \zeta') + K_{D}(\zeta + \zeta' + a) \},$$

$$\Delta_{n,a}(\zeta) = \Delta_{a}(\zeta) + \int_{0}^{\infty} d\zeta' \Delta_{n,a}(\zeta') \{ \tilde{K}(\zeta - \zeta') + \tilde{K}_{D}(\zeta + \zeta' + a) \}.$$
(4)

Ядра цих інтегральних рівнянь мають вигляд

$$K(\zeta) = \frac{\rho}{2} \int_{0}^{1} \frac{dx}{x} \exp\left(-\frac{|2n'+1|}{x}|\zeta|\right), \quad K_{D}(\zeta) = \frac{\rho}{2} \int_{0}^{1} \frac{dx}{x} \tau(x) \exp\left(-\frac{|2n'+1|}{x}|\zeta|\right),$$
$$\tilde{K}(\zeta) = \frac{1}{2\lambda} \int_{0}^{1} \frac{dx}{x} \exp\left(-\frac{|2n'+1|}{x}|\zeta|\right), \quad \tilde{K}_{D}(\zeta) = \frac{1}{2\lambda} \int_{0}^{1} \frac{dx}{x} \tau(x) \exp\left(-\frac{|2n'+1|}{x}|\zeta|\right),$$
$$\tilde{K}(\zeta) = \frac{1}{2\lambda} \int_{0}^{1} \frac{dx}{x} \tau(x) \exp\left(-\frac{|2n'+1|}{x}|\zeta|\right),$$

де  $\tau(x) = 2R(x) - 1 = 1 - 2D(x).$ 

Легко переконатись, що асимптотика розв'язків систем рівнянь (3) і (4), при  $\zeta >> 1 \, \epsilon$  лінійною

$$\Delta_{s}(\zeta) = C_{1}(\zeta + q_{1,\infty}), \qquad \Delta_{a}(\zeta) = C_{2}(\zeta + q_{2,\infty}),$$
  
$$\Delta_{n,s}(\zeta) = \left|\frac{2n'+1}{2n+1}\right| C_{1}(\zeta + q_{1,\infty}), \qquad \Delta_{n,a}(\zeta) = \left|\frac{2n'+1}{2n+1}\right| C_{2}(\zeta + q_{2,\infty}). \qquad (5)$$

Важливим тут є той факт, що  $q_{1,\infty}$  та  $q_{2,\infty}$ , які є відношеннями коефіцієнтів лінійної асимптотики, визначаються однозначно ядром інтегрального рівняння. Ця обставина пов'язана з тим фактом, що інтегральні рівняння (3) і (4) визначені на півосі. Нам важливо обчислити коефіцієнти  $q_{1,\infty}$  та  $q_{2,\infty}$ , оскільки вони входитимуть як у граничну умову для рівняння Гінзбурга-Ландау, так і у кінцевий вираз для густини струму. Для їх відшукання застосовуємо метод квазіортогональності до асимптотики [11], що зрештою приводить до такого результату

$$q_{1,\infty} = \frac{1}{2I_1} \left[ I_2 + I_2(a) + \frac{\left(I_1 + I_1(a)\right)^2}{I_0 - I_0(a)} \right];$$
(6)

$$q_{2,\infty} = \frac{1}{2I_1} \left[ I_2 + I_2(a,D) + \frac{\left(I_1 + I_1(a,D)\right)^2}{I_0 - I_0(a,D)} \right].$$
(7)

В останніх рівностях було використано позначення для наступних інтегралів

$$I_{s}(a,D) = \frac{\rho}{2} \sum_{n} \frac{1}{|2n+1|^{2} |2n'+1|^{s}} \int_{0}^{1} dx \, x^{s+1} \tau(x) e^{-\frac{|2n+1|}{x}a}, \quad s = 0,1,2$$
  
$$I_{s}(a) = I_{s}(a,0), \qquad I_{s} = I_{s}(0,0), \qquad s = 0,1,2.$$

Залежність коефіцієнтів  $q_{1,\infty}$  та  $q_{2,\infty}$  від товщини нормального прошарку зображена на рис. 1, 2. Бачимо, що зі збільшенням товщини нормального прошарку вплив останньої на значення цих коефіцієнтів є несуттєвим. Із рис. 1 слідує, що величини  $q_{2,\infty}$  для різних значень коефіцієнта проходження електронів зі збільшенням товщини  $d/\xi_0$  наближаються до асимптотичного значення. При збільшенні концентрації немагнітних домішок значення як  $q_{1,\infty}$  так і  $q_{2,\infty}$  зменшуються (рис. 2).

Маючи результати дослідження просторової поведінки параметра впорядкування поблизу NSграниці, можемо перейти до знаходження граничних умов для рівняння Гінзбурга-Ландау. Лінійне інтегральне рівняння є чинним в області, де характерна відстань, на якій зазнає зміни параметр впорядкування, є порядку довжини когерентності  $\xi_0$ . Однак, якщо відійти вглиб надпровідника на

відстань порядку 
$$\xi(T) = \xi_0 \left( \frac{7\zeta(3)}{12} \frac{\chi(\xi_0/l)}{1-T/T_c} \right)^{1/2}$$
,  $(\xi(T) >> \xi_0)$ , то характерною відстанню, на якій

зазнає зміни параметр впорядкування є характерна довжина в теорії Гінзбурга-Ландау. Тому в цій області





*Рис. 1.* Залежність коефіцієнта  $q_{2,\infty}$  від товщини нормального прошарку для заданого значення довжини вільного пробігу  $\lambda$  та різних значень коефіцієнта проходження електронів D.



Рис. 2. Залежність коефіцієнтів  $q_{1,\infty}$  та  $q_{2,\infty}$  від товщини нормального прошарку для заданого значення коефіцієнта проходження електронів D та різних значень довжини вільного пробігу  $\lambda$ .

Зрозуміло, що перехід від лінійного інтегрального рівняння до рівняння Гінзбурга-Ландау та навпаки не може відбуватися різко. Тому логічно вважати, що існує така область  $\xi_0 << z < \xi(T)$ , де чинними є обидва рівнянь. Зрозуміло, що це область великих z у порівнянні з довжиною когерентності  $\xi_0$  та малих z в порівнянні з характерною довжиною в теорії Гінзбурга-Ландау. Тобто, можемо зшити асимптотику розв'язку лінійного інтегрального рівняння на нескінченності з асимптотикою розв'язку рівняння Гінзбурга-Ландау на малих відстанях від границі розділу нормального металу і надпровідника. Це дасть можливість одержати граничну умову для рівняння Гінзбурга-Ландау

$$f_{+} = f_{-}, \quad f_{+}' = -f_{-}', \quad \frac{f_{+}'}{f_{+}} = \frac{\cos^{2}\frac{\varphi}{2}}{q_{1,\infty}} + \frac{\sin^{2}\frac{\varphi}{2}}{q_{2,\infty}}.$$
 (8)

 $f_+$  і  $f_-$  – значення функції f на межі нормальної та надпровідної областей. Як бачимо з граничної умови, параметр впорядкування на межі залежить від різниці фаз, а тому очевидно, що дана умова буде відігравати ключову роль у формуванні ангармонійної струм-фазової залежності.

Фактично, можемо вважати, що умова (8) відповідає за розпаровування спричинене різницею фаз та самою NS границею.

Слід відмітити, що через залежність граничної умови від різниці фаз виникає ангармонічність в струм-фазовій залежності поблизу критичної температури. Гранична умова (8) є аналогічна умові (2) в [6] з феноменологічними параметрами  $g_l$  і  $g_{\delta}$ . В нашій роботі ці параметри одержані з мікроскопічних розрахунків ( $g_{\delta} = 1/q_{1,\infty}$ ,  $g_l = 1/2(1/q_{2,\infty} - 1/q_{1,\infty})$ ), що дає можливість проаналізувати їх значення в залежності від параметрів контакту. Одержана гранична умова (8) з виразами (6) і (7) для  $q_{1,\infty}$  та  $q_{2,\infty}$  є чинною для довільної концентрації немагнітних домішок.

Густину струму обчислюватимемо в області спільної чинності лінійного інтегрального рівняння та рівняння Гінзбурга-Ландау, а тому у виразі для струму будемо використовувати асимптотичну форму для параметра впорядкування, яка є лінійною в цій області. Підставляючи представлення (2) у вираз для струму (1) та беручи до уваги (8), одержимо такий результат для густини струму

$$I = \frac{f_{+}^{2}}{2\tau} \left( \frac{1}{q_{2,\infty}} - \frac{1}{q_{1,\infty}} \right) \sin \varphi.$$
(9)

Тут запроваджено безрозмірну густину струму  $I = \frac{j}{j_0}$ , де  $j_0 = \sqrt{\frac{12}{7\zeta(3)}} \frac{env_0}{p_0\xi_0} \sqrt{\chi(\xi_0/l)} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2}$  та

використано позначення  $\tau = \frac{\xi_0}{\xi(T)} = \left(\frac{12}{7\zeta(3)}\frac{1}{\chi(\xi_0/l)}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)\right)^{1/2}$  – відношення довжини

когерентності до характерної довжини в теорії Гінзбурга-Ландау.

Співвідношення для  $f_+$  можна одержати скориставшись рівнянням Гінзбурга-Ландау, якому задовольняє функція  $f(\zeta)$ 

$$\frac{1}{\tau^2} \frac{d^2 f(\zeta)}{d\zeta^2} - \frac{I^2}{f^3(\zeta)} + f(\zeta) - f^3(\zeta) = 0.$$
(10)

В граничному випадку  $\zeta \to \infty$  функція  $f(\zeta)$  прямує до сталої, яку позначимо через  $f_{\infty}$ , а похідна  $f'(\zeta)$  прямуватиме до нуля. В результаті для безрозмірної густини струму одержимо

$$I^{2} = f_{\infty}^{4} \left( 1 - f_{\infty}^{2} \right).$$
 (11)

Використовуючи останню рівність та беручи до уваги граничну умову (8), для першого інтегралу рівняння (10) на границі нормального металу та надпровідника ( $\zeta = a/2$ ) одержимо

$$\frac{1}{\tau^2} \left( \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}{q_{1,\infty}} + \frac{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}{q_{2,\infty}} \right)^2 f_+^4 - \left( f_\infty^2 - f_+^2 \right)^2 \left( \frac{1}{2} f_+^2 + f_\infty^2 - 1 \right) = 0.$$
(12)

Доповнюючи (12) рівнянням

$$f_{\infty}^{4} \left( 1 - f_{\infty}^{2} \right) = \frac{f_{+}^{4}}{4\tau^{2}} \left( \frac{1}{q_{2,\infty}} - \frac{1}{q_{1,\infty}} \right)^{2} \sin^{2} \varphi,$$
(13)

яке слідує з порівняння (9) і (11), маємо замкнену систему рівнянь (12), (13). Розв'язуючи отриману систему, знаходимо залежність  $f_+(\varphi)$ , а підставляючи її в рівняння (9), отримуємо залежність струму від різниці фаз. Зазначимо, що у виразі для густини струму  $j/j_0$  також враховується залежність від коефіцієнта прозорості D, товщини нормального прошарку a та ступеня забрудненості немагнітними домішками  $\chi(\xi_0/l)$ .

### © О.Ю. Пастух, В.Є. Сахнюк, О.В. Замуруєва, А.М. Шутовський

Отримати точний аналітичний розв'язок системи рівнянь (12), (13) у загальному випадку неможливо, однак ми можемо виконати чисельні розрахунки. З рис. З(а) видно, що при значенні товщини нормального прошарку, близькому до  $\xi_0$  величина струму в контакті при заданому коефіцієнті проходження електронів є суттєво меншою за значення струму для SIS контакту, яке асимптотично отримуємо за умови a = 0. Зі збільшенням коефіцієнта проходження електронів форма кривої (рис. 3(б)) починає відрізнятись від синусоїдальної і струм досягає максимуму за різниці фаз, яка менша за  $\pi/2$ . Останнє є значенням різниці фаз, при якому струм досягає максимального значення при  $D \ll 1$ . Очевидно, що поява ангармонічності у струм-фазовій залежності є викликана ефектами струмом розпаровування, які при малих значеннях товщини нормального прошарку a. є значними. Аналогічний результат було одержано в [13], для SNS контакту.



Рис. 3. Залежність струму в контакті від різниці фаз: а) для довжини вільного пробігу електронів  $\lambda = 1$  та коефіцієнта проходження електронів D = 0.2 при різних значеннях товщини нормального прошарку a; б) для довжини вільного пробігу електронів  $\lambda = 10$  та товщини нормального прошарку  $a = 0.1\xi_0$  при різних значеннях коефіцієнта проходження електронів D.

З рис. 3(б) видно, що строга ангармонійність струму виникає також при значеннях прозорості діелектричного прошарку, близьких до одиниці, коли критичний струм контакту близький до струму розпаровування однорідного надпровідника. Верхній графік в границі D=1відображає фактично залежність струму від різниці фаз для SNS-контакту. Ця залежність є аналогічною з одержаними в роботах [13, 14] результатами: величина різниці фаз, при якій струм набуває максимального значення, зміщується в напрямку  $\varphi < \pi/2$ . Аналогічне зміщення маємо і для випадку, коли товщина нормального прошарку a = 0, тобто для тунельного SIS-контакту [10, 15]. З аналізу рис. 1 стає очевидним, що великі значення прозорості та малі товщини нормального прошарку відповідають значенню коефіцієнтів  $q_{1,\infty} >> 1$  і  $q_{2,\infty} << 1$ . Таким чином, маємо повну аналогію з асимптотичними значеннями відповідних коефіцієнтів в роботах [16], де замість  $q_{2,\infty}$ маємо параметр  $\Gamma_B = 2\tau q_{2,\infty}$  та [13], де слід врахувати, що  $q_{1,\infty}^{-1} = \Gamma p/\xi(T), q_{2,\infty}^{-1} = \Gamma q/\xi(T)$ , які присвячені дослідженню ефектів розпаровування у відповідних надпровідних контактах. Якщо ж брати до уваги параметри контакту, за яких ефекти розпаровування, викликані струмом є несуттєвими ( $D <<\!\!<\!\!1, a >>\!\!1$ ), то з рис. 1 бачимо, що коефіцієнти  $q_{1,\infty}$  та  $q_{2,\infty}$  починають прямувати до спільного значення. Внаслідок цього, гранична умова (8) є практично незалежною від різниці фаз, а отже її внесок у формування ангармонійності струму зменшується.

Важливим є також питання про вплив довжини вільного пробігу на струм-фазову залежність. Як видно з рис. 4, зміна довжини вільного пробігу суттєво впливає на величину струму і вже при  $\lambda \le 1$  максимум струму в контакті є суттєво меншим за відповідне значення в бездомішковому випадку, а при  $\lambda \ge 10$  вплив домішок є несуттєвим.



*Рис. 4.* Залежність струму в контакті від різниці фаз для коефіцієнта проходження електронів D = 0.2 і товщини нормального прошарку  $a = 0.1\xi_0$  при різних значеннях довжини вільного пробігу електронів  $\lambda$ .

Висновки. Одержано лінійне інтегральне рівняння, що описує просторову поведінку параметра впорядкування поблизу NS-границі в надпровідному SNINS контакті. З аналізу лінійного інтегрального рівняння, використовуючи метод квазіортогональності до асимптотики, знайдено граничну умову для рівняння Гінзбурга-Ландау. Виконано чисельний аналіз залежності струму від різниці фаз для випадку довільних значень товщини нормального прошарку, коефіцієнта проходження електронів та наявності немагнітних домішок. Крім того, отримано аналітичний результат для струм-фазової залежності, який дуже добре узгоджується з результатами чисельних розрахунків. Показано, що врахування ефектів розпаровування відіграє важливу роль у формуванні струм-фазової залежності, яка стає значно складнішою у порівнянні з традиційною синусоїдальною. Також проаналізовано ряд граничних випадків переходу до простіших контактів типу SNS і SIS за наявності та відсутності немагнітних домішок, виходячи з отриманого результату для SNINS контакту. Отримані результати можуть бути використані для подальшого дослідження подібних надпровідних структур. Крім того, цікавим питанням є аналіз поведінки SNINS контактів у магнітному полі, враховуючи нетривіальну залежність струму віз різниці фаз.

### Список використаних джерел:

1. Svidzinskii A. V. Spatially Innhomogeneous Problems in the Theory of Superconductivity, Nauka, Moscow (1982).

2. Zaikin A. D. and Zharkov G. F. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 78, 721 (1978) [Sov. Phys. JETP. 51, 364 (1980)].

3. Akhramovich L. N., Rakov Y. A., Svidzinskii A. V. Theor Math Phys. 77, 450 (1988).

4. Zaikin A. D. and Zharkov G. F. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 81, 1781(1981) [Sov. Phys. JETP. 54, 944 (1981)].

5. Golubov A. A., Kupriyanov M. Yu. J. Low Temp. Phys. 70, 83 (1988).

6. Golubov A. A., Kupriyanov M. Yu. Sov. Phys. JETP. 69, 4 (1989).

7. Akhramovich L. N., and Svidzinskii A. V. Fiz. Nizk. Temp. 14, 815 (1988).

8. Sakhnyuk V. E., and Svidzynsky A. V. Condens. Matter Phys. 9, 169 (2005).

9. Bezuglyi E. V., Bratus' E. N., Shumeiko V. S. Phys. Rev. B. 95, 014522 (2017).

10. Pastukh O. Yu., Shutovskyi A. M., Sakhnyuk V. E. Low Temp. Phys. 43, 664 (2017).

11. Svidzinsky A. V., and Sakhnyuk V. E. Condens. Matter Phys. 3, 683 (2000).

12. Barash Y. S. Phys. Rev. B. 85, 100503 (2012).

13. Ivanov G., Kuprianov M. Yu., Likharev K. K. et al. Fiz. Nizk. Temp. 7, 560 (1981) [Sov. J. Low Temp. Phys. 7, 274 (1981)].

14. Nikolić B. K., Freericks J. K., Miller P. Phys. Rev. B. 64, 212507 (2001).

15. Kupriyanov M. Yu. Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 56, 414 (1992).

16. Sols F., Ferrer J. Phys. Rev. B. 49, 15913 (1994).