

А.О. Сяський, В.А. Сяський, Н.В. Шевцова  
Рівненський державний гуманітарний університет

### МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКНОЇ ВЗАЄМОДІЇ БЕРЕГІВ МІЖФАЗНОГО РОЗРІЗУ ПО ДУЗІ КОЛА МІЖ ОРТОТРОПНОЮ ПЛАСТИНКОЮ І ЗАМКНЕНИМ ПРУЖНИМ РЕБРОМ

*Запропоновано наближений розв'язок мішаної контактної задачі для нескінченної ортотропної пластинки з круговим отвором, контур якого підкріплено замкненим пружним ребро великої кривини, за наявності на межі їх сполучення симетричного міжфазного розрізу, береги якого у процесі деформації гладко контактують. Математичну модель задачі побудовано у вигляді системи інтегральних рівнянь відносно контактних зусиль між пластинкою і ребром. Методом механічних квадратур і колокації досліджується вплив на напружений стан пластинки і ребра та величину ділянки гладкого контакту ортотропії матеріалу пластинки.*

*Ключові слова:* міжфазний розріз, ортотропна пластинка, підсилювальне ребро, контактні зусилля, інтегральні рівняння, гладкий контакт.

### А.А. Сяський, В.А. Сяський, Н.В. Шевцова МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕРЕГОВ МЕЖФАЗНОГО РАЗРЕЗА ПО ДУГЕ ОКРУЖНОСТИ МЕЖДУ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКОЙ И ЗАМКНУТЫМ УПРУГИМ РЕБРОМ

*Предложено приближенное решение смешанной контактной задачи для бесконечной ортотропной пластинки с круговым отверстием, контур которого усилен замкнутым упругим ребром большой кривизны, при наличии на границе их соединения симметричного межфазного разреза, берега которого в процессе деформации гладко контактируют. Математическую модель задачи построено в виде системы интегральных уравнений относительно контактных усилий между пластинкой и ребром. Методом механических квадратур и колокации исследуется влияние на напряженное состояние пластинки и ребра, а также на величину участка гладкого контакта ортотропии материала пластинки.*

*Ключевые слова:* межфазный разрез, ортотропная пластинка, усиливающее ребро, контактные усилия, интегральные уравнения, гладкий контакт.

### A.O. Siaskyi, V.A. Siaskyi, N.V. Shevtsova MODELING OF CONTACT INTERACTION OF THE EDGES OF THE INTERFACIAL SECTION ALONG THE ARC OF THE CIRCLE BETWEEN THE ORTHOTROPIC PLATE AND THE CLOSED ELASTIC RIB

*Under the conditions of the generalized plane stress state it is researched a mixed contact problem for an infinite orthotropic plate with a circular hole, the contour of which is reinforced by a closed elastic rib. The line connecting the plate and the elastic rib contains a symmetrical interfacial section, the edges of which are in smooth contact during the deformation process.*

*The components of the deformation tensor (relative elongation, angle of rotation of the normal and curvature) at the points of the contour of the hole of the plate are represented with integral dependences on the contact forces. The authors choose a closed elastic rod of large curvature with a constant rectangular cross section as a model of the reinforcing element.*

*Using the basic equations of the linear theory of closed rods of large curvature, the mathematical model of the problem is constructed in the form of a system of three singular integral equations with Hilbert kernel in order to find the contact forces between the plate and the rib. The approximate solution of the issue is found with the help of the combined method of mechanical quadrature and collocation. This method investigates the influence of the material orthotropy on the stress state of the plate and the reinforcing rib and on the size of the smooth contact area.*

*Keywords:* interphase section, orthotropic plate, amplifying edge, contact forces, singular integral equations, smooth contact.

**Постановка проблеми.** У сучасних конструкціях, машинах і спорудах широко використовуються пружні анізотропні пластинки з отворами, які є не тільки порівняно легкими, але й достатньо надійними. Для зменшення високої концентрації напружень біля отворів їх контури підсилюють замкненими пружними ребрами.

Розв'язок задачі про визначення напружено-деформованого стану пластинки та підсилювального ребра суттєво залежить від математичної моделі, яка описує напружено-деформований стан ребра. Найбільш повно такі задачі досліджені для випадків, коли підсилення моделюється пружною лінією сталої чи змінної жорсткості на розтяг (стиск) і згин або криволінійним стрижнем сталою поперечного перерізу, лінія фактичного сполучення якого з пластинкою не співпадає з його геометричною віссю.

При виготовленні або експлуатації пластинок з ребрами жорсткості на межі поділу матеріалів можуть виникати різні дефекти, зокрема, міжфазні розрізи нульової ширини, які зумовлюють подальше міжфазне руйнування пластинчастої конструкції за дії силових чи

температурних навантажень. Тому дослідження, які пов'язані з вивченням впливу таких дефектів на міцність пластинчастих елементів конструкцій з ребрами жорсткості, є важливим напрямком оцінки надійності їхньої роботи.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У сучасній науковій літературі набула поширення модель криволінійного стрижня великої кривини сталого прямокутного поперечного перерізу [1,2]. Використовуючи цю модель у роботах [3,4] побудовано наближені розв'язки мішаних контактних задач для нескінченної ізотропної (ортотропної) пластинки з круговим отвором, контур якого підсилено замкненим пружним ребром, за наявності на межі їх сполучення симетричного міжфазного розрізу, береги якого у процесі деформації не контактують. За наявності гладкого контакту берегів міжфазного розрізу такі задачі залишаються недослідженими.

Системне дослідження прямолінійних і дугових тріщин в однорідних і кусково-однорідних пружних тілах проведено в [5 - 9].

**Постановка завдань.** Нехай нескінченна ортотропна пластинка товщиною  $2h$  послаблена круговим отвором одиничного радіуса, контур якого  $\gamma$  підсилено замкнутим пружним ребром сталого поперечного перерізу. Пластинчаста конструкція перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану, створеного рівномірно розподіленими на нескінченності зусиллями  $p$  і  $q$ , що діють у двох взаємно-перпендикулярних напрямках.

Спільна серединна площина пластинки та ребра віднесена до системи прямокутних  $(x, y)$  і полярних  $(\rho, \lambda)$  координат з полюсом у центрі отвору. Системи відліку обираємо так, щоб координатні осі визначали напрямки дії зовнішнього навантаження та головні напрямки ортотропії матеріалу пластинки (рис. 1).

Припустимо, що на лінії сполучення пластинки і ребра зовні ділянки  $[-\alpha_0^*; \alpha_0^*]$  виник симетричний відносно осі  $Ox$  міжфазний розріз, береги якого за дії заданого навантаження на ділянці  $[\pi - \beta_0^*; \pi + \beta_0^*]$  гладко контактують. Межі цієї ділянки наперед невідомі.

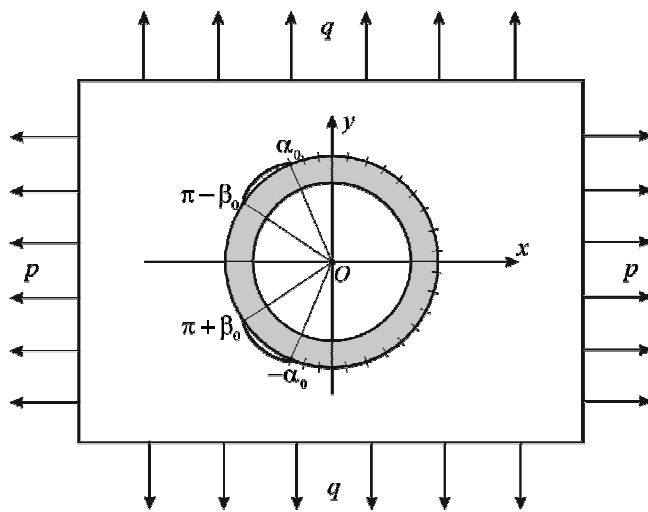


Рис. 1. Розрахункова схема пластинки

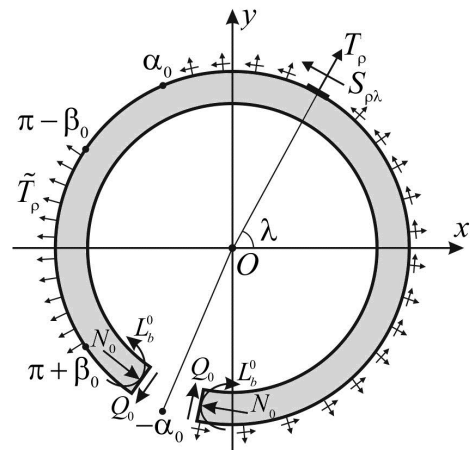


Рис. 2. Розрахункова схема підсилювального ребра

**Мета досліджень:** визначення компонент напруженого стану на контурі  $\gamma$  в пластинці та зовнішньому, внутрішньому і осьовому поздовжніх волокнах ребра; визначення величини ділянки гладкого контакту; дослідження залежності цих величин від ортотропії матеріалу пластинки.

**Викладення основного матеріалу.** Напружено-деформований стан пластинки визначають контактні зусилля  $T_\rho^0, S_{\rho\lambda}^0$  на ділянці  $[-\alpha_0; \alpha_0]$ , контактні зусилля  $\tilde{T}_\rho$  на ділянці  $[\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]$ , які прикладені до контуру  $\gamma$  з боку підсилювального ребра, та зовнішнє навантаження на нескінченності.

При такому навантаженні параметри деформації в точках контуру  $\gamma$  визначаються зі співвідношень [3,10], які можна подати у вигляді

$$\begin{aligned}
\varepsilon_\lambda(\lambda) &= \frac{1}{2E_x h} \left\{ c_1 T_p(\lambda) + \frac{c_2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ T_p^0(t) - S_{\rho\lambda}^0(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \right. \\
&\quad \left. - \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_p^0(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{c_2}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} \tilde{T}_p(t) dt - \frac{c_3}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} \tilde{T}_p(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \varepsilon_\lambda^0 \right\}; \\
V(\lambda) &= \frac{1}{2E_x h} \left\{ c_1 S_{\rho\lambda}(\lambda) - \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ T_p^0(t) - S_{\rho\lambda}^0(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} \right] dt + \right. \\
&\quad \left. + \frac{c_4}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_p^0(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt - \frac{c_3}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} \tilde{T}_p(t) dt + \frac{c_4}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} \tilde{T}_p(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + V^0 \right\}; \\
k(\lambda) &= 1 - \varepsilon_\lambda(\lambda) + \frac{dV(\lambda)}{d\lambda}; \quad \lambda \in [-\alpha_0; 2\pi - \alpha_0]. \tag{1}
\end{aligned}$$

Тут введено позначення:

$$\begin{aligned}
c_1 &= \beta_1 \beta_2 - \nu_x; \quad c_2 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} [(1 - \beta_1 \beta_2) \cos^2 \lambda - 1]; \\
c_3 &= \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} (1 - \beta_1 \beta_2) \sin \lambda \cos \lambda; \quad c_4 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} [(1 - \beta_1 \beta_2) \sin^2 \lambda - 1]; \\
\varepsilon_\lambda^0 &= \frac{1}{2} [(1 + \beta_1 + \beta_2 - \beta_1 \beta_2) p + (-1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) \beta_1 \beta_2 q] - \\
&\quad - \frac{1}{2} (p - \beta_1 \beta_2 q) (1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) \cos 2\lambda; \quad V^0 = \frac{1}{2} (p - \beta_1 \beta_2 q) (1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) \sin 2\lambda; \\
T_p &= \begin{cases} T_p^0, & \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]; \\ \tilde{T}_p, & \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]; \end{cases} \quad S_{\rho\lambda} = \begin{cases} S_{\rho\lambda}^0, & \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]; \\ 0, & \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]; \end{cases} \tag{2}
\end{aligned}$$

$E_x, \nu_x$  – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки в напрямку осі  $Ox$ ;  $\beta_1, \beta_2$  – корені характеристичного рівняння [11];  $\varepsilon_\lambda, V, k$  – відносне видовження, кут повороту нормалі та кривина.

Якщо контактні зусилля стануть відомі, то кільцеві зусилля на  $\gamma$  можна встановити за формулою, наведеною в [10].

Замкнене підсилювальне ребро перебуває у пружній рівновазі під дією контактних зусиль  $T_p^0, S_{\rho\lambda}^0, \tilde{T}_p$ , що передаються до його зовнішньої бічної поверхні від пластинки. Його моделюємо замкненим криволінійним стрижнем великої кривини прямокутного поперечного перерізу [2].

Відповідно до прийнятої моделі, напружений стан ребра визначають поздовжня  $N$  і поперечна  $Q$  сили та згинальний момент  $L_b$ , що діють у поперечних перерізах стрижня і віднесені до його осі. Деформації поздовжніх волокон підсилення характеризуються відносним видовженням  $\varepsilon_\lambda^{(c)}$ , кутом повороту нормалі  $\theta_b$  і кривиною  $k^{(c)}$ .

Задача розрахунку замкненого ребра статично невизначена. Використовуючи ідею методу сил [2], умовно розріжемо його площиною  $\lambda = -\alpha_0$ , а до торців перерізу прикладемо статично зрівноважені сили  $N_0, Q_0$  та згинальні моменти  $L_b^0$  (рис. 2). У результаті одержимо статично визначений розімкнений стрижень, який перебуває у рівновазі за дії навантаження на торцях і контактних зусиль, що передаються до нього від пластинки. З умов рівноваги частини ребра між поперечними перерізами  $\lambda = -\alpha_0$  і  $\lambda = \lambda$  знаходимо

$$\begin{aligned}
N(\lambda) &= N_0 \cos(\lambda + \alpha_0) - Q_0 \sin(\lambda + \alpha_0) + f_1(\lambda) \cos \lambda + f_2(\lambda) \sin \lambda; \\
Q(\lambda) &= N_0 \sin(\lambda + \alpha_0) + Q_0 \cos(\lambda + \alpha_0) + f_1(\lambda) \sin \lambda - f_2(\lambda) \cos \lambda; \tag{3}
\end{aligned}$$

$$L_b(\lambda) = L_b^0 + (1-\eta)N_0 - \int_{-\alpha_0}^{\lambda} S_{\rho\lambda}(t) dt - (1-\eta)N(\lambda), \quad \lambda \in [-\alpha_0; 2\pi - \alpha_0],$$

де

$$f_1(\lambda) + if_2(\lambda) = \begin{cases} i \int_{-\alpha_0}^{\lambda} [T_p^0(t) + iS_{\rho\lambda}^0(t)] e^{it} dt, & \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]; \\ 2i(N_0 \sin \alpha_0 + Q_0 \cos \alpha_0), & \lambda \in [\alpha_0; \pi - \beta_0]; \\ 2i(N_0 \sin \alpha_0 + Q_0 \cos \alpha_0) - i \int_{\pi - \beta_0}^{\lambda} \tilde{T}_p(t) e^{it} dt, & \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]; \end{cases}$$

$$f_1(\pm\alpha_0) = f_1(\pi \pm \beta_0) = 0; \quad f_2(-\alpha_0) = f_2(\pi + \beta_0) = 0; \quad (4)$$

$$f_2(\alpha_0) = f_2(\pi - \beta_0) = 2(N_0 \sin \alpha_0 + Q_0 \cos \alpha_0); \quad i = \sqrt{-1}.$$

Деформації зовнішнього поздовжнього волокна ребра, яке контактує з пластинкою, визначаються за формулами [3,4]

$$\varepsilon_{\lambda}^{(c)}(\lambda) = \frac{1}{E_0 F_0} \left[ N(\lambda) + \frac{\eta + \eta_c}{\eta_c} L_b(\lambda) \right]; \quad \frac{d\theta_b(\lambda)}{d\lambda} = \frac{1}{E_0 F_0} \left[ N(\lambda) + \frac{L_b(\lambda)}{\eta_c} \right];$$

$$k^{(c)}(\lambda) = 1 - \varepsilon_{\lambda}^{(c)}(\lambda) + \frac{d\theta_b(\lambda)}{d\lambda}, \quad \lambda \in [-\alpha_0; \pi + \beta_0], \quad (5)$$

в яких  $2h_0$ ,  $2\eta$  – висота і ширина підсилювального ребра;  $E_0$  – модуль Юнга матеріалу ребра;  $F_0 = 2h_0 \times 2\eta$  – площа поперечного перерізу;  $E_0 F_0$  – жорсткість ребра на розтяг (стиск);  $\eta_c$  – відстань від осі ребра до нейтрального для чистого згину поздовжнього волокна з радіусом кривини  $r_0 = 1 - \eta - \eta_c$ .

Початкові параметри  $N_0$ ,  $Q_0$ ,  $L_b^0$  визначаються з умови рівноваги підсилювального ребра як жорсткого цілого

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [T_p^0(t) \cos t - S_{\rho\lambda}^0(t) \sin t] dt + \int_{\pi - \beta_0}^{\pi + \beta_0} \tilde{T}_p(t) \cos t dt = 0 \quad (6)$$

та умов однозначності компонент вектора зміщення точок контуру  $\gamma$  і кута повороту нормалі до нього

$$\int_0^{\pi} L_b(t) \cos t dt = 0; \quad \theta_b(\pi) = 0. \quad (7)$$

Нормальні напруження в зовнішньому і внутрішньому волокнах ребра та найбільші дотичні напруження в осьовому волокні визначаються за формулами [2 - 4]

$$\sigma^{(1)}(\lambda) = \frac{1}{F_0} \left[ N(\lambda) + \frac{\eta + \eta_c}{\eta_c} L_b(\lambda) \right]; \quad \sigma^{(2)}(\lambda) = \frac{1}{F_0} \left[ N(\lambda) + \frac{\eta_c - \eta}{\eta_c} \frac{L_b(\lambda)}{1 - 2\eta} \right];$$

$$\tau_{\rho\lambda}^{(c)}(\lambda) = \frac{3}{2} \frac{Q(\lambda)}{F_0}. \quad (8)$$

Співвідношення (3)-(8) складають повну систему рівнянь для визначення напружено-деформованого стану статично невизначеного ребра.

*Математична модель задачі.* Крайові умови сумісного деформування пластинки і підсилювального ребра на ділянці їх сполучення формулюємо у вигляді умов ідеального механічного контакту в диференціальній формі

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda) = \varepsilon_{\lambda}^{(c)}(\lambda); \quad V(\lambda) = \theta_b(\lambda), \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0], \quad (9)$$

а на ділянці гладкого контакту – у вигляді рівності кривин

$$k(\lambda) = k^{(c)}(\lambda), \quad \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]. \quad (10)$$

Відсутність контактних зусиль на ділянках відставання ребра від пластинки враховано при

записі співвідношень (1), (2), (4).

Підставляючи (1), (5) з урахуванням (2) - (4) в крайові умови (9), (10), одержимо систему трьох сингулярних інтегральних рівнянь з ядрами Гільберта для визначення функцій  $T_p^0$ ,  $S_{p\lambda}^0$ ,  $\tilde{T}_p$ . Цю систему доповнюємо умовами (6), (7), які слугують для визначення сталих  $N_0$ ,  $Q_0$ ,  $L_b^0$ .

Співвідношення (1), (5), (6), (7), (9), (10) визначають математичну модель сформульованої задачі.

*Наближений розв'язок задачі.* Точний розв'язок системи (1), (5), (6), (7), (9), (10) знайти не вдасться. Для її наближеного розв'язання необхідно встановити структуру шуканих функцій на кінцях ділянок  $[-\alpha_0; \alpha_0]$  і  $[\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]$ .

На ділянці гладкого контакту пластинки і ребра функція  $\tilde{T}_p$  обмежена і неперервна, а на його кінцях дорівнює нулю ( $\tilde{T}_p(\pi \pm \beta_0) = 0$ ). Контактні зусилля  $T_p^0$ ,  $S_{p\lambda}^0$  на кінцях  $\lambda = \pm \alpha_0$  ділянки їх сполучення мають кореневу особливість. З огляду на це наближений розв'язок системи (1), (5), (6), (7), (9), (10) можна побудувати комбінованим методом механічних квадратур і колокації. Квадратурні формули цього методу при відсутності контакту берегів міжфазного розрізу наведені в [3, 4]. При числовій реалізації задачі величина ділянки гладкого контакту визначалася методом послідовних наближень.

*Аналіз числових розрахунків.* Для нескінченної пластинки з круговим отвором, виготовленої з матеріалів скло-епоксид (СЕ), графіт-епоксид (ГЕ), епоксид-скло (ЕС), епоксид-графіт (ЕГ) та ізотропного матеріалу (ІМ), і підсилювального ребра з параметрами

$$h_0/h = 1; \quad \rho_0 = 1; \quad \eta/\rho_0 = 0.2; \quad \alpha_0 = 120^\circ; \quad \sqrt{E_x E_y} / E_0 = 0.2$$

досліджено вплив на напружений стан пластинки і ребра, а також на величину ділянки гладкого контакту, ортотропії матеріалу пластинки.

Результати числового розрахунку величин  $T_p = 2h\sigma_p$ ,  $S_{p\lambda} = 2h\tau_{p\lambda}$ ,  $T_\lambda = 2h\sigma_\lambda$  на контурі  $\gamma$  в пластинці та  $F_0\sigma^{(1)}$ ,  $F_0\sigma^{(2)}$ ,  $F_0\tau_{p\lambda}^{(c)}$  – у ребрі при  $p = 0$ ;  $q \neq 0$  наведені на рис. 3 – 5.

Таблиця 1 ілюструє залежність максимальних значень компонент напруженого стану від наявності ділянки гладкого контакту між пластинкою та підсилювальним ребром. Характеристики досліджуваних ортотропних матеріалів і лінії, які відповідають цим матеріалам на рисунках, а також значення полярних кутів  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , для яких дотичні напруження в пластинці та підсиленні набувають максимальних значень, і кута  $\beta_0$  подані в таблиці 2.

Табл. 1

**Максимальні значення компонент напруженого стану в пластинці і ребрі (в долях  $q$ ) за наявності контакту берегів розрізу (чисельник) та при відсутності контакту (знаменник)**

Матеріал пластинки	$T_p(\lambda)$		$S_{p\lambda}(\lambda)$		$T_\lambda(\lambda)$		$F_0\sigma^{(1)}(\lambda)$		$F_0\sigma^{(2)}(\lambda)$		$F_0\tau_{p\lambda}^{(c)}(\lambda)$
	$\lambda = 0$	$\lambda = \pi$	$\lambda = \lambda_1$	$\lambda = 0$	$\lambda = \pi$	$\lambda = 0$	$\lambda = \pi$	$\lambda = 0$	$\lambda = \pi$	$\lambda = \lambda_2$	
ГЕ	2.119	-1.268	1.277	0.043	1.178	0.215	-2.803	5.355	5.572	0.593	
	1.150	0	0.874	0.026	1.369	0.150	-1.842	4.300	4.660	0.930	
СЕ	1.249	-0.574	1.104	0.208	1.612	0.359	-1.953	4.229	3.722	0.637	
	0.793	0	1.154	0.142	1.625	0.262	-1.490	3.608	3.883	0.808	
ІМ	0.783	-0.404	1.057	0.374	1.947	0.279	-1.590	3.584	2.930	0.634	
	0.499	0	1.076	0.246	1.897	0.193	-1.267	3.158	3.378	0.719	
ЕС	0.462	-0.199	0.929	0.269	2.668	0.177	-1.261	3.011	2.630	0.597	
	0.338	0	0.912	0.207	2.609	0.141	-1.089	2.775	2.897	0.623	
ЕГ	0.676	-0.061	0.752	-0.016	5.861	-0.002	-0.922	2.485	2.353	0.530	
	0.435	0	0.740	-0.024	5.793	-0.022	-0.922	2.419	2.422	0.534	

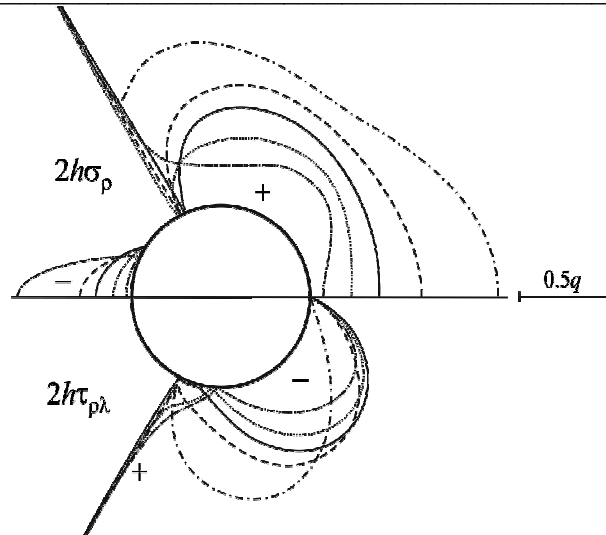


Рис. 3. Епюри контактних зусиль на контурі  $\gamma$  в пластинці

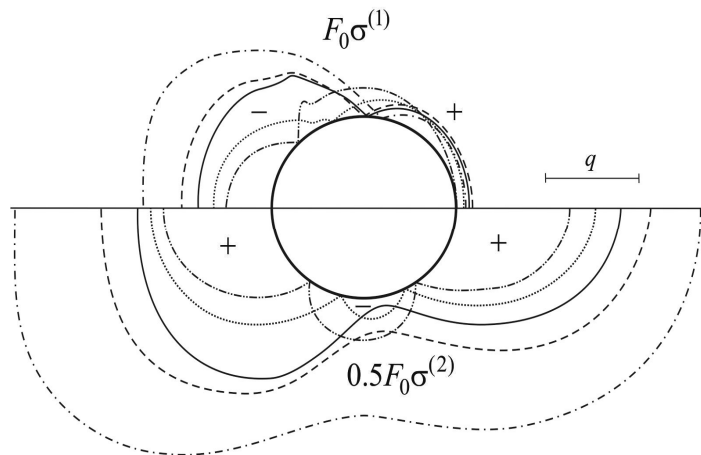


Рис. 4. Епюри нормальних напружень у крайніх поздовжніх волокнах ребра

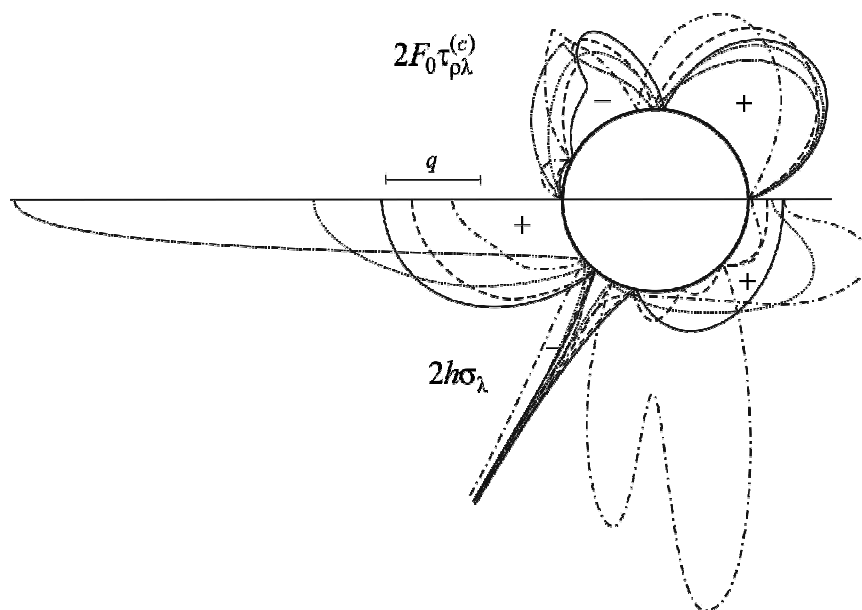


Рис. 5. Епюри найбільших дотичних напружень у ребрі та кільцевих зусиль на контурі  $\gamma$  в пластинці

Табл. 2

**Характеристики ортотропних матеріалів і лінії, що відповідають цим матеріалам на  
рисунках, та значення кутів  $\lambda_1, \lambda_2, \beta_0$**

Матеріал пластинки	$\beta_1$	$\beta_2$	$\nu_x$	$E_x / E_y$	Лінії	$\lambda_1$ (град)	$\lambda_2$ (град)	$\beta_0$ (град)
ГЕ	6.999	0.714	0.250	25	— · — · —	77.148	64.716	28.262
СЕ	2.271	0.763	0.250	3	— — — —	56.008	49.667	32.858
ІМ	1	1	0.300	1	————	46.337	42.904	35.624
ЕС	0.440	1.310	0.083	1/3	··········	42.903	42.903	36.348
ЕГ	0.143	1.401	0.010	1/25	— · · — · ·	35.741	39.371	38.100

Одержані результати свідчать про те, що ортотропія матеріалу пластинки суттєво впливає на розподіл компонент напруженого стану в пластинці і ребрі. Так, при збільшенні відношення  $E_x / E_y$ , суттєво збільшуються максимальні значення  $T_p(0)$ ,  $\sigma^{(1)}(\pi)$ ,  $\sigma^{(2)}(\pi)$ . При цьому для величин  $T_p(\pi)$ ,  $T_\lambda(\pi)$  спостерігається обернена залежність. Вплив ортотропії матеріалу пластинки на величини  $S_{p\lambda}(\lambda_1)$ ,  $\tau_{p\lambda}^{(c)}(\lambda_2)$  значно менший ніж на інші величини.

В околі торців міжфазного розрізу нормальні напруження в поздовжніх волокнах ребра обмежені і неперервні, а контактні і кільцеві напруження в пластинці приймають необмежені значення

**Висновки.** У рамках теорії замкнених стрижнів великої кривини та основних інтегральних співвідношень плоскої задачі теорії пружності ортотропного тіла сформульовано постановку і знайдено наближений розв'язок задачі про частковий гладкий контакт берегів міжфазного розрізу між нескінченною ортотропною пластинкою з круговим отвором і замкненим пружним ребром, які перебувають в умовах однорідного узагальненого плоского напруженого стану, створеного рівномірно розподіленими на нескінченності зусиллями, що діють у головних напрямках ортотропії матеріалу пластинки. Крайові умови задачі на ділянці сполучення пластинки і ребра формулюються у вигляді умов ідеального механічного контакту в диференціальній формі, а на ділянці гладкого контакту – у вигляді рівності кривин. Математичну модель задачі побудовано у вигляді системи трьох сингулярних інтегральних рівнянь. Для визначення початкових параметрів статично невизначеного ребра використано умови однозначності зміщень, кута повороту нормалі та умову рівноваги підсилення. Числова реалізація задачі проведена методом механічних квадратур і колокації, яким встановлено, що найбільш оптимальними з точки зору міцності пластинчастої конструкції є матеріали пластинки зі слабвираженою ортотропією. Розвинений підхід та отримані результати без особливих змін можуть бути перенесені на ортотропні пластинки з еліптичним отвором та узагальнені для ізотропних пластинок з отворами, обмеженими криволінійними гладкими контурами.

**Список використаних джерел:**

1. Швабюк В.І. Опір матеріалів: підручник. К.: Знання, 2016. 407 с.
2. Сяський А., Н. Шевцова Н. Застосування методу сил для статичного розрахунку замкнених криволінійних стрижнів. *Вісник ТНТУ*. 2015. № 3(79). С. 24-30.
3. Сяський А.О., Шевцова Н.В., Дейнека О.Ю. Міжфазний розріз в ортотропній пластинці з підсиленням круговим контуром. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2018. № 5. С. 176–181.
4. Сяський А.О., Шевцова Н.В., Дейнека О.Ю. Міжфазна тріщина в ізотропній нескінченній пластинці з підсиленням круговим контуром. *Вісник НУВГП. Збірник наукових праць. Технічні науки*. Рівне. 2017. Випуск 4 (80). С. 168-177.
5. Говоруха В.Б., Лобода В.В. Моделі та методи руйнування п'єзокерамічних тіл з міжфазними тріщинами. Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2013. 252 с.

6. Мартиняк Р.М., Середницька Х.І. Контактні задачі термопружності для міжфазних тріщин в біматеріальних тілах. Львів: Растр-7, 2017. 168с.
7. Годес А.Ю., Лобода В.В. Дугова тріщина в однорідному електрострикційному матеріалі. *Математичні методи і фізико-механічні поля*. 2015. №4(58). С.90 – 102.
8. Камінський А.О., Селіванов М.Ф., Черноіван Ю.О. Визначення контактних напружень між берегами тріщини нормального відриву. *Доп. НАН України*. 2016. № 5. С. 36 – 42.
9. Chumak K., Malanchuk N., Martynyak R. Partial slip contact problem for solids with regular surface texture assuming thermal insulation or thermal permeability of interface gaps. *Int. J. Mech. Sci.* 2014. № 84. P.138 – 146.
10. Сяський А.О., Батишкіна Ю.В. Контактна взаємодія розімкнених стрижнів змінної жорсткості з еліптичним отвором нескінченної ортотропної пластинки. *Вісник ТДТУ*. 2004. Т.9, № 3. С. 17-24.
11. Лехницький С.Г. Анизотропные пластинки. М.: Гостехиздат, 1957. 464с.

**Рецензенти:**

Шваб'юк Василь Іванович, професор кафедри прикладної математики та механіки Луцького національного технічного університету, доктор технічних наук, професор;  
Батишкіна Юлія Валеріївна, завідувач кафедри інформатики та прикладної математики Рівненського державного гуманітарного університету, кандидат технічних наук, доцент.