

Т.І. Четвержук¹, Р.М. Полінкевич¹, Р.Г. Редько¹, О.М. Залета¹, Р.А. Скляр²
Луцький національний технічний університет¹
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя²

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛОРІЗАЛЬНИХ ВЕРСТАТІВ

Проведено комплексний розгляд математичних моделей верстатних елементів на різних рівнях проектування, включаючи питання отримання математичних моделей і їх реалізації на ЕОМ з метою вдосконалення технічних характеристик металорізальних верстатів та розширення технологічних можливостей оброблення деталей.

Ключові слова: металорізальний верстат, моделювання, частота обертання шпинделя, крутний момент, прогнозування, теорія ймовірності, функція.

Т.И. Четвержук, Р.Н. Полинкевич, Р.Г. Редько, О.М. Залета, Р.А. Скляр²

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКОВ

Проведено комплексное рассмотрение математических моделей станочных элементов на разных уровнях проектирования, включая вопросы получения математических моделей и их реализации на ЭВМ с целью совершенствования технических характеристик металлорежущих станков и расширения технологических возможностей обработки деталей.

Ключевые слова: металлорежущий станок, моделирование, частота вращения шпинделя, крутящий момент, прогнозирование, теория вероятности, функция.

T. Chetverzhuk, R.Polinkevich, R.Red'ko, O. Zaleta, R.Sklyarov

STATISTICAL MODELING TECHNICAL CHARACTERISTICS OF MACHINES TOOLS

A comprehensive review of mathematical models of machine elements at different levels of design. Including the issue of obtaining mathematical models and their implementation on a computer in order to improve the technical characteristics of metal-cutting machines and expand the technological capabilities of machining parts.

Keywords: metal cutting machine, modeling, spindle speed, torque, forecasting, probability theory, function.

Постановка проблеми. В першу чергу необхідно визначити наступні технічні характеристик верстату: граничні значення частоти обертання шпинделя, максимально допустимий крутний момент на шпинделі і граничні значення ефективної потужності. Решта параметрів верстату не суттєво впливають на його ефективність або є похідними від перерахованих параметрів. Багатоваріантність поєднань різних видів шпиндельних опор, їх геометричних параметрів, особливості конструкції, тощо призводить до необхідності створювати верстат, що працює у широкому діапазоні швидкостей і навантажень. В цих умовах прийняти обґрунтоване рішення можна тільки, маючи інформацію про імовірність використання різних числових значень прогнозованого параметра. В даний час таку інформацію, зазвичай, отримують на основі статистичних досліджень аналогічних випробувань.

Метод статистичного моделювання полягає у відтворенні з допомогою ЕОМ функціонування імовірнісної моделі проектованого верстату. Метод дозволяє врахувати вплив всіх випадкових параметрів і забезпечує можливість прогнозування розвитку подій в майбутньому.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Принципи створення і експлуатації систем автоматизованого проектування регламентовані міжнародними та вітчизняними стандартами, в яких вказано, що САПР включає технічне, математичне, програмне, інформаційне, методичне, організаційне і лінгвістичне забезпечення [1].

Згідно стандартів встановлюються наступні принципи побудови САПР і її підсистем: системна єдність, розвиток, сумісність, стандартизація. Принцип системної єдності полягає в тому, що при розробці і функціонуванні САПР зв'язку між її складовими повинні забезпечувати цілісність системи. САПР повинна бути системою, що розвивається, тобто вона повинна функціонувати з урахуванням поповнення, вдосконалення і оновлення підсистем і її складових. З цією метою програми автоматизованого проектування будують за модульним принципом.

Принцип сумісності означає, що коди, мови, програми, інформаційні і технічні характеристики зв'язків між складовими частинами САПР повинні забезпечувати сумісне

функціонування підсистем[2]. Принцип стандартизації припускає проведення заходів щодо типізації і уніфікації підсистем і складових САПР, універсальних по відношенню до проєктованих об'єктів. Перевагою морфологічного методу є можливість отримання принципово нових технічних рішень.

Викладення основного матеріалу. Найбільш повною характеристикою випадкової величини є закон її розподілу. Розподіл діаметрів опор, частот обертання і корисної потужності приводу, а також ряду експлуатаційних характеристик стану при певних умовах можуть апроксимуватися лог-нормальною функцією розподілу:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-E_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (1)$$

де x – логарифм випадкової величини; E_x – середнє значення величини x ; σ_x – середнє квадратичне відхилення величини x від E_x .

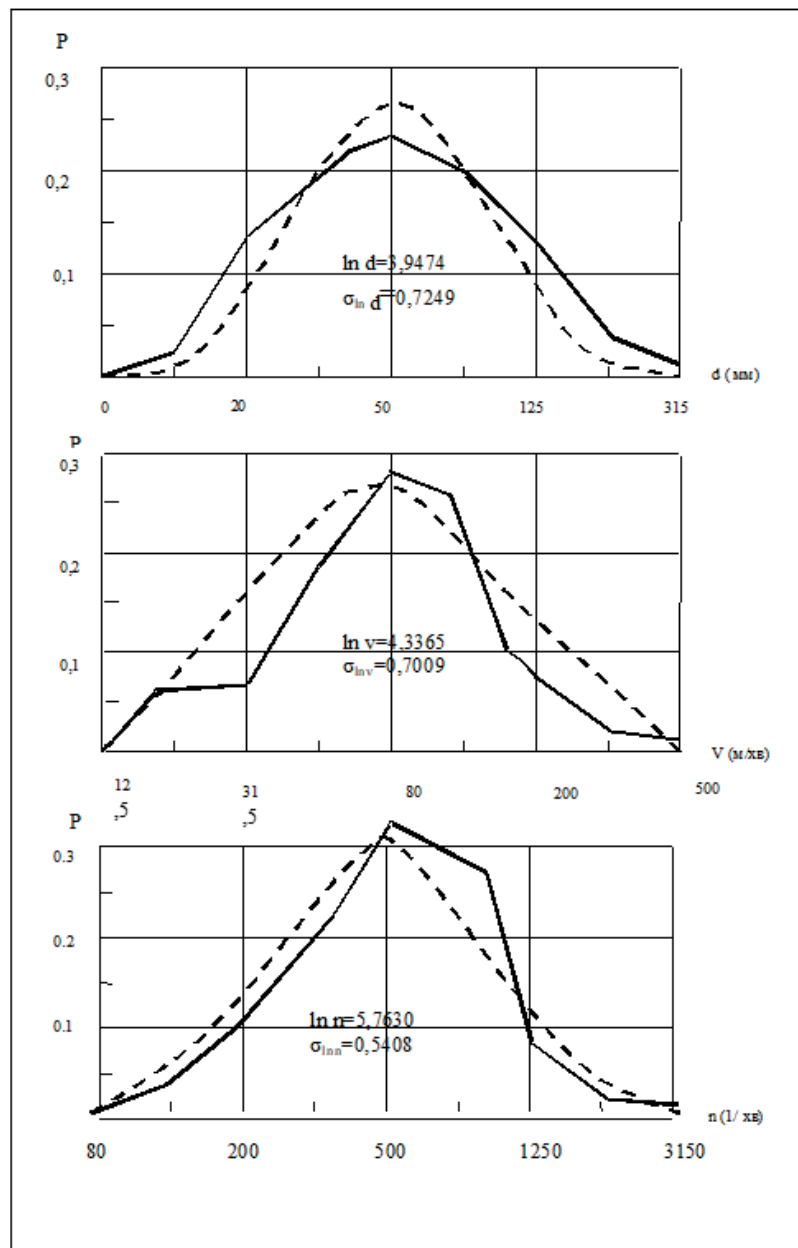


Рис. 1. Емпіричний розподіл параметрів при дослідженнях верстату

На рис. 1 показані результати аналізу чисельної статистичної вибірки діаметрів досліджених опор d , використовуваних колових швидкостей V та вибраних частот обертання шпинделя приводу n при дослідженні гідростатичних підшипників. На графіках емпіричних розподілів апроксимуючи

лог-нормальні криві та їх параметри. Гіпотези про лог-нормальний розподіл досліджуваних параметрів підтверджуються перевіркою їх адекватності за критерієм Пірсона χ^2 на довірчому рівні $\alpha(\chi^2) = 0,05$.

В результаті аналізу встановлено, що між характеристиками наявний кореляційний зв'язок. Глибина цього зв'язку оцінюється коефіцієнтом кореляції R , який може приймати значення в межах ± 1 . При $R = 1$ – зв'язок між досліджуваними величинами функціональний; значення R , близьке або рівне нулю, означає незалежність випадкових величин. В наведеному прикладі між логарифмами швидкості та діаметрів досліджених опор встановлено прямий кореляційний зв'язок $R = 0,7128$.

Використання для розв'язку задачі, що розглядається, лог-нормального розподілу має ряд переваг. По-перше, він обґрунтований способом формування випадкових величин при розрахунку режимів обробки за прийнятими в даний час нормативними документами. У них основу оптимальних режимів складає нормативний коефіцієнт, який залежить від виду обробки, матеріалів деталі та ріжучого інструменту. Вплив всіх інших факторів є мультиплікативним. Тому для режимів різання наявна тенденція зміни в геометричній прогресії. Це положення можна продемонструвати на прикладі відомої формули теорії різання:

$$P = C_p t^{x_p} S^{y_p} K_p,$$

де P – сила різання; C_p – коефіцієнт, що враховує адитивне діючі фактори; t і S – відповідно, глибина різання та подача; K_p – коефіцієнт, що враховує мультиплікативні діючі фактори, $K_p = \sum K_j$. Якщо прологарифмувати вказаний вираз, то отримаємо те, що випадкова величина $\ln(P)$ буде визначатися сумою багатьох незалежних або слабо залежних випадкових величин. Тому, на основі граничної теореми Ляпунова можна зробити припущення, що випадкова величина $\ln(P)$ буде мати нормальний розподіл, навіть якщо закон розподілу складових частин невідомий. Ця властивість особливо важлива, оскільки дозволяє значно скоротити об'єм вихідної інформації, необхідної для моделювання експлуатаційних характеристик. Другою перевагою лог-нормального розподілу є простота процедури його прогнозу. Цей розподіл двохпараметричний і визначається математичною ймовірністю та дисперсією, які можуть бути знайдені із відомої системи рівнянь, одним з яких є:

$$\sigma_{\ln(a)} = \frac{\ln(a_{\max}) - \ln(a)}{3}, \quad (2)$$

де a – середнє арифметичне значення випадкової величини $a \in (d, v, P)$; $\ln(a)$ – середній логарифм випадкової величини; $\ln(a_{\max})$ – логарифм максимального значення випадкової величини; $\sigma_{\ln(a)}$ – середнє квадратичне відхилення логарифмів випадкової величини.

Розв'язком цієї системи є:

$$\sigma_{\ln(a)} = 3 - \sqrt{9 - 2(\ln(a_{\max}) - \ln(a))}; \quad (3)$$

Із отриманих залежностей випливає, що для прогнозу будь-якого лог-нормального розподілу необхідно передбачити середнє і максимальне значення випадкової величини. Використання для прогнозу тільки названих параметрів розподілу дозволяє підвищити точність обчислень, оскільки надійність визначення емпіричного моменту тим менша, чим вищий його порядок (наприклад, порядок другого моменту розподілу – дисперсії, вищий, ніж першого моменту – вибіркового середнього).

Третьою перевагою даного розподілу являється його стійкість. Це властивість, при якій в результаті композиції двох нормально розподілених випадкових величин (наприклад, $\ln V$ і $\ln d$) отримуємо результуючий нормальний розподіл їх похідної $\ln n$. Наприклад, параметри такого сумарного розподілу можна отримати з формули:

$$N =, x\sigma^{-1}.$$

На основі теорем про математичні ймовірності та дисперсії [3, 4] можна записати:

$$E \ln n = \ln(v) - \ln(d) + C \ln n; \\ \sigma_n = \sqrt{\sigma_{\ln(v)}^2 + \sigma_{\ln(d)}^2 - 2R_n \sigma_{\ln(v)} \sigma_{\ln(d)}}, \quad (4)$$

де $E_{\ln(n)}$ – математична ймовірність випадкової величини $\ln(n)$; $\sigma_{\ln(n)}$ – середнє квадратичне відхилення $\ln(n)$; – константа, рівна $\ln(1000/\pi)$; $R_{\ln(n)}$ – коефіцієнт кореляції між логарифмами швидкості і діаметра.

Точність розглянутого методу визначення параметрів розподілу експлуатаційних характеристик верстату можна оцінити за допомогою підстановки в формули (4) даних проведених досліджень (рис. 1):

$$\ln(n) = 4,3365 - 3,9474 + 5,7630 = 6,1521;$$

$$\sigma_{\ln(n)} = (0,7249^2 + 0,7009^2 - 2 \cdot 0,7128 \cdot 0,7249 \cdot 0,7009)^{1/2} = 0,5408.$$

Отримані розрахункові дані практично співпадають з даними статистичної вибірки. Незначні відхилення пояснюються обмеженістю об'єму вибірки і використанням методу групування при визначенні параметрів емпіричних розподілів. Звідси можна зробити висновок: точність прогнозування залежить в основному від якості прогнозу параметрів a , a_{\max} та R , які, в свою чергу, залежать від об'єму вхідної статистичної інформації та глибини прогнозу.

Проводячи аналогічний підхід, можна з відомих формул: $M = Pd/2000$ та $N = nM/9554$ отримати залежності для розрахунку параметрів розподілу крутних моментів M та ефективної потужності на шпинделі:

$$\begin{aligned} \hat{E}_M &= \ln(P) - \ln(d) + \hat{C}_M; \\ \hat{E}_N &= \ln(\hat{n}) - \hat{E}_M + \hat{C}_N; \\ \hat{\sigma}_M &= \sqrt{\sigma_{\ln(P)}^2 + \sigma_{\ln(d)}^2 - 2\hat{R}_M \sigma_{\ln(P)} \sigma_{\ln(d)}}; \\ \hat{\sigma}_N &= \sqrt{\sigma_{\hat{n}}^2 + \sigma_{\hat{M}}^2 - 2\hat{R}_N \sigma_{\hat{n}} \sigma_{\hat{M}}}. \end{aligned} \tag{5}$$

Сучасні МРВ загального призначення і особливо багатоопераційні верстати відрізняються універсальним характером виконуваних робіт. При цьому, як було раніше встановлено, технічні характеристики цих верстатів залежать від великої кількості випадкових адитивних та мультиплікативних діючих факторів. В цьому випадку узагальнену математичну модель доцільно будувати на базі методу суперпозицій:

$$f(x) = \sum_{i=1}^m P_i f_i(x), \tag{6}$$

де m – кількість сполучень умов обробки; P_i – ймовірність i -ї умови обробки; $f_i(x)$ – диференціальна функція елементарних (часткових) розподілів, $x = \ln(n, M, N)$.

З (6) випливає, що результуючий розподіл отримується шляхом додавання елементарних розподілів $f_i(x)$ з врахуванням їх вагових коефіцієнтів. На рис. 2 графічно показано принцип формування такої сумарної функції розподілу.

При значній розбіжності математичних ймовірностей випадкових величин та малих значеннях їх дисперсій можна отримати полімодальний результуючий розподіл. Елементарні функції моделюються розглянутим вище методом.

Ймовірність поєднання умов обробки можна отримати з теореми множення ймовірностей [4]:

$$P_l = P_i P_j P_{k/ij}, \tag{7}$$

де P_i – ймовірність i -го виду обробки; P_j – ймовірність обробки деталі з j -го матеріалу; $P_{k/ij}$ – умовна ймовірність застосування k -го матеріалу ріжучого інструменту при заданому матеріалі і виду обробки.

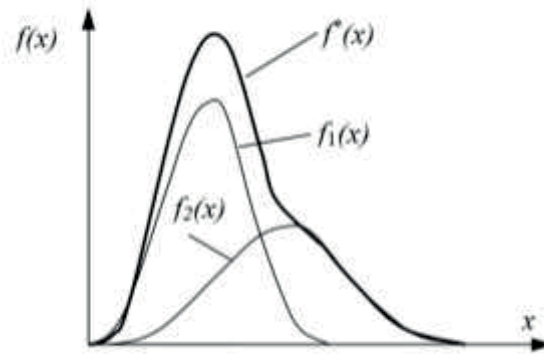


Рис. 2. Схема формування диференціальної функції розподілу $f^*(x)$ випадкової величини x

Сумарна ймовірність всіх умов обробки повинна обов'язково дорівнювати одиниці.

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1. \quad (8)$$

Наведена вище математична модель розподілів експлуатаційних характеристик верстата має універсальний характер і може використовуватись для розв'язку задач, пов'язаних з проектуванням нового обладнання[5].

Моделювання починається з підготовки вхідних даних. Це один з найбільш відповідальних етапів, який значною мірою визначає кінцевий результат прогнозування. Характер виконуваних робіт, на які розраховується верстат, номенклатура оброблюваних деталей та ріжучих інструментів повинні бути визначені технічним завданням. Інші параметри прогнозуються. Для цих цілей використовуються матеріали статистичних досліджень діючого обладнання. При підготовці даних необхідно враховувати можливі зміни номенклатури деталей та можливий ріст швидкостей та сил різання в результаті покращення ріжучих якостей, та конструкцій ріжучого інструменту. При відсутності необхідної статистичної інформації слід застосовувати метод експертних оцінок. З силових характеристик процесу різання P або M вибирається та, що відповідає заданому методу обробки.

Роботами з $P_i < 0,01$ можна нехтувати без суттєвого зниження точності прогнозування. На початковому етапі розрахунку за формулами (5) - (7) розраховуються параметри елементарних розподілень та виконується корекція ймовірностей з метою забезпечення умови (8). Розрахунок нових ймовірностей виконується за формулою:

$$p_i = \frac{\tilde{p}_i}{\sum \tilde{p}_i}. \quad (9)$$

Після завершення підготовчої роботи вибирають експлуатаційну характеристику $V=V(n,M,N)$, яка підлягає дослідженню, і приступають до моделювання. Враховуючи, що функція $f(x)$ буде зм'ягчатися в межах від $-\infty$ до $+\infty$, а також з метою скорочення часу на моделювання, діапазон варіювання змінної обмежують значеннями X_0 та X_m . Цю операцію виконують в два етапи.

$$X_{0l} = X_l - 3\sigma_{xl} \quad X_{ml} = X_l + 3\sigma_{xl} \quad (10)$$

Спочатку за залежностями визначають граничні значення елементарних функцій. Потім проводять їх ортування та вибір з X_{0l} - мінімального, а з X_{ml} - максимального значення.

Обчислення елементарних і результуючих функцій розподілу випадкової змінної проводиться за формулами (1) - (6).

При виборі оптимальних значень технічних характеристик необхідно враховувати дві суперечливі умови. З однієї сторони, розширення меж використовуваних технічних характеристик призводить до збільшення продуктивності верстату, а з другого боку це викликає ріст капітальних витрат. На початковому етапі в якості цільової функції рекомендується використовувати другу похідну $f''(x)$, яка відображає характер зміни основної функції:

$$f''_i(x) = \frac{1 - t_{xl}^2}{\sigma_{xl}^3} e^{-\frac{t_{xl}^2}{2}} \quad (11)$$

$$f''(x) = \sum_{l=1}^m p_l f''_l(x) \tag{12}$$

де $t_{xl} = \frac{x - e_{xl}}{\sigma_{xl}}$ – нормоване відхилення. Значення $f(x)$ та $f''(x)$ обчислюються паралельно.

Дослідження показали, що крайні значення $x=\ln(v)$, при яких $f''(x) \rightarrow \max$ та $f''(x) = 0$, є межами, що визначають значення оптимальних технічних характеристик. Маючи цю інформацію, проводять попередній вибір крайніх значень $Vmin$ та $Vmax$. Заключною операцією моделювання та визначення ймовірності проведення робіт при зміні експлуатаційних характеристик в межах від $x_{min}=\ln(Vmin)$ до $x_{max}=\ln(Vmax)$:

$$q_l = \left(\int_{x_{min}}^{x_{max}} f_l(x) dx \right) 100\% ; \tag{13}$$

$$q = \sum_{l=1}^m p_l q_l \tag{14}$$

Після аналізу однієї з експлуатаційних характеристик можна повторити процес моделювання, при незмінних вхідних даних, для інших характеристик верстату.

Для статистичного моделювання основних параметрів верстату була розроблена програма StatModE. Робоче вікно програми зображено на рис. 3.

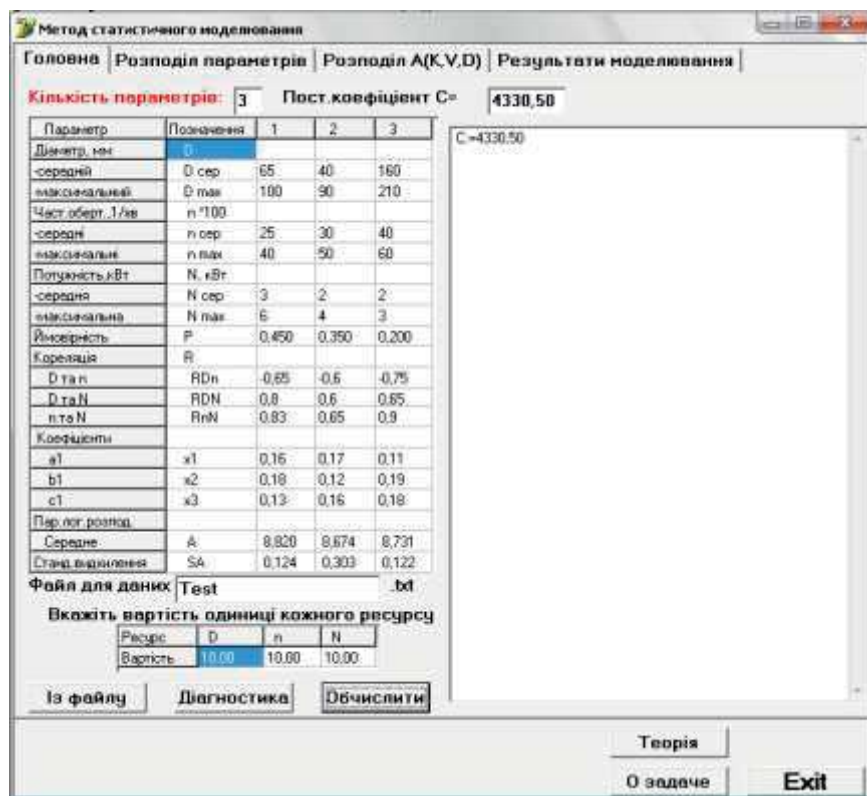


Рис. 3. Головне робоче вікно програми StatModE

Моделювання швидкісних характеристик верстату. Відповідно технічного завдання необхідно встановити раціональні граничні частоти обертання шпинделя приводу верстату з максимальним діаметром досліджуваної опори $d_{max}=210$ мм. Верстат планується використовувати тільки для трьох типів робіт ($\omega=3$): чорнова обробка ($l=1$), напівчистова обробка ($l=2$) та чистова ($l=3$). Вихідні дані для моделювання (рис. 3) отримані методом експертних оцінок [4].

Обчислена диференціальна функція розподілу ймовірності використання різних частот обертання шпинделя приводу наведена на рис. 4. Крива має неявно виражений двохмодальний характер. Діапазон регулювання частот обертання складає 12,5 з межами від 152 хв^{-1} до 6000 хв^{-1} .

Аналіз графіка функції $f(n)$ (рис.4) показує можливість скорочення цього діапазону без суттєвого скорочення продуктивності. З графіку $f''(n \sim)$ слідує, що мінімальну частоту обертання доцільно брати від 1800 хв^{-1} , а максимальну в до 3600 хв^{-1} .

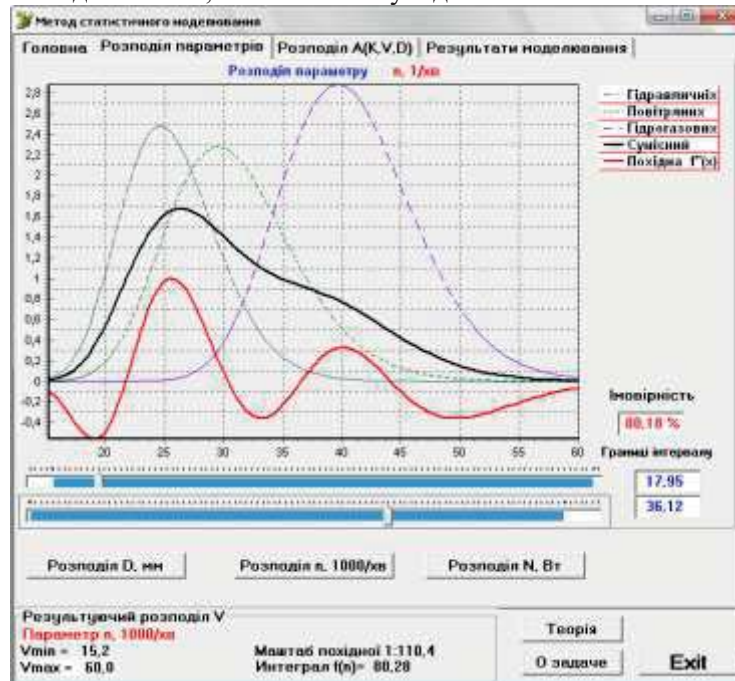


Рис. 4. Диференційна функція розподілу ймовірності використання різних частот обертання шпинделя приводу

Прийнявши, з врахуванням ГОСТ Н11-1, граничні значення частоти обертання шпинделя приводу головного руху верстату $n_{min}=1800 \text{ хв}^{-1}$ та $n_{max}=3550 \text{ хв}^{-1}$, можна зменшити діапазон регулювання частоти обертання в 2,5 рази. При цьому буде виконано 98,6 % робіт з максимальною продуктивністю та будуть значно покращені техніко-економічні показники верстату.

Результуючий розподіл продуктивності наведений на рис. 5. Результати моделювання на рис. 6.

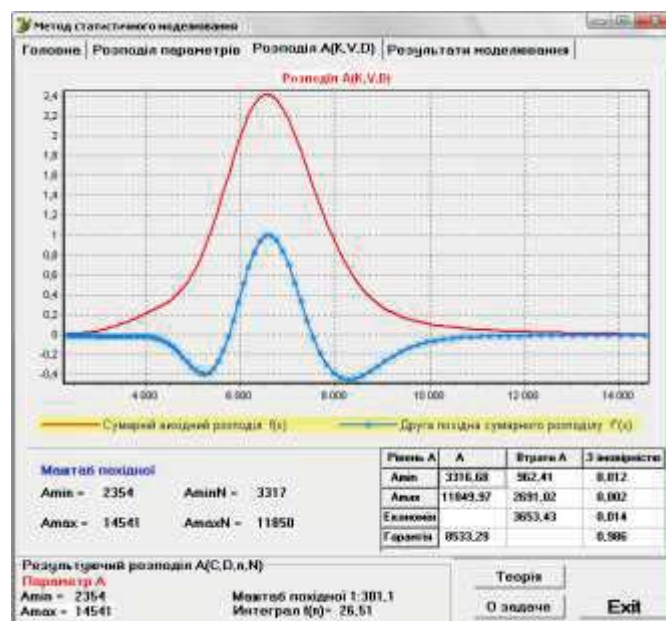


Рис. 5 Диференційна функція розподілу показника продуктивності обробки на верстаті

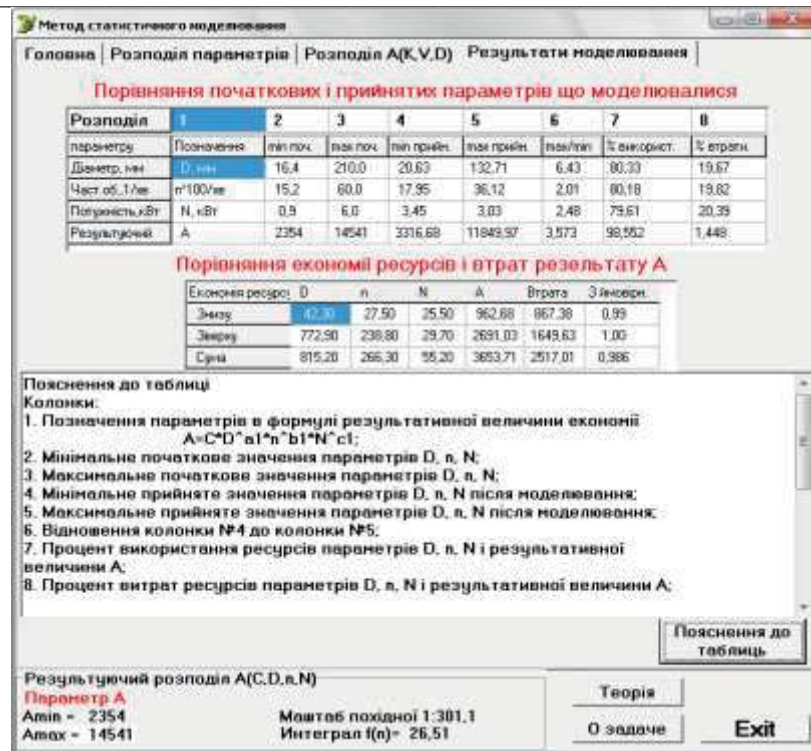


Рис. 6 Результати моделювання показника продуктивності обробки на верстаті

Використовуючи наведену методику, можна дослідити динаміку зміни технічних характеристик металорізальних верстатів при покращенні ріжучих властивостей інструментів та зміни номенклатури оброблюваних деталей, оцінити вплив ступеня універсальності обладнання на його характеристики.

Висновки. В статті розроблено методику та програмно реалізовано прогнозування головних технічних характеристик металорізальних верстатів методом статистичного моделювання, яка дозволяє оптимізувати параметри верстату за критерієм його продуктивності. Дані, які отримані в результаті моделювання та прогнозування, свідчать про високеспівпадіння результатів прогнозу.

Список використаних джерел:

1. Томашевський В.М. Моделювання систем. – К. : Видавнича група BHV, 2005. – 352с.
2. Струтинський В.Б. Математичне моделювання стохастичних процесів у системах приводів: Монографія. / В.Б. Струтинський, О.В. Колот – Краматорськ: ЗАТ “Тираж-51”, 2005.– 530 с.
3. Автоматизация производственных процессов в машиностроении / Н.М. Капустин, П.М. Кузнецов, А.Г. Схиртладзе и др.; Под ред. Н.М. Капустина. – М.: Высшая школа, 2004. – 415 с.
4. Скасків О.Б. Теорія ймовірностей. – Київ: «І. Е. Чижиков», 2012. – 142 с.
5. Taras Chetverzhuk, Oleg Zabolotnyi, Viktor Sychuk, Roman Polinkevych and Anatolii Tkachuk. A Method of Body Parts Force Displacements Calculation of Metal-Cutting Machine Tools Using CAD and CAE Technologies. Annals of Emerging Technologies in Computing (AETiC), Print ISSN: 2516-0281, Online ISSN: 2516-029X, pp. 37-47, Vol. 3, No. 4, 1st October 2019, Published by International Association of Educators and Researchers (IAER), DOI: 10.33166/AETiC.2019.04.004, Available: <http://aetic.theiaer.org/archive/v3/v3n4/p4.html>.