

Т.Н. Гальчук, Т.Є. Божко

Луцький національний технічний університет

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ ХАРАКТЕРИСТИК ЗНОШУВАННЯ І ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТІВ ТРИБОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

Досліджено можливість побудови математичної моделі до розв'язання задач взаємозв'язків характеристик зношування і властивостей елементів трибосистеми. Репрезентовано реалізацію моделі математичного планування активного експерименту для розв'язання трибологічних задач з використанням експериментальних даних отриманих в лабораторних умовах. Представлену методику застосовано для дослідження процесу зношування виробів із композиту на основі порошку сталі ШХ15, отриманого з відходів підшипникового виробництва.

Ключові слова: математична модель, триботехнічні властивості, факторний експеримент, композит, металічний порошок.

Т.Н. Гальчук, Т.Є. Божко

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗНОСА И СВОЙСТВ ЭЛЕМЕНТОВ ТРИБОМЕХАНИЧНОЙ СИСТЕМЫ

Исследована возможность построения математической модели к решению задач взаимосвязей характеристик износа и свойств элементов трибосистемы. Представлена реализация модели математического планирования активного эксперимента для решения трибологических задач с использованием экспериментальных данных полученных в лабораторных условиях. Представленную методику использовано в исследовании процесса изнашивания изделий для композита на основе порошка стали ШХ15, полученного из отходов подшипникового производства.

Ключевые слова: математическая модель, триботехнические свойства, факторный эксперимент, композит, металлический порошок.

T. Galchuk, T. Bozhko

CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL MODEL OF RELATIONSHIPS OF WEARING CHARACTERISTICS AND PROPERTIES OF ELEMENTS OF TRIBOMECHANICAL SYSTEM

The possibility of building a mathematical model for solving the problems of relationships of wear characteristics and properties of the elements of the tribosystem is investigated. The implementation of the model of mathematical planning of an active experiment for solving tribological problems on the basis of experimental data obtained in the laboratory is represented. The presented technique is used to study the wear process of products for composites based on steel powder SHX15 obtained from waste from bearing production. The obtained results convincingly show that the mathematical model of the relationship between wear characteristics and individual properties of the tribomechanical system has significant practical significance, in particular, allows to establish the optimal composition of the composite and its effect on the coefficient of friction and wear. The research carried out in this work allows to further substantiate the choice of plans for such experiments because their statistical processing determines with a sufficient degree of reliability the studied characteristics by testing a finite number of samples.

Keywords: mathematical model, tribotechnical properties, factorial experiment, composite, metal powder/

Постановка проблеми. Під час вибору матеріалу для деталей трибоспряження машин необхідна інформація стосовно характеристики зношування конструкційних матеріалів. Зокрема про такі, як інтенсивність зношування і коефіцієнт тертя, що в значній мірі є системозалежними [1]. Тому в інженерній практиці використовуються бази даних, що отримані в результаті експериментальних досліджень триботехнічних властивостей матеріалів в лабораторних умовах.

Необхідність експериментального дослідження триботехнічних властивостей матеріалів в інженерній практиці викликається також тим, що вони не залишаються постійними, а змінюються в функції від зміни параметрів структури трибомеханічної системи. У цьому випадку метою дослідження є встановлення виду функціональної залежності $y = (fx)$. Тут y - шукана характеристика зношування, x - змінний параметр структури трибомеханічної системи. При цьому повинні одночасно визначатися як значення x , так і відповідні їм значення y , а завданням експерименту є встановлення статистичної

математичної моделі досліджуваної залежності. Побудова математичної моделі включає в себе встановлення виду моделі і визначення значень її параметрів. Шукана функція може бути як функцією однієї незалежної змінної, так і функцією багатьох змінних.

Головна вимога до математичної моделі - це зручність її подальшого використання. Основне, що забезпечує зручність математичного виразу - його компактність, що досягається вдалим вибором елементарних функцій, які забезпечують хороше наближення при малому їх числі. Ще одна дуже вагомa вимога - це змістовність запропонованого аналітичного опису. Як правило, це досягається шляхом надання певного змісту константам або функціям, що входять в знайдену математичну модель [2].

Найбільш часто на практиці вирішується завдання - встановлення виду функції багатьох незалежних змінних $y = (F x_1, x_2, \dots, x_k)$, тобто знаходження математичної моделі досліджуваного явища, яка описує характер взаємозв'язків між включеними в неї змінними y, x_1, x_2, \dots, x_k . Так, інтенсивність протікання процесів поверхневого руйнування в ході зношування визначається сукупністю багатьох факторів - механічних властивостей зразка і контртіла, виду і умов трибонавантаження, технологічних режимів отримання виробів, властивостями та складом матеріалу зразка [3]. Під час аналізу результатів експериментів, часто має місце ситуація, коли кількісне зміна досліджуваного параметра залежить не від одного, а від декількох факторів. У цьому випадку завдання множинного статистичного аналізу полягає у вивченні тісноти зв'язку між функцією відгуку і декількома факторами, а також в побудові рівняння, апроксимуючого невідомої залежності змінних. Під час проведення регресійного аналізу ставиться завдання визначення коефіцієнтів рівняння регресії, формою якого задаються.

Математичні моделі багатофакторних залежностей різноманітніші ніж однофакторних моделей. Тому і підбір найбільш зручною апроксимуючої функції для багатофакторної залежності є значно складнішим. Для досягнення більш кращої відповідності моделі описуваного явища зазвичай доводиться ускладнювати модель. Це призводить до протиріччя між компактністю моделі і точністю опису експериментальних даних. Раціональне рішення полягає в тому, щоб припинити ускладнення моделі, коли вона ще відносно проста та прийняти залишкову похибку адекватності. Особливе значення при цьому має достовірність і достатній обсяг вихідних експериментальних даних, що дозволяє надійно встановити ступінь випадковості цих даних.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Одним з методів, що значно полегшують інтерпретацію складних моделей, є їх геометричне уявлення. На жаль, графічно неможливо зобразити більш ніж тривимірний простір, тому доводиться обмежуватися графічним зображенням лише одно-, дво- і тривимірних просторів.

З досвіду різних наук відомо формулу, що описує найрізноманітніші явища [2]:

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \dots x_k^{a_k}, \quad (1)$$

де a_1, \dots, a_k можуть бути цілими, дробовими, додатними, від'ємними.

Модель виду (1) називається в теорії експерименту мультиплікативною моделлю. За її використання були вирішені дуже багато завдань в різних областях науки.

В результаті проведення перетворень моделі (1) вона набуде вигляду

$$Y = A_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + \dots + a_k \cdot X_k \quad (2)$$

Така модель являє собою гіперплощину і є адитивною моделлю. Стандартні програми для обробки методом найменших квадратів експериментальних даних на ЕОМ складені саме стосовно до рівняння (2). Основним недоліком адитивної моделі є те, що для кожної сусідньої межі всі коефіцієнти повинні визначатися заново, оскільки під час переходу від межі до межі вони отримують нові значення.

Мультиплікативні і адитивна моделі набули найбільшого поширення для опису багатофакторних залежностей, що пояснюється перш за все їх граничною простотою: для k факторів визначається всього $k + 1$ коефіцієнт.

Для вибору виду багатофакторної математичної моделі на практиці використовуються лише два методи: метод послідовної графоаналітичної апроксимації часткових (базисних) функцій відгуку від окремих груп факторів з подальшою композицією їх в загальну багатофакторну модель і протилежний йому метод евристичного призначення будь-якої формальної моделі [4]. Вибір одного з цих методів перш за все обумовлений наявністю апріорних відомостей про можливий вигляд шуканої математичної моделі досліджуваного явища, а також ступенем розсіювання вихідних експериментальних даних.

Мета роботи освоєння методики побудови багатофакторної статистичної моделі залежності триботехнічних властивостей від оптимального складу композиційного матеріалу.

Виклад основного матеріалу. В цілях виявлення оптимального складу композитів на основі порошку сталі ШХ15 та його впливу на триботехнічні характеристики, а також з метою зменшення кількості експериментів проведено математичне планування активного експерименту. Для постановки експериментів реалізували напіврепліку повного факторного експерименту $2n-1$, де $n=4$. Рівні факторів та інтервали варіювання встановлювали експериментальним шляхом.

Представлену методику застосовано для дослідження процесу зношування виробів із композиту на основі порошку сталі ШХ15 [5], отриманого з відходів підшипникового виробництва та порошоків міді ПМС-1 (ГОСТ 4960-75) та графіту ГС4 (ГОСТ/ТУ – 8295). Суміші порошоків перемішували у вібротліні протягом 1,5...2 годин і пресували на гідравлічному пресі при тиску 600 МПа. Спінання виробів із композиту проводили при температурі 1200 °С у середовищі водню в лабораторній електропечі опору неперервної дії. Час спінання складав 2 години з моменту встановлення заданої температури. Для вивчення триботехнічних характеристик матеріалів було вибрано лабораторну дослідницьку машину моделі СМЦ-2. Дослідження проводили в режимах граничного тертя і без змащення за схемою контакту вал-вкладиш. Зразки виготовляли у вигляді паралелепіпеда розміром 10×10×16 мм. Контртіло – із сталі 45 ГОСТ1050-88 з твердістю 42-45 HRC після термообробки.

Оскільки коефіцієнт тертя та зношування виробів залежить від контактного тиску в зоні тертя [6] тому в якості параметрів оптимізації Y_1 вибрали коефіцієнт тертя та Y_2 – зношування, мкм/км. Виходили із припущення, що на параметр оптимізації суттєвий вплив мають такі фактори: X_1 – кількість порошку сталі ШХ15 в шихті, %; X_2 – кількість міді (Cu) в шихті, %; X_3 – кількість графіту (C) в шихті, %; X_4 – величина контактної тиску, МПа. Вибрані інтервали варіювання і рівні факторів наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Рівні та інтервали варіювання факторів

Найменування	Фактори			
	X_1	X_2	X_3	X_4
Основний рівень	94	4	2	3
Верхній рівень	100	8	4	5
Нижній рівень	88	0	0	1
Інтервал варіації	6	4	2	2

В якості математичної моделі процесу взято поліном виду:

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^3 B_i \cdot X_i + \sum_{i=1, j=1}^3 B_{ij} \cdot X_i \cdot X_j.$$

Оцінку коефіцієнтів моделі знаходили за експериментальними даними. Для отримання узагальнених даних за результатами досліджень для кожного із показників здійснювали не менше 5-ти паралельних випробувань. Матриця дробового факторного планування і результати дослідів наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Матриця планування

№ дослідів	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_{12}	X_{13}	X_{23}	Y_1	Y_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,2	2000
2	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	0,22	900
3	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	0,4	500
4	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	0,3	1300
5	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	0,36	1800
6	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	0,26	250
7	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	0,28	2400
8	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	0,32	1000

Для прийнятого визначаючого контрасту спільні оцінки визначали так:

$$X_1=X_2 X_3 X_4; X_2=X_1 X_3 X_4; X_3=X_1 X_2 X_4; X_4=X_1 X_2 X_3; X_1 X_2=X_3 X_4; X_1 X_3=X_2 X_4;$$

$$X_2 X_3 = X_1 X_4.$$

Коефіцієнти регресії, що за абсолютною величиною менші за довірчий інтервал, виключили із рівняння як статистично не значимі.

Математична модель у кодованій системі координат для параметра оптимізації Y_1 має вигляд:

$$Y_1 = 0,2925 + 0,0175X_1 - 0,0325X_2 - 0,0125X_3 - 0,0325X_4 - 0,0375X_{23}.$$

Математична модель у кодованій системі координат для параметра оптимізації Y_2 має вигляд:

$$Y_2 = 1268,75 + 406,25X_1 + 218,75X_4 - 256,25X_{12} - 331,25X_{13} + 306,25X_{23}.$$

Рівняння регресії з високим ступенем адекватності описують залежність параметрів оптимізації від значень факторів, що варіюються. Отримані результати експериментів піддавали комп'ютерній обробці (програмний продукт MathCad 18) [7].

На основі отриманих рівнянь побудовано поверхні відгуку та карти контурів рівня залежності коефіцієнта тертя та зношування (рис. 1–2) від вмісту міді та порошку ШХ15 для сталого значення тиску (3 МПа) в зоні тертя та вмісту вуглецю (2 %) за якими визначено оптимальний склад композиційного порошкового матеріалу із порошку сталі ШХ15 з добавками міді та графіту в межах, заданих інтервалами варіації.

Склад такого композиційного матеріалу: основа – порошок сталі ШХ15, отриманий із шліфшламів, вміст графіту 1...3 % та міді 3...8 %. На основі математичного моделювання спрогнозовано, що введення у композит графіту до 2% зменшує коефіцієнт тертя та зношування у 2 рази. Також зниження коефіцієнта тертя та зношування у 1,5 рази із збільшенням відсоткового вмісту міді при однаковому вмісті графіту в композиті.

$$Y_2(x_1, x_2) := Y(x_1, x_2, 2, 3)$$

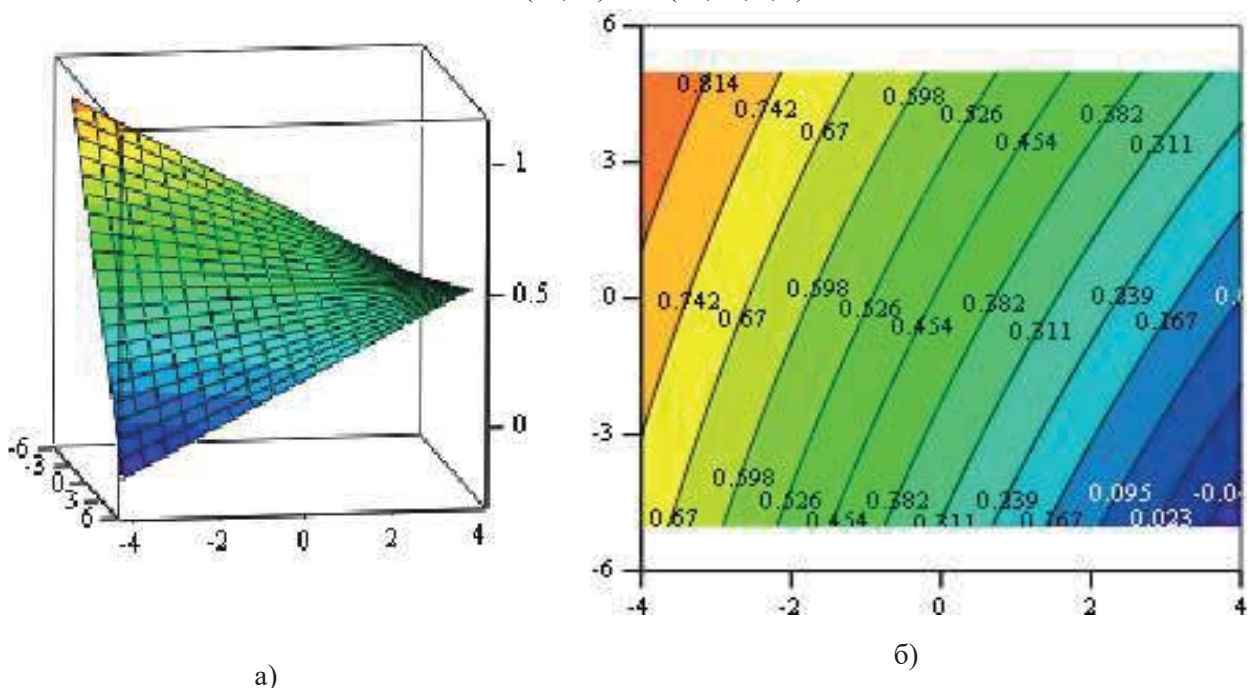


Рис. 1. Поверхня відгуку (а) і карта контурів рівня (б) залежності коефіцієнта тертя від вмісту міді та порошку ШХ15 (вміст С– 2%, тиск 3 МПа)

Висновки. Отримані результати досліджень вказують на адекватність опису залежності інтенсивності зношування і коефіцієнта тертя від складу порошкового композиту із застосуванням запропонованої математичної моделі опису трибологічного процесу. Запропоновані рекомендації з визначення факторів, способів їх завдання і вибору плану експерименту. Проведено аналіз результатів реалізованого експерименту з урахуванням зазначених міркувань та рекомендацій. Одержані результати переконливо свідчать, що математична модель взаємозв'язків характеристик зношування і окремих властивостей трибомеханічної системи має значне практичне значення, зокрема дає можливість встановити оптимальний склад композиту та його вплив на коефіцієнт тертя та зношування.

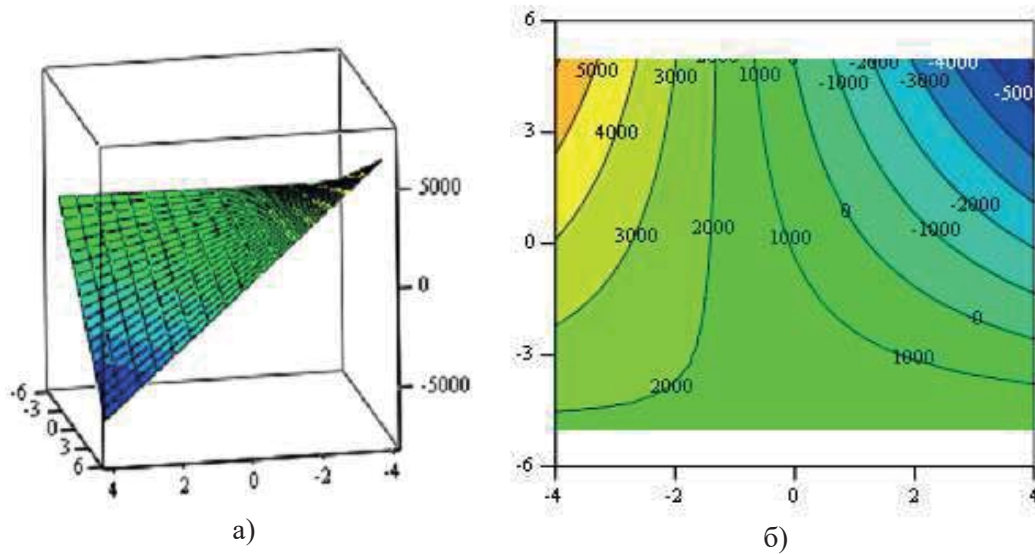


Рис. 2. Поверхня відгуку (а) та карта контурів рівня (б) залежності зношування від вмісту міді та порошку ШХ15 (вміст С– 2%, тиск 3 МПа)

Проведене в роботі дослідження дозволяє в подальшому обґрунтувати вибір планів подібних експериментів оскільки їх статистична обробка визначає з достатнім ступенем надійності досліджувані характеристики за допомогою випробувань кінцевого числа зразків. При цьому триботехнічні характеристики композиційного матеріалу не є чітко детерміновані через розбіжність властивостей і складу сировини, варіації параметрів технологічного процесу, а також через похибки методів випробувань.

Список використаних джерел

1. Федорченко И.М. Композиционные спеченные антифрикционные материалы / И.М. Федорченко, Л.И. Пугина. – К.: Наукова думка, 1980. – 404 с.
2. Павленко П. М., Філоненко С. Ф., Чередніков О. М., Трейтjak В. В. Математичне моделювання систем і процесів: навч. посіб. / П. М. Павленко, С. Ф. Філоненко, О. М. Чередніков, В. В. Трейтjak – К. : НАУ, 2017. – 392 с.
3. Гальчук Т.Н. Триботехнічні характеристики композитів на основі порошку сталі ШХ15, отриманих із відходів машинобудування/ Т.Н. Гальчук // Міжнародний науковий журнал «Проблеми трибології». – 2012. – № 3. – С. 81–86.
4. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
5. Рудь В.Д. Использование отходов подшипникового производства в порошковой металлургии / В.Д. Рудь, Т.Н. Гальчук, О.Ю. Повстяной // Порошковая металлургия. – 2005. – № 1/2. – С. 106–112.
6. Гальчук Т.Н., Рудь В.Д. Використання відходів машинобудівного виробництва для виготовлення деталей триботехнічного призначення: Монографія. – Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2013. – 214 с.
7. Завіша В.В., Гальчук Т.Н. Застосування засобів ЕОМ при обробці даних активного експерименту / В. В. Завіша, Т.Н. Гальчук // Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво». – 2012. – № 1. – С. 52–57.

Рецензент

Повстяной О. Ю., доцент кафедри прикладної механіки та мехатроніки Луцького національного технічного університету, к.т.н., доц.