

УДК:548.0;535.544

**Д.М. Винник, Д.О. Підгорний, І.В. Їдак, Б.Я. Венгрин, А.С. Андрущак**  
*Національний університет «Львівська політехніка»*  
**ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРА АКУСТООПТИЧНОЇ ЯКОСТІ МАТЕРІАЛІВ**  
**МЕТОДОМ ДІКСОНА-КОУЕНА**

*У статті уточнюється метод Діксона-Коуена щодо експериментального визначення параметра акустооптичної якості  $M_2$ . Зокрема, сформульовано умови, при яких використання методу метод Діксона-Коуена для визначення  $M_2$  можливе без значних похибок. Показано також, що при визначенні  $M_2$  впливом поглинання акустичної хвилі в досліджуваному матеріалі, який придатний для використання в акустооптичних пристроях, можна знехтувати.*

*Ключові слова:* параметр акустооптичної якості  $M_2$ , акустична хвиля, дифракційна ефективність, потужність акустичної хвилі

**Д.М. Вынник, Д.А.Подгорный, И.В. Идак, Б.Я.Венгрин, А.С. Андрущак**  
**ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРА АКУСТООПТИЧЕСКОГО КАЧЕСТВА МАТЕРИАЛОВ**  
**МЕТОДОМ ДИКСОНА-КОУЕНА**

*В статье уточняется метод Диксона-Коуэна для экспериментального определения параметра акустооптического качества  $M_2$ . В частности, сформулированы условия, при которых использование метода Диксона-Коуэна для определения  $M_2$  возможно без значительных погрешностей. Показано также, что при определении  $M_2$  влиянием поглощения акустической волны в исследованном материале, который пригоден для использования в акустооптических устройствах, можно пренебречь.*

*Ключевые слова:* параметр акустооптического качества  $M_2$ , акустическая волна, дифракционная эффективность, мощность акустической волны

**D.M. Vynnyk, D.O. Pidhornyi, I.V. Yidak, B.Ya. Venhryn, A.S. Andrushchak**  
*Lviv Polytechnic National University*  
**ON DETERMINATION OF THE ACOUSTO-OPTICAL QUALITY PARAMETER FOR**  
**MATERIALS BY DIXON-COWEN METHOD**

*The article specifies the Dixon-Cowen method for experimental determination of the acousto-optical quality parameter  $M_2$ . In particular, the conditions under which the use of the Dixon-Cowen method for determination  $M_2$  is possible without significant errors are formulated. It is also shown that in determining the effect of acoustic wave absorption in the test material, which is suitable for use in acousto-optical devices, can be neglected.*

*Keywords:* acousto-optical quality parameter  $M_2$ , acoustic wave, diffraction efficiency, acoustic wave power

### Вступ

Акустооптичні прилади широко використовуються в різних галузях науки і техніки для управління параметрами електромагнітного оптичного випромінювання [1-3]. Одним із основних параметрів таких пристроїв є ефективність акустооптичної взаємодії. Для дифракційної ефективності акустооптичної взаємодії у випадку взаємодії плоских акустичних і оптичних хвиль отримано наступне співвідношення [1-3] (випадок дифракції Брегга):

$$\eta = \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 P_a l}{2h}}, \quad (1)$$

тут  $\lambda$  – довжина хвилі падаючого оптичного випромінювання,  $l$  – довжина взаємодії акустичного та оптичного променів,  $h$  – розмір електромагнітного (оптичного) пучка.  $P_a$  – потужність акустичної хвилі, що розповсюджується в матеріалі світлозвукопроводу.  $M_2$  – параметр акустооптичної якості матеріалу світлозвукопроводу:

$$M_2 = \frac{p_{ef}^2 n^6}{\rho V^3},$$

де  $p_{ef}$  – ефективна пружнооптична постійна для даного матеріалу;  $n$ ,  $\rho$  і  $V$  – показник заломлення, густина і швидкість розповсюдження акустичної хвилі для даного матеріалу, відповідно.

Така важлива характеристика акустооптичних пристроїв як величина дифракційної ефективності, як видно із (1), залежить в першу чергу від  $M_2$ , а отже і середовища, в якому відбувається акустооптична взаємодія. Із (1) слідує, що чим більша величина  $M_2$ , тим менша величина споживаної акустичної потужності  $P_a$  потрібна для одержання певної величини дифракційної ефективності  $\eta$  при інших сталих параметрах. Тому розрахунок  $M_2$  і його експериментальне визначення є важливими для акустооптики задачами.

В роботах [4-5] проведений розрахунок величини  $M_2$  для різних геометрій акустооптичних взаємодій, але відсутнє обґрунтування такого способу розрахунку.

Найбільш розповсюдженим методом експериментального визначення  $M_2$  є метод порівняння акустооптичних властивостей еталонного і досліджуваного матеріалів – метод Діксона-Коуена [6-7]. Однак формула для розрахунку  $M_2$  досліджуваного матеріалу, виходячи із даних експерименту, приведена в роботах [6-7] без виведення, а проведений розрахунок в [8] не дає повного розуміння умов, при яких ця формула може бути застосовна.

Дана робота присвячена аналізу методу Діксона-Коуена для визначення  $M_2$  з метою формування повних умов, при яких цей метод може бути застосовним. В цій роботі також буде показано, що проведені в роботах [4-5] теоретичні розрахунки величини  $M_2$  для різних геометрій акустооптичних взаємодій потребують деякого уточнення із врахуванням приведених в цій роботі розрахунків.

### Розрахунок параметра акустооптичної якості $M_2$ матеріалів

Теоретичний розрахунок  $M_2$  зводиться до розрахунку  $p_{ef}$ . Поле напружень збуджених акустичною хвилею приводить до зміни діелектричної сталої середовища, а отже і зміни показника заломлення цього середовища (внаслідок фотопружного ефекту) [9]:

$$\Delta \left( \frac{1}{n^2} \right)_{ij} = p_{ijkl} \varepsilon_{kl}. \quad (2)$$

Тут  $n$  – показник заломлення середовища,  $p_{ijkl}$  – тензор фотопружності,  $\varepsilon_{kl}$  – тензор деформації середовища, спричиненої акустичною хвилею.

Якщо розглядати плоску акустичну хвилю, то для поля зміщень цієї хвилі можна записати [3]:

$$\vec{U} = U_0 \vec{a} e^{-i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad (3)$$

де  $U_0$  – амплітуда зміщення,  $\vec{a}$  – нормований вектор поляризації акустичної хвилі, а її хвильовий вектор  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\Lambda} \vec{m}$ , де  $\vec{m}$  – хвильова нормаль пружної хвилі,  $\omega$  та  $\Lambda$  – кругова частота та довжина акустичної хвилі,  $\vec{r}$  – радіус-вектор.

Згідно з [10, 11] для тензора деформації  $\varepsilon_{kl}$  маємо:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4)$$

Тоді, враховуючи симетричність тензора  $\varepsilon_{kl}$ , співвідношення (2) можна переписати в такому вигляді:

$$\Delta \left( \frac{1}{n^2} \right)_{ij} = p_{ijkl} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} . \quad (5)$$

В роботах [3, 4, 5] для розрахунку  $p_{ef}$  використовують вираз

$$p_{ef} = \vec{d}_i \vec{d}_j p \vec{m} \vec{a} , \quad (6)$$

де  $\vec{d}_i$  і  $\vec{d}_j$  – вектори поляризації падаючої і дифрагрованої оптичних хвиль.

Вираз для розрахунку  $p_{ef}$  (6) не є задовільним, оскільки для його отримання використано співвідношення для тензора деформації  $\varepsilon$  із [3] (у символічних позначеннях):

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \vec{u} \nabla) , \quad (7)$$

Звідки, для нормованого тензора деформацій плоскої пружної хвилі маємо [3]:

$$\varepsilon' = \frac{1}{2} (\vec{m} \vec{a}_\alpha + \vec{a}_\alpha \vec{m}) , \quad (8)$$

Використовуючи (8), можна отримати співвідношення (6). В той же час співвідношення для тензора деформації (4) дещо відрізняється від виразу для цього ж тензора (7), приведеного в [3].

### Експериментальні вимірювання $M_2$ за методом Діксона-Коуена

В методі Діксона-Коуена [6, 7] до еталонного зразка з п'єзоперетворювачем приклеюється досліджуваний зразок. Досліджуваний зразок приклеюється до торця еталонного зразка, протилежного до того на якому приклеєний п'єзоперетворювач. В якості еталонного зразка, як правило, використовується плавлений кварц. При визначенні коефіцієнта акустооптичної якості  $M_2$  досліджуваного матеріалу реєструється інтенсивність дифрагovanого світла в еталонному і досліджуваному зразках, при проходженні через них акустичного імпульсу в прямому ( $I_{Q1}, I_{S3}$ ) і в зворотному, після відбивання від вільної грані досліджуваного матеріалу ( $I_{S4}, I_{Q5}$ ) напрямках.

Тут  $I_{Q1}, I_{Q5}$  та  $I_{S3}, I_{S4}$  – інтенсивності дифрагovanого світла при його проходженні через еталонний матеріал (назвемо їх точками 1, 5) та досліджуваний зразок (назвемо їх точками 3, 4), відповідно. На рис 1. схематично представлена схема методу Діксона-Коуена для вимірювання  $M_{2S}$  досліджуваного матеріалу.

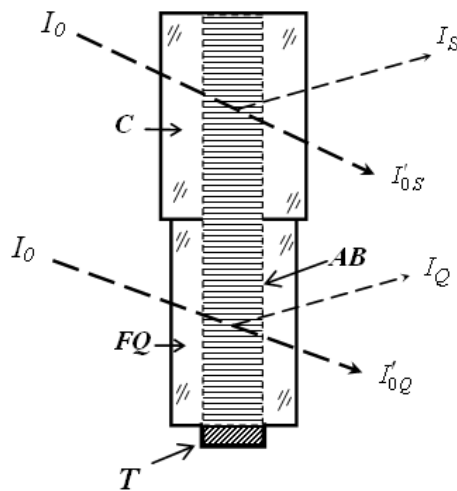


Рис. 1. Схеми визначення параметра акустооптичної якості для поздовжніх та поперечних УЗ хвиль за методом Діксона-Коуена

Тут  $FQ$  – буфер з плавленого кварцу;  $T$  – п'єзоперетворювач;  $C$  – кристалічний зразок заданої орієнтації;  $AB$  – ультразвуковий пучок;  $I_0$  – падаючий промінь;  $I_Q$  – дифрагований промінь в буфері;  $I_S$  – дифрагований промінь у зразку;  $I'_0$  – нульовий порядок дифракції.

Якщо вимірювання інтенсивностей дифрагованого світла для прямого і зворотного акустичних імпульсів проводяться в одних і тих же точках зразків, то незалежно від вибраної акустичної потужності для знаходження  $M_2$  запропоновано наступний вираз:

$$M_{2S} = M_{2Q} \sqrt{\frac{I_{S3} \cdot I_{S4}}{I_{Q1} \cdot I_{Q5}}} \quad (9)$$

### Обґрунтування методу Діксона-Коуена

В наближенні «слабого поля» для величини дифракційної ефективності, розклавши (1) в ряд, маємо [1-3]:

$$\eta = \frac{\pi^2}{2\lambda^2} M_2 \frac{P_a l}{h} \quad (10)$$

Формулу (10) використовують при  $\eta \leq 40\%$  [1].

Слід відмітити, що вираз (1) одержаний при умові коли кут падіння оптичного випромінювання  $\theta_i$  рівний Брегівському куту  $\theta_B$ , тобто  $\theta_i = \theta_B$ . В свою чергу при малих кутах падіння:

$$\theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda}, \quad (11)$$

де  $\Lambda = \frac{v}{f}$  – довжина акустичної хвилі,  $f$  – частота акустичної хвилі,  $v$  – швидкість розповсюдження акустичної хвилі.

Аналогічний вираз для величини дифракційної ефективності  $\eta$  маємо у випадку слабого поля і для дифракції Рамана-Ната [2]. Однак у випадку дифракції Рамана-Ната граничне максимальне значення для величини дифракційної ефективності  $\eta$ , яка описується формулою (10) в літературі не приведено, тому це слід встановити експериментально.

Використовуючи формулу (10) знайдемо значення акустичних потужностей  $P$  в точках вимірювання

$$P_1 = \left( \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \cdot \frac{M_{2Q} l}{h} \right)^{-1} \eta_1, \quad (12)$$

$$P_5 = \left( \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \cdot \frac{M_{2Q} l}{h} \right)^{-1} \eta_5, \quad (13)$$

$$P_4 = \left( \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \cdot \frac{M_{2S} l}{h} \right)^{-1} \eta_4, \quad (14)$$

$$P_3 = \left( \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \cdot \frac{M_{2S} l}{h} \right)^{-1} \eta_3. \quad (15)$$

Тут  $\eta_1 \div \eta_5$  – дифракційна ефективність в точках вимірювальна 1, 3, 4 і 5 відповідно, де

$$\eta_1 = I_{S1}/I_0, \quad \eta_3 = I_{Q3}/I_0, \quad \eta_4 = I_{Q4}/I_0, \quad \eta_5 = I_{S5}/I_0.$$

Далі будемо вважати, що втрати при проходженні акустичного імпульсу в прямому і зворотньому напрямках через границю розподілу еталон – тонкий шар клею – досліджуваний матеріал однакові. Також будемо вважати, що коефіцієнт відбивання акустичної хвилі від вільного торця досліджуваного матеріалу рівний 1 і що торці еталонного зразка і зразка досліджуваного матеріалу паралельні, а акустична хвиля, яка збуджена п'єзоперетворювачем, розповсюджується в

досліджуваному матеріалу без зносу, а отже кут падіння на торець досліджуваного зразка акустичної хвилі є нормальним. Крім того будемо вважати, що загасання акустичної хвилі рівне нулю (відсутнє). Тоді, якщо сумарні втрати на згасання і відбивання при проходженні границі розподілу позначалися через  $\gamma$ , то для потужностей в точках 3 і 4 можна записати:

$$P_3 = P_1(1 - \gamma). \quad (16)$$

$$P_4 = P_1(1 - \gamma). \quad (17)$$

А для точки 5 маємо:

$$P_5 = P_1(1 - \gamma)^2. \quad (18)$$

Використовуючи співвідношення (12)-(15) і (16)-(18) можна записати

$$\frac{P_3}{P_1} = (1 - \gamma) = \frac{M_{2Q}}{M_{2S}} \cdot \frac{\eta_3}{\eta_1}. \quad (19)$$

$$\frac{P_5}{P_4} = (1 - \gamma) = \frac{M_{2S}}{M_{2Q}} \cdot \frac{\eta_5}{\eta_4}. \quad (20)$$

Із співвідношень (19) і (20) одержуємо формулу, аналогічну (9).

Формула (21) співпадає з виразом (9) запропонованим Діксоном і Коуеном.

Не важко бачити, що з відповідних співвідношень для акустичних імпульсів  $P_2$  і  $P_6$ , що відповідають двом відбитим від границі склейки акустичним імпульсам, не можливо визначити параметр акустооптичної якості  $M_{2S}$ .

Таким чином підсумовуючи все раніше викладене сформулюємо умови, при яких для розрахунку  $M_2$  по методу Діксона-Коуена можна використовувати співвідношення (21) без значних похибок у випадку дифракції Брегга:

- пропускання оптичного випромінювання еталонним і досліджуванним зразком рівне 100%;
- величина дифракційної ефективності  $\eta$  як у еталонному зразку так і в досліджуваному матеріалі повинні задовольняти умову  $\eta \leq 40\%$ ;
- при вимірювання дифракційних ефективностей інтенсивність падаючого випромінювання в процесі вимірювань повинна бути постійною  $I_0 = const$ ;
- загасання акустичної хвилі в досліджуваному матеріалі повинно бути близьким до нуля;
- кут зносу  $\psi$  акустичної хвилі повинен бути рівним нулю  $\psi = 0$ ;
- грані еталонного і досліджуваного зразків повинні бути паралельними. Непаралельність граней повинна бути  $\leq 10''$ ;
- грані повинні бути поліровані (без присутності центрів розсіяння);
- розміри еталонного і досліджуваного зразків повинні задовольняти умову розповсюдження акустичної хвилі, збудженої п'єзоперетворювачем в області «тіні». Бо тільки в цій області можна стверджувати, що акустична хвиля є плоскою. Ця умова має вигляд [12]:

$$d \leq 0.2 \frac{L_{\min}^2}{\Lambda}. \quad (21)$$

Тут  $d$  сумарний розмір елементів еталону та досліджуваного зразка в напрямку розповсюдження акустичної хвилі,  $L_{\min}$  – мінімальний розмір п'єзоперетворювача,  $\Lambda$  – довжина акустичної хвилі.

### Врахування загасання ( $\alpha \neq 0$ ) акустичної хвилі в досліджуваному матеріалі

Розглянемо випадок, коли загасання акустичної хвилі в еталонному матеріалі  $\alpha_1 = 0$ , а загасання акустичної хвилі в досліджуваному матеріалі  $\alpha \neq 0$ , а всі інші умови виконуються.

Будемо вважати, що напрямок розповсюдження акустичної хвилі, співпадає з віссю  $X$ . При загасанні акустичної хвилі її потужність зменшується в напрямку розповсюдження в відповідності з законом  $P_x = P_0 e^{-2dx}$  [13], де  $\alpha$  – коефіцієнт загасання акустичної хвилі по амплітуді,  $x$  – відстань від границі розподілу еталон–досліджуваний матеріал при розповсюдженні акустичної хвилі в досліджуваному матеріалі. Нехай розмір зразка досліджуваного матеріалу рівний  $d$ . Виберемо точку 3 на відстані  $d/2$ . При цьому середня потужність акустичної хвилі вздовж оптичної апертури розміром  $d_1$  в точці 3 буде (для забезпечення дифракції оптичного променя):

$$P_3 = \frac{1}{d_1} \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+d_1} P_1 (1-\varepsilon) e^{-2\alpha x} dx = P_1 (1-\varepsilon) e^{-\alpha d} \frac{(1-e^{-2\alpha d_1})}{2\alpha d_1}. \quad (22)$$

Така сама середня потужність в точці 4, з врахуванням того факту, що точки 3 і 4 співпадають, буде:

$$P_5 = \frac{1}{d_1} \int_{\frac{3d}{2}-d_1}^{\frac{3d}{2}} P_1 (1-\varepsilon) e^{-2\alpha x} dx = P_1 (1-\varepsilon) e^{-2\left(\frac{3d}{2}-d_1\right)\alpha} \frac{(1-e^{-2\alpha d_1})}{2\alpha d_1}. \quad (23)$$

Для акустичної потужності в точці 4 можна записати

$$P_4 = P_1 (1-\varepsilon)^2 e^{-4\alpha d}. \quad (24)$$

Далі провівши ті самі розрахунки, що і у випадку  $\alpha = 0$  для коефіцієнта акустичної якості  $M_{2M}$  досліджуваного матеріалу, коли  $\alpha \neq 0$ , одержимо робоче співвідношення  $M_{2S}$ :

$$M_{2S} = M_{2e} e^{-\alpha d_1} \frac{2\alpha d_1}{1-e^{-2\alpha d_1}} \sqrt{\frac{I_{S3} \cdot I_{S4}}{I_{Q5} \cdot I_{Q1}}}. \quad (25)$$

Проведемо оцінку впливу загасання акустичної хвилі на величину  $M_2$ , взявши до уваги, що величина  $\alpha d_1$  для матеріалів, які можуть бути використані в акустооптичних пристроях не повинна перевищувати 0,38 [14]. При  $\alpha d_1 = 0,5$  множник  $e^{-\alpha d_1} \frac{2\alpha d_1}{1-e^{-2\alpha d_1}}$  рівний 0,96, а при всіх значеннях  $\alpha d_1 < 0,5$  цей множник прямує до 1. Тому впливом поглинання акустичної хвилі в досліджуваних матеріалах, які можуть використовуватися в акустооптичних пристроях, на визначення величини  $M_2$  можна знехтувати.

## Висновки

В роботі приведено вивід формули для розрахунку параметра акустичної якості  $M_2$  досліджуваних твердотільних матеріалів із використанням методу Діксона-Коуена та сформовано умови, при яких можливе використання цієї формули. Розглянуто випадок визначення параметра акустооптичної якості  $M_2$ , коли згасання акустичної хвилі в досліджуваному матеріалі відмінне від нуля. Показано, що для матеріалів, які можуть використовуватись в акустооптичних пристроях, загасанням акустичної хвилі при  $\alpha d_1 < 0,38$  для визначення  $M_2$  методом Діксона-Коуена, можна знехтувати.

**Подяка.** Дані результати досліджень є частиною проекту, який отримав фінансування від програми досліджень та інновацій Європейського Союзу "Горизонт 2020" в рамках грантової угоди Марії Склодовської-Кюрі № 778156, а також від Міністерства освіти і науки України в рамках проектів "Нанокристаліт" (державний реєстраційний номер №0119U002255) та "ОПТИМА" (державний реєстраційний номер №0120U102204).

**Література**

1. Магдич Л.Н., Молчанов В.Я. Акустооптические устройства и их применение. – Москва: Советское радио, 1978, 112 с.
2. Goutzoulis A.P., Pape D.R. Design and Fabrication of Acousto-Optic Devices. – New York: Marcel Dekker, 1994, 497 p.
3. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. – Москва: Радио и связь, 1985, 280 с.
4. Андрущак А.С., Бурий О.А., Андрущак Н.А., Дем'янишин Н.М. Просторова анізотропія індукованих оптичних ефектів у кристалічних матеріалах: монографія у 2-ох томах. Т.1. Аналітичний опис, геометричне представлення та методика експерименту. – Львів: Видавництво Простір М, 2019, 200 с.
5. Buryu O., Andrushchak N., Demyanyshyn N., and Andrushchak A. Determination of acousto-optical effect maxima for optically isotropic crystalline material on the example of GaP cubic crystal // Journal of the Optical Society of America B. – 2019. – V.36, P.2023-2029.
6. Dixon R. W. and Cohen M. G. A new technique for measuring magnitudes of photoelastic tensor and its application to lithium niobate. Appl. Phys. Lett. – 1966. – V.8. – P.205–207.
7. Dixon R.W. Photoelastic properties of selected materials and their relevance for applications to acoustic light modulators and scanners. J. Appl. Phys. – 1967. – V.38. – P.5149–5152.
8. Гусев О.Б., Клуздин В.В. Акустооптические измерения. – Ленинград: Издательство ЛГУ, 1987, 52 с.
9. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. Пер. с англ. – Москва: Мир, 1987, 616 с.
10. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. – Москва: Наука, 1979, 640 с.
11. Кайно Г. Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. – Москва: Мир, 1990, 656 с.
12. Литвиненко О.Н. Основы радиооптики. – Київ: Техніка, 1974, 206 с.
13. Физическая акустика: Т.1. Методы и приборы ультразвуковых исследований. Под ред. У. Мэзона; – Москва: Мир, 1967, 363 с.
14. Утида Ниидзеки. Материалы и методы акустооптического отклонения. ТИИЭР. – 1973. – V.61. – P.21-43.

**Рецензент:**

Провідний науковий співробітник Фізико-механічного Інституту ім. Г.В. Карпенка НАН України, д.ф.-м.н., професор Мицик Богдан Григорович, тел.: (097) 450 64 88