

УДК 539.3 DOI 10.36910/6775.24153966.2019.67.7

О.Ю. Дейнека

Національний університет водного господарства та природокористування  
**МІЖФАЗНИЙ РОЗРІЗ НА МЕЖІ ЗВАРЮВАННЯ ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З  
КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ І ЗАМКНЕНОГО ПРУЖНОГО РЕБРА**

*Розглянуто мішану контактну задачу для нескінченної ізотропної пластинки з криволінійним отвором, контур якого підсилений замкненим пружним ребром за наявності на межі їх зварювання симетричного міжфазного розрізу малої ширини, береги якого в процесі деформації не контактують. Пружна система пластинки, зварювальний шов і пружне ребро перебувають в умовах узагальненого плоского напруженого стану, створеного однорідним навантаженням на нескінченності. Наближений розв'язок задачі побудовано методом механічних квадратур і колокації, яким досліджено вплив форми отвору та відносної жорсткості зварювального шва на розподіл компонент напруженого стану на межі сполучення матеріалів пластинки, зварювального шва і підсилювального ребра.*

*Ключові слова:* нескінченна ізотропна пластика, зварювальний шов, пружне ребро, міжфазний розріз, контактні зусилля, внутрішні сили, початкові параметри.

О.Ю. Дейнека

**МЕЖФАЗНИЙ РАЗРЕЗ НА ГРАНИЦЕ СВАРКИ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ С  
КРИВОЛИНЕЙНЫМ ОТВЕРСТИЕМ И ЗАМКНУТОГО УПРУГОГО РЕБРА**

*Рассмотрена смешанная контактная задача для бесконечной изотропной пластинки с криволинейным отверстием, контур которого усиленный замкнутым упругим ребром при наличии на границе их сварки симметричного межфазного разреза малой ширины, края, какого в процессе деформации не контактируют. Упругая система пластинки, сварочный шов и упругое ребро находятся в условиях обобщенного плоского напряженного состояния, созданного однородной нагрузкой на бесконечности. Приближенное решение задачи построено методом механических квадратур и коллокации, которым исследовано влияние формы отверстия и относительной жесткости сварочного шва на распределение компонент напряженного состояния на границе соединения материалов пластинки, сварочного шва и усиливающего ребра.*

*Ключевые слова:* бесконечная изотропная пластика, сварочный шов, упругое ребро, межфазный разрез, контактные усилия, внутренние силы, начальные параметры.

O. Dejneka

**INTERPHASE INCISION ON THE LIMIT WELDING OF ISOTROPIC PLATE WITH  
CURVILINEAR HOLE AND CLOSED ELASTIC RIB**

*In a generalized plane stressed state, a mixed contact problem for an infinite isotropic plate with an curvilinear hole, whose contour is amplified by a closed elastic rib, is considered in the presence of a symmetric interfacial section of a small width at the boundary of their weld, the shores of which in the process of deformation are not in contact. By simulating the reinforcing rib with a curved rod of a stable rectangular cross-section, and a welding seam – a elastic line of constant rigidity on tension (compression), a system of singular integral differential equations was constructed to determine the contact forces on the surfaces of the separation of the plate materials, the welding seam and the reinforcing rib, as well as the internal forces factors in the seam and the rib. In order to find the initial parameters in a statically uncertain closed rib, the conditions for unambiguous displacement of the points of its axis and the angles of rotation of the cross sections are used. The approximate solution of the problem was constructed by the method of mechanical quadratures and collocation, which investigated the effect of the stiffness of the weld seam on the distribution of the components of the stressed state along the contour of the hole in the plate in the welding joint and the reinforcing rib.*

*Key words:* infinite isotropic plate, elastic rib, welding seam, interphase incision, contact forces, internal force factors.

**Постановка проблеми.** Для зменшення концентрації напружень у пластинках з криволінійними отворами, їх контури підсилюють пружними ребрами сталюї чи змінної жорсткості. Ці ребра складаючи, як правило, порівняно невелику частку загальної ваги конструкції, суттєво впливають на її міцність і жорсткість.

Напружено-деформований стан пластинки з отвором, підсиленим криволінійним ребром у значній мірі залежить від вибору математичної моделі підсилювального ребра та способу його сполучення з пластинкою.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Найбільш поширеною на даний час є модель криволінійного стрижня сталого поперечного перерізу [1, 2], а його сполучення з пластинкою еквівалентне ідеальному механічному контакту, або здійснюється методом пресової посадки з гарантованим натягом [1, 2].

Використовуючи такий підхід, у роботах [1–3] побудовано розв'язки низки задач для нескінченної ізотропної пластинки з підсиленим криволінійним отвором, яка перебуває в умовах

узагальненого плоского напруженого стану. Досліджено випадки сполучення пластинки і ребра з гарантованим натягом і вільної посадки.

У процесі експлуатації пластинки із замкненим ребром жорсткості чи на стадії її виготовлення на межі сполучення різнорідних матеріалів можуть виникати міжфазні тріщини (розрізи нульової ширини), які викликають подальше міжфазне руйнування.

Моделюючи зварювальний шов ідеальним механічним контактом між пластинкою і підсилювальним ребром, в [4, 5] побудовано наближені розв'язки задач для нескінченної ізотропної (ортотропної) пластинок з криволінійними отворами за наявності міжфазного розрізу, береги якого в процесі деформації не контактують.

Випадок реального зварювального шва в науковій літературі не розглядався.

Пропонується чисельно-аналітичний розв'язок мішаної контактної задачі про часткове підсилення контуру криволінійного отвору в нескінченній ізотропній пластинці замкненим пружним ребром за наявності симетричної ділянки руйнування зварювального шва.

**Постановка задачі.** Розглянемо нескінченну ізотропну пластинку товщиною  $2h$ , з криволінійним отвором, обмеженим гладкою циліндричною поверхнею. Серединна площина пластинки віднесена до систем декартових  $(x, y)$  і полярних  $(r, \delta)$  координат з полюсом  $O$  у центрі отвору. Полярна вісь співпадає з віссю  $Ox$ . Лінію перетину серединної площини з поверхнею отвору позначимо через  $\Gamma$  і будемо називати контуром отвору з радіусом кривини  $\rho$ .

Контур  $\Gamma$  підсилений замкненим пружним ребром у вигляді циліндричної оболонки товщиною  $2h_1$  і висотою  $2h_1$ . Симетричне відносно серединної площини сполучення пластинки і ребра здійснюється методом зварювання. Зварювальний шов вважаємо частиною безмоментної циліндричної тонкої оболонки товщиною  $b_0$  і висотою  $2h$ .

Припустимо, що зовні симетричної ділянки  $[-\alpha_0^*, \alpha_0^*]$  ( $\alpha_0^*$  – полярний кут) відбулося руйнування зварювального шва, в результаті чого виник міжфазний розріз, береги якого в процесі деформації не контактують.

Розглянута конструкція перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану, викликаного рівномірно розподіленими зусиллями  $p$  і  $q$ , що діють на нескінченності в напрямках координатних осей.

**Мета дослідження** – побудова математичної моделі задачі та визначення компонент напруженого стану в пластинці, зварювальному шві та підсилювальному ребрі.

**Основні рівняння задачі.** Умовно розділимо трикомпонентну конструкцію на окремі елементи (нескінченна ізотропна пластинка з криволінійним отвором, зварювальний шов і підсилювальне ребро), замінюючи дію одного тіла на інше невідомими контактними зусиллями.

*Нескінченна ізотропна пластинка* перебуває в рівновазі під дією навантаження на нескінченності і нормальних  $T_\rho$ , та дотичних  $S_{\rho i}$  контактних зусиль, які передаються до контуру  $\Gamma$  з боку зварювального шва.

Якщо контур  $\Gamma$  має форму комбінації кола, еліпса і правильного трикутника із закругленими кутами, то функція

$$z = x + iy = \omega(\zeta) = R_0 \left( \xi + \frac{\varepsilon_1}{\xi} + \frac{\varepsilon_2}{\xi^2} \right) \quad (1)$$

реалізує конформне відображення зовнішності  $S^-$  одиничного кола  $\gamma$  в площині  $\xi = \tilde{\rho} e^{i\lambda}$  на область, яку займає серединна площина пластинки [3]. Тут  $R_0 = 1$  – характерний розмір отвору;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – параметри, що характеризують відхилення форми контуру  $\Gamma$  від кола;  $(\tilde{\rho}, \lambda)$  – полярні координати точок в площині  $\xi$ ;  $i = \sqrt{-1}$ .

Деформації контуру  $\Gamma$  (відносно видовження  $\varepsilon_\lambda$  і кут повороту нормалі  $V$ ) в пластинці при заданому їй навантаженні визначаються зі співвідношень [6]

$$\varepsilon_\lambda = \frac{1}{2Eh(\alpha^2 + \beta^2)} \left[ (1-\nu)(\alpha^2 + \beta^2)T_\rho(\lambda) + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [\Phi_1(\lambda, t)T_\rho(t) + \Phi_2(\lambda, t)S_{\rho\lambda}(t)]dt + \alpha(\lambda)\tilde{\varepsilon}_\lambda^0 + \beta(\lambda)\tilde{V}^0 \Big]; \\
 & V = \frac{1}{2Eh(\alpha^2 + \beta^2)} \left[ (1-\nu)(\alpha^2 + \beta^2)S_{\rho\lambda}(\lambda) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [\Phi_1(\lambda, t)S_{\rho\lambda}(t) - \Phi_2(\lambda, t)T_\rho(t)]dt + \alpha(\lambda)\tilde{V}^0 - \beta(\lambda)\tilde{\varepsilon}_\lambda^0 \right], \quad (2)
 \end{aligned}$$

де  $E, \nu$  – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки;

$$\Phi_1(\lambda, t) = -G(\lambda, t) + H(\lambda, t)\operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2}; \quad \Phi_2(\lambda, t) = H(\lambda, t) + G(\lambda, t)\operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2};$$

$$\begin{aligned}
 G(\lambda, t) &= \alpha(\lambda)\alpha(t) + \beta(\lambda)\beta(t); \quad H(\lambda, t) = \alpha(\lambda)\beta(t) - \beta(\lambda)\alpha(t); \quad \alpha + i\beta = \omega'(\sigma); \quad \sigma = e^{i\lambda}; \\
 \tilde{\varepsilon}_\lambda^0 + i(\lambda)\tilde{V}^0 &= 2(p-q)e^{-2i\lambda} + (p+q)[2 - \alpha(\lambda) - i\beta(\lambda)];
 \end{aligned}$$

$[-\alpha_0, \alpha_0]$  – прообраз ділянки  $[-\alpha_0^*, \alpha_0^*]$  при відображенні (1).

Кільцеві зусилля  $T_\lambda$  на контурі  $\Gamma$  визначаються зі співвідношення [7]

$$T_\lambda = \nu T_\rho + 2Eh\varepsilon_\lambda. \quad (3)$$

Зварювальний шов у спільній серединній площині пластинки і ребра моделюємо пружною лінією сталої жорсткості на розтяг (стиск)  $E_0F_0$  ( $E_0$  – модуль Юнга матеріалу шва), яка на ділянці  $[-\alpha_0, \alpha_0]$  співпадає з контуром  $\Gamma$ . Її деформація здійснюється контактними зусиллями, що передаються до неї від пластинки  $(T_\rho, S_{\rho\lambda})$  і підсилювального ребра  $(T_\rho^{(1)}, S_{\rho\lambda}^{(1)})$ .

Напружено-деформований стан шва визначають осьова поздовжня сила  $N^{(0)}$  і відносне видовження  $\varepsilon_\lambda^{(0)}$ , які зв'язані між собою законом Гука [8]

$$N^{(0)}(\lambda) = E_0F_0\varepsilon_\lambda^{(0)}(\lambda). \quad (4)$$

Диференціальні рівняння рівноваги елемента шва [8, 9]

$$T_\rho^{(1)}(\lambda) = T_\rho(\lambda) - \frac{N^{(0)}(\lambda)}{\rho}; \quad S_{\rho\lambda}^{(1)}(\lambda) = S_{\rho\lambda}(\lambda) + \frac{dN^{(0)}(\lambda)}{|\omega'(\sigma)|d\lambda} \quad (5)$$

дозволяють силову умови його рівноваги як жорсткого цілого

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [(T_\rho(t) - T_\rho^{(1)}(t)) + i(S_{\rho\lambda}(t) - S_{\rho\lambda}^{(1)}(t))] \omega'(e^{it}) e^{it} dt = 0$$

перетворити до вигляду

$$N^{(0)}(-\alpha_0) = N^{(0)}(\alpha_0) = 0. \quad (6)$$

Підсилювальне ребро перебуває у рівновазі під дією контактних зусиль  $T_\rho^{(1)}, S_{\rho\lambda}^{(1)}$ , які передаються до зовнішньої бічної поверхні від зварювального шва. Його моделюємо замкненим криволінійним стрижнем сталого прямокутного поперечного перерізу  $2h_1 \times 2\eta_1$ .

Компоненти напруженого стану такого стрижня подамо у вигляді

$$N = -N_0 \cos \theta + \tilde{N}; \quad Q = -N_0 \sin \theta + \tilde{Q}; \quad L_b = L_b^0 + [x - x_0 - \eta_1(1 + \cos \theta)]N_0 + \tilde{L}_b, \quad (7)$$

де  $N, Q, L_b$  – поздовжня і поперечна сили та згинальний момент, що виникають у поперечних перерізах стрижня і віднесені до його осі;  $N_0, Q_0 = 0, L_b^0$  – аналогічні величини в умовному поперечному перерізі стрижня площиною  $\theta = -\pi$ ;  $\tilde{N}, \tilde{Q}, \tilde{L}_b$  – відповідні складові компонент (7),

викликані контактними зусиллями;  $\theta$  – кут нахилу нормалі в точці  $(x, y)$  контуру  $\Gamma$  до осі  $Ox$ ;  $x_0 = x(-\pi)$ ;  $e^{i\theta} = \sigma \omega'(\sigma) / |\omega'(\sigma)|$ .

Основні рівняння одновимірної теорії криволінійних стрижнів, які побудовані з урахуванням гіпотези плоских перерізів, запишемо так [5, 10]:

– диференціальні рівняння рівноваги елемента стрижня

$$T_\rho^{(1)}(\lambda) = T_\rho(\lambda) - \frac{N^{(0)}(\lambda)}{\rho} = \frac{\tilde{N}(\lambda)}{\rho} - \frac{d\tilde{Q}(\lambda)}{|\omega'(\sigma)| d\lambda}; \quad \tilde{L}_b(\lambda) - \eta_1 \tilde{N}(\lambda) - \int_{-\alpha_0}^{\lambda} \tilde{Q}(\lambda) |\omega'(\sigma)| d\lambda = 0;$$

$$S_{\rho\lambda}^{(1)}(\lambda) = S_{\rho\lambda}(\lambda) + \frac{dN^{(0)}(\lambda)}{|\omega'(\sigma)| d\lambda} = -\frac{\tilde{Q}(\lambda)}{\rho} - \frac{d\tilde{N}(\lambda)}{|\omega'(\sigma)| d\lambda}; \quad (8)$$

– фізичні залежності для зовнішнього поздовжнього волокна стрижня, що контактує зі зварювальним швом

$$\varepsilon_\lambda^{(c)} = \frac{1}{E_1 F_1} \left[ N(\lambda) + \frac{\eta_1 + \eta_c}{\rho} \cdot \frac{\rho - \eta_1}{\omega_0} L_b(\lambda) \right]; \quad \frac{d\theta_b}{d\theta} = \frac{1}{E_1 F_1} \left[ N(\lambda) + \frac{\rho - \eta_1}{\omega_0} L_b(\lambda) \right]. \quad (9)$$

Тут  $\varepsilon_\lambda^{(c)}$ ,  $\theta_b$  – відносне видовження волокна і кут повороту нормалі до нього;  $\eta_c$  – відстань від осі стрижня до нейтрального для чистого згину поздовжнього волокна;  $\omega_0 = (\rho - \eta_1)\eta_c$ ;  $E_1, \nu_1$  – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу стрижня;  $E_1 F_1$  – жорсткість стрижня на розтяг (стиск).

Умови рівноваги підсилювального ребра як жорсткого цілого

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} (T_\rho^{(1)}(\lambda) + i S_{\rho\lambda}^{(1)}(\lambda)) e^{i\lambda} \omega'(\sigma) d\lambda = 0; \quad \tilde{L}_b(\alpha_0) - \eta_1 \tilde{N}(\alpha_0) - \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \tilde{Q}(\lambda) |\omega'(\sigma)| d\lambda = 0$$

з урахуванням (5), (6), (8) можна перетворити до вигляду

$$\tilde{N}(\pm\alpha_0) = \tilde{Q}(\pm\alpha_0) = \tilde{L}_b(\pm\alpha_0) = 0. \quad (10)$$

Початкові параметри  $N_0$ ,  $L_b^0$  визначаються з умов однозначності зміщень точок осі ребра і кутів повороту його поперечних перерізів [5]

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ (\rho \cos \theta - x) \frac{\tilde{N}(\lambda)}{\rho} + \left( 1 - \frac{\eta_1}{\rho} \right) \left( (\eta_1 + \eta_c) \cos \theta - x \right) \frac{\tilde{L}_b(\lambda)}{\omega_0} \right] |\omega'(\sigma)| d\lambda +$$

$$+ \frac{L_b^0}{\omega_0} \int_{-\pi}^{\pi} \left( 1 - \frac{\eta_1}{\rho} \right) \left( (\eta_1 + \eta_c) \cos \theta - x \right) |\omega'(\sigma)| d\lambda + N_0 \int_{-\pi}^{\pi} \left( x - \rho \cos \theta \right) \frac{\cos \theta}{\rho} +$$

$$+ \left( 1 - \frac{\eta_1}{\rho} \right) \frac{((\eta_1 + \eta_c) \cos \theta - x)(x - x_0 - \eta_1(\cos \theta + 1))}{\omega_0} \right] |\omega'(\sigma)| d\lambda = 0;$$

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ \frac{\tilde{N}(\lambda)}{\rho} + \left( 1 - \frac{\eta_1}{\rho} \right) \frac{\tilde{L}_b(\lambda)}{\omega_0} \right] |\omega'(\sigma)| d\lambda + \frac{L_b^0}{\omega_0} \int_{-\pi}^{\pi} \left( 1 - \frac{\eta_1}{\rho} \right) |\omega'(\sigma)| d\lambda +$$

$$+ \frac{N_0}{\omega_0} \int_{-\pi}^{\pi} \left( 1 - \frac{\eta_1}{\rho} \right) [x - (\eta_1 + \eta_c) \cos \theta - x_0 - \eta_1] |\omega'(\sigma)| d\lambda = 0. \quad (11)$$

**Математична модель задачі.** Крайові умови задачі формулюємо у вигляді умов сумісного деформування пластинки, зварювального шва і підсилювального ребра

$$\varepsilon_\lambda(\lambda) = \varepsilon_\lambda^{(0)}(\lambda) = \varepsilon_\lambda^{(c)}(\lambda); \quad V(\lambda) = \theta_b(\lambda), \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha]. \quad (12)$$

Підставляючи в ці умови залежності (2), (4), (9), одержимо після певних перетворень систему сингулярних інтегральних рівнянь для визначення контактних зусиль  $T_\rho$ ,  $S_{\rho\lambda}$  і функцій  $N^{(0)}$ ,  $\tilde{N}$ ,  $\tilde{Q}$ ,  $\tilde{L}_b$

$$\begin{aligned}
 & (1-\nu)(\alpha^2 + \beta^2)T_\rho(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha} [\Phi_1(\lambda, t)T_\rho(\lambda) + \Phi_2(\lambda, t)S_{\rho\lambda}(\lambda)]dt + \alpha\tilde{\varepsilon}_\lambda^0 + \beta\tilde{V}^0 = \delta(\lambda)N^{(0)}(\lambda); \\
 & (1-\nu)(\alpha^2 + \beta^2)S_{\rho\lambda}(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha} [\Phi_1(\lambda, t)S_{\rho\lambda}(\lambda) - \Phi_2(\lambda, t)T_\rho(\lambda)]dt + \alpha\tilde{V}^0 - \beta\tilde{\varepsilon}_\lambda^0 = \\
 & = \delta(\lambda) \frac{E_0F_0}{E_1F_1} \int_0^\lambda \left[ -N_0 \cos \theta + \tilde{N} + \frac{\rho - \eta_1}{\omega_0} (L_b^0 + (x - x_0 - \eta_1(1 + \cos \theta))N_0 + \tilde{L}_b) \right] |\omega'(\sigma)| d\lambda; \\
 & \frac{E_1F_1}{E_0F_0} N^{(0)}(\lambda) = -N_0 \cos \theta + \tilde{N} + \frac{\eta_1 + \eta_c}{\rho} \cdot \frac{\rho - \eta_1}{\omega_0} (L_b^0 + (x - x_0 - \eta_1(1 + \cos \theta))N_0 + \tilde{L}_b), \quad (13) \\
 & \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0],
 \end{aligned}$$

де  $\delta(\lambda) = 2Eh(\alpha^2 + \beta^2)/(E_0F_0)$ .

Цю систему доповнюємо рівняннями (8) та умовами (11).

Співвідношення (8), (11), (13) утворюють повну систему рівнянь для визначення функцій  $T_\rho, S_{\rho\lambda}, N^{(0)}, \tilde{N}, \tilde{Q}, \tilde{L}_b$ , сталих  $N_0, L_b^0$  і складають математичну модель поставленої задачі.

Якщо шукані функції і сталі стануть відомі, то кільцеві зусилля  $T_\lambda$  на  $\Gamma$  можна визначити за формулою (3), внутрішні сили і моменти в підсиленні – зі співвідношень (7), а величини  $T_\rho^{(1)}, S_{\rho\lambda}^{(1)}$  – на підставі залежностей (5).

Нормальні напруження в зовнішньому і внутрішньому поздовжніх волокнах ребра визначаються за формулами [10]

$$\sigma^{(1)} = \frac{1}{F_1} \left[ N + \frac{\eta_1 + \eta_c}{\rho} \cdot \frac{\rho - \eta_1}{\omega_0} L_b \right]; \quad \sigma^{(2)} = \frac{1}{F_1} \left[ N + \frac{\eta_c - \eta_1}{\rho - 2\eta_1} \cdot \frac{\rho - \eta_1}{\omega_0} L_b \right]. \quad (14)$$

При  $E_0F_0 = 0$  система (8), (11), (13) визначає математичну модель задачі для випадку, коли зварювальний шов замінюється ідеальним механічним контактом між пластинкою і підсилювальним ребром [4], а при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$  – відповідну модель для пластинки з круговим отвором [4].

**Наближений розв’язок задачі.** Точний розв’язок системи (8), (11), (13) знайти не вдасться. Для її наближеного розв’язання необхідно встановити структуру шуканих функцій на кінцях ділянки сполучення пластинки ребра.

На підставі співвідношень (6) і (10) робимо висновок, що функції  $N^{(0)}, \tilde{N}, \tilde{Q}$  і  $\tilde{L}_b$  обмежені і неперервні на проміжку  $[-\alpha_0; \alpha_0]$ , а на його кінцях дорівнюють нулю.

Контактні зусилля  $T_\rho, S_{\rho\lambda}$  на кінцях  $\lambda = \pm\alpha_0$  мають кореневу особливість з локальною осциляцією [11]. Нехтуючи її впливом, наближений розв’язок задачі можна побудувати методом механічних квадратур і колокації. Квадратурні формули цього методу для сингулярних і регулярних інтегралів наведені в [8].

**Аналіз числових результатів.** Для ізотропної пластинки з криволінійним ( $\varepsilon_1 = 0.1; \varepsilon_2 = -0.1$ ) отвором і пружного ребра з параметрами:

$$h_1/h = 4/3; \quad \eta_1/R_0 = 0.1; \quad E/E_1 = 0.5; \quad \alpha_0 = 2\pi/3$$

досліджено вплив відносної жорсткості зварювального шва на розподіл компонент напруженого стану в пластинці зварювальному шві і підсилювальному ребрі.

Результати числового розрахунку величин  $T_\rho, S_{\rho\lambda}, T_\lambda$  на контурі  $\Gamma$  в пластинці;  $\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)}$  в підсилювальному ребрі;  $N^{(0)}$  в зварювальному шві при  $p=0, q=1$  наведені в таблиці 1, а при  $p=1, q=0$  – в таблиці 2. В дужках наведено значення  $\lambda$  (град), для яких обчислені відповідні величини.

Таблиця 1.

**Максимальні значення компонент напруженого стану в пластинці, підсилювальному ребрі та шві ( $p=0$ ,  $q=1$ )**

$E_0/E_1$	$T_\rho(0)$	$S_{\rho\lambda}(61)$	$T_\lambda(0)$	$T_\lambda(180)$	$F_1\sigma^{(1)}(0)$	$F_1\sigma^{(2)}(50)$	$F_0\sigma^{(0)}(0)$
0	1.0759	1.3528	3.4298	3.9849	2.0051	3.0991	0.0000
1	1.2010	1.3333	3.3797	4.0443	1.9485	3.2282	0.7307
5	1.6141	1.2646	3.1518	3.9941	1.7215	3.6016	3.2278
10	1.9893	1.2052	2.8987	3.9512	1.4855	3.9007	5.5705

Таблиця 2.

**Максимальні значення компонент напруженого стану в пластинці, підсилювальному ребрі та шві ( $p=1$ ,  $q=0$ )**

$E_0/E_1$	$T_\rho(53)$	$S_{\rho\lambda}(53)$	$T_\lambda(53)$	$T_\lambda(180)$	$F_1\sigma^{(1)}(53)$	$F_1\sigma^{(2)}(90)$	$F_0\sigma^{(0)}(53)$
0	0.8289	-0.9028	2.1197	-0.8632	0.7061	1.0159	0.0000
1	0.8747	-0.9192	1.9853	-0.8700	0.6502	0.9723	0.2438
5	0.9907	-0.9714	1.6023	-0.8919	0.4925	0.8862	0.9235
10	1.0576	-1.0154	1.3142	-0.9122	0.3762	0.7916	1.4108

**Висновки:**

- збільшення відношення  $E_0/E_1$  призводить до суттєвого зменшення на ділянці підсилення максимальних кільцевих зусиль, які є визначальними на контурі  $\Gamma$ , і збільшення нормальних зусиль. При цьому дотичні контактні зусилля та кільцеві зусилля на ділянці розрізу залишаються практично незмінними;

- при розтягу пластинки вздовж осі симетрії отвору пластинки напруження в крайніх поздовжніх волокнах підсилювального ребра зменшуються при збільшенні  $E_0/E_1$ . Якщо пластика розтягується перпендикулярно до осі симетрії отвору, то напруження в зовнішніх волокнах зменшується, а у внутрішніх – збільшується;

- нормальні напруження в точках осі зварювального шва зростають при збільшенні  $E_0/E_1$ ;

- за умови  $E_0 < E_1$  вплив зварювального шва на напружений стан пластинки та підсилювального ребра незначний і ним можна знехтувати в інженерних розрахунках.

**Список використаних джерел:**

1. Мартынович Т.Л. Контактные взаимодействия пластин с упругими элементами / Т.Л. Мартынович, В.Е. Юринец. – Львов: Высшая школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1984. – 160 с.
2. Божидарнік В.В. Механіка руйнування, міцність і довговічність неперервно армованих композицій / В.В. Божидарнік, О.Є. Андрейків, Г.Т. Сулим. – Т.2. Математичні методи в задачах неперервно армованих композитів. – Луцьк: Надстир'я, 2007. – 410 с.
3. Сулим Г.Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями / Г.Т. Сулим. – Львів: Дослідно-видавничий центр НТШ. 2007. – 716 с.
4. Сяський А.О. Міжфазна тріщина в нескінченній ізотропній пластинці з підкріпленням круговим отвором / А.О. Сяський, Н.В. Шевцова, О.Ю. Дейнека // Вісник Національного університету водного господарства і природокористування. Серія «Технічні науки». – 2017. – Вип.4 (80). – С. 168 – 176.
5. Сяський А.О. Міжфазний розріз в ортотропній пластинці з еліптичним контуром, підсиленням замкненим пружним ребром / А.О. Сяський, Н.В. Шевцова, О.Ю. Дейнека // Вісник Хмельницького національного університету. – 2019. – №1 (269). – С. 31 – 39.
6. Сяський А.О. Передача сил до криволінійного отвору нескінченної ортотропної пластинки стрижнями змінної жорсткості / А.О. Сяський, Ю.В. Батишкіна // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2004. – Т. 9, № 4.–С. 5-11.
7. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Є.С. Уманський. – Київ: Вища школа, 2004. – 655с.
8. Сяський А.А. Упругое равновесие пластинки с частично подкрепленным криволинейным отверстием / А.А. Сяський // Прикладная математика и механика. – 1986. – Т. 50, № 2. – С. 247-254.

9. Пелех Б.Л. Распределение напряжений возле отверстий в податливых на сдвиг анизотропных оболочках / Б.Л. Пелех, А.А. Сяський. — Киев: Наук. думка, 1975. — 200 с.

10. Сяський А. Застосування методу сил для статичного розрахунку замкнених криволінійних стрижнів / А. Сяський, Н. Шевцова // Вісник Тернопільського національного технічного університету. — 2015. — № 3 (79). — С. 24–30.

11. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мухелишвили. — Москва: Наука, 1966. — 708 с.

**Рецензенти:**

**Бомба А.Я.**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики та прикладної математики Рівненського державного гуманітарного університету

**Кундрат М.М.**, доктор технічних наук, виконав професор кафедри мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки Національного університету водного господарства та природокористування

Стаття надійшла до редакції 25.06.2019