

УДК 620.171.3 DOI 10.36910/6775.24153966.2019.68.6

Г.В. Козбур, О.К. Шкодзінський

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ОСЕСИМЕТРИЧНІ ПЛАСТИЧНІ ДЕФОРМАЦІЇ ТОНКОСТІННОГО ЦИЛІНДРА

Отримано умови граничної рівноваги пластичного деформування тонкостінних циліндрів, виготовлених з металічних ізотропних матеріалів. Вивчалися великі пластичні деформації від дії внутрішнього тиску та осьового розтягу. Використано умову нестисливості в логарифмічних деформаціях. Прийнято виконання гіпотез Кірхгофа-Лява. Використано умови максимальних навантажень початку процесу локалізації деформацій. Прослідковано вплив виду напруженого стану та показників геометрії циліндра на величину граничних істинних напружень.

Ключові слова: великі пластичні деформації, умови максимальних навантажень, локалізація деформацій, складний напружений стан

Г.В. Козбур, О.К. Шкодзинский**ОСЕСИМЕТРИЧНЫЕ ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ ТОНКОСТЕННОГО ЦИЛИНДРА**

Получены условия предельного равновесия пластического деформирования тонкостенных цилиндров, изготовленных из металлических изотропных материалов. Изучались большие пластические деформации от действия внутреннего давления и осевого растяжения. Использовано условие несжимаемости в логарифмических деформациях. Принято выполнения гипотез Кирхгофа-Лява. Использованы условия максимальных нагрузок начала процесса локализации деформаций. Прослежены влияние вида напряженного состояния и показателей геометрии цилиндра на величину предельных истинных напряжений.

Ключевые слова: большие пластические деформации, условия максимальных нагрузок, локализация деформаций, сложное напряженное состояние.

H.V. Kozbur, O.K. Shkodzinsky**AXISYMMETRIC PLASTIC DEFORMATIONS OF A THIN-WALLED CYLINDER**

The conditions for predicting the behavior of thin-walled cylinders of metallic isotropic materials loaded by internal pressure and axial tensile force are presented in the article. The area of large plastic deformation was investigated, and the corresponding incompressibility condition was used. Elastic deformations were neglected. The maximum load conditions were used to derive the relationship between the residual relative deformations and the true stresses at the time the strain was localized. Influence of stress state and parameters of thin-walled tube geometry on the value of limit true stresses and residual deformations is investigated. A graphical analysis of the obtained conditions was carried out.

Keywords: large plastic deformations, maximum load conditions, localization of deformations, complex stress state.

Постановка проблеми. Для забезпечення надійності роботи важконавантажених трубчастих елементів необхідно вміти визначати граничні значення напружень, що спричиняють недопустимі пластичні деформації та руйнування. У зв'язку з цим вивчення механізмів деформування та руйнування разом з удосконаленням методів оцінки граничних станів тонкостінних циліндричних конструкцій чи їх елементів конструкцій є актуальним питанням механіки деформівного твердого тіла. Тонкостінні циліндричні конструкції мають дуже широкий спектр застосувань в побуті та промисловості. Разом з тим вони становлять науково-практичний інтерес для моделювання поведінки елементів конструкцій інших геометричних форм в умовах складного напруженого стану. Лабораторні випробування тонкостінних трубчастих зразків мають можливість реалізувати широкий діапазон співвідношень головних напружень, отримуючи порівняно високу однорідність напруженого і деформованого станів. З іншого боку, у зв'язку з появою нової комп'ютерної техніки та зростанням її обчислювальних можливостей, розробкою нових конструкційних матеріалів та необхідністю врахування нових умов роботи конструкцій, постійно зростають вимоги до точності та надійності розрахункових граничних значень показників напружено-деформованого стану елементів конструкцій. Експериментальне дослідження механізмів деформування та руйнування матеріалів разом з удосконаленням феноменологічних підходів до оцінки граничних станів тонкостінних циліндричних конструкцій чи їх елементів залишаються актуальним питанням механіки деформівного твердого тіла. Дослідження граничних станів пластичності чи міцності зразків матеріалів в умовах складного напруженого стану зводиться до формулювання гіпотез та отримання відповідних критеріїв. Практично вичерпні огляди таких критеріїв надано в [1, 4]. Область застосування пропонує критеріїв обґрунтовують за результатами експериментів над тонкостінними циліндрами, що навантажуються внутрішнім тиском та осьовим розтягом. Це дає можливість моделювати складні

напружені стани в стінках конструкцій та прогнозувати максимальні навантаження та найбільші рівномірні залишкові деформації. Проте, на сьогодні не існує гіпотези, теорії чи критерію, які б встановлювали величини граничних напружень та/чи деформацій для зразків довільної геометричної форми за складного напруженого стану. Тому удосконалення теоретичного апарату підходів та методів оцінки граничних станів елементів конструкцій залишається актуальною проблемою механіки деформівного твердого тіла.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Залежно від умов навантаження матеріал може знаходитись в різних механічних станах - пружному, пластичному стані або стані руйнування. Граничним називають такий напружений стан матеріалу, при якому відбуваються якісні зміни у властивостях матеріалу – перехід від одного механічного стану до іншого. У роботі вивчались граничні стани тонкостінних циліндричних зразків, виконаних з металічних ізотропних пластичних матеріалів, пов'язані з появою помітних залишкових деформацій.

Критерії міцності для ізотропних матеріалів були розроблені ще в кінці 19 ст. (І. Баушингер, Г. Галілей, Н. Генкі, М.Т. Губер, Ш.О. Кулон, Г. Ламе, І. Максвел, Ф. Маріот, Р. Мізер, М. Нав'є та ін.) [2]. Найбільшого визнання набули «класичні» критерії: критерій найбільших нормальних напружень Г. Галілея, критерій найбільших відносних видовжень Е. Маріота, критерій найбільших дотичних напружень Ш. Кулона, енергетичний критерій Р. Мізеса. Усі класичні теорії мали спільний недолік – не враховували впливу виду напруженого стану та різного опору при дослідах на розтяг та стиск.

Класичні теорії були розвинуті та удосконалені, розроблено нові критерії, що враховують різні види навантажень та різну опірність матеріалів розтягу та стиску (Г.С.Писаренко, А.А.Лебедев, Б.І.Ковальчук, Д.Друкер, В.Прагер, Ю.І.Ягн, А.І.Боткін, К.Н.Кан, Ю.С.Первушин, В.П.Сдобирєв, І.І.Трунін, І.Н.Шканов, І.А.Біргер, Дж.Марін, К.Р.Зодерберг та ін.) [3]. У 20 ст. було проведено багаточисельні результати експериментів, що підтверджували чи спростовували розроблені теорії (Guest, Scoble, Smith, Lode, Taylor-Quinney, Ivey, Paul, Bell, Писаренко і Лебедев, ін.). Проте жоден з більш ніж сотні критеріїв не узгоджується з результатами дослідів для різних матеріалів. Авторами Кішкіним і Ратнер було запропоновано попередньо класифікувати металічні матеріали залежно від відношення границі міцності зсуву до границі міцності розтягу. Порівняльну таблицю отриманих експериментальних даних та придатності класичних критеріїв, наведену в [4], показано на рис. 1.

Table 2. Comparison of three yield criteria with experimental results

Researchers	Materials	Specimen	shear/tension τ_y / σ_y	Suitable Criterion
Guest, 1900	steel,		0.474, 0.727	
Guest, 1900	steel, brass, etc.	tubes	0.474	
Hancock, 1906,1908	mild steel	solid rods,tube	0.50 to 0.82	
Scoble, 1906	mild steel	solid rods	0.45 to 0.57	Tresca
Smith, 1909	mild steel	solid rods	0.55-0.56	between Tresca and von Mises
Turner, 1909-1911	steels		0.55 to 0.65	Tresca
Mason, 1909	mild steel	tubes	0.5 0.64	Tresca
Scoble,1910	steel		0.376, 0.432, 0.452	no one agreed
Becker, 1916	mild steel	tubes		no one agreed
Secley and Putnam	steels	bars & tubes	0.6	> von Mises
Seigle and Cretin, 1925	mild steel	solid bars	0.45 to 0.49	Tresca
Lode, 1926	iron, copper etc.	tubes		von Mises
Ros and Eichinger, 1926	mild steel	tubes		von Mises
Taylor and Quinney, 1931	aluminum, steel	tubes		von Mises
	copper, mild steel			>von Mises
Morrison, 1940	mild steel	tubes		Tresca, von Mises
Davis, 1945-1948	copper,	tubes		von Mises
Osgood, 1947	aluminum alloy	tubes		von Mises
Cunningham, 1947	magnesium alloy	tubes		von Mises
Bishop-Hill, 1951	polycrystals	tubes	0.54	von Mises
Fikri, Johnson, 1955	mild steel	tubes		> von Mises
Marin and Hu, 1956	mild steel	tubes		von Mises
Naghdi, Essenberg, and Koff, 1958	aluminum alloy	tubes		> von Mises
Hu and Bratt, 1958	aluminum alloy	tubes		von Mises
Ivey, 1961	aluminum alloy	tubes		Twin shear
Bertsch-Findley, 1962	aluminum alloy	tubes		von Mises
Mair-Pugh, 1964	copper	tubes		Twin shear
Mair-Pugh, 1964	copper	tubes		von Mises
Chernyak et al, 1965	mild steel	tubes		von Mises
Miastkowski, 1965	brass			von Mises
Rogan, 1969	steel	tubes		Tresca
Mittal, 1969, 1971	aluminum	tubes	0.57	von Mises
Dawson, 1970	polycrystals		0.64	near Twin shear
Phillips et al, 1968- 1972	aluminum	tubes at elevated temperature		between Tresca and von Mises
Deneschi et al, 1976	aluminum, copper	tubes, low temperature	0.6	> von Mises
Pisarenko et al, 1984	copper, Cr-steel	tubes, low temperature		von Mises
Winstone, 1984	nickel alloy	tubes at elevated temperature	0.7	Twin shear
Ellyin, 1989	titanium	tubes	0.66-0.7	Twin shear
Wu-Yeh, 1991	Aluminum	tubes	0.58	von Mises
	stainless steel		0.66-0.7	Twin shear
Ishikawa, 1997	stainless steel	tubes	0.6-0.63	> von Mises
Granlund,Olsson, 1998	structural steel	flat cruciform specimens		between Tresca and von Mises

Рис. 1. Відповідність класичних критеріїв до виду зразків та напруженого стану

Авторами Hershey [5], Davis [6], Paul [7], Hosford [8] та ін. було запропоновано узагальнені критерії міцності, які можна було б застосовувати до ширшого спектру матеріалів, що знаходяться в пластичному, крихкому або проміжних станах.

Питанням стійкості циліндричних оболонок в умовах складного напруженого стану присвячені роботи [9; 10; 11; 12]. Питання впливу виду напруженого стану при пластичному деформуванні тонкостінних циліндрів на значення граничних напружень та залишкових деформацій досліджували автори Камінський та Бастун в [16], Гігіняк, Лебелєв та Шкодзінський в [17]. Питання розробки узагальнених критеріїв, які враховували б як істинні напруження, вид напруженого стану, так геометричні особливості елементів конструкцій, в комплексі – не розглядалось. Численні експерименти (Лебедев, Ковальчук, Ламашевський, Гігіняк, Шкодзінський, Кувабара та ін.), які демонструють вплив виду напруженого стану на граничні значення напружень та деформацій, аналітичного обґрунтування чи пояснення не мають.

Мета роботи. Отримати аналітичні залежності, які б описували умови настання моменту локалізації пластичних деформацій в стінках тонкостінних циліндрів від дії внутрішнього тиску та осьового розтягу. Прослідкувати вплив виду напруженого стану та геометричних характеристик трубчастих зразків на показники міцності.

Постановка задачі. Нехай циліндрична трубка із закритими торцями навантажена осьовим зусиллям N та внутрішнім тиском q . Прийmemo виконання гіпотез Кірхгофа-Лява теорії тонкостінних оболонок [13], вважатимемо напружений стан тонкостінного циліндра безмоментним. Матеріал оболонки вважатимемо ізотропним та нестисливим.

Розглянемо великі рівномірні пластичні деформації трубки. Деформаціями пружної ділянки знехтуємо. Нехай радіус серединної поверхні дорівнює R , товщина трубки рівна h , ε_z , ε_θ і ε_r - осьові, колові та радіальні залишкові деформації відповідно.

Істинні осьові σ_z та колові σ_θ напруження визначаються співвідношеннями (1), (2) [3]:

$$\sigma_z = \frac{N}{2\pi R(1+\varepsilon_\theta)h(1+\varepsilon_r)} + \frac{\left(R(1+\varepsilon_\theta) - \frac{h}{2}(1+\varepsilon_r)\right)^2 \cdot q}{2R(1+\varepsilon_\theta)h(1+\varepsilon_r)}, \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{q\left(R(1+\varepsilon_\theta) - \frac{h}{2}(1+\varepsilon_r)\right)}{h(1+\varepsilon_r)}. \quad (2)$$

Для даної постановки задачі радіальними напруженнями в стінці трубки знехтуємо: $\sigma_r = 0$.

Для виведення умови втрати стійкості процесу пластичного деформування візьmemo за основу критерій максимального навантаження Дорна-Надаї [14], використаний авторами у [15, 16]: помітні пластичні деформації починають локалізуватись в районі утворення шийки, коли тиск або осьове навантаження досягають максимуму, що аналітично виражається однією з двох умов: $dq = 0$ та $dN = 0$.

Умова $dq = 0$ із прийняттям пропорційності навантаження

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_\theta} = k, \quad (3)$$

співвідношення між осьовою та коловою залишковими деформаціями

$$\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_\theta} = n, \quad (4)$$

та умовою нестисливості матеріалу для ділянки великих пластичних деформацій:

$$(1+\varepsilon_r)(1+\varepsilon_\theta)(1+\varepsilon_z) = 1 \quad (5)$$

приводить до роз'язування диференціального рівняння (6), як це показано в [18]:

$$\frac{1}{(1+\varepsilon_\theta)^2(1+n\varepsilon_\theta) - \frac{h}{2R}} d\sigma_\theta - \sigma_\theta \frac{2(1+\varepsilon_\theta)(1+n\varepsilon_\theta) + n(1+\varepsilon_\theta)^2}{\left((1+\varepsilon_\theta)^2(1+n\varepsilon_\theta) - \frac{h}{2R}\right)^2} d\varepsilon_\theta = 0. \quad (6)$$

Загальний інтеграл рівняння (6) має вигляд:

$$\sigma_{\theta} = C_{\theta} \left[(1 + \varepsilon_{\theta})^2 (1 + n\varepsilon_{\theta}) - h / 2R \right]. \quad (7)$$

Розглянемо умову $dN = 0$. За аналогічних позначень, умови (5) та зробивши припущення $\frac{h(1 + \varepsilon_r)}{R(1 + \varepsilon_{\theta})} \approx \frac{h}{R}$, отримаємо диференціальне рівняння

$$\left(1 - \frac{1}{2k} + \frac{h}{4kR} \right) \frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = \left[\left(1 - \frac{1}{2k} + \frac{h}{2kR} \right) \frac{1}{1 + \varepsilon_z} + \frac{h}{2knR} \frac{1}{1 + \frac{1}{n}\varepsilon_z} \right] d\varepsilon_z \quad (8)$$

та його загальний інтеграл:

$$\sigma_z = C_z \left[(1 + \varepsilon_z)^{2\left(2k-1+\frac{h}{R}\right)} \left(1 + \frac{1}{n}\varepsilon_z\right)^{2\frac{h}{R}} \right]^{\frac{1}{4k-2+\frac{h}{R}}}. \quad (9)$$

Умови (7) та (9) визначають залежність граничних значень колових та осьових напружень та деформацій, що виникають у тонкостінних циліндрах на відстані, достатній для нехтування крайовими ефектами, за складного напруженого стану, реалізованого дією внутрішнього тиску та розтягуючого осьового зусилля.

Масштабний ефект при реалізації пропорційного навантаження тонкостінної циліндричної трубки

Напружений стан циліндричної трубки, навантаженої внутрішнім тиском q та розтягуючим зусиллям N , описується двома головними напруженнями – осьовим σ_z та коловим σ_{θ} , що знаходять із формул (розглянемо випадок умовних напружень):

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{N}{2\pi Rh} + \frac{q(R-h/2)^2}{2Rh}, \\ \sigma_{\theta} &= \frac{q(R-h/2)}{h}. \end{aligned} \quad (10)$$

У випадку пропорційного навантаження трубки (3), при якому напрямки головних напружень та відношення між їх числовими значеннями залишаються постійними, після тотожних перетворень, відкинувши доданок $(h/R)^2$ із врахуванням тонкостінності трубки, отримаємо:

$$\frac{N}{q} = 2\pi R^2 \left[k - \frac{1}{2} + \frac{h}{2R}(1-k) \right]. \quad (11)$$

Окрім безрозмірного показника тонкостінності h/R , що може бути однаковим для трубок різних розмірів, на значення відношення N/q квадратично впливає діаметр трубки. Таким чином, спостерігається масштабний ефект при реалізації простого навантаження трубки.

Так, значення відношень N/q для тонкостінної трубки із $h/R = 0,05$ при різних k та графічне зображення залежності (11) наведені на рисунку 2:

k	$\frac{N}{qR^2}$
0	-3,05
0,5	0,09
1	3,14
1,5	6,24
2	9,33
5	27,90

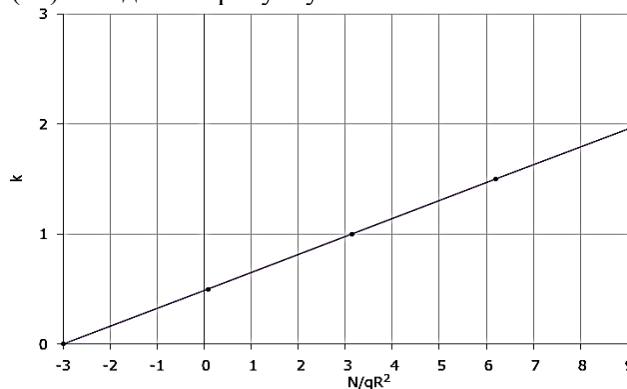


Рис. 2. Графічне зображення залежності (11)

Чисельні результати підтверджуються експериментально: $k = 0,5$ спостерігається при навантаженні циліндричної трубки лише внутрішнім тиском, тобто при $N \approx 0$.

Аналіз граничних умов (7), (9) та дискусія

Умова (7) є аналітичним виразом для знаходження граничного колового напруження у тонкостінній циліндричній трубці для випадку $\sigma_\theta > \sigma_z$, умова (9) – граничного осьового напруження для випадку $\sigma_z > \sigma_\theta$. При $\sigma_z > 0$ та $\sigma_\theta > 0$ умови (7) та (9) є граничними умовами для складних напружених станів із співвідношенням головних напружень $k = 0,5 \dots 2$.

З умови (7) видно, що граничне значення істинного колового напруження σ_θ залежить від виду напруженого стану та показника тонкостінності h/R циліндричного зразка. Оскільки при навантаженні циліндричної трубки внутрішнім тиском колові залишкові деформації $\varepsilon_\theta > 0$, то найменшого свого значення для $0,5 < k < 2$ граничне колове істинне напруження σ_θ буде набувати при $n \approx 0$.

Показник тонкостінності h/R впливає на значення і σ_θ , і σ_z . Із формули (7) видно, що збільшення показника h/R зменшує рівень істинних напружень в коловому напрямку. Формула (9) аналітично підтверджує збільшення істинних граничних значень осьових напружень зі

збільшенням відношення h/R , оскільки при $0 < h/R < 0,5$ виконується $\left[\frac{2(1+2h/R)}{2+h/R} \right]' > 0$.

Координати точок перетину діаграми деформування та граничних кривих, побудованих за формулами (7) та (9), визначають значення залишкових пластичних деформацій та істинних напружень, що відповідають початку процесу локалізації деформацій.

Для знаходження постійної інтегрування C_θ у загальному інтегралі (7) використано частковий випадок настання граничного стану пластичного деформування циліндричної трубки, навантаженої внутрішнім тиском q , в цьому разі $k = 0,5$. Граничні колові напруження і деформація ε_θ^b , σ_θ^b відповідають початковій локалізації деформацій пластичного матеріалу від дії внутрішнього тиску.

Аналогічно на основі значень граничних напружень та граничних залишкових деформацій $\sigma_z = \sigma_z^b$, $\varepsilon_z = \varepsilon_z^b$ циліндричних трубок при $k = 2$ визначаються сталі інтегрування C_z для умови (9).

Графічне дослідження умов (7) та (9)

Графіки умов настання моменту локалізації деформацій (7) циліндричної трубки для випадку $\sigma_\theta > \sigma_z$ було побудовано для трьох значень співвідношень головних напружень в діапазоні $0,5 \dots 1$ та показника тонкостінності $h/R = 0,06$ (рис. 3, а). По вертикальній осі відкладались приведені напруження $\sigma_\theta^b / C_\theta$.

Графіки умов втрати міцності (9) для випадку $\sigma_z > \sigma_\theta$, побудовані для $k = 1 \dots 2$, показано на рисунку 3, б. По вертикальній осі відкладались приведені напруження σ_z^b / C_z , значення показника тонкостінності було взято $h/R = 0,06$.

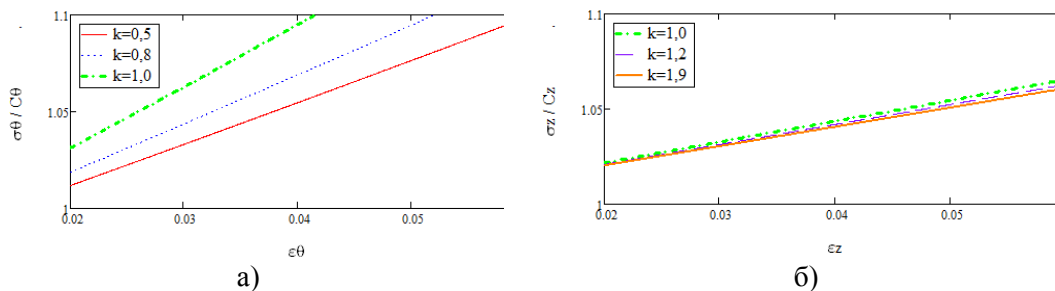


Рис. 3. а) графічне зображення умови (7) для випадку $\sigma_\theta > \sigma_z$ при різних k ; б) графічне зображення умови (9) для випадку $\sigma_z > \sigma_\theta$ при різних k .

Аналіз графічних зображень умов (7) та (9), виконаних для випадків $\sigma_\theta > \sigma_z > 0$ (рис. 3, а) та $\sigma_z > \sigma_\theta > 0$ (рис. 3, б) відповідно, показав зменшення рівня істинних напружень в стінці трубки при наближенні значень співвідношень головних напружень до 0,5 та 2, збільшуючись при $k \rightarrow 1$.

З метою прослідкувати вплив показника тонкостінності h/R циліндричної трубки на значення граничних залишкових деформацій та істинних напружень було побудовано серію графіків, у яких фіксувались показник виду напруженого стану k та вказаний параметр.

На рисунку 4 показано граничні криві, описані умовою (7) при співвідношеннях головних напружень $k = 0,5$ та $k = 1$. Параметру h/R було надано значень 0,04; 0,06 та 0,08.

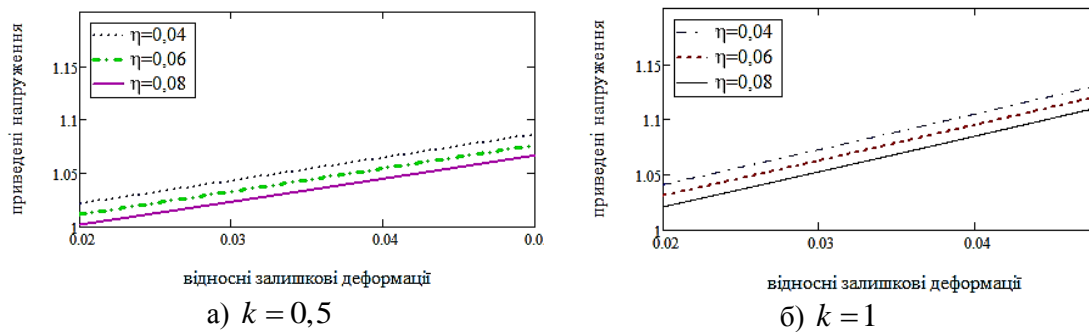


Рис. 4. Графічне зображення залежності граничних колових напружень σ_θ та залишкових деформацій ε_θ від параметра h/R

Аналіз рис.4 показав зменшення рівня істинних напружень в стінках циліндричної оболонки із зростанням значень h/R в обох випадках. Істинне граничне напруження досягається при меншому рівні залишкових пластичних деформацій, якщо відношення початкової товщини стінки трубки до її початкового радіуса є більшим. Також зазначимо, що при $k = 0,5$ певний рівень відносних залишкових деформацій досягається меншим рівнем напружень, ніж при $k = 1$, тобто для одного і того ж показника тонкостінності η ресурс трубки зменшується при наближенні значення k до 0,5.

Побудова граничних кривих, описаних умовою (7), при співвідношеннях головних напружень $k = 1,0; 1,2; 1,5; 1,9$ та значеннях $\eta = 0,04; 0,06; 0,08$ показала, що ресурс міцності циліндричної трубки в умовах навантаження внутрішнім тиском та осьовим розтягуючим зусиллям практично не залежить від відношення h/R у випадку, коли визначальними є напруження σ_z , які передують утворенню шийки циліндричного зразка.

Узгодження з експериментальними даними

Для перевірки адекватності побудованої моделі прогнозування граничних станів при деформуванні тонкостінної циліндричної трубки від дії внутрішнього тиску та осьового розтягуючого зусилля було відібрано результати експериментів, наведені в [3] для конструкційних сталей двох марок: сталь 10ГН2МФА та сталь 0,37%С.

Граничні криві побудовано відповідно до умов (7) та (9) для різних співвідношень головних напружень k . Дані експерименту показано точками, при побудові враховано масштабування вертикальної осі – відкладались приведені напруження.

На рисунках 5,6 показано граничні криві та дані експерименту для сталі 10ГН2МФА. Рисунки 5, а та 6, а відображають загальну картину перетину експериментальної кривої деформування та розрахункових граничних кривих, побудованих за формулами (7) та (9) відповідно. Рисунки 5, б та 6, б показують задовільне узгодження розрахункових значень напружено-деформованого стану з експериментом. Незначну похибку, отриману при розрахунку осьових граничних напружень та залишкових деформацій, можна пояснити похибками заокруглень при знятті експериментальних даних чи обчисленнях, а також впливом прийнятих допущень при виведенні граничної умови (9).

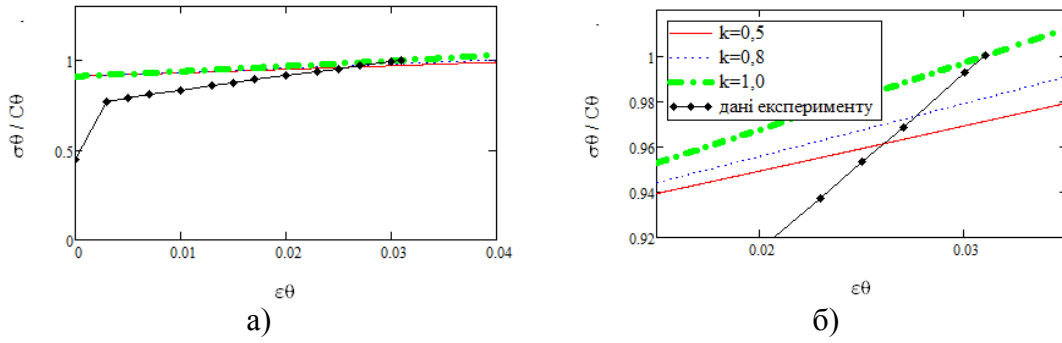


Рис. 5. Експериментальні криві деформування сталі 10ГН2МФА та розрахункові граничні криві, отримані за умовою (7), загальна картина (а) та деталізація перетину (б) при різних k

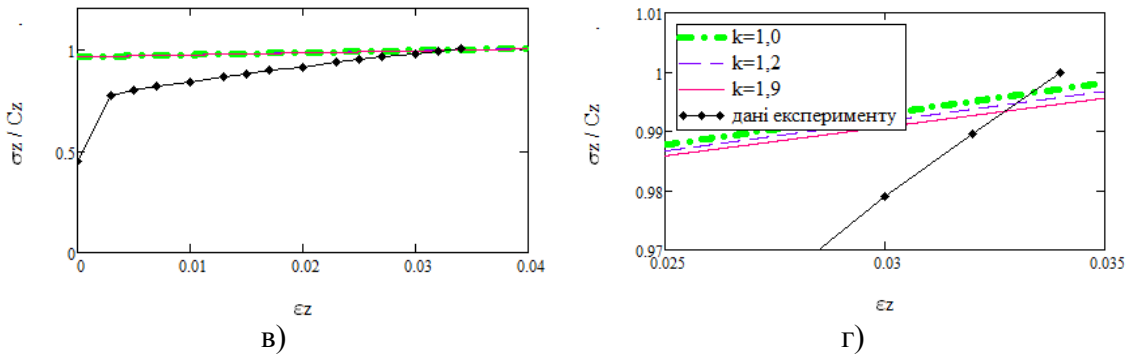


Рис. 6. Експериментальні криві деформування сталі 10ГН2МФА та розрахункові граничні криві, отримані за умовою (9), загальна картина (а) та деталізація перетину (б) при різних k

На рисунках 7, 8 показано граничні криві та дані експерименту для сталі 0,37%С, відібрані для $k = 1$. Рисунки 7 (а) та 8 (а) відображають криві деформування сталі 0,37%С, отримані експериментально та граничні криві, отримані за умовами (7) та (9) відповідно. Загальна картина відображає повну відповідність розрахункових значень експериментальним.

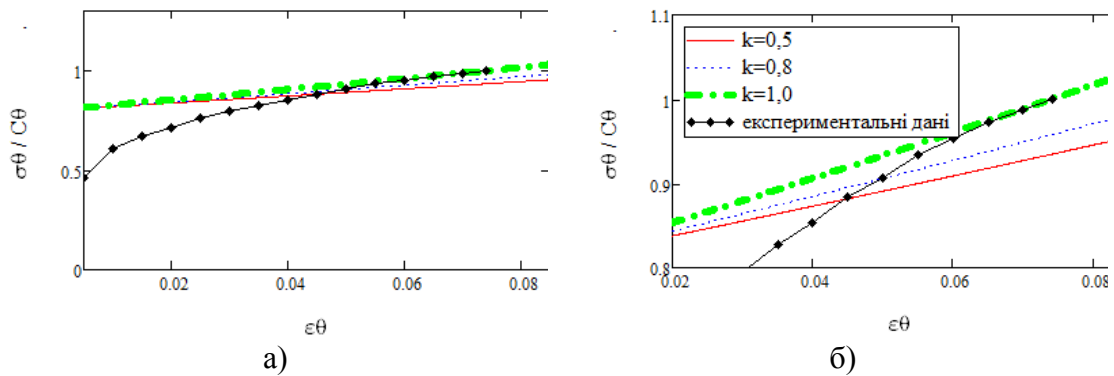


Рис. 7. Експериментальні криві деформування сталі 0,37%С та розрахункові граничні криві, отримані за умовою (7), загальна картина (а) та деталізація перетину (б) при різних k

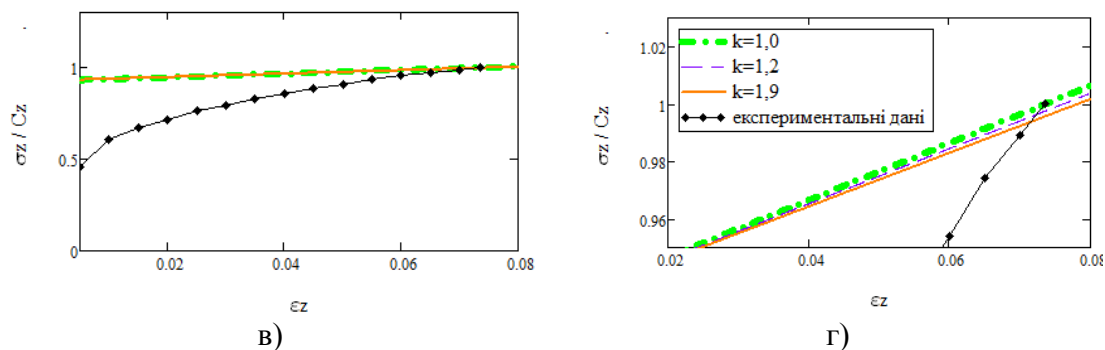


Рис. 8. Експериментальні криві деформування сталі 0,37%С та розрахункові граничні криві, отримані за умовою (9), загальна картина (а) та деталізація перетину (б) при різних k

Висновки та перспективи.

Розроблено методику, яка дає можливість прогнозувати поведінку тонкостінних циліндричних трубчастих зразків металевих ізотропних матеріалів, навантажених внутрішнім тиском та осьовим розтягуючим зусиллям, виходячи із результатів двох експериментів – навантаження внутрішнім тиском P та одновісного розтягу силою N . Отримані умови для знаходження моменту втрати стійкості процесу пластичного деформування (7) та (9), які враховують як вид напруженого стану, так геометричні особливості зразків.

Побудова кривих деформування конструкційних матеріалів (сталі 10ГН2МФА та сталі 0,37%С), отриманих експериментальним шляхом та розрахункових граничних кривих для умов (7) та (9) в одній системі координат показала задовільну узгодженість між теорією та експериментом.

Аналітично доведено зменшення ресурсу міцності тонкостінного циліндра при співвідношеннях головних напружень $k \rightarrow 0,5$ та $k \rightarrow 2$, що підтверджується експериментами.

Отримані у статті нові умови настання моменту втрати стійкості пластичного деформування тонкостінних циліндрів, спричиненої дією внутрішнього тиску та осьового розтягу удосконалюють теоретичний апарат для оцінювання рівня безпеки тонкостінних посудин, які зазнають пластичних або пружно-пластичних деформацій в умовах складного напруженого стану.

Узагальнення запропонованої методики для тонкостінних осесиметричних оболонок довільної гаусівської кривизни дозволить застосувати її до широкого класу конструкційних елементів, що працюють в умовах складнонапруженого стану.

Список використаних джерел:

1. Потапова Л.Б. Механика материалов при сложном напряженном состоянии. Как прогнозируют предельные напряжения? / Л.Б. Потапова, В.П. Ярцев. – М. : «Издательство Машиностроение-1», 2005. – 244 с. – ISBN 5-94275-197-8.
2. Механическое поведение материалов при различных видах нагружения / В.Т.Трошенко, А.А.Лебедев, В.А.Стрижало и др. – К. : Логос, 2000. – 571 с. – ISBN 966-581-174-6.
3. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / А.А.Лебедев, Б.И.Ковальчук, Ф.Ф.Гигиняк, В.П.Ламашевский; под ред. А.А. Лебедева – К. : Издательский Дом «Ин Юре», 2003. – 540 с. – ISBN 966-8088-36-0.
4. Yu M.-H. Advances in strength theories for materials under complex stress state the 20th century // Appl. Mech. Rev. – 2002. – Vol. 55, no. 3. – P. 169–218. – <https://doi.org/10.1115/1.1472455>
5. Hershey AV 1954, The plasticity of an isotropic aggregate of an-isotropic face-centered cubic crystals, ASME J. Appl. Mech., 21~3.
6. Davis E. A. The Bailey Flow Rule and Associated Yield Surface. J. Appl. Mech. 28, 310. <https://doi.org/10.1115/1.3641679>.
7. PAUL, B. Macroscopic criteria for plastic flow and brittle fracture. Fracture, 1968, 2: 313-496.
8. Hosford, W.F.: A generalized isotropic yield criterion. ASME J. Appl. Mech. E39(2), 1972. 607–609.
9. Tomita Y., Shindo A., Nagai M. Axisymmetric deformation of circular elastic-plastic tubes under axial tension and internal pressure. / Y. Tomita., A. Shindo, M. Nagai // International Journal of Mechanical Sciences, 1984. – № 26. – С. 437-444. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(84\)90033-X](https://doi.org/10.1016/0020-7403(84)90033-X)

10. Баженов В.Г., Ломунов В.К. Экспериментально-теоретическое исследование процесса образования шейки при растяжении стального трубчатого образца до разрыва / В. Баженов, В. Ломунов. - Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. Н.Новгород: ННГУ, 2001. С. 35–41.
11. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек. / Э. Григолюк, В. Кабанов — М.:Наука. 1978. – 360 с.
12. Пикуль В. В. Современное состояние теории устойчивости оболочек. / В. В. Пикуль // Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук. – 2008. - Вып. № 3.
13. Kirchhoff–Love plate theory. https://en.wikipedia.org/wiki/Kirchhoff%E2%80%93Love_plate_theory
14. Надаи А. Пластичность и разрушение твёрдых тел. Том 1 Под ред. Г. С. Шапиро. в 2-х томах. – Москва : Иностранная литература, 1954. – 647 с.
15. Шкодзінський О.К. Методика дослідження стійкості процесу пластичного деформування ізотропних матеріалів для плоского напруженого стану / О.К. Шкодзінський, Г.В. Козбур. // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2007. – Т.12, №4. – С. 26–31.
16. Каминский А.А. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения / А.А. Каминский, В.Н. Бастун. – К. : Наук.думка, 1985. – 168 с.Гігіняк Ф.Ф.
17. Міцність конструкційних матеріалів при малоцикловому навантаженні за умов складного напруженого стану : Монографія / Гігіняк Ф.Ф., Лебедев А.О., Шкодзінський О.К. — К. : Наукова думка , 2003 — 270 с. — ISBN 9660007868.
18. Prediction technique for thin-walled cylindrical tubes boundary state / Halyna Kozbur / Scientific Journal of TNTU. — Tern. : TNTU, 2019. — Vol 94. — No 2. — P. 145–155. — (Mathematical modeling. Mathematics). https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2019.01.147.

Рецензенти:

Марущак Павло Орестович, зав. каф. автоматизації технологічних процесів і виробництв ТНТУ ім. Івана Пулюя, д. т. наук, професор

Хохлова Лариса Григорівна, к.ф.-м.н., доц. каф. математики та методики її навчання ТНПУ ім.В.Гнатюка

Стаття надійшла до редакції 15.12.2019