УДК 621.9048.6 DOI 10.36910/775.24153966.2024.78.8

М.П. Ярошевич, Т.С. Ярошевич, Є.І. Мельник

Луцький національний технічний університет

ДИНАМІЧНА СИНХРОНІЗАЦІЯ БІГАРМОНІЧНИХ ДЕБАЛАНСНИХ ВІБРОЗБУДНИКІВ

Досліджується динамічна синхронізація бігармонічних дебалансних віброзбудників, встановлених на твердому тілі з трьома ступенями вільності. Отримані рівняння повільних та швидких рухів віброзбудників; вирази для динамічних моментів, діючих на ротори; умову існування синфазного режиму руху віброзбудників. Показано, що дана умова є «нежорсткою». Отримано вираз для вібраційного моменту для випадку «застрягання» частоти двигуна при пуску. Сформульовані рекомендації щодо вибору параметрів бігармонічного приводу. Отримані результати підтверджуються чисельним моделюванням.

Ключові слова: *вібромашина, бігармонічний привод, дебелансний віброзбудник, динамічна самосинхронізація, вібраційний момент.*

M.P. Yaroshevych, T.C. Yaroshevich, YE.I. Melnyk

DYNAMIC SYNCHRONIZATION OF BIHARMONIC UNBALANCED VIBRATION EXCITERS

The dynamic synchronization of biharmonic unbalanced vibration exciters mounted on a solid body with three degrees of freedom is investigated.

The equations of slow and fast motions of the vibration exciters, expressions for the dynamic moments acting on the rotors and the condition for the existence of a synphase mode of motion of the vibration exciters are obtained . It is shown that this condition is "non-rigid". An expression for the vibration torque for the case of "stuck" frequency of the motor at start-up is obtained. Recommendations for choosing the parameters of a biharmonic drive are formulated. The obtained results are confirmed by numerical modeling.

Keywords: *vibration machine, biharmonic drive, unbalanced vibration exciter, dynamic self-synchronisation, vibrational torque*.

Постановка проблеми. У багатьох випадках ефективність технологічних процесів помітно зростає за використання вібромашин з бігармонічним режимом коливань. За привод у цих машинах використовують інерційний чотирьохвальний вібратор, ротори якого зв'язані зубчастою передачею. Такими вібраторами, зокрема, оснащено конструкції вібраційних конвеєрів, грохотів та концентраційних столів. Останні досить успішно використовуються в гірничій промисловості [1]. Проте, кінематична примусова синхронізація має низку істотних недоліків [2]. Перш за все – чутливість зубчастої передачі до динамічних навантажень, які в інерційному приводі є істотними.

Виявлення та теоретичне обґрунтування ефекту самосинхронізації інерційних віброзбудників створило нові можливості у вібраційній техніці. Вібраційні машини з віброзбудниками, що самосинхронізуються, серійно випускаються та успішно працюють у багатьох країнах. Водночас, невідомо про випадки використання самосинхронізації у бігармонічному приводі.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. На даний час явище динамічної синхронізації інерційних віброзбудників досить добре вивчено. Огляд та узагальнення основних результатів досліджень наведено, наприклад, у [2, 3]. Більшість відомих результатів належать до так званої, простої самосинхронізації, коли ротори обертаються з однаковими (близькими) частотами. Динамічній синхронізації віброзбудників, які обертаються з кратними частотами, присвячені праці [4-6]. В [7] обґрунтовується можливість використання самосинхронізації для створення вібромашин, у яких закон коливань можна змінювати під час роботи. В [8-10] отримано вирази для вібраційних моментів при проходженні зони резонансу вібромашинами з двома віброзбудниками, що самосинхронізуються; демонструються можливості поліпшення їх розбігу при використанні методів «подвійного» та «роздільного» пусків двигунів. У статті [11] представлено синтез конструктивних параметрів двочастотного інерційного вібратора за заданими характеристиками потужності; на основі розробленої математичної моделі отримано параметри змінної періодичної сили. У [12] показано, що прикладні задачі самосинхронизації інерційних віброзбудників можна розв'язувати за методикою дослідження вібраційного захоплення обертання незрівноважених роторів. Серед останніх робіт, присвячених проблемам динамічної синхронізації, слід відзначити [13-15].

© М.П. Ярошевич, Т.С. Ярошевич, Є.І. Мельник

Постановка завдань. Продемонструвати практичну можливість динамічної синхронізації двох однакових бігармонічних віброзбудників, встановлених на м'якому віброізольованому твердому тілі.

Методика дослідження. Для аналітичних досліджень використано методи прикладної теорії коливань та підхід вібраційної механіки проф. Блехмана. Моделювання самосинхронізації бігармонічних віброзбудників полягало у спільному чисельному інтегруванні диференціальних рівнянь руху механічної системи та рівнянь динамічної моделі електродвигуна асинхронного типу за допомогою математичного пакету Maple.

Опис динамічної системи та диференціальні рівняння руху. Несуче тверде тіло пружно встановлено на нерухомій основі та може здійснювати плоскі коливання. На ньому закріплені два номінально однакові бігармонічні віброзбудники (рис. 1). Кожен з них складається з двох моногармонічних дебалансних віброзбудників, зєднаних зубчастою передачею з передатним відношенням 1:2. Площини осей віброзбудників паралельні. Віброзбудники з основною частотою обертання приводяться від незалежних асинхронних електродвигунів, які обертаються в протилежних напрямках. Припускається, що пружні опори несучого тіла є досить «м'якими». Тобто частоти його власних коливань істотно менші за частоту обертання віброзбудників у робочому режимі. Рівняння руху системи подано у вигляді [2]:

$$M\ddot{x}+\beta_x\dot{x}+c_x x=\sum_{s=1}^{4}m\varepsilon_s\dot{\varphi}_s^2\cos\varphi_s\ ,\quad M\ddot{y}+\beta_y\dot{y}+c_y y=-\sum_{s=1}^{4}m\varepsilon_s\dot{\varphi}_s^2\sin\varphi_s\ ,$$

$$J\ddot{\varphi}+\beta_\varphi\dot{\varphi}+c_\varphi\varphi=\sum_{s=1}^{4}m\varepsilon_s r_s\dot{\varphi}_i^2\sin(\varphi_i+\delta_i)\ ,$$

$$I_i\ddot{\varphi}_i=L_i\left(\dot{\varphi}\right)-R_i\left(\dot{\varphi}\right)+\Psi_i(\varphi_i,q_i,\omega t)\ ,\ \ i=1,2\ , \tag{1}$$

де $\varphi_3=\sigma_{kt}(2\varphi_1+\beta)$; $\varphi_4=\sigma_{kt}(2\varphi_2+\beta)$; $\delta_1=\pi-\gamma_1$; $\delta_2=\pi+\gamma_1$; $\delta_3=\pi-\gamma_2$; $\delta_4=\pi+\gamma_2$; $m\varepsilon_i=m\varepsilon_I$; $m\varepsilon_{2+i}=m\varepsilon_{II}$; $r_1=r_2=r_I$; $r_3=r_4=r_{II}$; $\Psi_i(\varphi_i,q_i,\omega t)=m\varepsilon_I\left[\ddot{x}\sin\varphi_i+\ddot{y}\cos\varphi_i-\ddot{\varphi}r_I\cos(\varphi_i+\delta_i)+g\cos\varphi_i\right]-$
$-2m\varepsilon_{II}\left[\ddot{x}\sin\varphi_{i+2}+\ddot{y}\cos\varphi_{i+2}-\ddot{\varphi}r_{II}\cos(\varphi_{i+2}+\delta_{i+2})+g\cos\varphi_{i+2}\right]$;

M, J – маса та момент інерції несучого тіла; $q_j=x,y,\varphi$ – узагальнені координати несучого тіла; φ_s – кути повороту віброзбудників; β_q, c_q – коефіцієнти в'язкого тертя та жорсткості пружних опор несучого тіла; r_i – відстань від осі і-го віброзбудника до центру мас несучого тіла O; $m\varepsilon_s$ – статичні моменти віброзбудників; β – кут зсуву фаз між віброзбудниками, з'єднаними кінематично; $I_{\Sigma i}$ – зведені до ротора двигуна моменти інерції віброзбудників; $L_i\left(\dot{\varphi}\right)$ – момент електродвигуна; $R_{\Sigma i}\left(\dot{\varphi}\right)$ – зведений до ротора двигуна момент сил опору обертання; $\sigma_{kt}=\pm1$ – в залежності від виду передачі ($\sigma_{kt}=-1$ - для зубчастої передачі); g – прискорення вільного падіння.

Розглянемо можливість самосинхронізації бігармонічних віброзбудників.

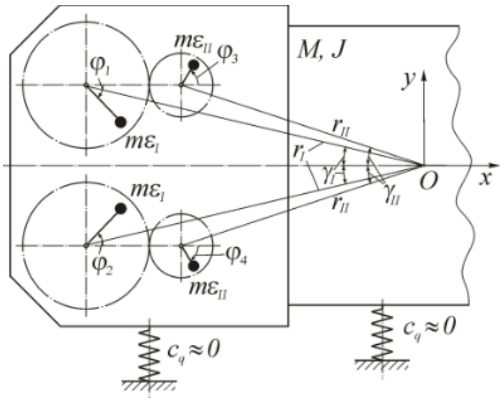


Рис. 1. **Бігармонічний вібропривід**

Викладення основного матеріалу. Розв'язки системи (1) будемо шукати у формі $\varphi_i = \sigma_i[\omega t + \alpha_i(t) + \psi_i(t, \omega t)]$, $q_j = q_j(t, \omega t)$, де $\sigma_i = \pm 1$ – в залежності від напрямку обертання віброзбудника; ω – частота синхронного обертання; $\alpha_i(t)$ – повільні, а $\psi_i(t, \omega t)$, $q_j(t, \omega t)$ – швидкі періодичні функції часу. Тоді приходимо до основних рівнянь вібраційної механіки:

$$I_{\Sigma i}\ddot{\alpha}_i + k_i\dot{\alpha}_i = \sigma_i L_i(\omega) - \sigma_i R_{\Sigma i}(\omega) + V_i, \tag{2}$$

$$I_i\ddot{\psi}_i + k_i\dot{\psi}_i = \Psi_i - V_i, \qquad i = 1,2, \tag{3}$$

де $V_i = \dfrac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \Psi_i(\varphi_i, q_i, \omega t)d\omega t$ – вібраційний момент, який й забезпечує динамічну синхронізацію.

Зазначимо, що різниці моментів $L_i(\dot{\varphi}_i) - R_i(\dot{\varphi}_i)$ лінеаризовані поблизу синхронної частоти ω [2]; k_i - коефіцієнти демпфування.

Для розглядуваного випадку ($c_q \approx 0$) вираз для вібраційного моменту можна подати у формі:

$$V_i = V_{1\omega} + 2V_{2\omega} = V_{1\max}\sin\alpha_{12} + 2V_{2\max}\sin 2\alpha_{12}, \tag{4}$$

де $V_{1\max} = \dfrac{m\varepsilon_I^2 r_I^2\omega^2}{2J}$, $V_{2\max} = \dfrac{2m\varepsilon_{II}^2 r_{II}^2\omega^2}{J}$ – модулі часткових вібраційних моментів, які характеризують динамічний зв'язок між віброзбудниками з однаковими частотами обертання; $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$ – зсув фаз між віброзбудниками.

Нескладно показати, що для випадку, коли віброзбудники з'єднані передачею обертаються в одному напрямку вираз для вібраційного моменту (4) зберігає свій вигляд. Звідси слідує, що для цих двох випадків співпадуть також отримані результати.

Обмежимося дослідженням практично цікавого випадку додатних парціальних частот віброзбудників, які не дуже різняться між собою. З (2) слідує рівняння для визначення частоти ω та зсуву фаз α_{12} у можливих синхронних рухах віброзбудників ($\alpha_i = const$):

$$k_i(\omega_i - \omega) = V_{1\max}(1 + 4V_{2\max}\cos\alpha_{12}/V_{1\max})\sin\alpha_{12}. \tag{5}$$

Нехай парціальні швидкості основних віброзбудників однакові. Розглянемо випадок синфазного обертання віброзбудників ($\alpha_{12}^* = 0$). Синфазному обертанню відповідають поступальні бігармонічні коливання несучого тіла вздовж осі Ox. Умова стійкості даного режиму зводиться до нерівності $\dfrac{dV_i}{d\alpha_i} < 0$. Цю умову нескладно отримати, якщо скористатися методикою дослідження вібраційного захоплення обертання незрівноваженого ротора [12] або якщо використати інтегральний критерій стійкості синхронних рухів [2, 4]. Важливо, що для зарезонансного випадку, синфазний режим стійкий за будь-яких поєднань параметрів системи; що при виконанні умови $m\varepsilon_I r_I > 4m\varepsilon_{II} r_{II}$, режим $\alpha_{12}^* = 0$ буде єдиним стійким режимом. Згідно технологічних рекомендацій, зазвичай, $m\varepsilon_{II} \approx m\varepsilon_I/4$. Отже, наведена умова набуває вигляду $r_I > r_{II}$. Таким чином, для виникнення саме синфазного режиму руху, осі основних віброзбудників мають бути більш віддалені від центра мас несучого тіла, ніж осі «швидких». Звичайно, для більш сильного динамічного зв'язку між віброзбудниками, відстані r_i мають бути по можливості більшими, а момент інерції несучого тіла - меншим. Однак, з рівнянь (2) слідує, що збільшення вібраційного моменту призводить до зростання коливань швидкості віброзбудників.

Умова існування синфазного режиму обертання віброзбудників $\alpha_{12}^* = 0$ може бути подана у формі: $|L_i(\omega) - R_i(\omega)|/(V_1 + 4V_2) < 1$, або якщо $m\varepsilon_{II} \approx m\varepsilon_I/4$ та $r_{II} = r_I$ – у вигляді:

$$k_{12}\left|\omega_1-\omega_2\right|/2V<1, \tag{6}$$

де $k_{12}=k_1k_2/(k_1+k_2)$.

Згідно (6), самосинхронізація бігармонічних віброзбудників обов'язково встановиться, якщо їх парціальні швидкості будуть достатньо близькими. Умова (6) не «жорсткіша» за відому умову існування синфазного руху двох вібровзбудників, які обертаються в протилежних напрямках та встановлені на несучому тілі з плоскими коливаннями [2]. Як відомо, вібромашини з такою динамічною схемою отримали досить широке практичне використання.

Орієнтовною мірою стабільності синфазного режиму може служити коефіцієнт вібраційного зв'язку між бігармонічними віброзбудниками (за Б.П. Лавровим [2]):

$$k_\omega=\frac{2V_{1\max}}{L_n}, \tag{7}$$

де L_n – номінальний момент електродвигуна.

Порівнюючи коефіцієнт (7) з k_ω для згаданої схеми, яка отримала широке використання, можна очікувати на високу стабільність синфазного режиму руху бігармонічних віброзбудників.

З (2) також отримуємо умову існування режиму вібраційної підтримки обертання бігармонічних віброзбудників: $2V_{i\max}>R_i(\omega)$. Таким чином, можна також очікувати на стабільну роботу бігармонічного привода в режимі вібраційної підтримки обертання одного з збудників. Зазначимо, що такий режим ефективний у разі недовантажених електродвигунів в усталеному режимі роботи.

Вираз для вібраційного моменту у разі «застрягання» швидкості двигуна при проходженні вібромашиною зони резонансу (максимально навантажений режим роботи машини), можна подати у формі [2]:

$$V_i\approx m\varepsilon_I\omega_s^2A_x\sin\gamma_x/2, \tag{8}$$

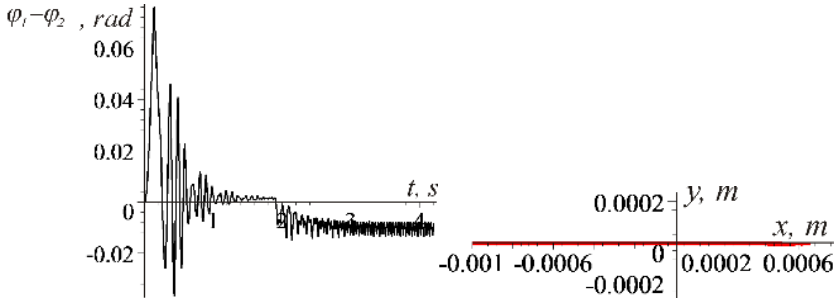
де ω_s – частота «застрягання» швидкості двигуна; A_x - амплітуда коливань несучого тіла вдовж осі Ox; γ_x - зсув фаз між вимушеною силою основного віброзбудника та коливаннями несучого тіла. Отже, можна зробити висновок (8), що пуск вібромашини з бігармонічним приводом є не більш навантаженим, ніж з моногармонічним. До того ж, бігармонічний привод дозволяє встановлення основних і «швидких» віброзбудників у протифазі (згідно (3), динамічна синхронізація не залежить від кута β). Внаслідок цього має місце «полегшений» початковий підйом дебалансів і, відповідно, «полегшене» проходження зони резонансу.

Отримані результати підтверджуються комп'ютерним моделюванням самосинхронізації бігармонічних віброзбудників. Параметри в рівняннях (1) вибиралися згідно параметрів лабораторної вібромашини [12]: $M=108kg$; $J=1,2kg\cdot m^2$; $\beta_q=135kg/s$; $c_q=3,5\cdot10^4N/m$; $I_i=0,008kg\cdot m^2$; $m\varepsilon_I=0,44kg\cdot m$; $r_I=0,76m$; $r_{II}=0,51m$; $\gamma_I=0,13rad$; $\gamma_{II}=0,11rad$; $P_N=0,18kW$, $\omega_s=157\ rad/s$.

Наведені на рис. 2 графіки свідчать про можливість стабільного синфазного обертання бігармоничних віброзбудників. Режим встановлюється незважаючи на задану відмінність у параметрах системи (до 3%), а також за різних початкових умов. Про динамічну синхронізацію свідчить сталість різниці фаз між віброзбудниками та повторюваність в усталеному режимі траєкторії руху центра мас несучого тіла. Продемонстровано також: при вимкненні одного з електродвигунів (на $t=1,9s$) встановлювався режим вібраційної підтримки обертання відповідного віброзбудника; при виконанні умови $r_I<r_{II}$ встановлювалося лише протифазне обертання віброзбудників.

Висновки. Синфазне обертання у протилежних напрямках двох бігармонічних віброзбудників, встановлених на несучому тілі з трьома ступенями вільності, є як стійким, так і стабільним. Це робить можливим практичне використання самосинхронізації бігармонічних віброзбудників. Для виникнення лише синфазного обертання, осі основних віброзбудників мають

бути розташовані на більшій відстані від центру мас несучого тіла, ніж осі «швидких» віброзбудників.



а б

Рис. 2. **Синфазне обертання бігармоничних віброзбудників:**
а) зсув фаз між віброзбудниками; б) траєкторія центру мас несучого тіла

Використання самосинхронізації бігармонічних віброзбудників дозволяє зменшити недоліки кінематичної примусової синхронізації; розширює можливості компоновки привода. Крім того, стає можливою робота бігармонічного привода в режимі вібраційної підтримки обертання віброзбудника.

Список використаних джерел:

1. Корчевский А.Н., Букін С.Л., Шолда Р.А. Исследование работы концентрационного стола СКОБ-2,5×2 на техногенном сырье. Збагачення корисних копалин, 2012. Вип. 51(92)
2. Blekhman I.I. Vibrational mechanics – Nonlinear dynamic effects, General approach, Applications. - Singapore at al.: World Scientific, 2000.
3. Blekhman I.I., Blekhman L.I., Dresig H. et al. Selected Topics in Vibrational Mechanics. - Singapore at al.: World Scientific, 2004, 409 p.
4. Blekhman I.I. Extension of the domain of applicability of the integral stability criterion (extremum property) in synchronization problems. J. Appl. Math. Mech. 2004, Vol. 68, P. 839–846.
5. Ragulskis K. Mechanisms on a vibrating base. - Kaunas: Publishing House of the Institute of Energy and Electrical Engineering. AS of the Lithuanian SSR, 1963, 232 p.
6. Ярошевич Т.С., Тимощук В.М., Ярошевич М.П. Динамічна синхронізація дебалансних віброзбудників з кратними частотами обертання. - Вісник СевНТУ, 2011, №120, С. 228-233.
7. Blekhman I.I., Semenov Y.A. On the possibility of designing adaptive vibration machines with self-synchronizing exciters. Mechanisms and Machine Science, 2020, Vol. 80, P. 231-236.
8. Blekhman I.I., Vasil'kov.V.B. On Some Opportunities for Improving Vibration Machines with Self-Synchronization Inert Vibration Exciters. Journal of Machinery manufacture and reliability, 2013, Vol.42, №3, P. 192-195.
9. Ярошевич М.П., Силивонюк А.В. Про деякі особливості динаміки розбігу вібраційних машин зі збудниками, що само синхронізуються.- Науковий вісник національного гірничого університету, 2013, № 4, С. 70-75.
10. Yaroshevich M.P., Zabrodets I.P., Yaroshevich T.S. Dynamics of vibrating machines starting with unbalanced drive in case of bearing body flat vibrations. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. Dnipropetrovsk, 2015, Vol. 3, P. 39–45.
11. Gursky V., Krot P., Korendiy V., Zimroz R. Dynamic Analysis of an Enhanced Multi-Frequency Inertial Exciter for Industrial Vibrating Machines. Machines 2022, № 10, 130. doi.org/10.3390/machines10020130
12. Yaroshevich N., Grabovets V., Yaroshevich T. et al. On the effect of vibrational capture of rotation of an unbalanced rotor. Mathematical Models in Engineering, 2023, Vol. 9, No. 2, pp. 81–93, https://doi.org/10.21595/mme.2023.23273.
13. Hu W., Cheng Z., Zhang X. et al. Self-balance characteristics of the vibrating system with four split-driving vibrators. Nonlinear Dyn, 2024. https://doi.org/10.1007/s11071-024-09804-4
14. Blekhman I.I., Blekhman L.I., Upon drive dynamics of vibratory machines with inertia excitation. Obogashchenie Rud, Issue 4, 2017, p. 49–52.
15. Ярошевич М.П., Ярошевич Т.С. Динаміка розбігу вібраційних машин з дебалансним приводом: монографія / Луцьк: ЛНТУ, 2010. – 220 с.

© М.П. Ярошевич, Т.С. Ярошевич, Є.І. Мельник