

Д. М. Квашук, І. Г. Бабічев

Національний авіаційний університет

ПОХИБКА ДИСКРЕТНОГО МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ КУТОВИХ ПРИСКОРЕНЬ ВАЛІВ ЕЛЕКТРОДВИГУНІВ

Стаття присвячена методам вимірювання кутових прискорень та оптимізації похибок вимірювання обертальних параметрів електродвигунів.

Основну увагу зосереджено на оптимізації процесу вимірювання кутових прискорень, зменшенні похибок та покращенні точності таких вимірювань. У статті досліджуються фактори, які впливають на методичну похибку, такі як вибір значення фіксованого кута, момент початку виміру, технічні засоби та діапазон кутових прискорень, що вимірюються. Представлено залежність методичної похибки від різних параметрів. Зокрема, розглядаються випадки, коли тривалість постійного кутового прискорення обмежена, а також, коли відбувається зміна похибки протягом часу, що відповідає певній кількості обертів валу, який задає постійне кутове прискорення.

Ключові слова: кутове прискорення, обертальний момент, електродвигун, методична похибка, вимірювання, дискретні методи вимірювання.

D. Kvashuk, I. Babichev

METHODOLOGICAL ERROR OF DISCRETE METHODS OF MEASURING CONSTANT ANGULAR ACCELERATIONS OF ELECTRIC MOTORS SHAFTS

The article is devoted to methods of measuring angular accelerations and optimization of measurement errors of rotational parameters of electric motors. The main focus is on optimizing the process of measuring angular accelerations, reducing errors and improving the accuracy of such measurements. The article examines the factors that affect the methodical error, such as the choice of the fixed angle value, the moment of the start of the measurement, the technical means and the range of angular accelerations being measured. The dependence of the methodological error on various parameters is presented. In particular, cases are considered when the duration of constant angular acceleration is limited, as well as when there is a change in error during the time corresponding to a certain number of revolutions of the shaft that sets the constant angular acceleration.

Key words: angular acceleration, torque, electric motor, methodical error, measurement, discrete measurement methods.

Постановка проблеми

Метрологічне забезпечення засобів вимірювань кутових прискорень валів електродвигунів передбачає точне відтворення зазначеної величини, як постійної, так і змінної в часі, при цьому основною операцією є її вимірювання.

Проведений аналітичний огляд методів та засобів вимірювань кутових прискорень показує, що дискретні методи мають головні переваги — високу точність і можливість автоматизації процесів вимірювання. Ці методи засновані на перетворенні (кодуванні) сигналу вимірювального перетворювача кута повороту валу та подвійному чисельному диференціюванні його за параметрами, що формують таке перетворення.

Якщо один із параметрів (кут повороту, або інтервал часу) зробити постійним (фіксованим), то значення другого змінюватимуться нелінійно. У зв'язку із цим, використання параметру кутового прискорення валу електродвигуна може бути здійснено і під час вимірювання динамічних моментів, розглядаючи їх як добуток моменту прискорення та моменту інерції.

Разом з тим, дискретні методи вимірювання ґрунтуються на тому, що вимірювання проводяться на окремих вибірках даних, на відміну від неперервних методів, які передбачають безперервність даних. Тому, актуальність дослідження похибок дискретних методів вимірювання кутових прискорень, обумовлена, ще й потребами в точності інших, похідних, методів вимірювання обертальних параметрів електродвигунів під час застосування непрямих вимірювань.

Аналіз літератури

В літературі досить широко описано методи вимірювання кутових прискорень електродвигунів [1], [2], [3], [4]. Проте, не достатньою увагу приділено саме методичним похибкам вимірювань кутових прискорень.

Так, в роботі [5] розглянуто варіант побудови блоку вимірювання датчика кутової швидкості та кутового прискорення на базі гіроскопічного датчика кутової швидкості компенсаційного типу. Розроблено структурну схему блоку, представлено результати моделювання його роботи. Проте за пропонуваною прилад не враховує ряду дестабілізуючих факторів, зокрема впливу вібрації та

впливу температури на пружність валу. В роботі [6] описано метод вимірювання кутового прискорення тіла, використовуючи прямий спосіб вимірювання, де можна було б представити похибку та її залежність від дестабілізуючих факторів також. В інших працях, зважаючи на детальний опис методів та засобів вимірювання кутового прискорення спостерігається недостатність висвітлення саме дискретних методів вимірювання саме постійних кутових прискорень. Тому, актуальною проблемою можна вважати визначення методичних похибок під час вимірювання постійних кутових прискорень, оскільки саме постійні кутові прискорення більш прогнозовані та можуть бути описані більш точно.

Метою даної статті є визначення шляхів покращення точності вимірювання кутових прискорень валів електродвигунів шляхом зменшення методичної похибки та вибору оптимальних параметрів вимірювання.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо методичну похибку вимірювання постійного кутового прискорення двох вищезгаданих методів нелінійного кодування сигналу кута повороту чи часу. Під методичною похибкою слід розуміти різницю між середнім значенням кутового прискорення на інтервалі кодування та його значенням у час. При цьому інструментальну похибку, яка залежить від точності перетворювачів та реєструючих пристроїв, брати до уваги не будемо.

Розглянемо спочатку методичну похибку Δ_{1M} нелінійного кодування кута повороту фіксованим інтервалом часу T . У цьому випадку, згідно з визначенням,

$$\Delta_{1M} = \frac{\omega(t) - \omega(t-T)}{T} - \omega(t), \quad (1)$$

де $\omega(t)$ - значення кутового прискорення в момент часу t . Відповідно до [7] для абсолютної методичної похибки справедлива така формула:

$$\Delta_{1m} = \varepsilon_{measurm}(t) - \varepsilon(t), \quad (2)$$

$$\varepsilon_{measurm}(t) = \frac{\omega(t+T) - \omega(t)}{T} + \frac{1}{2}[\varepsilon(t+T) - \varepsilon(t)] \quad (3)$$

де $\varepsilon_{measurm}$ - виміряне (обчислене) значення кутового прискорення, при вимірюванні постійного кутового прискорення методом фіксованого інтервалу часу T , тобто, коли $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$, маємо такі вирази для кутових швидкостей:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \varepsilon_0 t; \\ \omega(t+T) &= \varepsilon_0 (t+T). \end{aligned} \quad (4)$$

Після відповідних підстановок у вираз для Δ_{1M} алгебраїчних перетворень отримуємо $\Delta_{1M} = 0$. Такий самий висновок маємо з [8]. Тут, враховуючи, що диференційований сигнал кутової швидкості на інтервалі кодування $t_i - \frac{T}{2}; t_i + \frac{T}{2}$ для абсолютної методичної похибки в момент часу t_i отримаємо:

$$\begin{aligned} |\Delta_{1M}(t_i)| &= \max |\omega(t)| \frac{T^2}{24} t_i - \frac{T}{2}; t_i + \frac{T}{2}, \\ & t_i - \frac{T}{2}; t_i + \frac{T}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

при $\varepsilon_0 = const$, $\omega(t) = 0$ і, отже $\Delta_{1M} = 0$.

Таким чином, на підставі [7] і [8] можна сказати, що при дискретних вимірах постійних кутових прискорень методом нелінійного кодування кута повороту, методична похибка дорівнює нулю.

Перейдемо до розгляду методичної похибки вимірювання кутового прискорення методом нелінійного кодування фіксованим кутом повороту φ (рис.1).

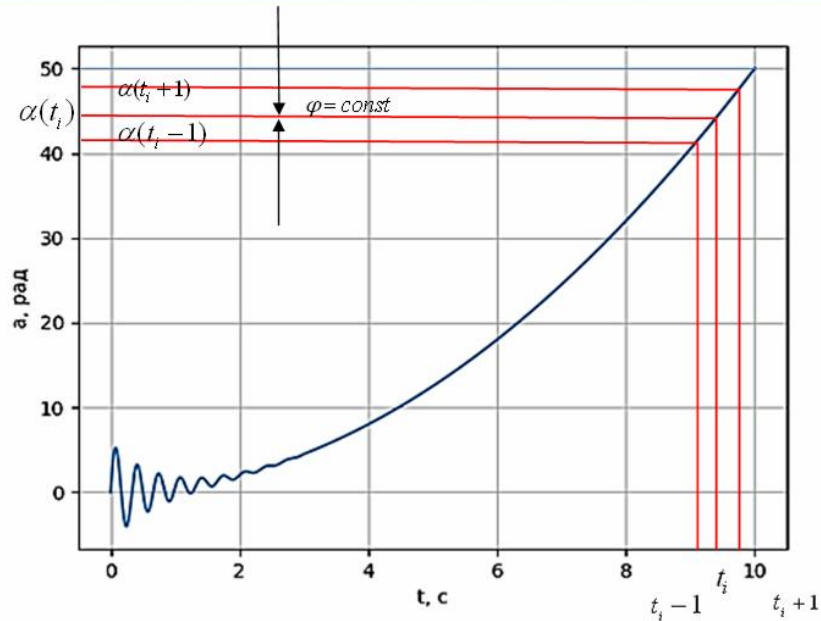


Рис. 1. Кодування інтервалів часу фіксованим кутом

У цьому випадку зручно перейти до зворотних величин і функцій кута повороту. Вважатимемо час t функцією кута повороту α . Тоді за аналогією з кутовою швидкістю і кутовим прискоренням, можна отримати вираз для похідних $\frac{dt}{d\alpha}$, $\frac{d^2t}{d\alpha^2}$ та $\frac{d^3t}{d\alpha^3}$, які позначимо ω_t , ε_t , $\dot{\varepsilon}_t$.

При рівноприскореному русі, описаному законом:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \dot{\alpha}_0 t + \frac{\varepsilon_0 t^2}{2}, \quad (5.1)$$

де $\alpha_0, \dot{\alpha}_0$ - Початковий кут повороту і кутова швидкість, будуть справедливі наступні вирази для $t(\alpha)$ та похідних цієї функції за поточним кутом α .

$$t(\alpha) = \sqrt{\frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{\varepsilon_0} - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0} - \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0}}; \quad (6)$$

$$\omega_t = \frac{dt}{d\alpha} = + \frac{1}{\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{\varepsilon_0} - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0}}}; \quad (7)$$

$$\varepsilon_t = \frac{d^2t}{d\alpha^2} = - \frac{1}{\varepsilon_0^2 \left(\frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{\varepsilon_0} - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{3}{2}}}; \quad (8)$$

$$\dot{\varepsilon}_t = \frac{d^3t}{d\alpha^3} = - \frac{3}{\varepsilon_0^3 \left(\frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{\varepsilon_0} - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{5}{2}}}. \quad (9)$$

Вид функцій, що описуються виразами (6)-(9) при нульових початкових умовах $\alpha_0 = 0, \dot{\alpha}_0 = 0$ показано на рис. 2. (дод. 1). Якщо у формули (7)-(9) замість α підставити вираз (5.1), то отримаємо:

$$\begin{aligned}\omega_t &= \frac{dt}{d\alpha} = \frac{1}{\varepsilon_0 t + \dot{\alpha}(t_0)} = \frac{1}{\dot{\alpha}(t)}; \\ \varepsilon_t &= \frac{d^2 t}{d\alpha^2} = -\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 t + \dot{\alpha}(t_0)^3} = -\frac{\varepsilon_0}{[\dot{\alpha}(t)]^3}; \\ \dot{\varepsilon}_t &= \frac{d^3 t}{d\alpha^3} = \frac{3\varepsilon_0^2}{\varepsilon_0 t + \dot{\alpha}(t_0)^5} = \frac{3\varepsilon_0^2}{[\dot{\alpha}(t)]^5}.\end{aligned}\tag{10}$$

Тоді формулу дискретного вимірювання швидкості зворотної функції кута повороту методом фіксованого кута $\varphi = const$ на інтервалі $[\alpha_i - \varphi; \alpha_i]$ можна подати у вигляді: $\omega_t \alpha_i - \frac{\varphi}{2} = \frac{t(\alpha_i) - t(\alpha_i - \varphi)}{\varphi}$.

Звідси за визначенням для абсолютної похибки Δ_{2m} вимірювання швидкості зміни інтервалів часу, справедливий вираз:

$$\Delta_{2M} \omega_t \alpha_i - \frac{\varphi}{2} = \frac{t(\alpha_i) - t(\alpha_i - \varphi)}{\varphi} - \omega_t \alpha_i - \frac{\varphi}{2}.$$

Відповідно до [8], для середньої частини кутових інтервалів вимірювань швидкостей $\omega_t \alpha_i \pm \frac{\varphi}{2}$ маємо:

$$\begin{aligned}\Delta_{2M} \omega_t \alpha_i \pm \frac{\varphi}{2} &= \max \left| \dot{\varepsilon}_t \right| \frac{\varphi^2}{24}; \\ & [\alpha_i; \alpha_i + \varphi]; \\ & [\alpha_i - \varphi; \alpha_i].\end{aligned}\tag{11}$$

Тоді вираз для методичної похибки виміру прискорення інтервалів часу при повороті на кут α_i можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}\Delta_{2M} \delta_t(\alpha_i) &= \frac{\omega_t \alpha_i + \frac{\varphi}{2} \pm \Delta_{2M} \omega_t \alpha_i + \frac{\varphi}{2} - \omega_t \alpha_i - \frac{\varphi}{2} \pm \\ & \dots \frac{\pm \Delta_{2M} \omega_t \alpha_i - \frac{\varphi}{2}}{\varphi} - \varepsilon_t(\alpha_i).\end{aligned}\tag{12}$$

Ввівши позначення $\alpha_i + \frac{\varphi}{2} = \xi_i$, перепишемо цей вираз у вигляді:

$$\Delta_{2M} \varepsilon_t(\alpha_i) = \frac{\omega_t(\xi_i) \pm \Delta_{2M} \omega_t(\xi_i) - \omega_t(\xi_i - \varphi) \pm \Delta_{2M} \omega_t(\xi_i - \varphi)}{\varphi} - \varepsilon_t(\alpha_i)\tag{13}$$

Розклавши $\omega_t(\xi_i - \varphi)$ в ряд Тейлора і обмежувачись трьома членами ряду з (13), після алгебраїчних перетворень отримаємо:

$$\Delta_{2M} \varepsilon_t(\alpha_i) \approx \frac{\Delta_{2M} \omega_t(\xi_i)}{\varphi} - \frac{\Delta_{2M} \omega_t(\xi_i - \varphi)}{\varphi} - \frac{\dot{\varepsilon}_t(\alpha_i) \varphi}{2}.\tag{14}$$

Вважатимемо тепер $\frac{\Delta_{2M} \omega_t(\xi_i)}{\varphi}$, $\frac{\Delta_{2M} \omega_t(\xi_i - \varphi)}{\varphi}$ і $\frac{\dot{\varepsilon}_t(\alpha_i) \varphi}{2}$ випадковими величинами, рівномірно розподіленими в інтервалах $\frac{\Delta_{\max} \omega_t}{\varphi}$ і $\frac{(\dot{\varepsilon}_t \max) \varphi}{2}$.

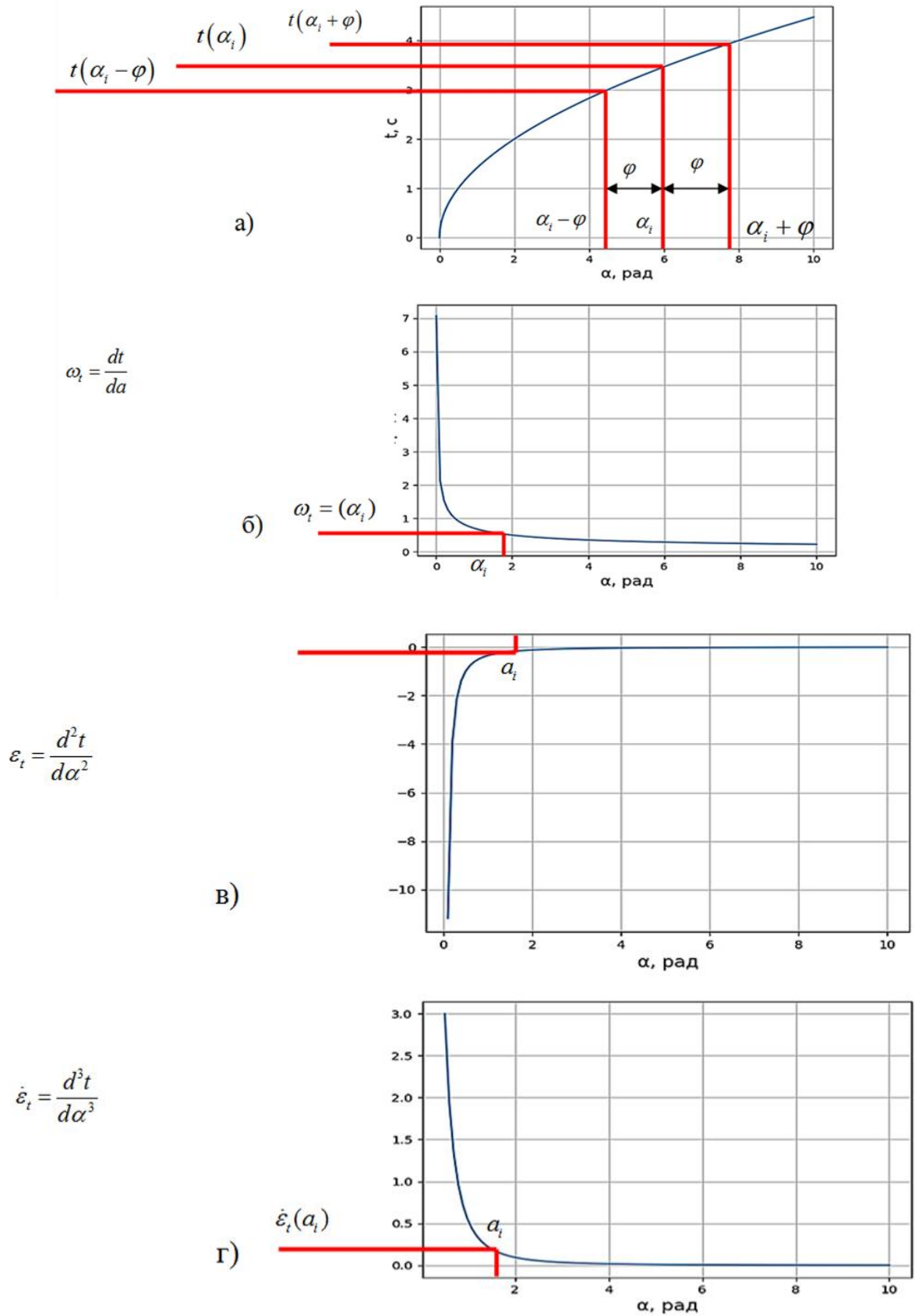


Рис. 2. Вид функцій, що описуються виразом (6)-(9), за нульових початкових умов $\alpha_0 = 0, \dot{\alpha}_0 = 0$.

Щільність розподілу випадкової величини $\Delta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i)$ є композиція законів розподілу її складових. Визначимо довірчу межу композиції рівномірних розподілів вищезазначених випадкових величин. Для розрахунку скористаємося формулою, наведеною в [9]

$$\theta = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \theta_i^2} \quad (15)$$

де θ - довірча межа сумарної похибки; θ_i - межа i -ї рівномірно розподіленої складової похибки; k - коефіцієнт, що відповідає обраній довірчій ймовірності; m -число складових похибки.

Відповідно до [9] коефіцієнт k залежить від числа складових похибки та від відношення C довжин інтервалів, на яких рівномірно розподілені складові похибки. Так, всі інтервали розподілу мають однакову розмірність зворотної функції кутового прискорення - секунда на радіан у квадраті. З таблиці значень коефіцієнта k , наведеної в [9], при $m=3$, $C=1$ та довірчій ймовірності складових $p=0,99$, отримуємо $k=1,376$. Тоді з огляду на деяке завищення значень k через обране співвідношення довжин інтервалів розподілу $C=1$, можна записати:

$$\theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i) = 1,376 \sqrt{2 \frac{\Delta \max \omega_t^2}{\varphi} + \frac{(\dot{\varepsilon}_t \max)^2}{2}} \quad (16)$$

Звідси

$$\theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i) = \frac{3,78(\Delta \max \omega_t)^2}{\varphi^2} + \frac{1,89\varphi^2 (\dot{\varepsilon}_{t \max})^2}{4} \quad (17)$$

або з урахуванням (11):

$$\theta_{2M}^2 \varepsilon_i(\alpha_i) = 0,476 \varphi^2 \dot{\varepsilon}_t^2 \max, \quad (17.1)$$

При нульових початкових умовах, тобто коли $\alpha(t_0) = 0, \dot{\alpha}(t_0) = 0$ з (12), отримаємо:

$$\varepsilon_{t \max} = \frac{3}{\varepsilon_0^3 t(\alpha_i - \varphi)^5}, \quad (18)$$

де $t(\alpha_i - \varphi)$ - величина, що відповідає моменту початку кожного i -го виміру кутового прискорення.

З (10), при $\alpha(t_0) = 0$ маємо $\varepsilon_t = -\frac{1}{\varepsilon_0^2 t^3}$. Нехай ε_t отримує приріст рівний $\theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i)$, тоді $\theta_{2M}(\varepsilon_0)$ визначимо із співвідношення:

$$\varepsilon_t(\alpha_i) \pm \theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i) = -\frac{1}{\varepsilon_0 \pm \theta_{2M}(\varepsilon_0)^2 t^3}. \quad (19)$$

Звідси:

$$\pm \theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i) = -\frac{1}{\varepsilon_0 \pm \theta_{2M}(\varepsilon_0)^2 t^3} + \frac{1}{\varepsilon_0^2 t^3}. \quad (20)$$

Зробивши алгебраїчні перетворення і нехтуючи членами другого та вище порядку меншості, отримаємо:

$$\theta_{2M}(\varepsilon_0) = \frac{\varepsilon_0^3 t^3 \theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i)}{2\{1 - \varepsilon_0^2 t^3 \theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i)\}}. \quad (21)$$

З огляду на те, що відносна довірча похибка $\delta_{2M} = \frac{\theta_{2M}(\varepsilon_0)}{\varepsilon_0}$ і що $\delta_{2M}(\varepsilon_0) \ll \varphi$, можна записати:

$$\theta_{2M} \varepsilon_i(\alpha_i) = \frac{2\delta_{2M}}{\varepsilon_0^2 t^3}, \quad (22)$$

а для $\theta_{2M} \max \varepsilon_i(\alpha_i)$, буде справедливим вираз:

$$\theta_{2M \max} \varepsilon_i(\alpha_i) = \frac{2\delta_{2M}}{\varepsilon_0^2 t(\alpha_i - \varphi)^3}, \quad (23)$$

Тоді з (17.1) відповідно до (18) і (22) отримаємо:

$$\delta_{2M}(\alpha_i) = \frac{\varphi}{\varepsilon_0 [t(\alpha_i - \varphi)]^2}, \quad (24)$$

Згідно з формулами (5.1) і (6), для $t(\alpha_i - \varphi)$ за нульових початкових умов можна записати:

$$t(\alpha_i - \varphi) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 t_i^2 - 2\varphi}{\varepsilon_0}}, \quad (25)$$

тоді вираз (24) відповідно набуває вигляду:

$$\delta_{2M}(t_i) = \frac{\varphi}{\varepsilon_0 t_i^2 - 2\varphi}, \quad (26)$$

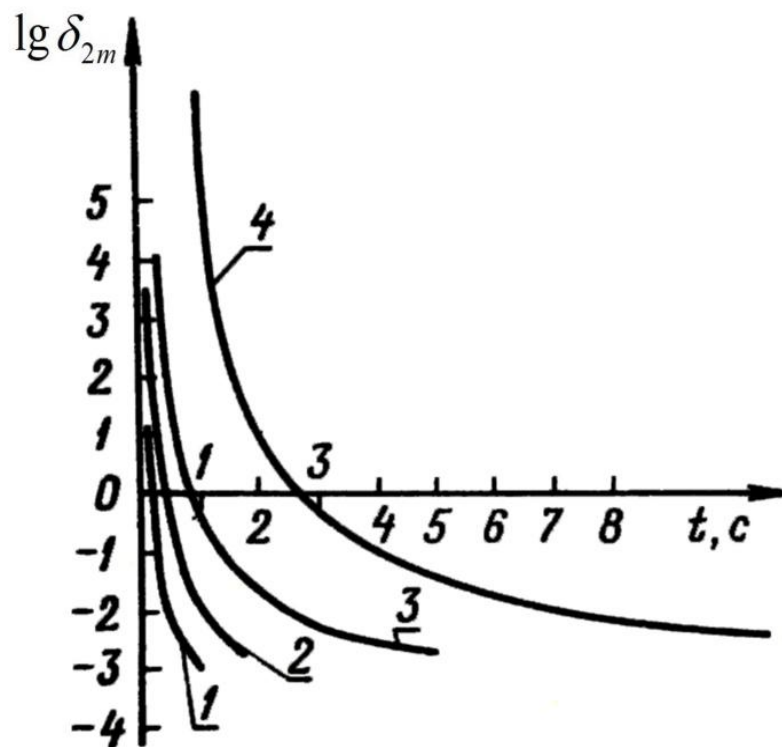


Рис. 3. Залежність величини $\lg \delta_{2m}$ від значення t_i (при $\varphi = 0,05 \text{ рад}$)
1 – 100; 2-10; 3 – 1,0; 4 - 0,1 рад/с²

Висновок

Таким чином, вибираючи відповідне значення фіксованого кута φ , і момент початку виміру $t_i - 1$, можна забезпечити вимірювання з відносною методичною похибкою не вище заданого рівня. В даному випадку цей рівень визначається діапазоном постійних кутових прискорень, що вимірюються, технічними засобами, що формують кут φ , та моментом виміру. Залежно $\lg \delta_{2M}(t_i) = f(t_i)$ для різних значень ε_0 і φ представлені на рис. 3.

Оскільки тривалість постійного кутового прискорення обмежена, то графіки показують зміну методичної похибки до моменту часу, що відповідає двом повним оборотам валу, що задає постійне кутове прискорення.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Графік залежності похідної прискорення від кута повороту для прискореного обертального руху в діапазоні кутів від 0 до 10 рад

1 Формула	2 Код
$t(\alpha) = \sqrt{\frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{\varepsilon_0} - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0}} - \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0};$	<pre>import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt # Значення параметрів alpha_0 = 0 # Початковий кут повороту (у радіанах) alpha_dot_0 = 0 # початкова кутова швидкість (у рад/с) epsilon_0 = 1 # кутове прискорення (в рад/с^2) # Функція для розрахунку часу в залежності від кутового положення валу def t(alpha): return np.sqrt(2 * alpha / epsilon_0 + (alpha_dot_0 / epsilon_0)**2 - 2 * alpha_0 / epsilon_0 - alpha_0 / epsilon_0) # Генерація значень кутового положення валу alpha_values = np.linspace(0, 10, 1000) # Розрахунок значень часу t_values = np.array([t(alpha) for alpha in alpha_values]) # Побудова графіка plt.plot(alpha_values, t_values) plt.xlabel('α, рад', fontsize=14) plt.ylabel('t, с', fontsize=14) plt.grid(True) plt.show()</pre>
$\omega_t = \frac{dt}{d\alpha} = + \frac{1}{\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{\varepsilon_0} - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0}}}$	<pre>import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt # Значення параметрів alpha_dot_0 = 0 # початкова кутова швидкість (у рад/с) epsilon_0 = 1 # кутове прискорення (в рад/с^2) alpha_0 = 0 # Початковий кут повороту (у радіанах) # Функція для розрахунку кутової швидкості в залежності від кута повороту def omega_t(alpha): term = (2 * alpha) / epsilon_0 + (alpha_dot_0 / epsilon_0) ** 2 - (2 * alpha_0) / epsilon_0 return 1 / (epsilon_0 * np.sqrt(term)) # Генерація значень кутів повороту alpha_values = np.linspace(alpha_0 + 0.001, 10, 1000) # починаємо з ненульового значення, щоб уникнути поділу на нуль # Розрахунок значень кутової швидкості omega_values = np.array([omega_t(alpha) for alpha in alpha_values]) # Побудова графіка plt.plot(alpha_values, omega_values) plt.xlabel('α, рад', fontsize=14) plt.ylabel('ω_t, с', fontsize=14) plt.grid(True) plt.show()</pre>

Продовження додатку 1

1	2
$\varepsilon_t = \frac{d^2 t}{d\alpha^2} = - \frac{1}{\varepsilon_0^2 \frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0}{\varepsilon_0}^2 - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0}^{\frac{3}{2}}};$	<pre>import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt # Значення параметрів alpha_dot_0 = 0 # початкова кутова швидкість (у рад/с) epsilon_0 = 1 # кутове прискорення (в рад/с^2) alpha_0 = 0 # Початковий кут повороту (у радіанах) # Функція для розрахунку прискорення в залежності від кута повороту def epsilon_t(alpha): term = (2 * alpha) / epsilon_0 + (alpha_dot_0 / epsilon_0) ** 2 - (2 * alpha_0) / epsilon_0 return -1 / (epsilon_0**2 * term**(3/2)) # Генерація значень кутів повороту alpha_values = np.linspace(alpha_0 + 0.1, 10, 1000) # починаємо з ненульового значення, щоб уникнути поділу на нуль # Розрахунок значень прискорення epsilon_values = np.array([epsilon_t(alpha) for alpha in alpha_values]) # Побудова графіка plt.plot(alpha_values, epsilon_values) plt.xlabel('α, рад', fontsize=14) plt.ylabel('ε_t, с', fontsize=14) plt.grid(True) plt.show()</pre>
$\dot{\varepsilon}_t = \frac{d^3 t}{d\alpha^3} = \frac{3}{\varepsilon_0^3 \frac{2\alpha}{\varepsilon_0} + \frac{\dot{\alpha}_0}{\varepsilon_0}^2 - \frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0}^{\frac{5}{2}}}$	<pre>import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt # Значення параметрів alpha_dot_0 = 0 # початкова кутова швидкість (у рад/с) epsilon_0 = 1 # кутове прискорення (в рад/с^2) alpha_0 = 0 # Початковий кут повороту (у радіанах) # Функція для розрахунку похідної прискорення в залежності від кута повороту def epsilon_dot_t(alpha): term = (2 * alpha) / epsilon_0 + (alpha_dot_0 / epsilon_0) ** 2 - (2 * alpha_0) / epsilon_0 return 3 / (epsilon_0**3 * term**(5/2)) # Генерація значень кутів повороту alpha_values = np.linspace(alpha_0 + 1, 10, 1000) # починаємо з ненульового значення, щоб уникнути поділу на нуль # Розрахунок значень похідної прискорення epsilon_dot_values = np.array([epsilon_dot_t(alpha) for alpha in alpha_values]) # Побудова графіка plt.plot(alpha_values, epsilon_dot_values) plt.xlabel('α, рад', fontsize=14) plt.ylabel('\$\dot{\varepsilon}_t\$, с', fontsize=14) plt.grid(True) plt.show()</pre>

Список літератури

1. Єжов С. М., Макарець М. В., Романенко О. В. Класична механіка. — К. : ВПЦ "Київський університет", 2008. — 480 с.
2. Демська Н. П. Проектування мобільних маніпуляційних роботів: Монографія. – Х. :, 2022. – 427 с.
3. Кучерук, В. Ю., Васілевський, О. М., & Наталич, О. М. (2007). Розвиток частотних методів визначення моментних характеристик електричних машин. Вісник Інженерної Академії України, № 3-4: 149-154.
4. Подчашинський, Ю. О. (2008). Вимірювання параметрів обертового руху на основі алгоритмічної обробки двовимірних відеозображень. Вісник ЖДТУ. Серія " Технічні науки", (4 (47)), 100-108.
5. Белячков А.В., Гуськов А.А., Юрманов С.Ю. (2016). Блок измерения угловой скорости и ускорения углового движения. Приволжский научный вестник, (12-2 (64)), 5-10.
6. Поколенко, Олег. (2015). Способ измерения углового ускорения. Theory and methods of learning mathematics, physics, informatics. 13. 147-150. 10.55056/tmn.v13i3.996.
7. Іванов В. А. Вибір періоду дискретності при вимірі швидкостей та прискорень. – Вимірювальна техніка, 1978. № 1, с. 46-48
8. Левідов В. А., Тихонов О. Н., Цвірко Г. П. Вимірювання швидкостей. М.: - Вид-во стандартів. 1972, 258 з
9. Кудряшова Ж. Ф. Розробка та обґрунтування методів статистичної обробки результатів спостереження при прямих та непрямих вимірах високої точності. Автореф. дис. - Л.: ВНДІМ, 1976, 23 с.