

---

## IMPACT OF FRUIT AND VEGETABLE SLICING ON THE AREA OF PIECES' SURFACE

I. Dudarev, S. Panasyuk

Lutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine

---



**Key words:**

chips,  
thickness of fruit and  
vegetable slicing,  
area of pieces' surface,  
fruit model,  
vegetable model

**Article history:**

Received 10.03.2020

Accepted 15.05.2020

**Corresponding author:**

i\_dudarev@ukr.net

### ABSTRACT

*Vegetable and fruit chips belong to the healthy food, which is growing in popularity every year among consumers. Such popularity of chips is caused by the fact that the product is made from natural raw materials and contains vitamins and useful substances for the human body. The technological line of chips production can be located in the vegetable and fruit farms. The technology of chips production from vegetable and fruit raw materials involves the operations of fruits and vegetable slicing and drying processes. The time and energy consumption of the drying process depend on the area of pieces' surface and thickness of pieces. The intensity of drying process increases with increasing the area of pieces' surface. Research of impact of fruit and vegetable slicing of various shapes on the area of pieces' surface are presented in the article. The geometric models of fruit and vegetable are proposed for the calculation of the area of pieces' surface. Models of fruit and vegetable have the shape of a sphere, cylinder, cone and ellipsoid. The theoretical equations were obtained for calculation of the area of pieces' surface. The equations are depended on the shape of the fruit or vegetable model and the method of slicing. It was justified that the area of pieces' surface increases with decreasing of pieces' thickness. Experimental studies of apple and pear have shown the same results as theoretical ones.*

---

<https://doi.org/10.36910/agromash.vi44.294>

---

УДК 664.8.047

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ТОВЩИНИ НАРІЗУВАННЯ ПЛОДІВ ТА КОРЕНЕПЛОДІВ НА ПЛОЩУ ПОВЕРХНІ ШМАТОЧКІВ

І.М. Дударев, С.Г. Панасюк

Луцький національний технічний університет, Луцьк, Україна

*Чипси з овочево-фруктової сировини належать до продуктів здорового харчування, популярність яких серед споживачів різного віку зростає щороку. Технологія виготовлення чипсів з овочево-фруктової сировини передбачає операції нарізування плодів і коренеплодів та сушіння їх шматочків. Тривалість сушіння та витрати енергії на процес залежать від площі поверхні шматочків і їх товщини. Що більша площа поверхні шматочків та менша їх товщина, то інтенсивніше відбувається сушіння сировини. У статті викладені результати дослідження впливу товщини нарізування плодів та коренеплодів різної форми на площу поверхні шматочків. Для розрахунку площі поверхні шматочків сировини запропоновані моделі плодів та коренеплодів у формі геометричних тіл: сфера, циліндр, зрізаний конус, сплюснутий еліпсоїд обертання, витягнутий еліпсоїд обертання. У результаті моделювання одержані теоретичні залежності для розрахунку площі поверхні шматочків залежно від форми моделі плода чи коренеплоду і способу їх нарізування. За результатами розрахунків встановлено, що зі зменшенням товщини нарізування відбувається збільшення площі поверхні шматочків. Порівняння результатів теоретичного розрахунку площі поверхні шматочків, що отримані у результаті нарізування моделей яблука та груші, з результатами експериментального визначення площі поверхні шматочків вказує на адекватність запропонованих розрахункових моделей.*

**Ключові слова:** чипси, товщина нарізування плодів та коренеплодів, площа поверхні шматочків, модель плода, модель коренеплоду.

### Стан питання та постановка проблеми

Перспективним напрямом переробки продукції овочівництва та садівництва є виробництво широкого асортименту чипсів (фріпсів). Виробництво овочево-фруктових чипсів щороку зростає, оскільки вони користуються попитом у споживачів [1]. Така популярність чипсів зумовлена тим, що цей продукт виготовляється із натуральної сировини, як правило місцевої, та містить вітаміни і корисні речовини

для організму людини [2 – 5]. Технологія виготовлення овочево-фруктових чипсів доволі проста, а технологічна лінія є компактною, тому може бути розташована безпосередньо у господарствах, які займаються вирощуванням овочів і фруктів. Використання місцевої сировинної бази для виробництва чипсів дозволяє зменшити втрати урожаю та підвищити рентабельність вирощування овочів і фруктів.

Найбільш енергоємною операцією в технології виготовлення чипсів є сушіння овочево-фруктової сировини. Для сушіння сировини використовують конвективний, сублімаційний, інфрачервоний або вакуумний методи [6 – 8]. Режим сушіння залежить від виду сировини, її властивостей та товщини нарізаних із неї шматочків. Форма шматочків сировини і, відповідно, форма готового продукту залежить від форми плода чи коренеплоду, а також способу нарізування. Важливим параметром для процесу сушіння сировини є площа поверхні шматочків сировини, яка залежить від розмірів плода та коренеплоду. Крім того, площа поверхні шматочків, що отримують із одного плода чи коренеплоду, залежить від товщини нарізування шматочків. Визначення площі поверхні шматочків сировини експериментальним шляхом потребує великої кількості вимірювань та складних розрахунків, тому для цього доцільно використовувати моделі плодів та коренеплодів, що дозволяють отримати математичні залежності для розрахунку цього параметра із урахуванням форми та розмірів сировини, а також способу її нарізування.

Для математичного опису форми плодів та коренеплодів використовуються різні функції, що дозволяють визначити об'єм та площу поверхні моделі [9, 10]. Ці моделі є складними для обчислення площі поверхні шматочків, що отримані внаслідок нарізування плодів та коренеплодів. Для таких розрахунків більш придатними є моделі плодів та коренеплодів, які одержані шляхом поєднання таких геометричних тіл, як сфера, циліндр, зрізаний конус та еліпсоїд обертання. Разом із тим, це питання є малодослідженим, тому подальші дослідження у цьому напрямі є актуальними.

**Мета дослідження** – дослідження впливу товщини нарізування плодів та коренеплодів на площу поверхні шматочків шляхом моделювання їх форми.

### **Матеріали і методи**

Теоретичні дослідження базувалися на геометричному та математичному моделювання плодів і коренеплодів із використанням основних положень нарисної геометрії та вищої математики. Теоретичні розрахунки та статистичну обробку експериментальних

даних проводили за допомогою прикладної комп'ютерної програми MathCAD 14.

Перевірку адекватності моделей плодів та коренеплодів проводили шляхом порівняння результатів теоретичних розрахунків за отриманими залежностями та експериментальними даними, які отримані після математичної обробки результатів вимірювання геометричних параметрів таких плодів, як груша та яблуко.

Методика вимірювання геометричних параметрів плода передбачала розрізування плода вздовж навіп, визначення контуру половини плода, на якому позначалася вісь симетрії. Вздовж осі симетрії контуру половини плода спрямовувалася вісь  $x$ , перпендикулярно якій спрямовувалася вісь  $y$  (рис. 1). На контурі проводили з кроком  $\delta$  (товщина нарізування) лінії, що паралельні осі  $y$ , та визначали ординату  $y_n$  точок перетину ліній з контуром плода. Приймали, що контур плода симетричний, тому ординати точок перетину визначали лише з одного боку відносно осі  $x$  (із додатним  $y$ ).

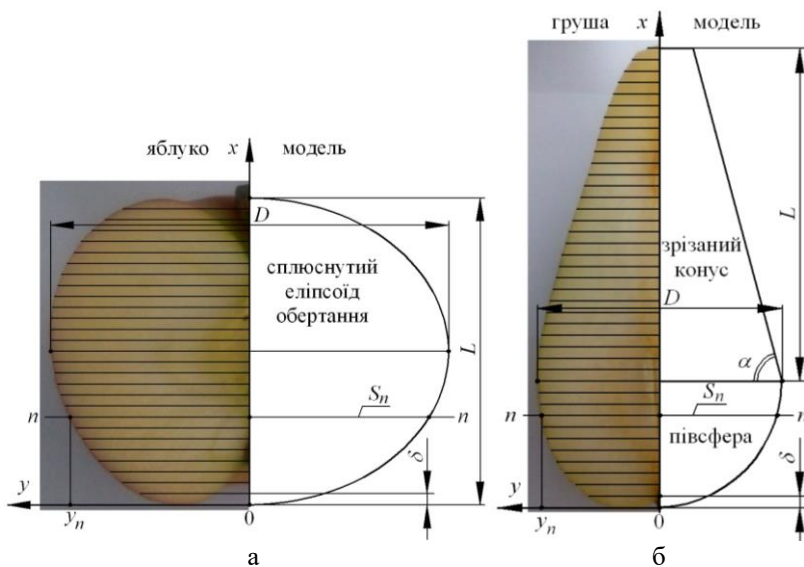


Рис. 1 – Плід та його розрахункова модель:  
а – яблуко; б – груша

За визначеними значеннями  $y_n$  розраховували площі відповідних перерізів (за поперечного нарізування плодів форма усіх поперечних перерізів кругла, тому  $y_n$  – радіуси відповідних перерізів):

$$S_n = \pi y_n^2, \quad (1)$$

де  $S_n$  – площа поперечного перерізу плода  $n$ - $n$ , м<sup>2</sup>;  $y_n$  – ордината точки перетину контуру плода з лінією, що паралельна осі  $y$ , м.

Площа поверхні (без шкірки) усіх шматочків плода, які отримані в результаті його поперечного нарізування:

$$S_{\text{заг.}} = \sum_{n=1}^k 2S_n, \quad (2)$$

де  $S_{\text{заг.}}$  – площа поверхні (без шкірки) усіх шматочків плода, м<sup>2</sup>;  $k$  – кількість перерізів плода, шт.

Методика дослідження передбачала порівнювання значення площі поверхні шматочків плода, що одержане експериментально, із значенням площі поверхні шматочків, що отримане в результаті теоретичних розрахунків на моделі плода. Модель плода вибирали із урахуванням його форми і геометричних розмірів: висоти  $L$ , діаметра  $D$  та кути нахилу твірної конусної частини  $\alpha$ .

### Результати дослідження та обговорення

Одним із факторів, який визначає тривалість конвективного сушіння рослинних матеріалів (овочів та фруктів), є площа випаровування вологи, тобто площа контакту поверхні матеріалу із нагрітим повітрям. Що більша площа поверхні рослинного матеріалу (площа випаровування), то менша тривалість сушіння матеріалу і, відповідно, менші витрати енергії на процес. Таким чином, у технології виробництва чипсів з овочево-фруктової сировини на етапі підготовки сировини (яблук, груш, кабачків, моркви, буряків тощо), необхідно намагатися, щоб площа поверхні шматочків сировини, які одержують під час нарізування плодів чи коренеплодів, була якомога більшою. Змінити площу поверхні шматочків сировини можна шляхом зміни товщини нарізування плодів та коренеплодів. Від товщини нарізування шматочків сировини залежить не тільки їх площа поверхні випаровування вологи під час сушіння, але й якісні і кількісні показники готового продукту (чипсів). Рекомендована товщина нарізування овочево-фруктової сировини для виготовлення чипсів становить 1...3 мм.

Проаналізуємо форми плодів і коренеплодів різної овочево-фруктової сировини та визначимо вплив товщини шматочків нарізаної сировини на площу їх поверхні випаровування вологи. Зауважимо, що для виробництва чипсів із фруктів та деяких видів овочевої сировини шкірка з плодів не знімається. Інтенсивність випаровування вологи з поверхні шматочків сировини, які вкриті шкіркою, значно нижча, ніж із поверхні, на якій шкірка відсутня. Таким чином, під час визначення

площі поверхні випаровування вологи зі шматочків сировини будемо враховувати лише площу шматочків, яка немає шкірки. Це також доцільно з огляду на те, що нарізані шматочки є плоскими і, відповідно, їх товщина  $\delta$  (розмір поверхні шматочка, що покрита шкіркою) значно менша за їх довжину, ширину або діаметр.

Оскільки форма плодів і коренеплодів овочево-фруктової сировини різноманітна, а також вони відрізняються за розмірами, відповідно, форма та розміри нарізаних шматочків із них теж різноманітні. Тому для спрощення розрахунку площі поверхні шматочків сировини будемо моделювати плоди та коренеплоди за допомогою геометричних тіл: сфера, циліндр, зрізаний конус (конус), сплюснутий еліпсоїд обертання, витягнутий еліпсоїд обертання (рис. 2).

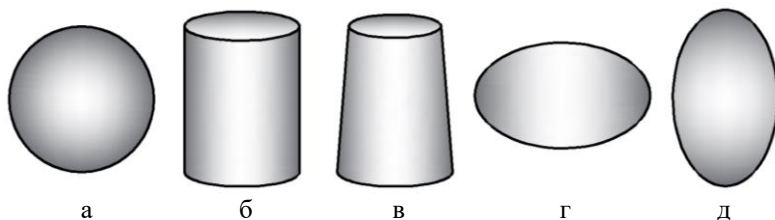


Рис. 2 – Розрахункові моделі плодів та коренеплодів:  
а – сфера; б – циліндр; в – зрізаний конус; г – сплюснутий еліпсоїд обертання; д – витягнутий еліпсоїд обертання

Моделі плодів і коренеплодів будемо нарізувати на шматочки двома способами: поперек та вздовж. Для зручності розрахунків під час моделювання розміри моделі приймаються такими, щоб отримати парну кількість шматочків при її нарізуванні як поперек, так і вздовж. Також зауважимо, що площа поверхонь моделей плодів чи коренеплодів (геометричних тіл) не враховується під час розрахунку, оскільки вважаємо, що ці поверхні моделей покриті шкіркою.

Розглянемо форми плодів і коренеплодів овочево-фруктової сировини, що використовується для виробництва чипсів, зокрема, яблук, груш, моркви, буряків і кабачків. Залежно від сорту плоди яблук мають округлу, циліндричну, конічну, плоску і овальну форми (рис. 3). Округла форма плода яблука моделюється сферою, циліндрична – циліндром, конічна – зрізаним конусом, а плоска та овальна – відповідно, сплюснутим еліпсоїдом обертання та витягнутим еліпсоїдом обертання. Необхідно зауважити, що плоди яблук деяких форм, зокрема конічної, можна замінити розрахунковою моделлю, що містить зрізаний конус, який поєднаний із півсферою.

Плоди груші мають округлу, плоску, конічну, овальну та видовжену грушоподібну форми (рис. 4). Відповідно, округла форма плода груші моделюється сферою, плоска та овальна – відповідно, сплюснутим еліпсоїдом обертання та витягнутим еліпсоїдом обертання, конічна та видовжена грушоподібна – поєднанням зрізаного конуса і півсфери.

Коренеплоди (морква, буряки) мають округлу, циліндричну, конічну, овальну та плоску форми (рис. 5). Коренеплоди різних форм можна замінити розрахунковими моделями: округлу – сферою, циліндричну – циліндром, конічну – конусом або зрізаним конусом, овальну – витягнутим еліпсоїдом обертання, плоску – сплюснутим еліпсоїдом обертання.

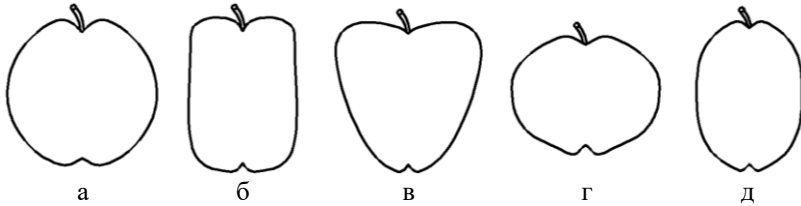


Рис. 3 – Форми плодів яблук:

а – округла; б – циліндрична; в – конічна; г – плоска; д – овальна

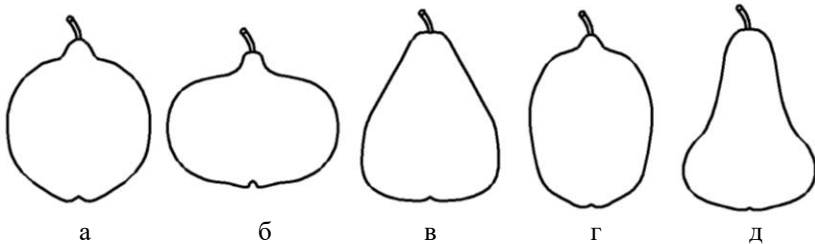


Рис. 4 – Форми плодів груш:

а – округла; б – плоска; в – конічна; г – овальна; д – видовжена грушоподібна

Залежно від сорту кабачки мають видовжено-циліндричну, овальну, булавоподібну, циліндричну та круглу форми (рис. 6). Відповідно до форми кабачків, їх можна замінити розрахунковими моделями: видовжено-циліндричну – циліндром, що поєднаний із зрізаним конусом, або зрізаним конусом, що поєднаний із півсферою, овальну – зрізаним конусом, що поєднаний із витягнутим еліпсоїдом

обертання, булавоподібну – циліндром, що поєднаний із сферою, циліндричну – циліндром, круглу – сферою або сплюснутим еліпсоїдом обертання.

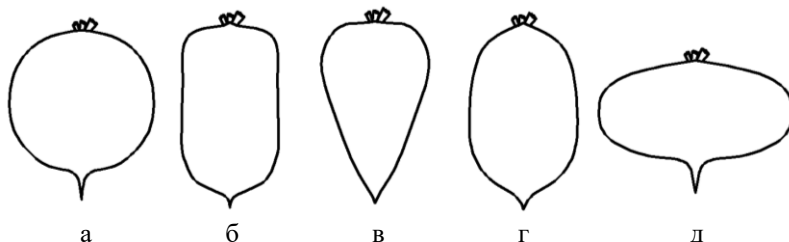


Рис. 5 – Форми коренеплідів:

а – округла; б – циліндрична; в – конічна; г – овальна; д – плоска

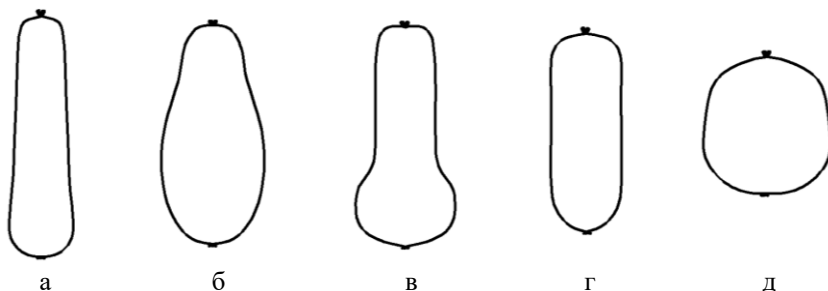


Рис. 6 – Форми кабачків:

а – видовжено-циліндрична; б – овальна; в – булавоподібна;  
г – циліндрична; д – кругла

Кількість шматочків при нарізуванні плода чи коренеплоду залежить від форми та розмірів плода чи коренеплоду, способу їх нарізування (поперек чи вздовж) та товщини нарізування:

$$N = D / \delta \text{ або } N = L / \delta, \quad (3)$$

де  $N$  – кількість шматочків, шт.;  $D, L$  – відповідно, ширина (діаметр) та довжина (висота) моделі, м;  $\delta$  – товщина нарізування шматочків, м.

Якщо модель плода чи коренеплоду у формі сфери нарізувати на шматочки товщиною  $\delta$ , то, незалежно від способу нарізування (поперек чи вздовж плода або коренеплоду), отримаємо однакову кількість шматочків круглої форми різного діаметра. Перетнемо модель у формі сфери паралельними горизонтальними січними площинами, тобто поперек, відстань між якими рівна  $\delta$  (рис. 7).



Переріз, що отриманий внаслідок перетину моделі площиною, яка проходить через центр сфери, позначимо через 0-0, а решту отриманих перерізів, вгору та вниз від перерізу 0-0, позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$ , причому симетричні перерізи відносно перерізу 0-0 позначимо однаково, оскільки їх площа та форма однакові. Кількість отриманих перерізів при перетині січними площинами моделі з кожної сторони від перерізу 0-0, окрім перерізу 0-0, становитиме:

$$k = \frac{N}{2} - 1, \quad (4)$$

де  $k$  – кількість перерізів 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$  з кожної сторони від перерізу 0-0, шт.;  $N$  – кількість шматочків, причому  $N = D/\delta$ , шт.

Площа перерізу 0-0 розраховується за формулою:

$$S_0 = \pi D^2 / 4, \quad (5)$$

де  $S_0$  – площа перерізу 0-0 моделі,  $m^2$ ;  $D$  – діаметр моделі плода чи коренеплоду у формі сфери, м.

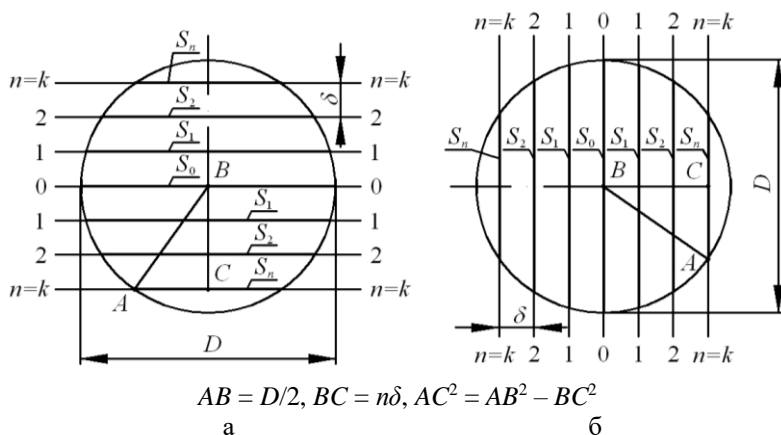


Рис. 7 – Розрахункові моделі плода чи коренеплоду у формі сфери:  
 а – поперечне нарізування; б – поздовжнє нарізування

Площа решти перерізів моделі у формі сфери:

$$S_n = \pi \left( \frac{D^2}{4} - (n\delta)^2 \right), \quad (6)$$

де  $S_n$  – площа перерізу моделі  $n$ - $n$ ,  $m^2$ ;  $n$  – номер перерізу, для якого розраховується площа, відлік перерізів здійснюють від перерізу 0-0, окрім самого перерізу 0-0 ( $n = 1, 2, \dots, k$ ), шт.

Площа поверхні (без шкірки) усіх шматочків, які отримані в результаті поперечного нарізування моделі у формі сфери:

$$S_{заг.} = 2S_0 + \sum_{n=1}^k 4S_n . \quad (7)$$

У формулі (7) маємо дві площі  $S_0$ , а кожної площі  $S_n$  – чотири. Це пояснюється тим, що при розрізуванні плода чи коренеплоду на дві частини отримуємо у місці розрізування дві поверхні з однаковою площею, які належать двом утвореним шматочкам.

У випадку поздовжнього нарізування моделі плода чи коренеплоду у формі сфери, модель перетинається паралельними вертикальними січними площинами, тобто вздовж, відстань між якими рівна  $\delta$ . Переріз, що отриманий внаслідок перетину моделі площиною, яка проходить через центр сфери, позначимо через 0-0, а решту перерізів, зліва та справа від перерізу 0-0, позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$ , причому симетричні перерізи відносно перерізу 0-0 позначимо однаково, оскільки їх площа та форма однакові. Розрахунок площі поверхні (без шкірки) усіх шматочків для цього випадку здійснюється за формулами (3) – (7).

Якщо плід чи коренеплід мають форму, яку можна замінити моделлю циліндра, тоді при поперечному нарізуванні такої моделі на шматочки товщиною  $\delta$ , отримаємо однакові шматочки круглої форми з діаметром  $D$ . Перетнемо модель паралельними горизонтальними січними площинами, відстань між якими рівна  $\delta$  (рис. 8, а). Перерізи, що отримані внаслідок перетину моделі площинами, позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$ . Тоді залежності для розрахунку площі перерізів та площі поверхні (без шкірки) усіх шматочків матимуть вигляд:

$$S_n = \pi D^2 / 4 , \quad (8)$$

$$k = N - 1 , \quad (9)$$

$$S_{заг.} = \sum_{n=1}^k 2S_n . \quad (10)$$

де  $N$  – кількість шматочків, причому  $N = L/\delta$ , шт.

У випадку поздовжнього нарізування моделі у формі циліндра, перетнемо її паралельними вертикальними січними площинами, тобто вздовж, відстань між якими рівна  $\delta$  (рис. 8, б). Усі перерізи моделі матимуть прямокутну форму. Переріз, що отриманий внаслідок перетину моделі площиною, яка проходить через вісь циліндра, позначимо через 0-0, а решту перерізів позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$ , причому симетричні перерізи відносно перерізу 0-0 позначимо однаково, оскільки їх площа однакова.

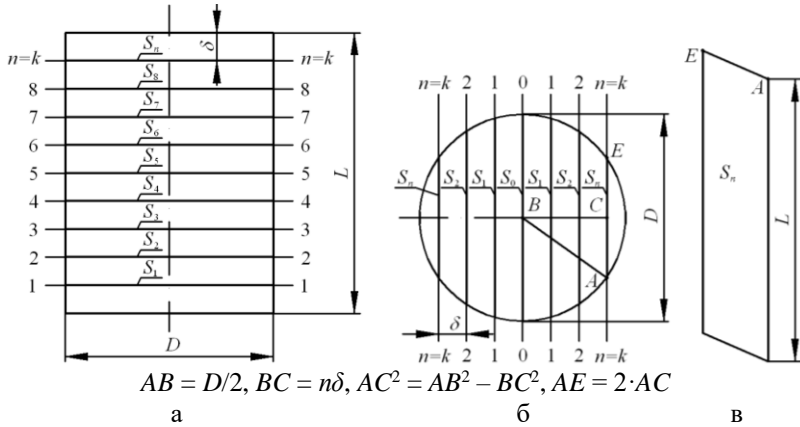


Рис. 8 – Розрахункові моделі плода чи коренеплоду у формі циліндра: а – поперечне нарізування; б – поздовжнє нарізування (вид зверху); в – поздовжній переріз циліндра  $k-k$

Площа перерізу 0-0 моделі у формі циліндра:

$$S_0 = DL, \quad (11)$$

де  $L$  – довжина моделі плода чи коренеплоду у формі циліндра, м.

Площа решти перерізів моделі у формі циліндра для цього випадку:

$$S_n = 2L \sqrt{\frac{D^2}{4} - (n\delta)^2}. \quad (12)$$

Площа поверхні (без шкірки) усіх шматочків, які отримані в результаті поздовжнього нарізування моделі у формі циліндра розраховується за формулою (7). У формулі (7) кількість перерізів  $k$  розраховується за виразом (4), де кількість шматочків рівна  $N = D/\delta$ .

Якщо плід чи коренеплід мають форму, яку можна замінити моделлю у формі зрізаного конуса, тоді при поперечному нарізуванні такої моделі на шматочки товщиною  $\delta$ , отримаємо шматочки круглої форми із різним діаметром. Перетнемо модель у формі зрізаного конуса паралельними горизонтальними січними площинами, крок між якими рівний  $\delta$  (рис. 9, а). Перерізи, що отримані внаслідок перетину моделі площинами, позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n-n$ , тоді їх площа:

$$S_n = \frac{\pi}{4} \left( D - \frac{2n\delta}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^2, \quad (13)$$

де  $D$  – діаметр більшої основи моделі у формі зрізаного конуса, м;  $\alpha$  – кут нахилу твірної моделі у формі зрізаного конуса, град.

Площа поверхні (без шкірки) усіх шматочків, які отримані в результаті поперечного нарізування моделі у формі зрізаного конуса, розраховується за формулою (10). У формулі (10) кількість перерізів  $k$  розраховується за виразом (9), де кількість шматочків рівна  $N = L/\delta$  (де  $L$  – довжина моделі у формі зрізаного конуса, м).

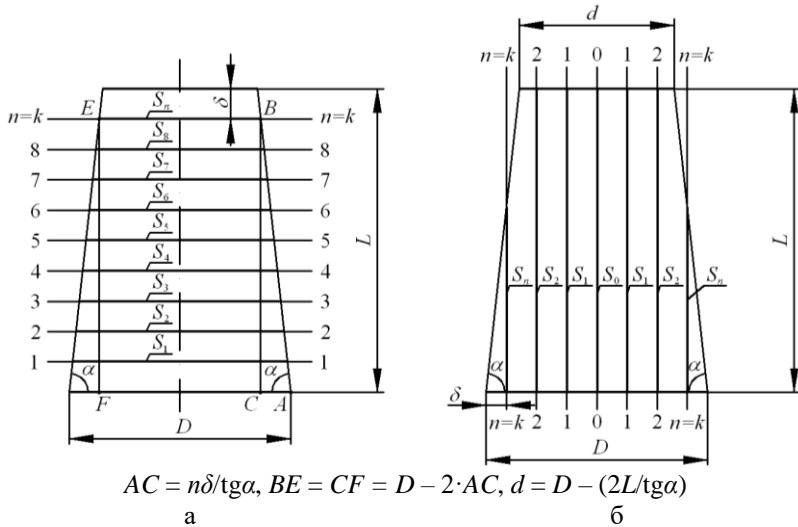


Рис. 9 – Розрахункові моделі плода чи коренеплоду у формі зрізаного конуса:

а – поперечне нарізування; б – поздовжнє нарізування

У випадку поздовжнього нарізування моделі у формі зрізаного конуса, вона перетинається паралельними вертикальними січними площинами, відстань між якими рівна  $\delta$  (рис. 9, б). Переріз, що отриманий внаслідок перетину моделі січною площиною, яка проходить через вісь зрізаного конуса, позначимо через 0-0, а решту перерізів позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$ , причому симетричні перерізи відносно перерізу 0-0 позначимо однаково, оскільки їх площа та форма однакові. Осьовий переріз 0-0 зрізаного конуса матиме форму рівнобедреної трапеції (рис. 10). Лінії перетинів решти січних площин із моделлю у формі зрізаного конуса є частинами гіпербол, що зумовлюють форму перерізів (рис. 11). Площа перерізу 0-0:

$$S_0 = L \left( D - \frac{L}{\operatorname{tg}\alpha} \right). \quad (14)$$

Площа перерізів моделі, які мають довжину  $L$ :

$$S_n^* = \int_{\frac{D \operatorname{tg} \alpha}{2} - L}^{\frac{D \operatorname{tg} \alpha}{2}} 2 \sqrt{\frac{x^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - (n\delta)^2} dx. \quad (15)$$

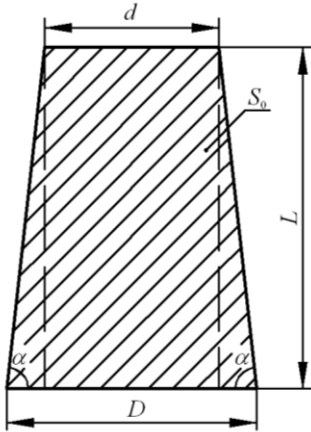


Рис. 10 – Поздовжній переріз 0-0 моделі у формі зрізаного конуса

Для того, щоб визначити кількість перерізів, для яких площа розраховується за формулою (15), необхідно обчислити діаметр  $d$  меншої основи зрізаного конуса та кількість шматочків, що отримують при нарізування моделі діаметром  $d$ :

$$d = D - \frac{2L}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad (16)$$

$$N^* = d/\delta, \quad (17)$$

де  $d$  – діаметр меншої основи зрізаного конуса, м;  $N^*$  – кількість шматочків, що отримують при нарізування моделі діаметром  $d$ , (значення  $N^*$  заокруглюють до цілого в меншу сторону), шт.

За відомим значення  $N^*$  визначають кількість перерізів  $k^*$  з однієї сторони від перерізу 0-0, для яких площа розраховується за формулою (15). Загальна кількість перерізів  $k$  розраховується за виразом (4), в якому кількість шматочків рівна  $N = D/\delta$ .

Площа перерізів моделі, які мають довжину меншу за  $L$ , розраховується за формулою:

$$S_n^{**} = \int_{n\delta \operatorname{tg} \alpha}^{\frac{D \operatorname{tg} \alpha}{2}} 2 \sqrt{\frac{x^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - (n\delta)^2} dx. \quad (18)$$

Площа поверхні (без шкірки) усіх шматочків, які отримані в результаті поздовжнього нарізування моделі плода чи коренеплоду у формі зрізаного конуса, розраховується за формулою:

$$S_{\text{заг.}} = 2S_0 + \sum_{n=1}^{k^*} 4S_n^* + \sum_{n=k^*+1}^k 4S_n^{**}. \quad (19)$$

Якщо плід чи коренеплід мають форму, яку можна замінити моделлю у формі сплюсненого еліпсоїда обертання, тоді при

поперечному нарізуванні такої моделі отримаємо шматочки круглої форми із різним діаметром. Перетнемо цю модель паралельними горизонтальними січними площинами, відстань між якими рівна  $\delta$  (рис. 12). Переріз, що отриманий внаслідок перетину моделі площиною, яка проходить через перетин осей еліпсоїда, позначимо через 0-0, а решту перерізів позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$ , причому симетричні перерізи відносно перерізу 0-0 позначимо однаково, оскільки їх площа та форма однакові. Кількість перерізів із кожної сторони від перерізу 0-0 розраховується за формулою (4), в якій кількість шматочків рівна  $N = L/\delta$  (де  $L$  – довжина моделі, м). Площа перерізу 0-0 для цієї моделі розраховується за формулою (5).

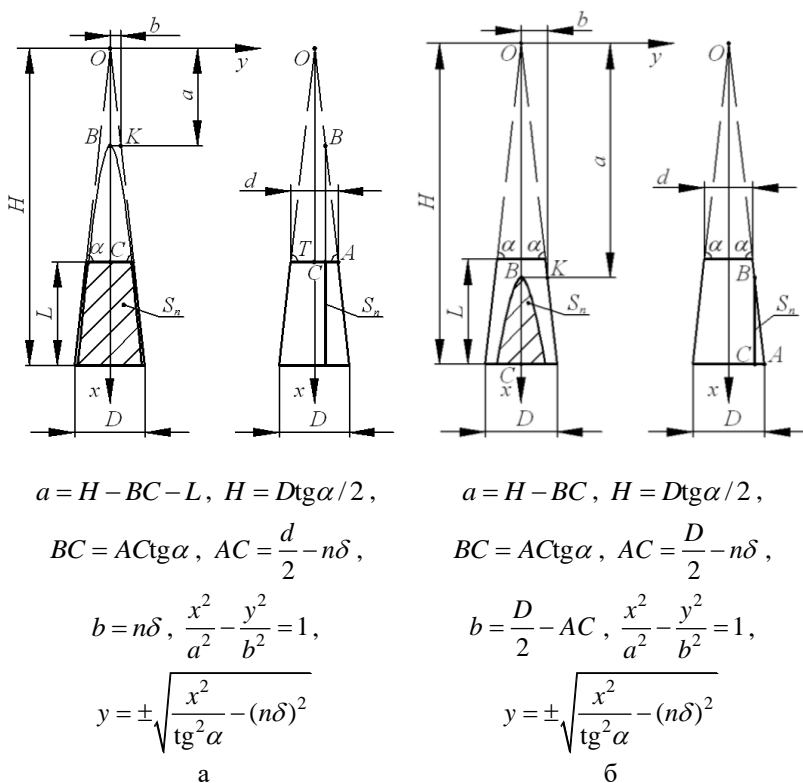


Рис. 11 – Схеми до розрахунку площ перерізів моделі у формі зрізаного конуса, що розрізана вздовж:

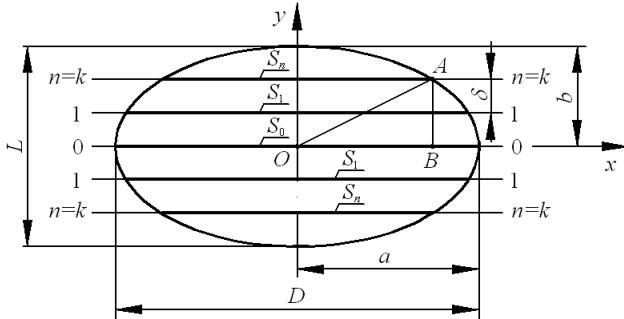
а – довжина перерізу рівна  $L$ ; б – довжина перерізу менша за  $L$

Площа решти перерізів моделі розраховується за формулою:

$$S_n = \frac{\pi D^2}{4} \left( 1 - \frac{4(n\delta)^2}{L^2} \right), \quad (20)$$

де  $D, L$  – відповідно, ширина (діаметр) та довжина моделі, м.

Площа поверхні (без шкірки) шматочків, що отримані внаслідок поперечного нарізування моделі плода чи коренеплоду у формі сплюсненого еліпсоїда обертання, розраховується за виразом (7).



$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 1, \quad a = \frac{D}{2}, \quad b = \frac{L}{2}, \quad BO = x = a\sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}}, \quad y = AB = n\delta, \quad S_n = \pi x^2$$

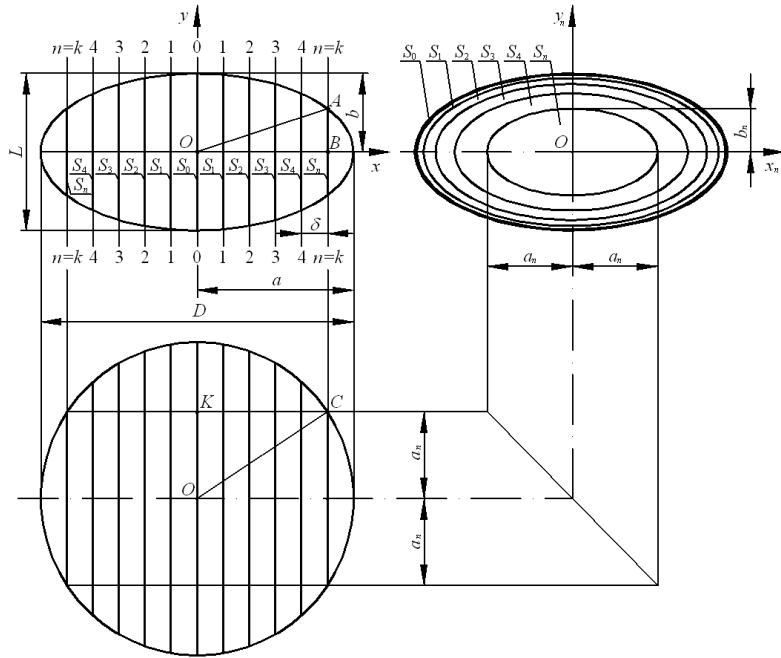
Рис. 12 – Розрахункова модель плода чи коренеплоду у формі сплюсненого еліпсоїда обертання за поперечного нарізування

Для випадку поздовжнього нарізування моделі у формі сплюсненого еліпсоїда обертання, перетнемо модель паралельними вертикальними січними площинами з кроком  $\delta$  (рис. 13). Переріз, що отриманий внаслідок перетину моделі площиною, яка проходить через перетин осей еліпсоїда, позначимо через 0-0, а решту перерізів позначимо через 1-1, 2-2, ...,  $n$ - $n$ , причому симетричні перерізи відносно перерізу 0-0 позначимо однаково, оскільки їх площа та форма однакові. Кількість перерізів із кожної сторони від перерізу 0-0 розраховується за формулою (4), в якій кількість шматочків –  $N = D/\delta$ . Площа перерізу 0-0 для цієї моделі розраховується за формулою:

$$S_0 = \pi DL/4. \quad (21)$$

Площа решти перерізів моделі розраховується за формулою:

$$S_n = \frac{\pi L}{2} \sqrt{\left( \frac{D^2}{4} - (n\delta)^2 \right) \left( 1 - \frac{4(n\delta)^2}{D^2} \right)}. \quad (22)$$



$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 1, \quad y = b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, \quad x = BO = n\delta, \quad a = \frac{D}{2}, \quad b = \frac{L}{2},$$

$$a_n = KO = \sqrt{CO^2 - CK^2}, \quad CO = \frac{D}{2}, \quad CK = n\delta, \quad b_n = AB = y,$$

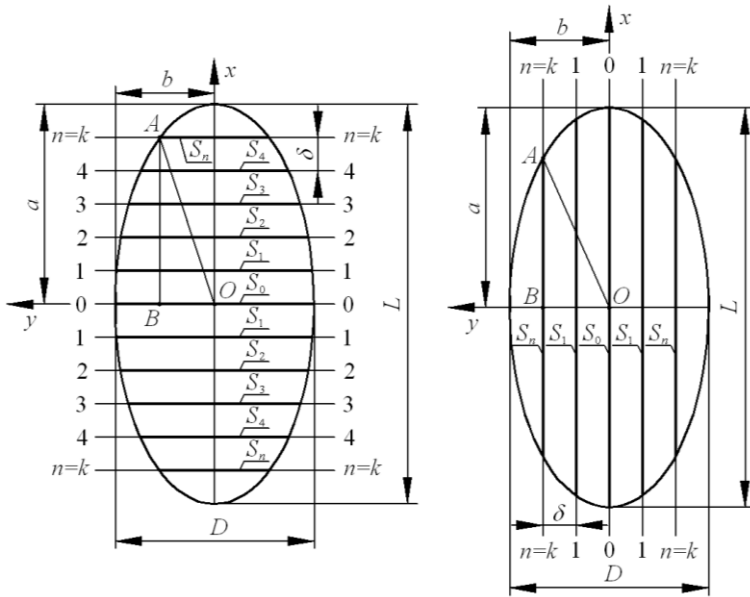
$$S_0 = \pi ab, \quad S_n = \pi a_n b_n$$

Рис. 13 – Розрахункова модель плода чи коренеплоду у формі сплюсненого еліпсоїда обертання за поздовжнього нарізування

Площа поверхні (без шкірки) шматочків, що отримані внаслідок поздовжнього нарізування моделі плода чи коренеплоду у формі сплюсненого еліпсоїда обертання, розраховується за виразом (7).

Розрахунок площі поверхні (без шкірки) шматочків, що отримані внаслідок поперечного або поздовжнього нарізування моделі плода чи коренеплоду у формі витягнутого еліпсоїда обертання (рис. 14), відбувається аналогічно до розрахунку площі поверхні шматочків, отриманих внаслідок, відповідно, поперечного або поздовжнього нарізування моделі у формі сплюсненого еліпсоїда обертання.





$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 1, \quad y = b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}},$$

$$x = AB = n\delta, \quad a = \frac{L}{2}, \quad b = \frac{D}{2},$$

$$S_n = \pi y^2$$

а

$$a_n = AB = x = a\sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}}, \quad a = \frac{L}{2},$$

$$b = \frac{D}{2}, \quad y = BO = n\delta,$$

$$b_n = \sqrt{\frac{D^2}{4} - (n\delta)^2}, \quad S_n = \pi a_n b_n$$

б

Рис. 14 – Розрахункові моделі плода чи коренеплоду у формі витягнутого еліпсоїда обертання:  
а – поперечне нарізування; б – поздовжнє нарізування

Моделі деяких плодів та коренеплодів утворені шляхом комбінації різних геометричних тіл або їх частин. Наприклад, плід груші конічної чи видовженої грушоподібної форми моделюється поєднанням зрізаного конуса і півсфери. У такому випадку кожен частину моделі (наприклад, зрізаний конус та півсферу) розраховують окремо, відповідно до способу нарізування за методикою, яка викладена вище. Окремі перерізи моделі складатимуться із двох або більшої кількості частин, залежно від способу нарізування моделі. Наприклад, переріз

може містити частину, що отримана внаслідок перетину січною площиною зрізаного конуса моделі, та частину, що отримана внаслідок перетину тією ж площиною півсфери моделі. Після розрахунку площі частин одного перерізу додають.

Результати розрахунку площі поверхні (без шкірки) шматочків, що одержані в результаті нарізування в різний спосіб моделей плодів та коренеплодів різної форми, представлені в таблиці.

Таблиця – Вплив товщини нарізування моделей плодів і коренеплодів різної форми на площу поверхні шматочків (без шкірки)

Модель плода чи коренеплоду	Параметри моделі	Товщина $\delta$ , м	Площа $S_{заг.}$ , м <sup>2</sup>	Спосіб нарізування
Сфера	$D = 0,084$ м	0,001	0,621	поперек і вздовж
		0,002	0,310	
		0,003	0,207	
Циліндр	$D = 0,084$ м, $L = 0,108$ м	0,001	1,186	поперек
		0,002	0,587	
		0,003	0,388	
		0,001	1,195	вздовж
		0,002	0,596	
		0,003	0,396	
Зрізаний конус	$D = 0,072$ м, $L = 0,120$ м, $\alpha = 76$ град.	0,001	0,386	поперек
		0,002	0,191	
		0,003	0,126	
		0,001	0,390	вздовж
		0,002	0,191	
		0,003	0,127	
Сплюснутий еліпсоїд обертання	$D = 0,084$ м, $L = 0,060$ м	0,001	0,443	поперек
		0,002	0,221	
		0,003	0,147	
		0,001	0,443	вздовж
		0,002	0,222	
		0,003	0,148	
Витягнутий еліпсоїд обертання	$D = 0,060$ м, $L = 0,180$ м	0,001	0,679	поперек
		0,002	0,339	
		0,003	0,226	
		0,001	0,678	вздовж
		0,002	0,339	
		0,003	0,226	

Аналіз одержаних даних свідчить про те, що зі зменшенням товщини  $\delta$  нарізування відбувається збільшення загальної площі поверхні (без шкірки) шматочків  $S_{заг.}$ . Причому зі зменшенням товщини  $\delta$  шматочків з 3 мм до 2 мм, площа  $S_{заг.}$  зростає в 1,5 рази, із зменшенням товщини  $\delta$  з 2 мм до 1 мм – площа  $S_{заг.}$  зростає в 2 рази та із зменшенням товщини  $\delta$  шматочків з 3 мм до 1 мм – площа  $S_{заг.}$  зростає в 3 рази. Таким чином, для прискорення процесу сушіння овочево-фруктової сировини, а також для зменшення витрат енергії на процес, її необхідно нарізувати на шматочки якомога меншої товщини (із урахуванням вимог до готового продукту).

Порівняння площі поверхні (без шкірки) шматочків яблука та груші, що одержані експериментальним шляхом, із площею поверхні шматочків, яка розрахована в результаті моделювання, вказує на те, що за поперечного нарізування сировини товщиною  $\delta = 0,003$  м відхилення теоретичних значень від експериментальних не перевищує 2,8%. Оскільки для яблука за параметрів плода і моделі у формі сплюсненого еліпсоїда обертання  $D = 0,091$  м,  $L = 0,084$  м: експериментальне значення площі –  $S_{заг.} = 0,250$  м<sup>2</sup>, теоретичне значення –  $S_{заг.} = 0,243$  м<sup>2</sup>. Для груші за параметрів плода і моделі у формі, що є комбінацією зрізаного конуса із півсферою,  $D = 0,066$  м,  $L = 0,09$  м,  $\alpha = 78$  град.: експериментальне значення площі поверхні шматочків –  $S_{заг.} = 0,153$  м<sup>2</sup>, теоретичне значення –  $S_{заг.} = 0,155$  м<sup>2</sup>.

### Висновки

Тривалість процесу сушіння овочево-фруктової сировини під час виробництва чипсів залежить від товщини нарізування шматочків та площі їх поверхні, тобто площі випаровування вологи. Що менша їх товщина і більша площа поверхні, то менша тривалість сушіння і менші витрати енергії. Визначення експериментальним шляхом площі поверхні шматочків є трудомістким, тому запропоновано замінювати плоди та коренеплоди моделями, які дозволяють спростити розрахунок площі. За результатами теоретичних розрахунків, які проведені на моделях плодів і коренеплодів, встановлено, що зі зменшенням товщини нарізування відбувається збільшення загальної площі поверхні шматочків: у випадку зменшення товщини з 3 мм до 2 мм – площа зростає в 1,5 рази; у випадку зменшення товщини з 2 мм до 1 мм – площа зростає в 2 рази; у випадку зменшенням товщини з 3 мм до 1 мм – площа зростає в 3 рази. Порівняння результатів розрахунків площі поверхні шматочків плодів яблука та груші, які одержані експериментальним шляхом та в результаті моделювання плодів, вказують на адекватність запропонованих розрахункових моделей.

**Список посилань**

1. Макарова, Н. А. Химический состав и антиоксидантные свойства фруктовых чипсов / Н. А. Макарова, Э. В. Мусифуллина, А. Н. Дмитриева // Пищевая промышленность. – 2013. – № 2. – С. 76–78.
2. Королёв, А. А. Разработка технологии производства плодоовощных чипсов : автореф. дисс. на соиск. учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.18.01 “Технология обработки, хранения и переработки злаковых, бобовых культур, крупяных продуктов, плодоовощной продукции и виноградарства” / Королёв Алексей Александрович; ФГБОУ ВПО МГУТУ. – Москва, 2013. – 25 с.
3. Husarova, O. The features of fruits drying in the production of natural chips / O. Husarova, R. Shapar / International youth science forum “Litteris et artibus”. – Lviv, 2017. – P. 44–45.
4. Kovalska, H. Development of apple chips technology / H. Kovalska, A. Marzec, J. Kovalska, K. Samborska, M. Tywonek, A. Lenart // Heat and mass transfer. – 2018. – № 54. – P. 3573–3586.
5. Забалуева, Ю.Ю. Сравнительная характеристика пищевой ценности фруктовых чипсов / Ю. Ю. Забалуева, Н. В. Колесникова, Т. Ц. Федорова // Известия вузов. Прикладная химия и биотехнология. – 2011. – № 1. – С. 155–156.
6. Шапар, Р. О. Аналіз інноваційних технологій для виробництва фруктових чіпсів / Р. О. Шапар, О. В. Гусарова // Промышленная теплотехника. – 2017. – Т. 39, № 3. – С. 53–59.
7. Хазимов, К. М. Интенсификация процесса сушки продуктов растительного происхождения с использованием солнечной энергии : дисс. на соиск. учен. степени докт. философ. (PhD) : спец. 6D080600 – “Аграрная техника и технология” / Хазимов Канат Мухатович; Казахский национальный аграрный университет. – Алматы, 2015. – 201 с.
8. Калашников, Г. В. Оценка тепловой эффективности технологической схемы производства яблочных чипсов и сушеных плодов / Г. В. Калашников, Е. В. Литвинов // Вестник ВГУИТ. – 2014. – № 3. – С. 11–17.
9. Маяцкая, И. А. Математическое моделирование растительных объектов с помощью многоугольников Безвиконной / И. А. Маяцкая, Б. М. Демченко // Интернет-журнал “Науковедение”. – 2013. – № 3. – С. 1–4.
10. Антипов, С. Т. Разработка математической модели процесса сушки плодов черной смородины в вакуум-аппарате с СВЧ-энергоподводом / С. Т. Антипов, Д. А. Казарцев, А. В. Журавлев, С. А. Виниченко // Вестник ВГУИТ. – 2014. – № 1. – С. 7–12.