e-ISSN 2708-9754; ISSN 2307-1699
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ, 2026, Вип. 52
AGRICULTURAL MACHINES, 2026, Vol. 52

DYNAMIC MODEL OF FLUID MOVEMENT IN A CAPILLARY-POROUS MEDIUM: THE CASE OF SOY EXTRUDATE

S. Liashenko[1], T. Kutkovetska[2*], Ye. Petrychenko[2], M. Barda[2]

[1]Poltava State Agrarian University, Poltava, Ukraine
[2]Uman National University, Uman, Ukraine

AGRICULTURAL MACHINES
AM
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ

Key words:
soy extrudate,
capillary-porous medium,
impregnation,
water absorption,
permeability,
wetting front,
swelling,
extrusion

Article history:
Received 25.10.2026
Reviewed 29.10.2026
Approved 30.10.2026

[*]***Corresponding author:***
tanya_kut@ukr.net

ABSTRACT

This article develops and provides a theoretical basis for a new dynamic model describing liquid penetration into the capillary-porous structure of soy extrudate during hydration. The study is motivated by the need to optimize the processing of plant-based raw materials and to improve the quality of the resulting feed and food products. In the modeling process, the material is represented as a complex, heterogeneous protein-carbohydrate matrix, the key geometric and pore parameters of which are directly determined by the high temperatures and pressures applied during extrusion. The proposed mathematical model comprehensively accounts for a range of interrelated physicochemical factors: capillary pressure, viscous resistance to fluid flow, initial inertial effects, dynamic changes in the degree of saturation, and the specific impact of biopolymer swelling on the permeability of the porous medium. For the case of a cylindrical extrudate granule, both one-dimensional and radial approximations of the advancing wetting front are detailed and compared. Appropriate boundary conditions at the moving wetting front are formulated, and an analytical relationship is established between the instantaneous position of this front and the total mass gain of the sample. The scientific novelty of this work lies in the development of an integrated approach that enables the identification of a set of structural-mechanical characteristics of a material—specifically effective permeability, average equivalent pore radius, dynamic contact angle, and the volumetric swelling coefficient of the matrix—based on experimental data regarding water absorption kinetics. The practical value of these results is that the developed model serves as a reliable tool for predicting the behavior of texturized proteins; it can be directly applied to the substantiation, design, and optimization of efficient hydration regimes for soy-based feed and food extrudates within industrial settings.

DOI: 10.36910/acm.vi52.2364

To cite this article:
Liashenko, S., Kutkovetska, T., Petrychenko, Ye. & Barda, M. (2026). Dynamic model of fluid movement in a capillary-porous medium: The case of soy extrudate. *Agricultural Machines*, *52*, 283–292. https://doi.org/10.36910/acm.vi52.2364

e-ISSN 2708-9754; ISSN 2307-1699
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ, 2026, Вип. 52
AGRICULTURAL MACHINES, 2026, Vol. 52

УДК 532.546:664.3

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ РУХУ РІДИНИ В КАПІЛЯРНО-ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ НА ПРИКЛАДІ СОЄВОГО ЕКСТРУДАТУ

С.В. Ляшенко[1], Т.О. Кутковецька[2*], Є.А. Петриченко[2], М.О. Барда[2]

[1]Полтавський державний аграрний університет, Полтава, Україна
[2]Уманський національний університет, Умань, Україна

AGRICULTURAL MACHINES
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ

Ключові слова:
соєвий екструдат,
капілярно-пористе середовище,
просочування,
водопоглинання,
проникність,
фронт змочування,
набухання,
екструзія

Історія публікації:
Отримано 25.10.2026
Прорецензовано 29.10.2026
Затверджено до друку 30.10.2026

Автор для листування:*
tanya_kut@ukr.net

АНОТАЦІЯ

У статті розроблено та теоретично обґрунтовано нову динамічну модель проникнення рідини в капілярно-пористу структуру соєвого екструдату під час його гідратації. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю оптимізації технологічних процесів переробки рослинної сировини та підвищення якості готових кормових і харчових продуктів. У ході моделювання досліджуваний матеріал представлено як складну, неоднорідну білково-вуглеводну матрицю, ключові геометричні та порові параметри якої безпосередньо формуються під дією високих температур і тиску під час екструдування. Запропонована математична модель комплексно враховує низку взаємопов'язаних фізико-хімічних чинників: капілярний тиск, в'язкий опір руху рідини, початкові інерційні ефекти, динамічну зміну ступеня насичення, а також специфічний вплив набухання біополімерів на проникність пористого середовища. Для випадку циліндричної гранули екструдату детально розписано і порівняно одномірне та радіальне наближення руху фронту просочування. Наукова новизна роботи полягає у розробці інтегрального підходу, який дозволяє на основі експериментальних даних кінетики водопоглинання ідентифікувати комплекс структурно-механічних характеристик матеріалу, зокрема: ефективну проникність, усереднений еквівалентний радіус пор, динамічний контактний кут змочування та коефіцієнт об'ємного набухання матриці. Практична цінність результатів полягає в тому, що створена модель є надійним інструментом для прогнозування поведінки текстурованих білків і може бути безпосередньо використана для обґрунтування, проектування та оптимізації раціональних режимів гідратації кормових і харчових соєвих екструдатів у промислових умовах.

DOI: 10.36910/acm.vi52.2364

Цитувати цю статтю:
Коробка, С. В., Стукалець, І. Г., Толстушко, М. М. & Толстушко, Н. О. (2026). Графічне моделювання кутових параметрів плоского дзеркального концентратора геліосушарки. *Сільськогосподарські машини*, *52*, 283–292. https://doi.org/10.36910/acm.vi52.2364

СТАН ПИТАННЯ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Процес вилучення олії з олійної сировини методом механічного відтиску характеризується складними гідромеханічними явищами, пов'язаними з деформацією твердої фази та переміщенням рідкої фази крізь капілярно-пористу структуру матеріалу. Особливу складність становить дослідження цих процесів у соєвому екструдаті, структурно-механічні властивості якого змінюються під дією зовнішнього навантаження (*Журавель Д. П., Дідур В. В., 2025; Журавель Д. П. та ін., 2026; Дідур В. В. та ін., 2026*).

Під час стискання соєвого екструдату відбувається ущільнення твердої фази, зменшення об'єму порового простору та зміна геометричних характеристик капілярних каналів. Це спричиняє зміну коефіцієнта пористості й проникності матеріалу, що безпосередньо впливає на швидкість переміщення олії та інтенсивність її відведення із зони пресування. При цьому фільтраційний потік має нестаціонарний характер, оскільки його параметри залежать не лише від прикладеного тиску, а й від поточного стану деформованого пористого середовища (*Louf J.-F. et al., 2018; Pietsch V. L. et al., 2019*).

Застосування класичних моделей фільтрації, зокрема закону Дарсі, не завжди забезпечує достатню точність опису таких процесів, оскільки вони не повною мірою враховують взаємозв'язок між деформацією твердої матриці, зміною пористості та гідродинамічними характеристиками рідкої фази. Тому виникає необхідність у розробленні математичної моделі, яка враховувала б динаміку зміни структурних параметрів соєвого екструдату під час його стискання та відповідну зміну умов фільтрації олії (*Журавель Д. П. та ін., 2025; Дідур В. В. та ін., 2025; Журавель Д. П., 2022*).

Особливої актуальності набуває встановлення закономірностей взаємозв'язку між тиском пресування, деформацією капілярно-пористого середовища, його фільтраційними характеристиками та швидкістю руху рідкої фази в часі. Розв'язання цієї проблеми дасть змогу поглибити теоретичне розуміння механізму відтиску олії та створити наукове підґрунтя для обґрунтування раціональних конструктивних і технологічних параметрів пресового обладнання (*Журавель Д. П., 2024; Журавель Д. П., Дідур В. В., 2024*).

Пориста структура соєвого екструдату утворюється під час падіння тиску, випаровування вологи та фіксації деформованого білково-вуглеводного каркаса. Вона визначає густину, міцність і швидкість гідратації продукту, від якої залежать змішування з рідкими компонентами, час відновлення та рівномірність розподілу вологи.

Емпірична залежність маси від часу описує лише конкретну партію. Вона не показує, як на водопоглинання впливають вологість сировини, ступінь розширення, розмір гранули й температура води. Через різні розміри та орієнтацію пор, а також набухання білків проникність екструдату змінюється під час змочування.

Питання математичного моделювання руху рідин у капілярно-пористих середовищах посідає важливе місце в дослідженнях процесів переробки рослинної сировини, зокрема під час вилучення олії з насіння олійних культур. Особливий інтерес становить вивчення закономірностей фільтрації рідкої фази крізь деформовану пористу структуру матеріалу під дією зовнішнього навантаження.

У роботі P. C. Bargale та співавторів розроблено математичну модель відтиску олії з олійної сировини за умами одновісного стискання. В основу моделі покладено теорію консолідації Терцагі та закон фільтрації Дарсі з урахуванням зміни коефіцієнта проникності матеріалу в часі. Запропонований підхід пройшов експериментальну перевірку на зразках екструдованої сої та соняшнику (*Bargale P. C. et al., 2000; Станкевич С. В. та ін., 2024; Петік І. П. та ін., 2025; ДСТУ 7621:2014*).

У дослідженні J. Očenášek та J. Voldřich розглянуто математичне моделювання процесів фільтрації та екструзійного відтиску олії в камері лінійного стискання. Авторами запропоновано модель, яка враховує реологічні властивості деформованого твердого каркаса насіння та залежність його проникності від умов навантаження (*Očenášek J., Voldřich J., 2009*).

Важливим напрямом є дослідження впливу структурних характеристик сировини на інтенсивність масоперенесення. Зокрема, встановлено, що розмір частинок соєвої сировини та швидкість руху екстрагенту суттєво впливають на ефективність вилучення олії. Надмірне подрібнення може спричиняти ущільнення шару, зменшення його пористості та погіршення умов фільтрації.

У роботі J. Köry та співавторів досліджено фільтрацію рідини крізь стисливий пористий шар із використанням теорії поропружності. Показано, що деформація структури матеріалу під дією тиску

змінює його проникність і безпосередньо впливає на інтенсивність руху рідкої фази (*Köry J. et al., 2021; Lin S. et al., 2002; Schmid E.-M. et al., 2022*).

Таким чином, аналіз наукових досліджень свідчить про наявність значної кількості математичних моделей, які описують фільтрацію рідин, деформацію пористого каркаса та масоперенесення в рослинній сировині. Водночас потребують подальшого дослідження закономірності нестаціонарного руху рідини в капілярно-пористій структурі соєвого екструдату з урахуванням зміни його структурно-механічних характеристик під час стискання.

Мета дослідження: розробити динамічну модель руху рідини в капілярно-пористій структурі соєвого екструдату та визначити способи ідентифікації її параметрів за кінетикою водопоглинання.

Для досягнення мети потрібно пов'язати течію розплаву зі структурою готового виробу; сформулювати баланси маси й імпульсу; описати осьове та радіальне просочування; урахувати набухання; запропонувати методику визначення параметрів і межі застосовності моделі.

МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Для досягнення поставленої мети – розробки динамічної моделі руху рідини в капілярно-пористій структурі соєвого екструдату та обґрунтування методики ідентифікації її параметрів — застосовано комплексний підхід, що поєднує методи математичного моделювання, механіки суцільних гетерогенних середовищ, капілярної гідродинаміки та фізико-хімічного аналізу.

Об'єктом дослідження є процес масоперенесення в капілярно-пористій матриці текстурованого рослинного білка. Як модельне пористе середовище розглядалися циліндричні гранули соєвого екструдату, одержаного на основі соєвого шроту з різним вмістом ліпідів. Макроскопічно гранулу представлено у вигляді суцільного анізотропного середовища з ефективними інтегральними характеристиками: початковою відкритою пористістю, проникністю, звивистістю пор та усередненим еквівалентним капілярним радіусом. Модельним флюїдом слугувала дистильована вода з відомими температурними залежностями динамічної в'язкості та поверхневого натягу.

Теоретичний опис кінетики просочування базується на фундаментальних законах збереження маси та імпульсу в пористих середовищах. Баланс маси флюїду сформульовано з урахуванням динамічної зміни насичення відкритих пор та потенційної зміни пористості внаслідок набухання біополімерного каркаса. Рівняння руху рідини базується на усередненому рівнянні імпульсу в лінеаризованій формі з урахуванням часу гідродинамічної релаксації для опису початкових інерційних ефектів (рівняння Бозанкета), що за тривалого спостереження трансформується у класичний закон фільтрації Дарсі. Капілярний тиск на рухомому фронті змочування визначався за законом Лапласа з урахуванням ефективного динамічного контактного кута.

Для аналітичного розв'язку та порівняння динаміки змочування розроблено дві геометричні схеми: одномірне лінійне просочування (закон Лукаса–Вашберна) та радіальне капілярне заповнення циліндричної або сферичної гранули радіуса з утворенням рухомої межі 'зволожена зона — сухе ядро'. Оцінку внеску інерційних, в'язких та гравітаційних сил проведено за допомогою безрозмірних критеріїв подібності: числа Рейнольдса для пористих середовищ, числа капілярності та числа Бонда.

Враховуючи, що поровий каркас екструдату формується під дією зсувних деформацій у формувальному каналі матриці екструдера, у моделі враховано структурну анізотропію шляхом завдання проникнення у вигляді діагонального тензора. Вплив набухання білково-вуглеводної матриці на звуження транспортних капілярів та защемлення повітря описано модифікованим співвідношенням Козені–Кармана, інтегрованим із функцією коефіцієнта об'ємного набухання та множника сполученості пор.

Для верифікації моделі та визначення її структурно-механічних параметрів розроблено багатофакторну експериментальну процедуру. На першому етапі здійснювали кондиціонування та підготовку зразків соєвого екструдату, які висушували та витримували до досягнення рівноважної початкової вологості з контролем за ДСТУ 7621:2014. Далі проводили визначення геометричних розмірів, об'єму та початкової густини зразків. Початкову відкриту пористість та еквівалентний радіус пор оцінювали комбінацією методів рідинного витіснення (пікнометрія) та рентгенівської мікротомографії. Ефективний контактний кут змочування вимірювали методом сидячої краплі на пресованій поверхні матеріалу.

Кінетику водопоглинання фіксували гравіметричним методом на автоматизованих вагах із безперервним зняттям показників. Дискретність відліку на початковій інерційній стадії забезпечувалася швидкісною відеореєстрацією фронту. Перед кожним зважуванням надлишок поверхневої рідкої плівки видаляли фільтрувальним матеріалом за стандартизованою процедурою. Паралельно з гравіметрією проводили фіксацію геометричних розмірів гранул за допомогою оптичного компаратора або цифрового аналізу зображень для розрахунку коефіцієнта об'ємного набухання. Дослідження виконували відповідно до розробленого п'ятифакторного плану, що включав варіювання орієнтації зразків (вздовж та поперек екструзії), температури середовища на трьох сталих рівнях, геометричних розмірів гранул для перевірки масштабного закону, початкової вологості та рецептурного складу.

Ідентифікацію невідомих або слабко зв'язаних параметрів моделі векторного простору здійснювали шляхом розв'язання зворотної задачі масоперенесення. Оптимальні значення знаходили мінімізацією цільової функції, що являє собою суму квадратів відхилень між експериментальними даними відносного приросту маси та теоретичною кривою, розрахованою за моделлю. Математичну обробку рівнянь, розрахунок кривих чутливості та параметричну ідентифікацію виконували за допомогою методів нелінійної оптимізації (алгоритм Левенберга–Марквардта) у програмному середовищі Python з використанням пакету scipy.optimize.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОБГОВОРЕННЯ

Основна частина. Фізична структура соєвого екструдату. На мікрорівні рідина рухається між ділянками денатурованого білка, клітковини та крохмалевмісної фази; на мезорівні — у сполучених кластерах і тупикових порах. На макрорівні гранулу подано суцільним середовищем з ефективними пористістю, проникністю, звивистістю та капілярним радіусом:

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V}, X(t) = \frac{m(t)-m_0}{m_0} \quad (1)$$

де V_p – об'єм пор; V – об'єм зразка; m_0 і $m_{(t)}$ – початкова та поточна маса. Відкрита пористість визначає доступний об'єм потоку, тоді як замкнені пори впливають переважно на густину й міцність. У спученому екструдаті відкриті пори прискорюють відновлення, а у щільному продукті зростає роль дрібних каналів.

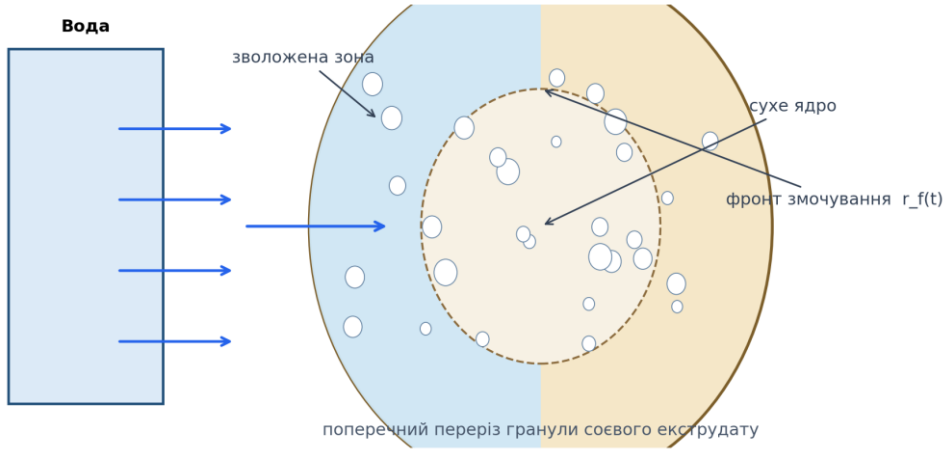


Рис.1 – Схема радіального просочування гранули соєвого екструдату

Формування транспортної структури у матриці екструдера. Поровий каркас є наслідком течії в'язкопластичної маси. У шнековій зоні рух є обертально-поступальним, а у формувальному каналі - переважно поступальним. Градієнти тиску й зсув орієнтують білкові агрегати, а падіння тиску на виході формує пори. Тому проникність уздовж і поперек екструзії залежить від геометрії матриці та режиму процесу.

У джерелі циліндричний і кільцевий канали змодельовано методом скінченних об'ємів за умами прилипання на стінках, заданої вхідної швидкості та нульового тиску на виході. Для готового екструдату ці умови замінюються капілярним напором і опором порового каркаса.

У циліндричній матриці тиск знижувався на 10–15 %, а в кільцевій швидкість - приблизно на 25 %. Відхилення моделі від експерименту становило 10–13 % для швидкості й 18–25 % для тиску. Це обґрунтовує визначення анізотропії проникності для кожної матриці.

Баланс маси та динамічне рівняння руху. Нехай S — насичення відкритих пор, ρ_l – густина рідини, u – швидкість фільтрації. За відсутності джерел баланс маси має вигляд:

$$\frac{\partial(\varepsilon S\rho_l)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho_l u) = 0 \tag{2}$$

Для жорсткого каркаса пористість стала; у соєвому екструдаті це припущення діє лише до помітного набухання. Усереднене рівняння імпульсу:

$$\frac{\rho_l}{\varepsilon}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\varepsilon^2}(u\cdot\nabla)u = -\nabla\rho - \frac{\mu}{K}u - \rho_l\beta_F|u|u + \rho_l g \tag{3}$$

Рівняння враховує прискорення, градієнт тиску, опір Дарсі й Форхгеймера та силу тяжіння. За малих швидкостей квадратичний опір істотний лише на початку руху у великих відкритих каналах. Після лінеаризації маємо:

$$\tau_h\frac{\partial u}{\partial t} + u = -\frac{K}{\mu}(\nabla\rho - \rho_l g),\ \tau_h = \frac{\rho_l K}{\mu\varepsilon} \tag{4}$$

τ_h – час гідродинамічної релаксації. За тривалого спостереження інерційною похідною нехтують і переходять до закону Дарсі; для імпульсного, напірного або великопорового руху її зберігають.

Капілярний напір і рух фронту. Капілярний перепад тиску в ефективній циліндричній порі визначається рівнянням Лапласа:

$$p_c = p_g - p_l = \frac{2\gamma\cos\theta}{r_e} \tag{5}$$

За $\theta<90°$ вода самочинно входить у пору. Ліпіди або термічне ущільнення можуть збільшувати контактний кут. Зменшення радіуса підвищує капілярний тиск, але одночасно може різко знижувати проникність.

Для плоского фронту швидкість фільтрації пов’язана з його переміщенням; після підстановки перепаду тиску в закон Дарсі:

$$u = \varepsilon\frac{dl}{dt} = \frac{K}{\mu}\frac{p_c - \rho_l g l}{l} \tag{6}$$

За малого впливу гравітації інтегрування дає макроскопічний закон Лукаса–Вашберна:

$$l^2(t) = l_0^2 + \frac{2Kp_c}{\mu\varepsilon}t \qquad (g\to 0) \tag{7}$$

Кінетична крива визначає насамперед добуток проникності та капілярного тиску. Тому без незалежних даних про контактний кут або структуру окремі значення K і re можуть бути неоднозначними.

Щоб описати момент запуску, використаємо рівняння Бозанкета для еквівалентного капіляра:

$$\rho_l\left(\ddot{l}l + \dot{l}^2\right) + \frac{8\mu}{r_e^2}\dot{l}l = \frac{2\gamma\cos\theta}{r_e} - \rho_l g l \tag{8}$$

На дуже ранній стадії інерція усуває формально нескінченну початкову швидкість. Далі накопичується в’язкий опір і у реальному екструдаті перехід згладжується розподілом пор.

Проникність і структурна анізотропія. Ефективну проникність можна оцінити за модифікованим співвідношенням Козені–Кармана:

$$K = \frac{d_s^2\varepsilon^3}{C_K(1-e)^2\tau_p^2} \tag{9}$$

де d_s – структурний розмір; C_K – коефіцієнт форми; τ_p – звивистість. Залежність показує сильний вплив пористості на K, але для видовжених, тріщинуватих і частково замкнених пор є лише інженерним наближенням.

Орієнтація структури вздовж течії частково зберігається після виходу з матриці, тому проникність гранули доцільно задавати тензором:

$$u = -\frac{K}{\mu}\nabla p,\ K = diag(K_\parallel, K_\perp, K_r) \tag{10}$$

Якщо поздовжня проникність більша за поперечну, осьове змочування відбувається швидше. Співвідношення проникностей оцінюють за початковими нахилами залежності маси від квадратного кореня часу для зразків двох орієнтацій.

Таблиця 1 – Параметри динамічної моделі та способи їх визначення

Параметр	Фізичний зміст	Рекомендований метод
ε_0	початкова відкрита пористість	геометрична густина та витіснення; мікротомографія
$K\parallel, K\perp$	проникність уздовж і поперек напряму екструзії	напірна фільтрація або апроксимація ранньої кінетики
r_e	ефективний капілярний радіус	порометрія; мікротомографія; спільна ідентифікація
Θ	ефективний контактний кут вода–екструдат	метод сидячої краплі на пресованій поверхні
β_v	коефіцієнт об'ємного набухання	зміна діаметра й довжини під час гідратації
τ_h	час гідродинамічної релаксації	швидкісна реєстрація початкової стадії

Радіальне просочування гранули. Для довгої гранули з ізольованими торцями задача є радіальною. Тиск у зволоженій оболонці описує закон Дарсі в циліндричних координатах; для аналітичної оцінки гранулу апроксимуємо сферою радіуса a [7]:

$$-\frac{1}{3a}\left(a^3 - r_f^3\right) + \frac{1}{2}\left(a^2 - r_f^2\right) = \frac{Kp_c}{\mu}t \tag{11}$$

Радіус сухого ядра зменшується до нуля. Час капілярного заповнення пропорційний $\mu a^2/(Kp_c)$, тому подвоєння розміру збільшує час гідратації приблизно вчетверо.

За насичених пор нормований приріст маси дорівнює частці зволоженого об'єму:

$$M(t) = \frac{m(t)-m_0}{m_\infty - m_0} = 1 - \left(\frac{r_f(t)}{a}\right)^3 \tag{12}$$

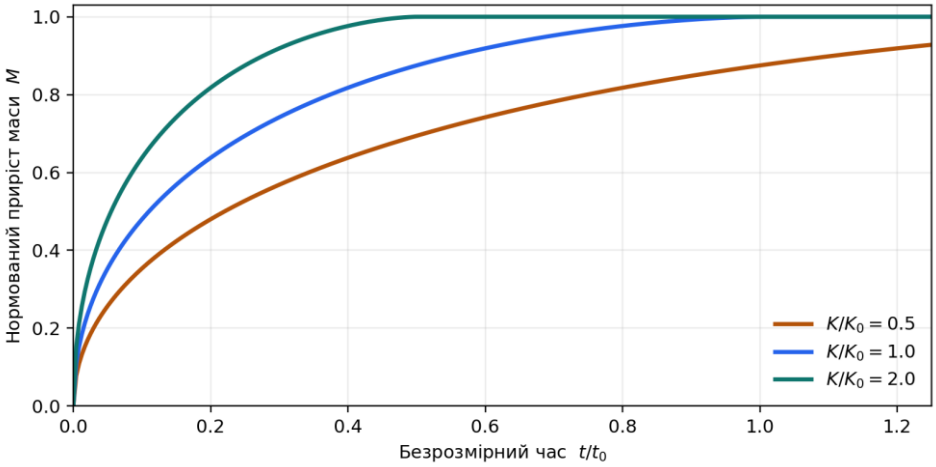


Рис. 2 – Розрахункова кінетика водопоглинання за різної відносної проникності

На рис. 2 показано чутливість моделі: підвищення проникності прискорює насичення, але за сталої доступної пористості не змінює граничний нормований приріст маси. Криві є розрахунковими, а не даними конкретної партії.

Урахування набухання та блокування пор. Білки, полісахариди й клітковина зв'язують воду, збільшують зовнішній об'єм і водночас звужують транспортні канали. Тому зміну пористості слід відокремлювати від втрати сполученості. У першому наближенні:

$$\varepsilon(X) = 1 - \frac{1-\varepsilon_0}{1+\beta_v X}, \quad K(X) = K_0\left[\frac{\varepsilon(X)}{\varepsilon_0}\right]^3\left[\frac{1-\varepsilon_0}{1-\varepsilon(X)}\right]^2 \tag{13}$$

Коефіцієнт βv визначають за зміною об'єму. Якщо проникність знижується, вводять множник сполученості χc(X)<1, що відображає перекриття горловин і формує повільний завершальний етап поглинання.

Температура впливає на в'язкість, поверхневий натяг і набухання. Зниження μ прискорює проникнення, але звуження пор може послабити цей ефект, тому функції μ(T), γ(T) і βv(T) визначають експериментально.

Критерії подібності та межі режимів. Режим оцінюють за трьома безрозмірними критеріями:

$$Re_K = \frac{\rho_l U\sqrt{K}}{\mu},\quad Ca = \frac{\mu U}{\gamma},\quad Bo = \frac{p_l g r_e^2}{\gamma} \tag{14}$$

Re_K характеризує інерцію, Ca – співвідношення в'язких і поверхневих сил, Bo - вплив гравітації. За малих ReK, Ca і Bo достатньо закону Дарсі–Вашберна; динамічний член потрібний для коротких імпульсів, вакуумного чи напірного насичення.

Рівняння Форхгеймера застосовують лише за експериментально підтвердженої нелінійної залежності перепаду тиску від витрати, оскільки зайві параметри погіршують однозначність ідентифікації.

Методика експериментальної ідентифікації. Зразки однієї партії кондиціонують до сталої вологості, вимірюють масу, геометрію та густину. Відкриту пористість визначають методом витіснення або мікротомографією, а початкову вологість – за стандартизованою методикою.

Кінетику реєструють гравіметрично за контрольованого контакту з водою та однакового видалення поверхневої плівки. Перші секунди фіксують автоматизованою вагою або відеозаписом фронту. Одночасно вимірюють геометрію, щоб відокремити заповнення пор від набухання каркаса.

Таблиця 2 – Рекомендований план дослідження водопоглинання

Чинник	Рівні або варіанти	Вихідні показники
Орієнтація	уздовж і поперек напряму екструзії	K∥/K⊥, час до 50 % насичення
Температура води	щонайменше три сталі рівні	μ(T), швидкість фронту, βv(T)
Розмір гранули	два–три діаметри або довжини	перевірка масштабування часу як a^2
Початкова вологість	кондиціоновані серії	капілярний градієнт, граничне водопоглинання
Рецептура	різний вміст соєвого шроту та ліпідів	ε0, θ, K, текстурна стабільність

Параметри визначають мінімізацією відхилення між виміряною і розрахованою нормованою масою:

$$J(q) = \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{m_i - m(t_i;g)}{m_\infty - m_0}\right]^2,\quad q = (K, r_e, \theta, \beta_v) \tag{15}$$

Контактний кут і набухання бажано вимірювати незалежно, а за кривою маси визначати K та r_e. Спільна апроксимація кількох розмірів і температур зменшує кореляцію параметрів. Ранні систематичні похибки вказують на інерцію, пізні — на набухання, дифузію або защемлення повітря.

Розрахункова інтерпретація для соєвого екструдату. На ранній стадії маса має бути майже лінійною функцією квадратного кореня часу, а час насичення — зростати пропорційно квадрату радіуса гранули. Різниця між осьовою і поперечною кінетикою свідчить про анізотропію. Пізніше відхилення від цих закономірностей указує на набухання або блокування пор.

Таблиця 3 – Очікуваний вплив параметрів на кінетику

Зміна	Рання стадія	Завершальна стадія
K зростає	фронт рухається швидше	час насичення зменшується
r_e зменшується	p_c зростає, але K може зменшитися	посилюється роль вузьких горловин
θ зростає	капілярний напір слабшає	частина пор може не заповнюватися
μ зменшується	швидкість зростає	форма нормованої кривої зберігається без набухання
β_v зростає	вплив обмежений	посилюється релаксаційний хвіст і деформація

Швидкість гідратації слід узгоджувати зі збереженням форми: надто відкрита структура швидко насичується, але втрачає міцність, а щільна — відновлюється повільно. Оптимум визначають за проникністю, пористістю, вологоємністю та міцністю після змочування.

Практичне значення та обмеження моделі. Модель можна застосувати для вибору розміру гранул, температури води та тривалості замочування. У кормових технологіях вона прогнозує поглинання рідких компонентів до гранулювання, а в харчових - відновлення текстурованого соєвого білка.

Макроскопічна модель припускає локальну рівновагу капілярного тиску, ньютонівську рідину та мале розчинення матриці. Для концентрованих розсолів, емульсій і дисперсних рідин слід додатково враховувати зміну в'язкості, осмотичні ефекти та закупорювання каналів.

Гравіметрія реєструє суму капілярного заповнення і зв'язування води білками. Розмежувати процеси допомагає поєднання зважування з мікротомографією, низькопольним ЯМР або вимірюванням локальної вологості.

ВИСНОВКИ

Сформовано динамічну модель руху води в пористому соєвому екструдаті на основі балансу маси, усередненого рівняння імпульсу, капілярного тиску та структурно залежної проникності. В'язка стадія підпорядковується закону квадратного кореня часу, а початкова – інерційному рівнянню Бозанкета. Радіальне наближення пов'язує положення сухого ядра з приростом маси й показує квадратичну залежність часу гідратації від розміру гранули. Тензор проникності враховує орієнтовані пори. Дані про циліндричний і кільцевий канали використано для пояснення походження анізотропії, не ототожнюючи течію розплаву з просочуванням готового продукту.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

Журавель Д. П., Дідур В. В. Механіко-технологічні основи глибокої переробки насіння рицини на енергетичну біосировину. Запоріжжя : ТДАТУ, 2025. 275 с.

Журавель Д. П., Дідур В.В., Білоконь Я.В. Математичне моделювання процесу механічного вилучення олії з насіння рицини. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету: електронне наукове фахове видання*. / ТДАТУ; гол. ред. д.т.н., проф. В. М. Кюрчев. – Запоріжжя: ТДАТУ, 2026. Вип. 16, Т. 1. С. 32-47.

Дідур В.В., Журавель Д. П., Білоконь Я.В. Моделювання процесу пресування насіння рицини в шнекових пресах. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*: наукове фахове видання. / ТДАТУ; гол. ред. д.т.н., проф. А. І. Панченко. – Запоріжжя: ТДАТУ, 2026. Вип. 26, т. 1. С.83-90.

Whitaker S. Flow in Porous Media I: A Theoretical Derivation of Darcy's Law. Transport in Porous Media. 1986. Vol. 1. P. 3–25. DOI: 10.1007/BF01036523.

Louf J.-F., Zheng Y., Kumar A., Bohr T., Gundlach C., Harholt J., Poulsen H. F., Jensen K. H. Imbibition in Plant Seeds. *Physical Review E*. 2018. Vol. 98. Article 042403. DOI: 10.1103/PhysRevE.98.042403.

Pietsch V. L., Bühler J. M., Karbstein H. P., Emin M. A. High Moisture Extrusion of Soy Protein Concentrate: Influence of Thermomechanical Treatment on Protein–Protein Interactions and Rheological Properties. *Journal of Food Engineering*. 2019. Vol. 251. P. 11–18. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2019.01.001.

Wittek P., Zeiler N., Karbstein H. P., Emin M. A. High Moisture Extrusion of Soy Protein: Investigations on the Formation of Anisotropic Product Structure. Foods. 2021. Vol. 10, No. 1. Article 102. DOI: 10.3390/foods10010102.

Журавель Д.П., Дідур В.В. Обгрунтування технологічної схеми детоксикації рицинової макухи для потреб кормовиробництва. Збірник тез доповідей XIII-ї Науково-технічної конференції '*Технічний прогрес у тваринництві та кормовиробництві*', смт. Глеваха Київської області. м. Київ, Україна, (01-17 жовтня 2025 року): матеріали конференції. Глеваха-Київ. 2025. С. 76-80.

Дідур В.В., Журавель Д. П., Повар І.Ю, Петриченко Є.А. Теоретичні основи розрахунку конструкційно-технологічних параметрів конічної центрифуги для очищення рослинних олій. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наукове фахове видання* / ТДАТУ; гол. ред. д.т.н., проф. В. М. Кюрчев. Запоріжжя: ТДАТУ, 2025. Вип. 25, т. 3. С. 118-124. DOIhttps://doi.org/10.32782/2078-0877-2025-25-3-16.

Журавель Д.П. Технології переробки насіння рицини дворазовим пресуванням. Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції '*Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі*', Запоріжжя, 2022. С. 32-34.

Дідур В.В., Журавель Д. П., Повар І.Ю, Петриченко Є.А. Наукові основи очищення рослинних олій у конічних центрифугах. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*: наукове фахове видання /

ТДАТУ; гол. ред. д.т.н., проф. В. М. Кюрчев. Запоріжжя: ТДАТУ, 2025. Вип. 25, т. 3. С. 125-130. DOI https://doi.org/10.32782/2078-0877-2025-25-3-17.

Дідур В.В., Журавель Д. П., Колесніченко І.А., Петриченко Є.А. Моделювання теплової обробки насіння олійних культур високотемпературним теплоносієм. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*: наукове фахове видання / ТДАТУ; гол. ред. д.т.н., проф. В. М. Кюрчев. Запоріжжя: ТДАТУ, 2025. Вип. 15, т. 2. С.37-44. DOI https://doi.org/10.32782/2220-8674-2025-15-2-5.

Дідур В.В., Журавель Д.П., Колесніченко І.А., Петриченко Є.А. Моделювання тепломасоперенесення в поверхневих капілярно-пористих середовищах. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції. '*Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі*' (01–25 листопада 2025 року). Запоріжжя, 2025. С. 46-49.

Журавель Д.П Обґрунтування методу очищення біологічних олій в електричному полі. Збірник тез доповідей XIII-ї Науково-технічної конференції '*Технічний прогрес у тваринництві та кормовиробництві*', смт Глеваха Київської області – м. Київ, Україна, (01-18 жовтня 2024 року): матеріали конференції. Глеваха-Київ. 2024. С. 68-72.

Журавель Д.П., Дідур В.В. Моделювання процесу очищення рицинової олії в електричному полі. Матеріали VI Міжнародної науково-практичної конференції '*Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі*' (01–25 листопада 2024 року). Запоріжжя, 2024. С. 98-104.

Bargale, P. C., Wulfsohn, D.-L., Irudayaraj, J., Ford, R. J., & Sosulski, F. W. (2000). Prediction of oil expression by uniaxial compression using time-varying oilseed properties. *Biosystems Engineering*, 77(2), 171-181.

Станкевич С. В., Омельченко С. Б., Котляр О. В., Бакіров М. П., Жулінська О. В., Аштаєва Н. Л. Залежність якісних показників екструдату від характеристик сировини. *Інтегровані технології та енергозбереження*. 2024. № 3. DOI: 10.20998/2078-5364.2024.3.10.

Петік І. П., Станкевич С. В., Золотухіна О. О., Денисенко М. В., Кібенко Н. Ю., Звягінцева О. В., Самойленко С. І. Аналітичний контроль та стандартизація текстурних характеристик в технології екструдування білково-жирових систем. *Інтегровані технології та енергозбереження*. 2025. № 1. С. 94–102. DOI: 10.20998/2078-5364.2025.1.09.

ДСТУ 7621:2014. Продукти білкові рослинного походження. Макухи та шроти. Метод визначення вмісту вологи та летких речовин. Київ: Мінекономрозвитку України, 2015.

OČENÁŠEK, Jan a VOLDŘICH, Josef. Mathematical modelling of biogenous filter cake and identification of oilseed material parameters. Online. *Applied and Computational Mechanics*. 2009, roč. 3, č. 2, s. 339-350. ISSN 2336-1182.

Köry J., Krupp A. U., Please C. P., Griffiths I. M. Optimising Dead-End Cake Filtration Using Poroelasticity Theory. *Modelling*. 2021. Vol. 2, No. 1. P. 18–42.

Lin S., Huff H. E., Hsieh F. Extrusion Process Parameters, Sensory Characteristics, and Structural Properties of a High Moisture Soy Protein Meat Analog. *Journal of Food Science*. 2002. Vol. 67, No. 3. P. 1066–1072. DOI: 10.1111/j.1365-2621.2002.tb09454.x.

Schmid E.-M., Farahnaky A., Adhikari B., Torley P. J. High Moisture Extrusion Cooking of Meat Analogs: A Review of Mechanisms of Protein Texturization. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety*. 2022. Vol. 21, No. 6. P. 4573–4609. DOI: 10.1111/1541-4337.13030.