e-ISSN 2708-9754; ISSN 2307-1699
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ, 2026, Вип. 52
AGRICULTURAL MACHINES, 2026, Vol. 52

# ALGORITHM FOR MODELING CURVED MOTION

**V. Melnyk[1], O. Kalnaguz[2], Y. Sirenko[2*]**

*[1]State Biotechnology University, Kharkiv, Ukraine*
*[2]Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine*

AGRICULTURAL MACHINES
AM
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ

***Key words:***
machine-tractor unit,
field unit,
power source,
motion trajectory,
curvilinear motion,
maneuver,
mathematical modeling.

***Article history:***
Received 01.10.2026
Reviewed 08.10.2026
Approved 30.10.2026

[*]***Corresponding author:***
sirenko.ula_2018@gmail.com

## *ABSTRACT*

*This paper examines the problem of simplifying the mathematical modeling of the curvilinear motion of a mobile power vehicle and proposes an algorithm that ensures the sequential generation of the calculated trajectory of its center of gravity. The aim of the study is to develop an accessible method for determining the vehicle's position coordinates during a turn, with the ability to perform calculations in Microsoft Excel. The algorithm is based on the vehicle's structural and kinematic parameters: the distance from the center of gravity to the rear axle, the initial and final values of the steering angle and heading angle, as well as the specified angle increment. This makes it possible to generate the trajectory without first obtaining a set of experimental coordinates. The algorithm involves dividing a complex curvilinear maneuver trajectory into separate simple segments and calculating them sequentially. For each segment, a discrete sequence of yaw angle values is generated, converted to radians, and the rate of change of heading angle, the current heading angle, and the radius of curvature are determined. In the next step, the X and Y coordinates of the tractor's center of gravity are calculated using mathematical relationships. The obtained values are organized into a spreadsheet and used as the input array for constructing a scatter plot. If the trajectory consists of several consecutive segments, the calculated coordinates are combined into a single curve that represents the complete path of the energy vehicle's curvilinear motion. The main result of the study is an algorithm that combines mathematical calculation, tabular representation of coordinates, and graphical modeling of the trajectory within a single software environment. Its application allows for the rapid modification of the vehicle's initial geometric and kinematic characteristics, the automatic recalculation of coordinates, and the comparison of curvilinear motion maneuvers. The practical value of the proposed approach lies in the ability to use it for preliminary kinematic analysis of the trajectories of various agricultural vehicles without resorting to complex specialized software packages. The developed algorithm can serve as a basis for further research into the geometry of field machinery turns and for evaluating the impact of their design parameters on trajectory configuration. The proposed algorithm can also be used as a mathematical basis for developing software for automatic tractor control systems during automated turns on field turning lanes.*

**DOI:** 10.36910/acm.vi52.2353

*To cite this article:*
Melnyk, V., Kalnaguz, O. & Sirenko, Y. (2026). Algorithm for modeling curved motion. *Agricultural Machines*, *52*, 217–225. https://doi.org/10.36910/acm.vi52.2353

e-ISSN 2708-9754; ISSN 2307-1699
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ, 2026, Вип. 52
AGRICULTURAL MACHINES, 2026, Vol. 52

УДК 631.372

# АЛГОРИТМ МОДЕЛЮВАННЯ КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ

**В.І. Мельник[1], О.М. Калнагуз[2], Ю.В. Сіренко[2*]**

*[1]Державний біотехнологічний університет, Харків, Україна*
*[2]Сумський національний аграрний університет, Суми. Україна*

AGRICULTURAL MACHINES
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКІ МАШИНИ

***Ключові слова:***
машинно-тракторний агрегат,
польовий агрегат,
енергетичний засіб,
траєкторія руху,
криволінійний рух,
маневр,
математичне моделювання

***Історія публікації:***
Отримано 01.10.2026
Прорецензовано 08.10.2026
Затверджено до друку
30.10.2026

**Автор для листування:***
sirenko.ula_2018@gmail.com

***АНОТАЦІЯ***

*У роботі розглянуто проблему спрощення математичного моделювання криволінійного руху мобільного енергетичного засобу та запропоновано алгоритм, що забезпечує послідовне формування розрахункової траєкторії його центра ваги. Метою дослідження є створення доступного способу визначення координат положення машини під час повороту з можливістю реалізації розрахунків у табличному процесорі Microsoft Excel. В основу алгоритму покладено конструктивні та кінематичні параметри енергетичного засобу: відстань від центра ваги до задньої осі, початкові й кінцеві значення кута повороту та курсового кута, а також заданий крок зміни кута. Це дає змогу формувати траєкторію без попереднього отримання масиву експериментальних координат. Алгоритм передбачає розподілення складної криволінійної траєкторії маневру на окремі прості ділянки та їх послідовний розрахунок. Для кожної ділянки формується дискретний ряд значень кута повороту, виконується його переведення у радіани, визначаються коефіцієнт інтенсивності зміни курсового кута, поточний курсовий кут і радіус кривизни. Наступним етапом за математичними залежностями обчислюються координати X і Y центра ваги трактора. Отримані значення систематизуються в електронній таблиці та використовуються як вихідний масив для побудови точкової діаграми. Якщо траєкторія містить декілька послідовних ділянок, розраховані координати об'єднуються в єдину криву, що відображає повний шлях криволінійного переміщення енергетичного засобу. Основним результатом дослідження є алгоритм, який поєднує математичний розрахунок, табличне відображення координат і графічне моделювання траєкторії в одному програмному середовищі. Його застосування дозволяє оперативно змінювати вихідні геометричні та кінематичні характеристики машини, автоматично перераховувати координати та порівнювати маневри криволінійного руху. Практична цінність запропонованого підходу полягає у можливості використовувати його для попереднього кінематичного аналізу траєкторій різних енергетичних засобів без залучення складних спеціалізованих програмних комплексів. Розроблений алгоритм може бути основою для подальшого дослідження геометрії розворотів польових агрегатів та оцінювання впливу їх конструктивних параметрів на конфігурацію траєкторії. Запропонований алгоритм також може бути використаний як математична основа для розроблення програмного забезпечення систем автоматичного керування тракторами під час виконання автоматизованих розворотів на поворотних смугах поля.*

**DOI:** 10.36910/acm.vi52.2353

*Цитувати цю статтю:*
Мельник, В. І., Калнагуз, О. М. & Сіренко, Ю. В. (2026). Алгоритм моделювання криволінійного руху. *Сільськогосподарські машини*, *52*, 217–225. https://doi.org/10.36910/acm.vi52.2353

## СТАН ПИТАННЯ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Математичне відтворення траєкторії переміщення машинно-тракторного агрегату (МТА) дає можливість досліджувати особливості його руху під час реалізації сільськогосподарських технологічних процесів без необхідності проведення великої кількості польових випробувань. На основі розробленої моделі можна встановити просторове положення агрегату в різні моменти часу та визначити характер зміни його руху залежно від робочої швидкості, геометричних характеристик, радіуса повороту, конструктивних параметрів трактора і приєднаної машини. Такий підхід дозволяє аналізувати формування робочих гонів, маневрування на поворотних смугах, виконання розворотів і відповідність фактичного переміщення попередньо заданому маршруту.

Застосування результатів моделювання створює передумови для раціонального формування маршрутів роботи МТА та підвищення точності виконання польових операцій. Дослідження різних варіантів руху дає змогу визначити способи зменшення величини перекриттів між суміжними проходами, необроблених зон і довжини холостих переміщень. Крім того, математична модель може бути використана для оцінювання впливу режимів роботи та параметрів агрегату на його продуктивність, витрату пального й ефективність використання робочої площі. Отримані результати можуть бути основою для вибору раціональних параметрів руху та розроблення й налаштування систем автоматичного або навігаційного керування сільськогосподарською технікою.

У статті *Castro-Romero et al. (2026)* запропоновано підхід до комп'ютерного відтворення руху автономного сільськогосподарського трактора на основі поєднання математичної кінематичної моделі та інтелектуального методу ідентифікації. На основі дискретної кінематичної моделі отримували переміщення трактора, які описують дві нечіткі моделі Такагі-Суґено для прогнозування приростів координат. Таким чином, майбутнє положення трактора визначалося не тільки геометричними залежностями класичної кінематичної моделі, а й на основі закономірностей, отриманих із масиву даних моделювання.

Для отримання траєкторії руху автори *Castro-Romero et al. (2026)* сформували еталонний маршрут, характерний для виконання польових операцій за човниковою схемою. Координати точок заданого маршруту генерувалися попередньо у середовищі MATLAB, після чого вони використовувалися алгоритмом Pure Pursuit для визначення поточної цільової точки руху. На кожному кроці розрахунку система керування визначала необхідні швидкість поступального руху та кут повороту коліс. Параметри регуляторів не задавалися довільно: їх одночасно оптимізували за допомогою другого алгоритму PSO з використанням середньоквадратичної похибки між заданою та змодельованою траєкторіями як критерію якості. Отже, результуюча траєкторія формувалася за координатами поточного стану та заданого маршруту трактора.

Комп'ютерне моделювання виконано у MATLAB. Отримана модель дозволила порівняти траєкторію, задану опорними точками, з фактичним переміщенням трактора. У дослідженні *Castro-Romero et al. (2026)* траєкторія руху трактора отримується шляхом послідовного чисельного розрахунку його координат у часі на основі оптимізованої нечіткої моделі та системи керування Pure Pursuit. Запропонований підхід дає можливість відтворювати як прямолінійні робочі проходи, так і криволінійні ділянки розвороту, що робить його придатним для дослідження руху сільськогосподарської техніки за умов типових польових маршрутів. Водночас автори позиціонують отриману модель насамперед як симуляційний базис для подальшої реалізації та перевірки на реальній роботизованій платформі.

У статті *Wang ma ін. (2024)* розглянуто задачу відпрацювання траєкторії руху тракторно-причіпного агрегату з урахуванням того, що траєкторії трактора і причепа під час повороту не збігаються. Авторами сформовано кінематичну модель агрегату, в якій причіп прийнято за основну точку позиціонування, а похибки його руху визначаються у системі координат Френе. Для моделювання криволінійного руху задається опорна траєкторія у вигляді дуги кола радіусом 15 м. Важливо, що сама еталонна крива не генерується системою керування — вона попередньо задається як геометрична траєкторія, після чого дискретизується на координатні точки з кроком 0,1 м. Під час моделювання для поточного положення агрегату визначається найближча точка заданого маршруту, відносно якої обчислюються поперечна та курсова похибки. Таким чином, фактична крива траєкторії

формується послідовним чисельним розрахунком координат агрегату в часі, а не безпосереднім аналітичним отриманням рівняння кривої.

Результатом моделювання *Wang та ін. (2024)* стало отримання фактичних траєкторій руху трактора та причепа і їх порівняння із заданою кривою. Отже, основним результатом роботи є не побудова нових геометричних кривих розвороту, а моделювання процесу проходження наперед заданої кривої тракторно-причіпним агрегатом та оцінювання точності її відпрацювання. Водночас такий підхід має низку обмежень з позиції задачі моделювання траєкторій розвороту польових агрегатів. По-перше, у статті розглядається переважно задача автоматичного керування та відстеження вже заданої траєкторії, тоді як питання формування й порівняння різних геометричних варіантів розвороту не є основним об'єктом дослідження. По-друге, моделювання реалізовано у спеціалізованому середовищі MATLAB/Simulink/CarSim, а тому методика потребує складної математичної моделі, системи керування та програмного забезпечення, що ускладнює її безпосереднє використання для оперативних розрахунків. По-третє, дослідження базується на конкретному тракторно-причіпному агрегаті та заданій кривій радіусом 15 м, тому для іншої колісної бази, довжини причепа, ширини агрегату або радіуса розвороту необхідно повторно налаштовувати модель і параметри керування. Крім того, під час переходу між прямолінійною та криволінійною частинами U-подібної траєкторії автори фіксують виникнення короткочасних пікових похибок, що свідчить про залежність результату від геометрії маршруту та характеру зміни заданої траєкторії.

Існуючі дослідження демонструють високу точність комп'ютерного відпрацювання заданих кривих, але потребують спеціалізованих програмних комплексів. Тому логічно поставити задачу розроблення спрощеної математичної моделі формування координат траєкторій розвороту польових агрегатів у Excel, яка дозволить змінювати радіус, базу, ширину агрегату та інші геометричні параметри й одразу отримувати графічну траєкторію для порівняння різних варіантів розвороту.

**Мета дослідження** – розробка малоресурсоємної математичної моделі відтворення координат траєкторій криволінійного руху центра ваги для підвищення продуктивності використання МТА під час виконання етапів виробництва агрокультур, оптимізації витрат на трудові ресурси та формуванню передумов для довгострокового сталого розвитку аграрного сектору.

## МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Для моделювання траєкторій розвороту польових агрегатів застосовано методи математичного та кінематичного моделювання, аналітичного і числового визначення координат точок криволінійного руху, а також комп’ютерного моделювання в середовищі Microsoft Excel. Графоаналітичний метод використано для візуалізації отриманих траєкторій, а порівняльний і параметричний аналізи – для встановлення впливу конструктивних та кінематичних параметрів агрегату на форму і геометричні характеристики розвороту.

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОБГОВОРЕННЯ

У роботі *Murillo et al. (2022)* математичну нелінійну кінематичну модель зчленованої системи «трактор-причіп» інтегровано в нелінійний модельно-прогнозний регулятор, а перевірку руху виконано за допомогою ROS і симулятора Gazebo. Це дозволило дослідити не лише прямолінійний рух, а й проходження причепом криволінійних траєкторій на поворотній смузі. Такий підхід забезпечує значно детальніше відтворення системи, ніж табличний розрахунок, однак потребує формування моделі транспортного засобу, алгоритму керування та відповідного програмного середовища.

Інший підхід представлено у статті *Zhang et al. (2022)*. Для дослідження прямолінійних робочих проходів і криволінійних траєкторій розвороту автономного трактора автори застосували спільне моделювання MATLAB/Simulink і CarSim. CarSim використовувався для відтворення параметрів трактора, дороги та середовища руху, а в Simulink реалізовувалася система керування. Перевагою є можливість досліджувати вплив збурень і зміни параметрів на фактичне проходження заданої траєкторії, проте для геометричного формування кривої розвороту така модель є значно складнішою, ніж розрахунок координат у Excel.

У дослідженні *Wang et al. (2024)* для тракторно-причіпного агрегату також використано комплекс MATLAB/Simulink-CarSim. Опорний маршрут дискретизувався на координатні точки з інтервалом 0,1

м, після чого математична модель визначала положення трактора та причепа, а система керування коригувала кут повороту передніх коліс. Для криволінійної траєкторії отримано фактичні координати руху та похибки відносно заданої кривої; результати додатково перевіряли експериментально. Це забезпечує високу інформативність моделі, але вимагає використання кінематичної моделі, регулятора, спеціалізованого ПЗ та значної кількості параметрів.

Окремий напрям представляє робота *Peng et al. (2023)*, де задача планування траєкторії систем «трактор-причіп» формалізована через систему диференціально-алгебраїчних рівнянь. Автори запропонували спеціальний чисельний метод розв'язання задачі та показали його переваги за обчислювальною ефективністю, точністю і стійкістю порівняно з досліджуваними псевдоспектральними методами. Це демонструє можливості спеціалізованого математичного моделювання для складних траєкторних задач, але водночас показує суттєво вищий рівень математичної та програмної складності порівняно з табличною реалізацією параметричних рівнянь.

Аналіз сучасних закордонних досліджень свідчить про використання широкого спектра програмних засобів для моделювання траєкторій руху сільськогосподарських енергетичних засобів і машинно-тракторних агрегатів. Зокрема, для реалізації кінематичних та динамічних моделей застосовуються MATLAB/Simulink, CarSim, ROS і Gazebo. Поєднання MATLAB/Simulink та CarSim дозволяє відтворювати динаміку транспортного засобу, моделювати роботу системи керування та визначати відхилення фактичної траєкторії від заданої з урахуванням зміни параметрів і зовнішніх збурень. Використання ROS та Gazebo, своєю чергою, забезпечує можливість створення віртуальної моделі тракторно-причіпного агрегату та дослідження його переміщення вздовж прямих і криволінійних ділянок маршруту. Такі програмні комплекси мають широкі функціональні можливості, проте потребують побудови складних математичних моделей, налаштування значної кількості параметрів та відповідної програмної підготовки дослідника.

Для задач, основною метою яких є визначення геометричних характеристик криволінійного руху та дослідження впливу конструктивно-кінематичних параметрів енергетичного засобу на форму траєкторії, альтернативним інструментом може бути табличний процесор Microsoft Excel. На відміну від спеціалізованих симуляційних середовищ, його використання дає змогу безпосередньо реалізувати параметричні рівняння руху в комірках електронної таблиці, сформувати дискретний масив координат \(X\) і \(Y\) та автоматично отримати графічне зображення відповідної кривої. Зміна вихідних параметрів супроводжується автоматичним перерахунком координат, що спрощує порівняння різних варіантів розвороту та проведення параметричного аналізу. Водночас Excel поступається MATLAB/Simulink, CarSim і ROS/Gazebo за можливостями відтворення складної динаміки, роботи систем автоматичного керування, зовнішніх збурень та взаємодії рушія з опорною поверхнею.

Таким чином, вибір програмного інструменту визначається поставленою метою моделювання. Спеціалізовані середовища доцільні для детального дослідження динаміки та автоматичного керування рухом, тоді як табличний процесор Excel може бути ефективним для реалізації спрощених кінематичних моделей, числового визначення координат і графоаналітичного дослідження траєкторій криволінійного руху. Його перевагою для інженерних задач є відносно проста структура моделі, наочність розрахунків і можливість оперативно оцінювати вплив зміни параметрів енергетичного засобу на конфігурацію траєкторії без залучення спеціалізованих програмних комплексів.

Алгоритм моделювання траєкторії криволінійного руху центра ваги енергетичного засобу передбачає послідовне визначення координат його положення залежно від кута повороту. На початковому етапі задають геометричні та кінематичні параметри засобу, початкове і кінцеве значення кута повороту та курсового кута. Далі формують дискретний ряд значень кута повороту, визначають коефіцієнт зміни курсового кута, поточні значення курсового кута та радіус кривизни. На наступному етапі за прийнятими параметричними залежностями розраховують координати $x_i$ та $y_i$ центра ваги. Отриманий масив координат використовують для графічної побудови траєкторії в Microsoft Excel. Для складної траєкторії розрахунок повторюють для кожної окремої ділянки з подальшим об’єднанням результатів у єдину криву. Алгоритм призначений для числового моделювання та графічної побудови траєкторії криволінійного руху центра ваги енергетичного засобу на основі заданих конструктивних і кінематичних параметрів. Розрахунок може бути реалізований у табличному процесорі Microsoft Excel.

В роботі *Melnik et al. (2017)* отримані рівняння в параметричній формі для траєкторії неусталеного руху чотирьохколісної машини з передніми керованими колесами у функції кута повороту корпуса машини , які описують вхід в поворот і вихід з повороту обох напрямків. В правій декартовій системі координат рівняння для центра мас машини наведені у вигляді:

$$x = \ell\left[-\frac{(1+k)^2}{4k}\varphi^2 + \frac{\alpha_o(1-k^2)}{2k^2}\varphi - \frac{\alpha_o^2-2k^2}{2k^3}\ln\left|\frac{\alpha_o+k\varphi}{\alpha_o}\right|\right];$$
$$y = \ell\left[\frac{(1+k)}{k}\varphi - \frac{\alpha_o}{k^2}\ln\left|\frac{\alpha_o+k\varphi}{\alpha_o}\right|\right]. \quad (1)$$

Алгоритм моделювання траєкторії криволінійного руху центра ваги енергетичного засобу

*1. Вихідні параметри:*

$\varphi_o$ і $\varphi_k$ - часткове та кінцеве значення кута повороту;

$\alpha_o$ і $\alpha_k$ - початкове та кінцеве значення курсового кута;

$\ell$ - відстань від центра ваги до задньої осі;

$\Delta\varphi$ - крок зміни кута повороту;

$x_i$, $y_i$ - поточні координати центра ваги.

*2. Формування дискретного ряду кута повороту.*

Для кожної ділянки траєкторії задають початкове $\varphi_o$ та кінцеве $\varphi_k$ значення кута повороту. Між ними формують дискретний ряд із заданим кроком:

$$\varphi_i = \varphi_o + i\cdot\Delta\varphi, \quad i = 0,1,2,...,n \quad (2)$$

*3. Переведення кута у радіани.*

Для використання тригонометричних функцій значення кута переводять у радіани:

$$\varphi_i(рад) = \frac{\varphi_i(^o)\pi}{180}, \quad (3)$$

*4. Визначення коефіцієнта зміни курсового кута.*

Інтенсивність зміни курсового кута визначають за залежністю:

$$k_\alpha = \frac{(\alpha_k - \alpha_o)}{(\varphi_k - \varphi_o)}; \quad (4)$$

*5. Розрахунок поточного курсового кута.*

Для кожного значення $\varphi_i$ визначають відповідне значення курсового кута:

$$\alpha_i = \alpha_O + k_\alpha\varphi_i, \quad (5)$$

*6. Визначення радіуса кривизни.*

Для кожного положення енергетичного засобу визначають поточний радіус кривизни центра ваги:

$$R_{ci} = \frac{\ell}{\alpha_i}, \quad (6)$$

*7. Розрахунок координат центра ваги.*

Для кожного значення кута повороту за прийнятими параметричними залежностями визначають координати центра ваги:

$$x_i = F_x(\varphi_i, \alpha_i, \ell), \quad (7)$$
$$y_i = F_x(\varphi_i, \alpha_i, \ell)$$

Повні конкретні вирази для X та Y необхідно переносити у модель Excel відповідно до рівнянь вихідного документа.

*8. Формування таблиці розрахункових координат.*

| $\varphi$,° | $\varphi$, *рад.* | $\alpha$, ° | $\alpha$, *рад.* | $\ell$, *м* | $\alpha_o$, ° | $\alpha_k$, ° | $R_c$, *м* | $k_\alpha$ | $x$, *м* | $y$,*м* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | | | | | |

*9. Побудова графічної траєкторії.*

Отримані пари координат ( $x_i$ , $y_i$ ) використовують для побудови точкової діаграми XY у Microsoft Excel. Послідовність розрахованих координат формує графічне представлення відповідної ділянки траєкторії.

*10. Побудова складної траєкторії.*

Якщо повна траєкторія складається з декількох ділянок, розрахунок виконують окремо для кожної ділянки із відповідними початковими та кінцевими параметрами. Після цього отримані масиви координат об'єднують у єдину послідовність точок для побудови повної траєкторії маневру (рис.1).

Універсальність алгоритму забезпечується можливістю змінювати конструктивні параметри енергетичного засобу та початкові й кінцеві кінематичні умови для кожної ділянки траєкторії.

У дослідженні Murillo et al. (2022) для формування та відтворення траєкторії руху системи «трактор-причіп» використано нелінійну кінематичну модель у поєднанні з методом нелінійного модельно-прогнозного керування. Перевірку розробленої моделі виконували у програмному середовищі ROS із застосуванням симулятора Gazebo, що дало можливість отримувати траєкторії трактора та причепа і визначати їх відхилення від заданого маршруту. Перевагою такого способу є можливість урахування кінематичного зв'язку між окремими ланками агрегату та дослідження їхнього руху на криволінійних ділянках. Разом із тим метод потребує спеціалізованого програмного середовища, створення віртуальної моделі агрегату та реалізації алгоритму керування, що ускладнює його застосування для оперативної побудови кривих траєкторій різних енергетичних засобів.

У роботі *Zhang et al. (2022)* моделювання траєкторії автономного сільськогосподарського трактора виконано із застосуванням математичної моделі руху та системи керування, призначеної для відстеження заданого маршруту. Досліджувались як прямолінійні робочі проходи, так і криволінійні ділянки, характерні для розвороту трактора на краю поля. Для перевірки працездатності запропонованого підходу використано комп'ютерне моделювання, що дозволило оцінити похибки проходження заданої траєкторії за різних умов руху. Проте основним завданням такого підходу є забезпечення точності автоматичного керування трактором за попередньо сформованою траєкторією, а не розроблення простого способу безпосереднього отримання координат самої кривої розвороту. Це обмежує можливість застосування методу для швидкого геометричного моделювання різних варіантів траєкторій польових агрегатів.

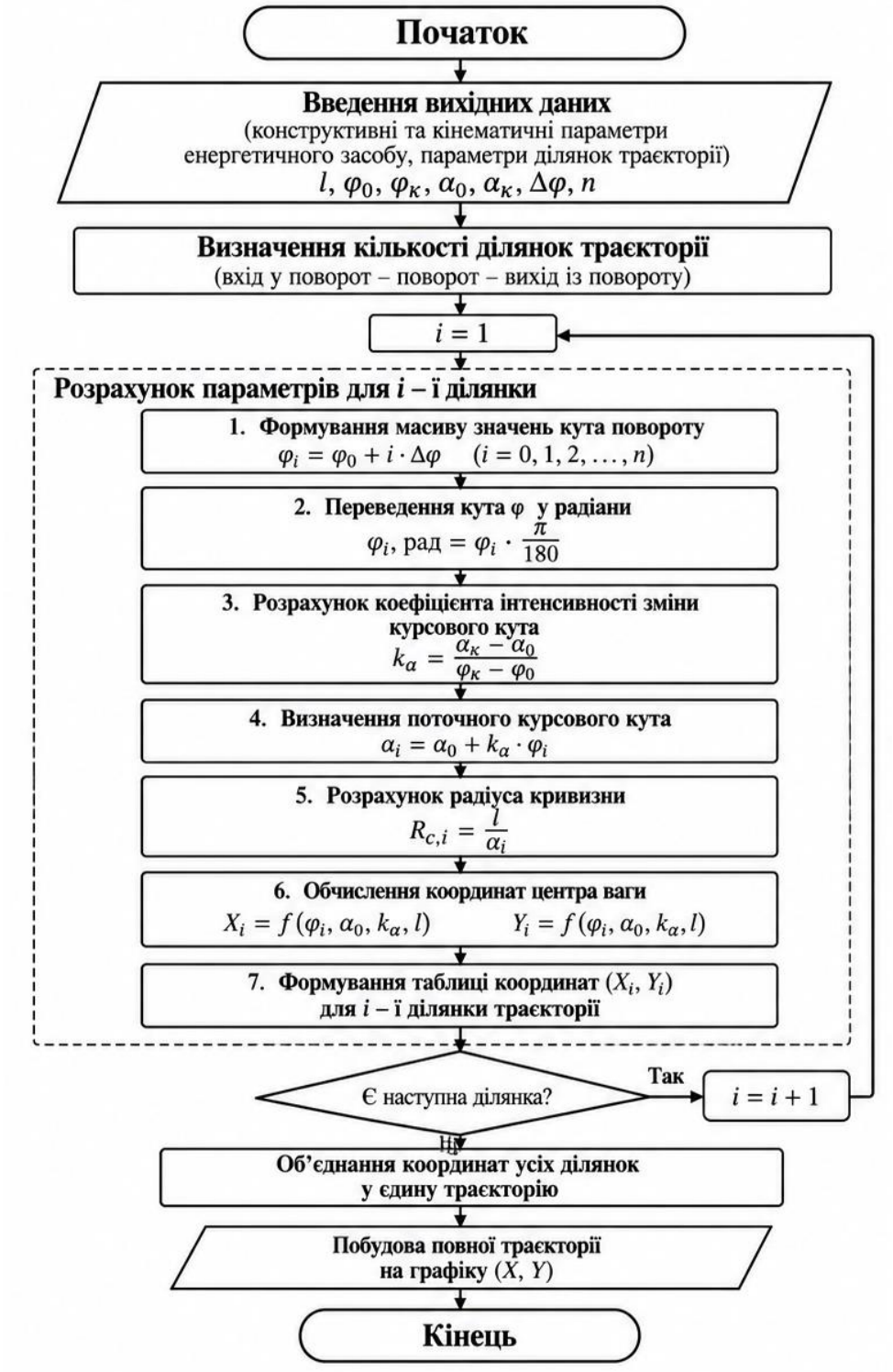


**Рис.1** – Блок-схема моделювання маневрів енергетичного засобу.

У науковій статті *Wang et al. (2024)* траєкторію тракторно-причіпного агрегату моделювали на основі кінематичної моделі, у якій основною контрольованою точкою прийнято причіп. Задану криволінійну траєкторію представляли послідовністю координатних точок, а в процесі моделювання визначали відхилення фактичного положення агрегату від відповідної опорної кривої. Для керування використано поєднання backstepping-алгоритму з нечітким регулюванням, а результати перевірено

шляхом комп'ютерного моделювання та польового експерименту. Запропонований спосіб забезпечує високу точність проходження заданого маршруту, однак сама еталонна крива повинна бути сформована до початку процесу моделювання. Крім того, реалізація методу потребує складної системи керування та значної кількості параметрів, що зменшує його придатність для простого моделювання геометрії розворотів різних типів енергетичних засобів.

## ВИСНОВКИ

Порівняно з розглянутими підходами запропонований у даному дослідженні спосіб передбачає безпосереднє формування криволінійної траєкторії на основі математичних залежностей між конструктивними та кінематичними параметрами енергетичного засобу. Розрахунок координат X і Y центра ваги виконується послідовно для дискретних значень параметра руху в табличному процесорі Microsoft Excel, після чого отриманий масив координат використовується для графічної побудови відповідної кривої. Такий підхід не потребує попереднього отримання експериментальної траєкторії, створення складної віртуальної моделі транспортного засобу або застосування спеціалізованих систем автоматичного керування. Зміна вихідних геометричних і кінематичних параметрів забезпечує автоматичний перерахунок координат та дає можливість отримувати різні варіанти криволінійних траєкторій. Водночас запропонована модель має переважно кінематичний характер і в базовому вигляді не враховує буксування рушіїв, деформацію ґрунту, зовнішні збурення та інші динамічні чинники, що визначає напрям подальшого удосконалення розробленого способу моделювання.

## СПИСОК ПОСИЛАНЬ

Castro-Romero, Angel & Ramos-Fernández, Julio & Márquez-Vera, Marco & Xicoténcatl-Peréz, Juan & Nava, Salatiel & Ruiz-Vanoye, Jorge & Paris, Sébastien. (2026). Fuzzy Model Identification and Trajectory Control for Agricultural Tractor Robots: An Optimal Hybrid Methodology. Machine Learning and Knowledge Extraction. 8 (8). 240. https://doi.org/10.3390/make8080240

Wang A., Wang Y., Ji X., Wang K., Qian M., Wei X., Song Q., Chen W., Zhang S. Fuzzy backstepping controller for agricultural tractor-trailer vehicles path tracking control with experimental validation. Frontiers in Plant Science. 2024. Vol. 15. 1513544. https://doi.org/10.3389/fpls.2024.1513544

M. Murillo, G. Sánchez, N. Deniz, L. Genzelis, L. Giovanini (2022) Improving path-tracking performance of an articulated tractor-trailer system using a non-linear kinematic model, Computers and Electronics in Agriculture, 196, 106826, https://doi.org/10.1016/j.compag.2022.106826.

T. Zhang, X. Jiao, Z. Lin (2022) Finite time trajectory tracking control of autonomous agricultural tractor integrated nonsingular fast terminal sliding mode and disturbance observer, Biosystems Engineering, 219, 153-164. https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2022.04.020.

H. Peng, B. Shi, J. Song, X. Wang (2023) A symplectic method for trajectory planning of general tractor-trailer systems, Applied Mathematical Modelling,114, 205-229. https://doi.org/10.1016/j.apm.2022.10.008.

Melnik, V., Dovzhik, M., Tatyanchenko, B., Solarov, O., & Sirenko, Y. (2017). Аналітичний спосіб дослідження криволінійного руху чотирьохколісної машини. Eastern-European Journal of

Enterprise Technologies, 3(7 (87), 59-65. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.101335