

УДК 621.941-229

DOI 10.36910/10.36910/6775-2313-5352-2025-27-30

Янюк Д. В.

Луцький національний технічний університет

## ВИЗНАЧЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ВАРІАБЕЛЬНОСТІ ВЕЛИЧИНИ АВТОМАТИЧНОЇ ПОДАЧІ ДОВГОМІРНОЇ ПРУТКОВОЇ ЗАГОТОВКИ У ВЕРСТАТ

У статті проведено розробку і формалізацію статистичної методики оцінювання точності осьового положення торцевої поверхні циліндричної заготовки, сформованої шляхом автоматичної подачі довгомірного пруткового матеріалу у токарний верстат, що працює в автоматичному циклі. Запропоновано підхід для параметричної оцінки ймовірності потрапляння торця, що утворений після відрізання попередньої деталі, в допуск його номінального положення в системі координат верстата. Проведено розгляд даного процесу як нормальну модель, непараметричну біноміальну оцінку частки відповідності з довірчими інтервалами ( $P_{ок}$ ), індекс здатності процесу ( $C_{рк}$ ) та оцінку невизначеності за GUM. Запропонована методика передбачає стратифікацію вибірок за умовами виробництва, корекцію на шум засобу вимірювання, планування обсягу даних для заданої точності оцінки, а також SPC-моніторинг. Показано, як через калібрування зсуву  $\mu$ , управління розкидом  $\sigma$  та інженерні втручання досягати цільових показників центрованості та прогнозованості процесу подачі. Практична значущість полягає у формуванні прийнятних критеріїв якості без зупинки виробництва та без витрат на спеціальні експерименти за ознаками  $P_{ок}$  (відсоткова частка циклів у яких торець потрапляє у допуск) і  $C_{рк}$  (наскільки стабільно процес позиціонування прутка вкладається в допуск з урахуванням центрованості та розкиду).

**Ключові слова:** верстат, шпindelний вузол, різання, параметри обробки, моделювання, автоматизація, трибологія, прогнозування, ймовірність, оптимізація, точність, інновації процесу, адаптація технологічної системи.

**Постановка проблеми** В умовах масового виробництва з використанням токарних автоматів критичним фактором ефективності є мінімізація допоміжного часу та матеріаломісткості. Одним із шляхів оптимізації обробних процесів є відмова від операції підрізання торця заготовки після її автоматичної подачі або мінімізація припуску на цю операцію. Однак, прийняття такого рішення неможливе без гарантованої стабільності процесу позиціонування.

На практиці інженери стикаються з проблемою інтерпретації даних через складності визначення причини виходу розміру за межі допуску. Традиційне використання лише індексу придатності  $C_{рк}$  часто є недостатнім, оскільки воно не враховує довірчі інтервали при малих вибірках та не розділяє власну мінливість процесу подачі від невизначеності, внесеної засобом контролю. Актуальним є перехід від констатації факту браку до прогнозування поведінки системи подачі з використанням розширеного статистичного апарату, що включає оцінку невизначеності за стандартами GUM (Guide to the expression of uncertainty in measurement)[1].

**Аналіз останніх досліджень** Результати дослідження [2] показують вплив точності осьового позиціонування заготовки на ефективність її обробки в автоматичному режимі та її економічні показники загалом. Оцінка точності осьового положення часто потрапляє під умови невизначеності, що описано у [1]. Точність позиції інструмента та її вплив на продукцію стала ціллю дослідження [3], однак не розглянуто вплив точності подачі, що описав автор у [4], хоча не розширив тему на подачу заготовки. У [5] показали результати статистичного моделювання основних технологічних характеристик верстатах, що відкриває можливість інтерполяції методу на моделювання процесів, які спричиняють виникнення похибок. Автор у [6] розробив методику визначення розподілу відхилень лінійного розміру деталей оброблених на токарних верстатах, однак не використав статистичні методи контролю [7] для підвищення якості продукції. У [8, 9] продемонстровано можливості покращення умов автоматичної фіксації пруткових довгомірних заготовок але не проаналізовано ключові фактори появи можливих відхилень характеристик даного процесу. Розробка засобів для оцінювання величини подачі пруткової заготовки з врахуванням невизначеності параметрів процесу створює передумови для виявлення та подальшого усунення значної частини джерел нестабільності функціонування системи, що підтверджує актуальність теми даних досліджень.

**Метою роботи** є вдосконалення методології оцінювання величини автоматичної подачі довгомірної пруткової заготовки з врахуванням варіабельності процесу через невизначеність оцінки його параметрів та використання толерансних інтервалів. Це дасть можливість впровадження SPC (statistical process control) алгоритмів, раннього виявлення змін а також кількісної оцінки здатності процесу функціонувати в межах визначених допусків.

**Виклад основного матеріалу.** Основою коректного статистичного аналізу є однорідність вибірки. Параметри процесу автоматичної подачі прутка такі як систематичний зсув –  $\mu$  та величина розкиду –  $\sigma$  суттєво залежать від змінних факторів: діаметра та матеріалу прутка, типу затискного елемента (цанга/патрон), швидкості подачі та температурного режиму. Змішування даних, отриманих за різних умов, призводить до мультимодальних розподілів, що унеможливає коректну оцінку. Пропонується застосовувати метод стратифікації – розбиття генеральної сукупності даних на квазістаціонарні підмножини (страти) з фіксованими умовами такі як діаметр та матеріал прутка, тип цанги або патрона, режим подачі та затиску, мастило, температура (табл. 1).

Таблиця 1 – Приклади формування підгруп (страт)

Діаметр	Матеріал	Тип цанги
10-20	Сталь	Стандартна
20-30	Алюміній	Малої жорсткості
30-40	Латунь	Зі вставками
Швидкість	Масило	Температура
Низька (<1 м/с)	Консистентне	Холодна (<20°C)
Середня	Мінеральне	Нормальна
Висока (>2 м/с)	Синтетичне	Підвищена (>30°C)

Для забезпечення стабільності статистичних оцінок рекомендований обсяг вибірки на одну страту має становити  $n > 30$  циклів. Для оцінки ймовірності відповідності ( $P_{ok}$ ) з заданою абсолютною похибкою  $\varepsilon$  та рівнем довіри  $1 - \alpha$ , мінімальний обсяг вибірки  $n$  можна визначити за консервативною оцінкою:

$$n \geq \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{4\varepsilon^2} \quad (1)$$

де  $z$  – квантиль нормального розподілу,  $\varepsilon$  – гранично допустима абсолютна похибка.

Основні геометричні параметри, що підлягають визначенню під час кожної подачі у межах вибірки (рис. 1):

- $L_{set}$  – задана довжина подачі прутка як цільове значення, що формується як керуюча команда системи подачі (барфідера), яка містить інформацію наскільки далеко має бути проштовхнуто прутки уздовж осі шпинделя до його зупинки (рис. 1 а), тобто це референс у координатній системі верстата. Базова величина для порівняння з фактичною величиною подачі і може калібруватися (зміщуватися) за результатами статистики, коли виявляють систематичний зсув.

- $L_2$  – фактична довжина заготовки після затиску. Її можна визначити шляхом вимірювання положення торця використовуючи для відліку як фізичну контрольну точку, якою може бути торець затискного пристрою після завершення затиску так і віртуальну, яка буде прив'язана до координат верстата. Використовується для обчислення загальної похибки  $\Delta$  за якою оцінюють відповідність допуску розміру.

- $\Delta = L_2 - L_{set}$  – похибка осевого положення торця заготовки визначена різницею реальної та заданої довжини заготовки. Вказує на відхилення фактичного виступу від заданого. Може набувати як і незначних величин, які можуть входити у допуск на лінійні відхилення деталі (рис. 1 б), так і більш значущих, що призводить до збільшення витрат на обробку (рис. 1 в). Дана похибка є головною випадковою величиною для статистичного аналізу і на її основі обчислюють  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $P_{ok}$ ,  $C_{pk}$  та приймають інженерні рішення.

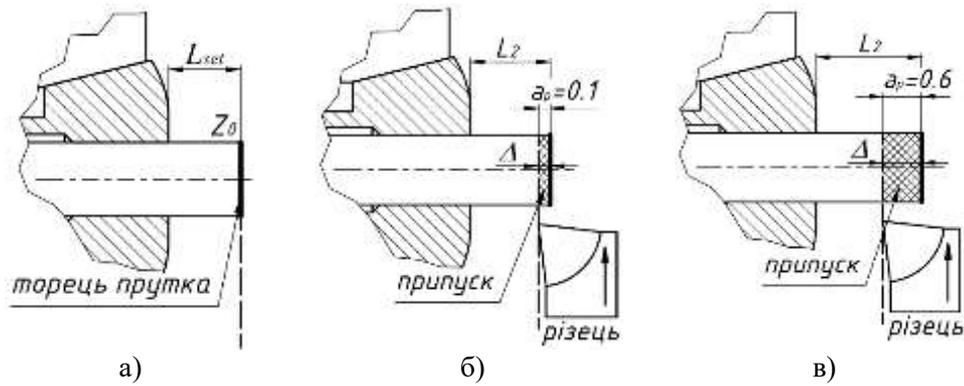


Рисунок 1 – Варіанти положення торця заготовки сформованої автоматичною подачею довгомірного прутка

У такому випадку похибка положення торця  $i$ -ого вимірювання:

$$\Delta_i = L_{2,i} - L_{set}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Наступним критичним етапом є відокремлення істинної мінливості процесу подачі від похибки вимірювальної системи. Спостережувана дисперсія  $s_{obs}^2$  є сумою дисперсії процесу  $\sigma_{process}^2$  та дисперсії вимірювальної системи  $\sigma_{gage}^2$ , що складається з повторюваність приладу вимірювання та похибки зчитування показників оператором:

$$s_{obs}^2 = \sigma_{process}^2 + \sigma_{gage}^2 \quad (3)$$

Для отримання коректних даних для розрахунку індексів придатності необхідно виконати корекцію:

$$\sigma_{process}^2 \leftarrow \max\left(s_{obs}^2 - s_{gage}^2 - \frac{q^2}{12}, 0\right), \quad (4)$$

де  $q^2/12$  – дисперсія шуму квантування (для цифрових датчиків з кроком  $q$ ). Без цієї корекції оцінка точності барфідера буде заниженою, що може призвести до хибних рішень про необхідність ремонту або налаштування.

Для визначення оцінок якості роботи системи подачі прутка можна використати різні методи відповідно до отриманих результатів після вимірів. За нормального розподілу, коли більшість похибок концентрується біля середнього, а великі відхилення практично відсутні, що свідчить про стабільну роботу барфідера, використовується параметричний підхід. Для визначення оцінок якості використовують наступні формули:

$$P_{ok} = \Phi\left(\frac{T-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-T-\mu}{\sigma}\right), \quad (5)$$

$$C_{pk} = \frac{T-|\mu|}{3\sigma} \quad (6)$$

Хорошим значенням  $C_{pk}$  вважається від 1,33 і вище. Однак при порушеннях роботи барфідера, коли виникають одиничні значні помилки, параметричні методи занижують ймовірність великих відхилень. За таких випадків, які частіше трапляються на не новому обладнанні, краще використовувати непараметричний підхід. Він забезпечує більш точну оцінку  $P_{ok}$  навіть при "важких хвостах", з іншого боку відбувається втрата інформації про те, наскільки похибка виходить за межі допуску (наскільки великі відхилення, яка форма розподілу, де саме концентрація проблем і т.п.). Для розрахунку кожен цикл перетворюється у бінарний результат типу «відповідно»/«невідповідно»:  $Y_i = 1\{\Delta_i \leq T\}$ , де  $Y_i = 1$  якщо цикл у допуску та  $Y_i = 0$  якщо інакше. Тоді

$$\hat{P}_{ok} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = \frac{k}{n} \quad (7)$$

де  $k$  – кількість циклів подачі прутка, що забезпечили потрапляння торця прутка у допуск. Ця оцінка є непараметричною оскільки не моделюється розподіл  $\Delta$ . Для визначення ймовірності потрапляння торця прутка у допуск проводять обчислення нормального довірчого інтервалу:

$\hat{P}_{ok} \pm z \sqrt{\hat{P}_{ok}(1 - \hat{P}_{ok})/n}$ , де  $z$  – квантиль стандартного нормального розподілу який відповідає рівню довіри (1.96 при рівню довіри 95%).

На відміну від наївного (нормального) інтервалу, що дає погане покриття, інтервал Вілсона має хороші властивості покриття, особливо при малих  $n$  або  $\hat{P}_{ok}$  поблизу 0 чи 1:

$$\left[ \frac{\hat{P}_{ok} + \frac{z^2}{2n} - z \sqrt{\frac{\hat{P}_{ok}(1 - \hat{P}_{ok}) + \frac{z^2}{4n^2}}{1 + \frac{z^2}{n}}}, \frac{\hat{P}_{ok} + \frac{z^2}{2n} + z \sqrt{\frac{\hat{P}_{ok}(1 - \hat{P}_{ok}) + \frac{z^2}{4n^2}}{1 + \frac{z^2}{n}}} \right]. \quad (8)$$

Він один з найбільш придатних для статистичного контролю якості, коли  $n < 30$ . Наприклад, при  $n = 20$  циклів,  $k = 18$  успішних,  $\hat{P}_{ok} = 18/20 = 0.9$ . 95% довірчий інтервал Вілсона: [0.714; 0.963].

У відповідності до сучасних метрологічних стандартів, необхідно розрізняти мінливість процесу, що описується через  $\sigma$ , та невизначеність оцінки, яка описується через змінні  $u$  та  $U$ . Стандартна невизначеність одиничного результату:  $u(\Delta) \approx \sigma$ , характеризує розкид значень положення торця від циклу до циклу. Це параметр, що визначає фізичну здатність барфідера тримати розмір. Стандартна невизначеність середнього значення:  $u(\bar{\Delta}) = \sigma/\sqrt{n}$ , характеризує наскільки точно ми визначили систематичний зсув процесу подачі. Для прийняття рішень про калібрування (внесення корекції в  $L_{set}$ ) використовується розширена невизначеність середнього  $U(\bar{\Delta})$  для довірчого інтервалу, який зазвичай становить 95%:

$$U(\bar{\Delta}) = t_{0.975, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

де  $t$  – коефіцієнт Стюдента. Якщо визначене середнє відхилення  $\bar{\Delta}$  по модулю менше за  $U(\bar{\Delta})$ , то систематичний зсув статистично не відрізняється від нуля, і вносити корекцію в налаштування недоцільно.

На відміну від довірчих інтервалів, які оцінюють середнє можливе розташування розподілу, для виробничих цілей важливіше знати можливі максимальні відхилення у майбутніх циклах подачі заготовок. Для задач такого типу застосовують толерансні інтервали  $TI$ . Двобічний толерансний інтервал визначається як:

$$TI = \bar{\Delta} \pm k \cdot s \quad (10)$$

де  $k$  – коефіцієнт толерантності, який залежить від обсягу вибірки  $n$ , необхідної частки охоплення популяції  $\gamma$  (наприклад, 99%) та рівня довіри  $1 - \alpha$  (наприклад, 95%). Значення  $k$  завжди більше за класичне  $z$  (для нормального розподілу), оскільки враховує невизначеність оцінки як середнього, так і стандартного відхилення від заданого положення торця прутка при обмеженій вибірці. Умова гарантованої якості роботи системи подачі заготовки формулюється як вкладеність толерансного інтервалу в поле допуску:

$$TI \subseteq [-T, +T] \quad (11)$$

Це набагато суворіший критерій, ніж  $C_{pk} > 1.33$ , і він забезпечує статистично обґрунтовану гарантію відсутності браку такого як недоподача, або надмірного припуску для майбутніх партій деталей.

На основі розглянутих методів та введених параметрів розроблено алгоритм статистичного керування процесом позиціонування при нормальному розподілу (рис. 2). За наявності відхилень у початковій вибірці, що свідчать про не нормальність розподілу, рекомендовано використовувати підходи описані вище.

Алгоритм передбачає розгляд та обробку даних про функціонування процесу подачі в наступній послідовності:

**Крок 1.** Збір даних та оцінка параметрів. Проводиться серія вимірів з  $n$  циклів для отримання вибірки похибок  $\Delta_i$ . Оцінюються параметри  $\mu$  та  $\sigma$ , розраховуються індекси  $C_{pk}$  та  $P_{ok}$ .

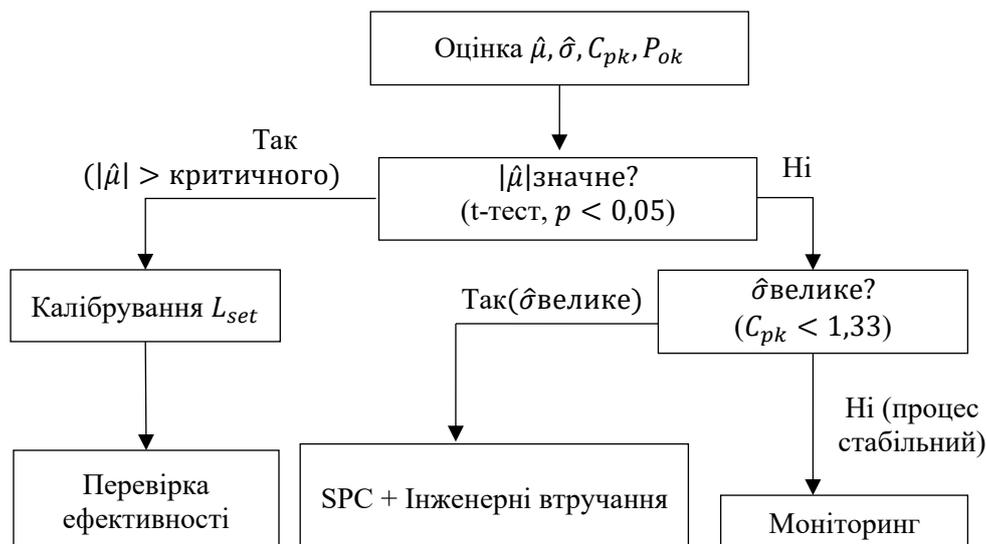


Рисунок 2 – Алгоритм оцінювання характеристик системи на основі параметрів варіабельності подачі пруткової заготовки

### Крок 2. Аналіз та прийняття рішень:

- Випадок 1 – існує значний систематичний зсув, тобто  $\mu$  статистично значуще відрізняється від нуля → необхідно калібрувати  $L_{set}$  для корекції. Наприклад, якщо  $\mu = +0.05$  мм, то  $L_{set\_new} = L_{set\_old} - 0.05$  мм.
- Випадок 2 – присутня велика мінливість результатів, тобто значення  $\sigma$  таке, що призводить до низького  $C_{pk} < 1.33$  → стабілізувати умови через інженерні втручання для зменшення  $\sigma$  та впровадити з-карти згідно SPC для моніторингу.
- Випадок 3 – процес стабільний що характеризується малим  $|\mu|$  та  $C_{pk} \geq 1.33$

**Крок 3.** Звітність, що допоможе прогнозувати процес подачі з тими ж параметрами. Для демонстрації правильності прийнятих рішень, доцільно точніше визначити оцінку зсуву з розширеною невизначеністю  $\mu \pm U$  та довірчі інтервали.

**Висновки.** Запропонована методологія дозволяє перейти від інтуїтивного налаштування машин подачі до науково обґрунтованого керування точністю. Використання розділених оцінок невизначеності вимірювання  $U$  та мінливості процесу  $\sigma$  запобігає помилковим втручанням у налаштування. Розглянуто як гарантувати якість позиціонування в умовах серійного виробництва за використання толерансних інтервали  $TI$ , які, на відміну від точкових оцінок, враховують обсяг вибірки та рівень довіри до даних. Умова  $TI \subseteq T$  є критерієм для можливості скасування операції підрізання торця. Розроблений алгоритм прийняття рішень інтегрує перевірку гіпотез та аналіз здатності процесу, що дозволяє чітко диференціювати необхідні дії: програмне калібрування  $L_{set}$  або фізичне вдосконалення системи подачі. Застосування непараметричних оцінок таких як інтервал Вілсона рекомендовано як метод контролю у випадках нестабільної роботи обладнання, що відрізняється наявністю викидів та ненормальним розподілом, для гарантованого підвищення правдивості оцінки ризиків браку.

### Інформаційні джерела

1. Willink R. On revision of the guide to the expression of uncertainty in measurement: proofs of fundamental errors in bayesian approaches. *Measurement: sensors*. 2022. С. 100416. URL: <https://doi.org/10.1016/j.measen.2022.100416>
2. Investigation of cutting tool and workpiece positioning precision as a critical factor in enhancing machining accuracy / U. Turaeva та ін. *E3S web of conferences*. 2025. Т. 627. С. 04002. URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202562704002>
3. Kumari, S., Pathak, C., Vashist, S., & Mahapatra, P. K. (2023). Contactless measurement of error in lathe tool positioning. *У 2023 3rd international conference on intelligent technologies (CONIT)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/conit59222.2023.10205386>

4. Дослідження розсіювання величин подач токарних верстатів в імовірнісному аспекті / В. В. Крупа та ін. Вісник Херсонського національного технічного університету. 2023. № 4(83). С. 16–28. URL: <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2022.4.2>
5. Статистичне моделювання технічних характеристик металорізальних верстатів / Т. І. Четвержук та ін. Наукові нотатки. 2021. № 71. С. 322–329. URL: <https://doi.org/10.36910/6775.24153966.2021.71.47>
6. Lamnauer N. Y. Визначення якості технологічного процесу виготовлення виробів з заданим лінійним розміром. HERALD of the donbass state engineering academy. 2019. № 2 (46). С. 89–92. URL: [https://doi.org/10.37142/1993-8222/2019-2\(46\)89](https://doi.org/10.37142/1993-8222/2019-2(46)89)
7. Singh V. Statistical Process Control (SPC) guide line. *International journal of engineering applied sciences and technology*. 2022. Т. 7, № 1. С. 84–92. URL: <https://doi.org/10.33564/ijeast.2022.v07i01.013>
8. Придальний Б.І. Mechatronic clamping mechanism with electro-hydraulic actuator for machine spindle units. *Перспективні технології та прилади*. 2021. № 18. С. 124–128. URL: <https://doi.org/10.36910/6775-2313-5352-2021-18-18>
9. Prydalnyi B. Mechatronic device for two-stage clamping of cylindrical objects in machine tool spindles. *Journal of mechanical engineering and transport*. 2021. Т. 13, № 1. С. 118–123. URL: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2021-13-1-118-123>

**Yaniuk D.**

Lutsk National Technical University

#### **DETERMINATION OF REGULARITIES IN THE VARIABILITY OF THE VALUE OF AUTOMATIC FEEDING OF A LONG BAR WORKPIECE INTO THE MACHINE**

*The article develops and formalizes a statistical method for evaluating the accuracy of the axial position of the end surface of a cylindrical workpiece formed by automatically feeding long bar stock into a lathe operating in an automatic cycle. An approach is proposed for parametric estimation of the probability that the end face formed after cutting the previous part will fall within the tolerance of its nominal position in the machine coordinate system. This process is considered as a normal model, non-parametric binomial estimation of the proportion of conformity with confidence intervals ( $P_{ок}$ ), process capability index ( $C_{pk}$ ), and uncertainty estimation according to GUM. The proposed methodology involves stratification of samples according to production conditions, correction for measurement noise, planning of data volume for a given estimation accuracy, and SPC monitoring. It shows how to achieve the target indicators of centering and predictability of the feeding process through calibration of the shift  $\mu$ , control of the dispersion  $\sigma$ , and engineering interventions. The practical significance lies in the formation of acceptable quality criteria without stopping production and without spending on special experiments based on the characteristics  $P_{ок}$  (percentage of cycles in which the end face falls within the tolerance) and  $C_{pk}$  (how stable the bar positioning process is within the tolerance, taking into account centering and dispersion).*

**Keywords:** machine, spindle unit; cutting, machining parameters, simulation, automation, tribology, forecasting, probability, optimization, precision, process innovation, technology system adaptation.

---

Дата першого надходження  
статті до видання  
15.11.2025 р

Дата прийняття статті  
до друку  
10.12.2025 р.

Дата  
оприлюднення  
25.12.2025 р