

УДК 004.93:612.172

DOI 10.36910/10.36910/6775-2313-5352-2025-27-26

Уніят С. В., Хвостівський М. О.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## АДАПТИВНИЙ ФАЗОВО-КОРЕЛЯЦІЙНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСУ ВІДНОВЛЕННЯ СЕРЦЕВО-СУДИННОЇ СИСТЕМИ ПІСЛЯ ФІЗИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ЗА ПУЛЬСОВИМИ СИГНАЛАМИ

У статті запропоновано адаптивний фазово-кореляційний метод визначення часу відновлення серцево-судинної системи після фізичного навантаження за пульсовими сигналами. Метод ґрунтується на аналізі фазової узгодженості сигналу в ковзних часових вікнах, що дає змогу відстежувати локальні зміни структури серцевого ритму в умовах нестаціонарності. Середня амплітуда фазово-кореляційного спектра використовується як показник впорядкованості сигналу, який зменшується у фазі навантаження та поступово зростає у процесі відновлення. Для автоматичного визначення моменту відновлення застосовано адаптивний поріг, побудований за критерієм Неймана–Пірсона з корекційним коефіцієнтом зниження, що забезпечує високу чутливість до фазових змін і стійкість до шумових артефактів. Моделювання в середовищі Matlab підтвердило ефективність методу, який дозволяє точно фіксувати момент стабілізації ритму навіть за значних флуктуацій сигналу. Запропонований підхід може бути використаний для оцінки функціонального стану спортсменів, моніторингу процесів відновлення в кардіологічній практиці та впровадження у телемедицинські системи біомоніторингу.

**Ключові слова:** пульсовий сигнал, фазово-кореляційний аналіз, адаптивний поріг, критерій Неймана–Пірсона, час відновлення, серцево-судинна система.

**Постановка проблеми.** Аналіз пульсових сигналів набуває дедалі більшого значення у спортивній фізіології, кардіології та системах дистанційного моніторингу, оскільки пульс відображає не лише частоту серцевих скорочень, а й комплексну реакцію серцево-судинної системи на навантаження. Після інтенсивної роботи форма та регулярність пульсових хвиль змінюються, що робить цей сигнал чутливим індикатором процесів відновлення (Düking et al., 2020; Diġab H. et al., 2018) [1, 3]. Точне визначення моменту, коли серцевий ритм повертається до стабільного стану, дозволяє об'єктивно оцінювати функціональний стан організму, ступінь тренуваності та ризик перевантаження.

**Аналіз стану досліджень.** Існуючі методи можна поділити на кілька груп. Найпростіші часові показники, такі як Heart Rate Recovery (HRR), відображають швидкість зниження ЧСС після навантаження, але не враховують нестаціонарність сигналу. Підходи на основі варіабельності серцевого ритму (HRV) та не-лінійних індексів (DFA  $\alpha_1$ ) дають змогу простежити відновлення автономної регуляції (Mikalsen et al., 2023) [2], проте чутливі до шуму. Морфологічні індекси Vascular Recovery Rate (VRR), побудовані на характеристиках фотоплетизмографічної хвилі, оцінюють периферичні судинні зміни (Diġab H. et al., 2018) [3], а спектральні та фазово-кореляційні методи (Masinelli et al., 2021) [4] виявляють стабілізацію ритму навіть за наявності артефактів. Водночас сучасні підходи машинного навчання поєднують ці ознаки для комплексної оцінки стану відновлення (Liu et al., 2024) [5].

**Мета дослідження.** Незважаючи на різноманіття підходів, залишається проблема точного автоматичного визначення моменту відновлення в умовах нестаціонарності та шуму. Це зумовлює актуальність розроблення методів, що адаптивно враховують індивідуальну динаміку пульсового сигналу. Одним із перспективних напрямів є фазово-кореляційний аналіз із адаптивним порогом Неймана–Пірсона, коригованим коефіцієнтом зниження  $\alpha$ , який дозволяє гнучко враховувати варіабельність базового сигналу та підвищувати чутливість до фазових змін у процесі відновлення.

**Результати та обговорення.** Після фізичного навантаження пульсовий сигнал змінюється **нестационарно:**

- частота та форма пульсу поступово повертаються до базового стану;
- змінюється регулярність серцевих скорочень;
- фаза окремих періодів може коливатись.

Якщо аналізувати весь сигнал одразу, то ці зміни «змажуться» у глобальних оцінках, і ми не зможемо точно визначити момент, коли структура сигналу повертається до нормального стану. Ковзне вікно дозволяє розглядати сигнал локально в часі, тобто відслідковувати, як фазова когерентність еволюціонує у кожному часовому інтервалі. Для аналізу ПС у ковзних вікнах довжиною  $L$  відліків з перекриттям кроку  $\Delta$  для кожного вікна  $n$  виділяється відрізок сигналу (1):

$$x_n[k] = x[k+n], \quad k = 0, 1, \dots, L-1. \quad (1)$$

Пульсовий сигнал  $x_n[k]$  у вікні можна розкласти на дві частини (2):

$$x_n[k] = \bar{x}_n + \tilde{x}_n[k], \quad k = 0, 1, \dots, L-1. \quad (2)$$

де  $\bar{x}_n = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} x_n[k]$  — середнє значення у вікні;

$\tilde{x}_n[k]$  — центрована (після віднімання середнього) частина сигналу.

Якщо залишити постійну складову  $\bar{x}_n$ , вона буде вносити систематичний зсув у подальші обчислення. Тому від сигналу у вікні віднімається середнє значення (3):

$$\tilde{x}_n[k] = x_n[k] - \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} x_n[k]. \quad (3)$$

Після інтенсивного навантаження серцево-судинна система реагує зміною частоти серцевих скорочень, регулярності пульсових хвиль та стабільності фаз між послідовними циклами.

На початку відновлення серцевий ритм зазвичай є нестабільним – фази пульсових циклів змінюються від періоду до періоду. У міру відновлення організму сигнал знову набуває регулярної гармонічної структури з відносно стабільною фазою [6].

Звичайні амплітудні чи спектральні методи (наприклад, аналіз потужності) добре відображають частоту та загальну енергію сигналу, але погано вловлюють фазову узгодженість. Натомість фазово-кореляційний аналіз спеціально призначений для оцінки синфазності між різними зсувами сигналу – тобто, наскільки повторюваним є його фазовий малюнок у часі.

З урахуванням вище сказаного, для набору часових зсувів  $u \in [-U, U]$  обчислюється фазово-кореляційна функція (4):

$$B_{k_h}(u) = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{x}_n[k+u] \tilde{x}_n[k] e^{-j2\pi k_h \frac{t_k}{T}} \quad (4)$$

де  $k_h=1$  – номер гармоніки;

$T = \frac{1}{f_0}$  – період базової гармоніки;

$t_k = \frac{k}{f_s}$  – часова координата відліку у вікні.

Фазовий множник  $e^{-j2\pi k_h \frac{t_k}{T}}$  виконує синфазну демодуляцію, що дозволяє оцінити періодичні компоненти сигналу з частотою  $f_0$ . Домінантна частота  $f_0$  (5) визначається як частота з максимальною енергетичною складовою у спектрі сигналу (зазвичай у діапазоні 0,6-3,0 Гц, що відповідає 36-180 уд/хв):

$$f_0 = \arg \max_{f \in [0.6, 3.0]} P(f), \quad (5)$$

де  $P(f)$  – спектральна густина потужності сигналу.

Це дозволяє адаптувати метод до індивідуального пульсу кожної людини - у когось пульс може бути 70 уд/хв, у когось 120 уд/хв.

Пульсовий сигнал містить як корисну періодичну компоненту, так і шум, артефакти дихання, рухові впливи тощо. Якщо дивитися на фазово-кореляційний спектр  $|B_{kn}(u)|$  окремо для кожного зсуву, він може містити локальні піки, викликані випадковими флуктуаціями.

Усереднення по всіх  $u$  діє як фільтр, який:

- підкреслює сталі фазові зв'язки (бо вони проявляються при всіх зсувах);
- згладжує випадкові фазові збурення;
- зменшує дисперсію оцінки.

Тому, для кожного вікна  $n$  визначається середня амплітуда фазово-кореляційного спектра (6):

$$A[n] = \frac{1}{2U+1} \sum_{u=-U}^U |B_{kn}(u)|. \quad (6)$$

Ця послідовність  $A[n]$  відображає ступінь фазової впорядкованості сигналу у часі. Після фізичного навантаження  $A[n]$  зазвичай зменшується, а в процесі відновлення зростає до стабільного рівня. Таким чином,  $A[n]$  виступає надійною та стійкою метрикою, придатною для подальшого автоматичного аналізу, зокрема визначення часу відновлення після фізичного навантаження.

Для автоматичного визначення моменту відновлення введено адаптивний поріг на основі статистики базового сегмента сигналу.

На початковому відрізку під час фази спокою обчислюються:

$$\mu_{ref} = \frac{1}{n_{ref}} \sum_{i=1}^{n_{ref}} A[i], \quad (7)$$

$$\sigma_{ref} = \sqrt{\frac{1}{n_{ref}-1} \sum_{i=1}^{n_{ref}} (A[i] - \mu_{ref})^2}. \quad (8)$$

Використовуючи критерій Неймана–Пірсона із заданою ймовірністю хибної тривоги  $P_{fa}$  (зазвичай для медицини  $\{0,001\ 0,01\ 0,1\}$ ), визначається квантиль нормального розподілу (9):

$$k_{NP} = \Phi^{-1}(1 - P_{fa}), \quad (9)$$

де  $\Phi^{-1}$  – обернена функція розподілу стандартного нормального закону.

Вибір  $P_{fa}$  задає ймовірність хибного спрацювання (сигнал перетнув поріг, хоча відновлення ще не відбулося). Поріг адаптується до локальної варіабельності сигналу, бо  $\mu_0$  і  $\sigma_0$  оцінюються на початковому сегменті сигналу. Це дозволяє автоматично коригувати поріг для різних людей, фізичних станів та шумових умов.

Іноді  $k_{NP}$  поріг трохи занадто високий через великий  $\sigma_0$ , що може відтермінувати детекцію часу відновлення. Тоді введено корекційний коефіцієнт зниження порогу  $\alpha$ :

$$T_{thr} = \mu_{ref} + k_{NP} \sigma_{ref} (1 - \alpha), \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (10)$$

У практичних застосуваннях (біомедичний аналіз, зокрема серцево-судинні сигнали):

- Якщо  $\alpha = 1$ , маємо класичний поріг Неймана–Пірсона – високий рівень достовірності, але низька чутливість (можна пропустити момент відновлення).
- Якщо  $\alpha < 1$ , поріг знижується – підвищується чутливість системи до сигналу відновлення, але зростає ймовірність хибного спрацювання.

Зниження порогу ( $\alpha < 1$ ) дозволяє раніше зафіксувати момент відновлення серцевого ритму, навіть якщо пульсовий сигнал ще містить незначні залишкові флуктуації. Це відповідає

фізіологічному процесу поступового нормування серцево-судинної діяльності після навантаження.

Поріг  $T_{thr}$  (10) автоматично підлаштовується до індивідуальної статистики сигналу, а зниження порогу за рахунок коефіцієнта  $\alpha$  дозволяє зафіксувати відновлення навіть при високій варіабельності ранніх вікон (шум, рухи, артефакти).

Послідовність  $A[n]$  – це середня амплітуда фазово-кореляційного спектра у кожному ковзному вікні. Вона відображає ступінь впорядкованості серцевого ритму:

- Високе  $A[n]$  → ритм регулярний, фази узгоджені.
- Низьке  $A[n]$  → ритм дезорганізований, фази «розсинхронізовані».

Після фізичного навантаження серцевий ритм стає нестабільним, і  $A[n]$  падає до мінімального значення. Цей мінімум відповідає піку навантаження, коли серцево-судинна система максимально порушена.

Нехай  $n_{min}$  – індекс мінімального значення послідовності  $A[n]$ , що відповідає піковому навантаженню (11):

$$n_{min} = \arg \min_n A[n]. \quad (11)$$

Подальше визначення часу відновлення здійснюється лише після  $n_{min}$ , тобто ігноруються попередні піки або коливання сигналу, щоб не сплутати їх із реальним відновленням. Обмеження аналізу початком після  $n_{min}$  гарантує фіксацію справжнього відновлення, а не локальних флуктуацій сигналу. Тобто  $n_{min}$  виступає точкою відліку, після якої відновлення серцевого ритму реально починається (рис. 1).

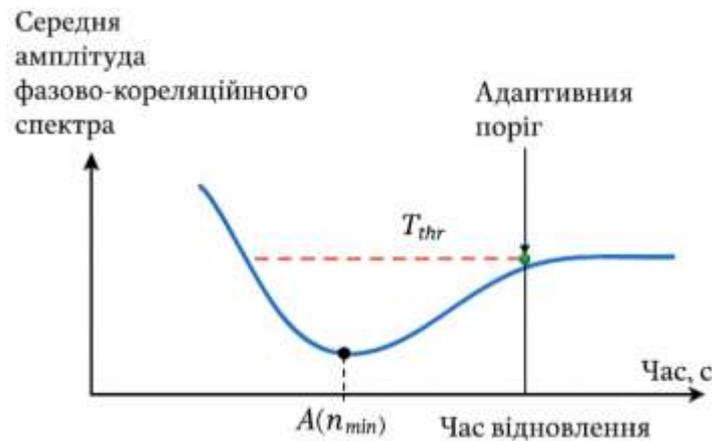


Рисунок 1 – Ілюстрація моментів часу

Час відновлення визначається як перше перетинання кривої  $A[n]$  із адаптивним порогом  $T_{thr}$  після моменту мінімуму:

$$n_{cross} = \min \{n > n_{min} | A[n-1] < T_{thr}, A[n] \geq T_{thr}\}. \quad (12)$$

Відповідний момент часу складе (13):

$$t_{rec} = n_{cross} \Delta t, \quad (13)$$

де  $\Delta t$  – часовий крок між вікнами. Якщо такого перетину не виявлено, вважається, що час відновлення не був досягнутий у межах аналізованого сигналу.

Час відновлення після фізичного навантаження обчислюється з виразу як різниця між  $t_{rec}$  та  $t_{n_{min}}$  (14):

$$\Delta t_{rec} = t_{rec} - t_{n_{min}}. \quad (14)$$

Час  $\Delta t_{rec}$  кількісно характеризує тривалість відновлення організму, що є ключовим показником функціонального стану та фізіологічної працездатності.

На рис. 1 зображено алгоритм визначення часу відновлення після фізичного навантаження за послідовністю  $A[n]$ , де фіксуються моменти пікового навантаження  $t_{min}$  та відновлення  $t_{rec}$ .

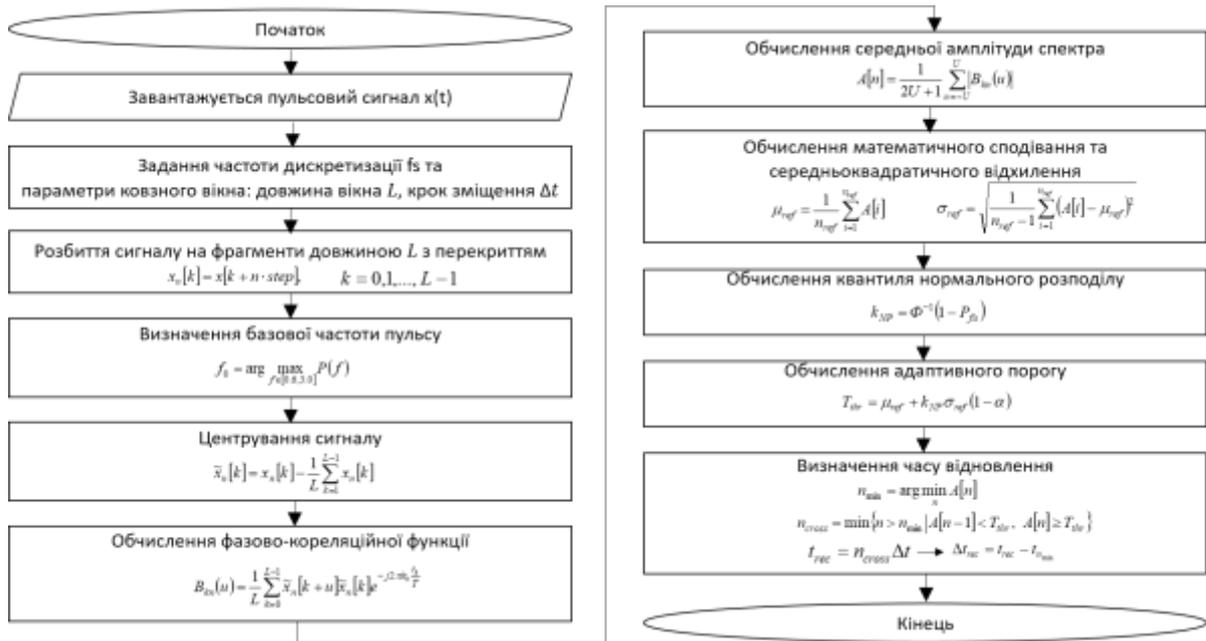


Рисунок 2 – Алгоритм визначення часу відновлення після фізичного навантаження

Алгоритм (рис. 2) відображає послідовність дій для автоматичного обчислення часу відновлення організму за різницею між цими моментами.

На рисунку 3 наведено часову реалізацію пульсового сигналу, зареєстрованого у процесі навантаження та відновлення.

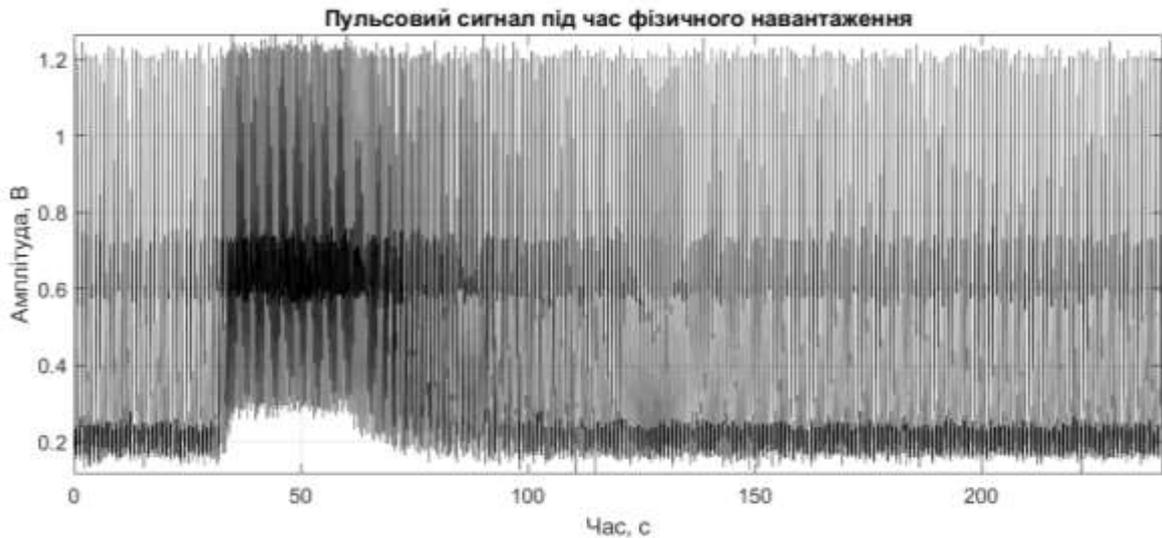


Рисунок 3 – Реалізація ПС під час фізичного навантаження

На початку спостерігається підвищена частота та деформація пульсових хвиль, що відповідає піковій фізіологічній відповіді на навантаження. Надалі сигнал поступово стабілізується - збільшується регулярність та гармонійність хвиль. Це відображає перехід від стану стресу до стабілізованого серцевого ритму, що є важливим індикатором відновлення автономної регуляції.

Після обробки ПС (рис. 3) із застосуванням фазово-кореляційного аналізу та адаптивного порогу Неймана–Пірсона в середовищі Matlab отримано три ключові графічні результати (рис. 4-5), які відображають динаміку відновлення серцево-судинної системи після фізичного навантаження.

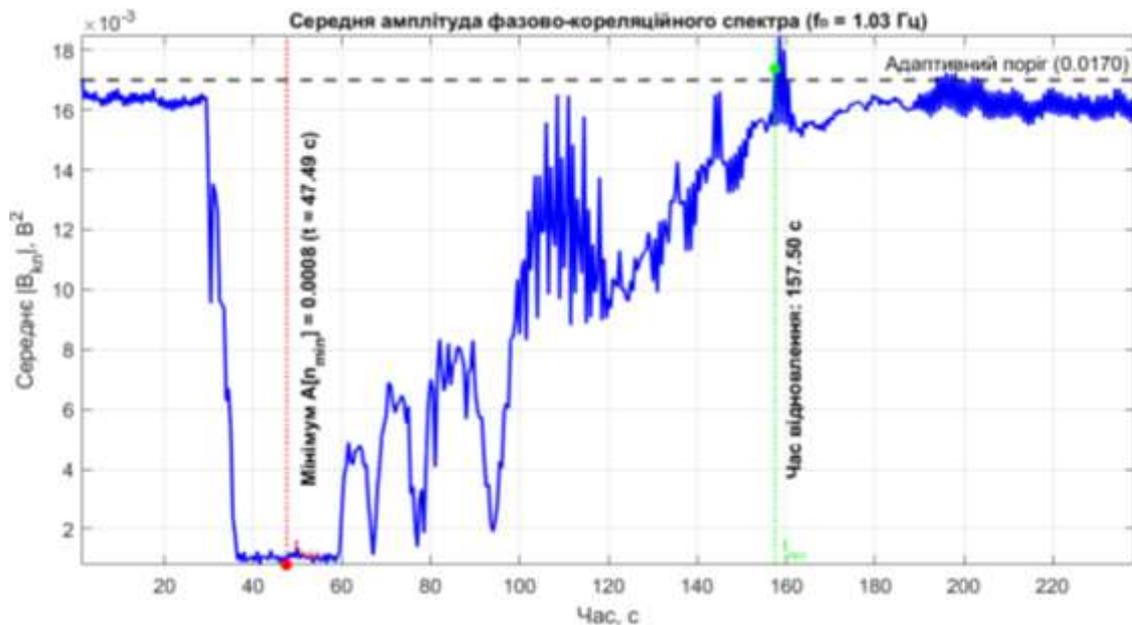


Рисунок 4 – Середня амплітуда фазово-кореляційного спектра

Графік на рис. 4 ілюструє часову еволюцію середньої амплітуди фазово-кореляційного спектра  $A[n]$ , яка характеризує ступінь фазової впорядкованості пульсового сигналу. У момент  $t_{min}$  (пунктирна лінія) спостерігається мінімум  $A[n]$ , що відповідає піковому навантаженню – фазова структура сигналу найбільш розбалансована. Подальше зростання  $A[n]$  вказує на відновлення стабільності ритму. Перетин кривої  $A[n]$  з адаптивним порогом (зелена пунктирна лінія  $t_{rec}$ ) визначає момент відновлення, коли фазова когерентність сигналу повертається до рівня спокою.

Таким чином,  $A[n]$  є інформативною мірою для автоматичного визначення моменту відновлення навіть за наявності шуму та артефактів.

На рисунку 5 наведено фазово-кореляційний спектр пульсового сигналу (спектрограму).

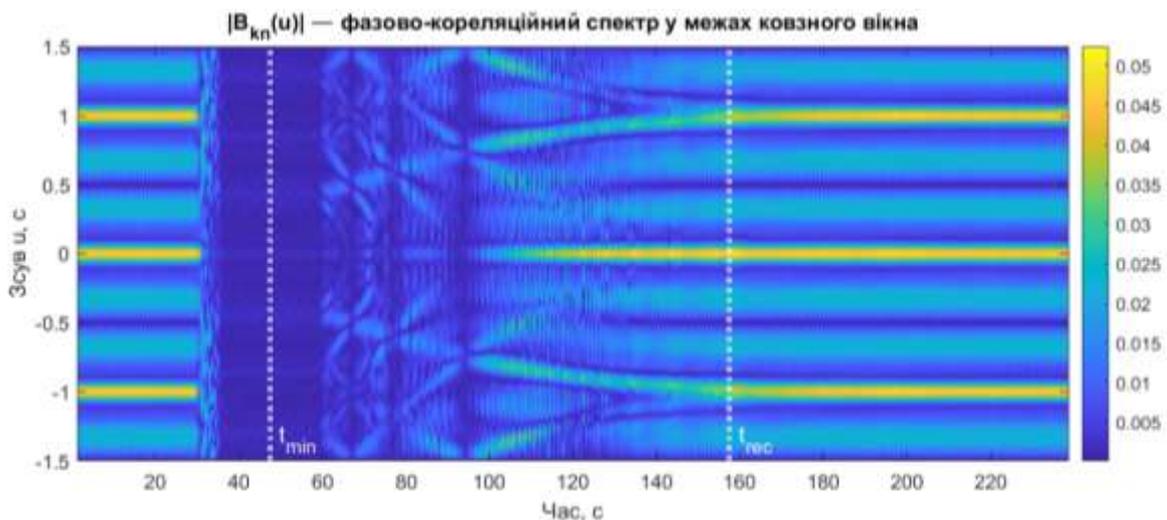


Рисунок 5 – Фазово-кореляційний спектр ПС (спектрограма)

На спектрограмі (рис. 5) відображено часово-зсувну залежність модуля фазово-кореляційного спектра  $|B_{kn}(u)|$ . У період пікового навантаження ( $t_{min}$ ) спектр розмитий, енергія розподілена нерівномірно, що вказує на фазову дестабілізацію та нерегулярність пульсових хвиль. Після цього, у фазі відновлення ( $t_{rec}$ ), спектр стає більш структурованим, формується чіткий симетричний максимум поблизу нульового зсуву, що відображає відновлення синфазності між циклами. Накладені вертикальні лінії часу  $t_{min}$  та  $t_{rec}$  дозволяють наочно співставити часові події між графіками ( $A[n]$ ) та спектрограмою.

**Висновки.** У роботі представлено адаптивний фазово-кореляційний метод визначення часу відновлення серцево-судинної системи після фізичного навантаження, що враховує нестационарність і варіабельність пульсового сигналу. Використання фазово-кореляційного аналізу в ковзному вікні дозволило відстежити локальні зміни фазової структури сигналу та визначити момент, коли серцевий ритм повертається до стабільного стану. Запропонований адаптивний поріг, побудований за критерієм Неймана–Пірсона з корекційним коефіцієнтом зниження  $\alpha$ , забезпечує гнучке налаштування до індивідуальних особливостей сигналу та підвищує чутливість системи до фазових змін у процесі відновлення. Результати моделювання підтвердили, що середня амплітуда фазово-кореляційного спектра є інформативним показником впорядкованості серцевого ритму і може бути використана для автоматичного моніторингу відновлення навіть за умов шумових спотворень. Отримані результати свідчать про ефективність і перспективність розробленого методу для застосування у спортивній фізіології, біомедичних вимірюваннях та телемедичних системах оцінювання функціонального стану організму.

#### Інформаційні джерела

1. Düking P., Wernhart S., Guazzi M., Halle M. Correlation of Heart Rate Recovery, Aerobic Physical Activity and Performance: A Sub-analysis of the EURO-EX Trial. *German Journal of Sports Medicine*. 2020. Vol. 71, No. 1. P. 19-24. DOI: 10.5960/dzsm.2019.402.
2. Mikalsen A., Rogers B., Gronwald T., Hoos O. Heart Rate Variability-Derived Thresholds for Exercise Intensity Prescription in Endurance Sports: A Systematic Review. *Sports Medicine – Open*. 2023 Jul 18;9(1):59. DOI: 10.1186/s40798-023-00607-2.
3. Dijab H., Alastruey J., Charlton P.H. Measuring vascular recovery rate after exercise // Proceedings of the 5th International Electronic Conference on Sensors and Applications (ECSA 2018). 2018. Vol. 4, No. 1. Article 12. DOI: 10.3390/ecsa-5-05746.
4. Masinelli G., Dell’Agnola F., Valdés A. A., Atienza D. SPARE: A Spectral Peak Recovery Algorithm for Photoplethysmographic Signals. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2021; 21(8):2725. DOI: 10.3390/s21082725.
5. Liu P., Song Y., Yang X., Li D., Khosravi M. Medical Intelligence Using PPG Signals and Hybrid Learning for Fatigue and Recovery Prediction. *Scientific Reports*. 2024. 14:16149. DOI: 10.1038/s41598-024-66839-8.
6. Khvostivskyi M., Khvostivska L., Dediv I., Yavorskyi I., Uniiat S. Medical Computer System for Diagnosing the State of Human Vessels. Proceedings of the 1st International Workshop on Bioinformatics and Applied Information Technologies (BAIT 2024). Zboriv, Ukraine, October 02-04, 2024. P. 196-207. ISSN 1613-0073.

Uniiat S., Khvostivskyi M.

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

#### ADAPTIVE PHASE-CORRELATION METHOD FOR DETERMINING CARDIOVASCULAR RECOVERY TIME AFTER PHYSICAL EXERCISE BASED ON PULSE SIGNALS

*The article proposes an adaptive phase-correlation method for determining the recovery time of the cardiovascular system after physical exercise based on pulse signals. The method is grounded on the analysis of phase coherence within sliding time windows, which enables tracking local structural changes in the cardiac rhythm under non-stationary conditions. The mean amplitude of the phase-correlation spectrum is employed as an indicator of signal regularity, which decreases during the loading phase and gradually increases throughout recovery. To automatically determine the recovery moment, an adaptive threshold based on the Neyman–Pearson criterion with a reduction correction coefficient is introduced, providing high sensitivity to phase variations and robustness against noise artifacts. Modeling in the Matlab environment confirmed the effectiveness of the proposed approach, which allows precise detection of rhythm stabilization even under significant signal fluctuations. The developed method can be applied for assessing the functional state of athletes, monitoring recovery processes in cardiology, and integrating into telemedicine bio-monitoring systems.*

**Key words:** pulse signal, phase-correlation analysis, Neyman–Pearson criterion, adaptive threshold, recovery time, cardiovascular system.

Дата першого надходження  
статті до видання  
16.11.2025 р

Дата прийняття статті  
до друку  
15.12.2025 р.

Дата  
оприлюднення  
25.12.2025 р