

УДК 004.021

DOI 10.36910/10.36910/6775-2313-5352-2025-27-10

Камєнєва Ю. В.<sup>1</sup>, Федосов С. А.<sup>2</sup>, Новосад О. В.<sup>1</sup><sup>1</sup>Волинський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк, Україна<sup>2</sup>Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, Україна

## ЦИФРОВІ ФІЛЬТРИ У СИСТЕМАХ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

Вибір і проектування цифрових фільтрів проводиться з урахуванням специфіки застосування і технічних обмежень. Широкого застосування у системах цифрової обробки сигналів знайшли цифрові фільтри: зі скінченною імпульсною характеристикою (FIR-фільтри) і з нескінченною імпульсною характеристикою (IIR-фільтри). Існує багато методів проектування FIR-фільтрів, і деякі з поширених включають техніку віконного зважування. Поширені віконні функції включають вікна Геммінга, Ханнінга та Блекмана. Для проектування FIR-фільтрів можуть використовуватися і методи оптимізації, такі як алгоритм Паркса-Макклеллана (алгоритм обміну Ремеза). Класичними методами проектування IIR-фільтрів є проектування Баттерворта, Чебишева та еліптичні (Кауера), кожен з яких пропонує різні підходи щодо характеристик частотної реакції фільтра.

Залежно від вимог, можливим є використання фільтра будь-якого типу. Таким чином, вибір між IIR- і FIR-фільтрами залежить від конкретних потреб і використання. FIR-фільтри зазвичай застосовують, коли вирішальне значення мають лінійна фаза та стабільність, тоді як IIR-фільтри – для обчислювальної ефективності в обробці реального часу та в системах з менш жорсткими вимогами до фази.

**Ключові слова:** цифровий фільтр, імпульсна характеристика, FIR-фільтр, IIR-фільтр, проектування, алгоритми оптимізації.

**Постановка проблеми.** Підходи до вибору і проектування цифрових фільтрів проводиться з урахуванням специфіки застосування і технічних обмежень. Класифікація таких фільтрів базується за різними критеріями і включає різні типи, зокрема: цифрові фільтри зі скінченною імпульсною характеристикою (англ. *Finite Impulse Response filter* – FIR-фільтри) і цифрові фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (англ. *Infinite Impulse Response filter* – IIR-фільтри) [1-3]. Ряд сигналів, особливо ті, що отримуються від різних промислових датчиків, значною мірою залежать від збереження лінійної фазової характеристики для утримання дуже важливих даних. У цьому випадку саме цією важливою характеристикою повинен керуватися аналіз при визначенні найбільш оптимального типу цифрового фільтра для конкретного сигналу. Тому, коли важливими є лінійні фазові характеристики, FIR-фільтри є кращими завдяки їх вищому порядку та більшій складності. Навпаки, якщо важлива лише частотна характеристика, IIR-цифрові фільтри є практичнішим вибором, оскільки вони мають нижчі порядки, що призводить до меншої складності та легшої реалізації. Таким чином, стратегічний вибір підходів до вибору і проектування фільтрів, з урахуванням специфіки застосування та технічних обмежень, є ключовим чинником успішної реалізації цифрових фільтрів з високою продуктивністю та ефективністю.

**Аналіз останніх досліджень.** Огляд [4] підтвердив, що ефективність проектування цифрових фільтрів значною мірою залежить від вибору методології, оптимізаційних стратегій та архітектурних рішень. FIR-фільтри з лінійною фазовою характеристикою, зокрема у поєднанні з ведичним множником або деревом Уоллеса, демонструють вищу продуктивність порівняно з традиційними методами, особливо в додатках із високими вимогами до фазової лінійності. Проектування на основі множника Бута забезпечує баланс між швидкодією і апаратною складністю, застосування CLA-модифікацій відкриває нові можливості для високошвидкісної обробки сигналів в критичних галузях, таких як авіація. Алгоритми оптимізації, зумовлені природними процесами, сприяють гнучкому та ефективному налаштуванню параметрів фільтрів, знижуючи потребу в ресурсомістких ручних розрахунках.

У контексті цифрової обробки сигналів проведено [5] комплексний огляд та аналіз сучасних підходів, тенденцій і методів у проектуванні цифрових фільтрів. Вивчено роль алгоритмів оптимізації, апаратних реалізацій на FPGA та ASIC, а також вагомих специфічних вимог окремих застосувань у виборі й розробці цифрових фільтрів.

Важливими характеристиками фільтрів зі скінченною імпульсною характеристикою (FIR-фільтрів) є лінійна фазова характеристика, обробка фільтрів вищого порядку, а також висока стабільність [6]. Фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (IIR-фільтри) є фільтрами нижчого порядку, мають нелінійну фазову характеристику та можливість нестабільності отриманого цифрового фільтра.

**Мета роботи.** Метою роботи було провести комплексний огляд та аналіз сучасних підходів і методів у розробці та проектуванні цифрових фільтрів у системах цифрової обробки сигналів, дослідити роль оптимізаційних алгоритмів, і специфічних вимог окремих застосувань (обробка аудіо, зображень, комунікаційні та енергетичні системи) у виборі та розробці цифрових фільтрів.

**Викладення основного матеріалу.** Фільтр зі скінченною імпульсною характеристикою (FIR-фільтр) є класом цифрових фільтрів, що використовуються в обробці сигналів. «Скінченна імпульсна характеристика» означає, що реакція виходу фільтра на вхід має скінченну тривалість (рис. 1), тобто після подачі вхідного сигналу, вихід FIR-фільтра досягне нуля за скінченну кількість відліків.

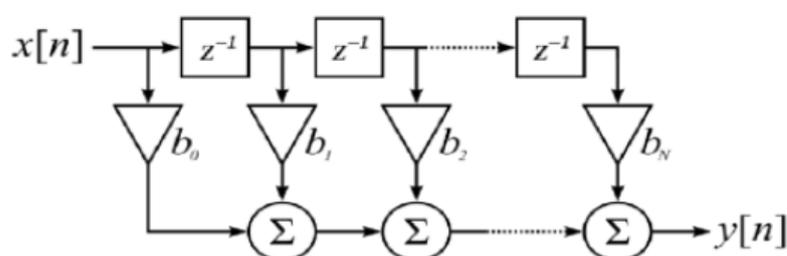


Рисунок 1 – Блок-схема FIR-фільтра [7]

Загальна формула або рівняння FIR-фільтра виглядає наступним чином:

$$y[n] = \sum_{k=0}^M h[k] \cdot x[n-k], \quad (1)$$

де  $y[n]$  – вихідний сигнал у дискретний момент часу  $n$ ,  $x[n]$  – вхідний сигнал у момент часу  $n$ ,  $h[k]$  – коефіцієнти фільтра,  $M$  – порядок фільтра, що представляє кількість відводів або коефіцієнтів.

Проектування FIR-фільтра вимагає визначення коефіцієнтів фільтра для досягнення необхідної частотної характеристики. Існує багато методів проектування FIR-фільтрів, і деякі з поширених включають техніку віконного зважування – бажана частотна характеристика множиться на віконну функцію в часовій області для отримання коефіцієнтів фільтра. Поширені віконні функції включають вікна Геммінга, Ханнінга та Блекмана (рис. 2).

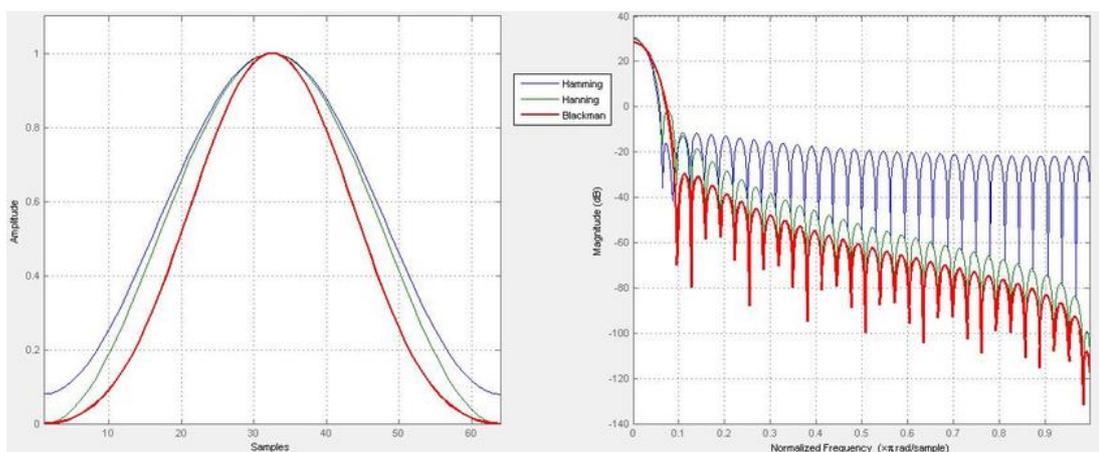


Рисунок 2 – (а) Часова область, (б) частотна область

Метод частотної вибірки визначає необхідну частотну характеристику на певних рівнях частоти, а потім використовують обернене перетворення Фур'є необхідної частотної характеристики для визначення коефіцієнтів фільтра. Для проектування FIR-фільтрів

можуть використовуватися і методи оптимізації, такі як алгоритм Паркса-Макклеллана (алгоритм обміну Ремеза). Метою цього методу є зменшення похибки між реальною та бажаною частотними характеристиками. Метод найменших квадратів: тут мінімізуються похибки в сумі квадратів між реальною та необхідною частотними характеристиками.

ІІР-фільтр – це цифровий фільтр, що використовується для обробки сигналів. Термін «нескінченна імпульсна характеристика» відображає те, що реакція виходу фільтра на вхід може нескінченно тягнутися. Загальна рівняння ІІР-фільтра задається як:

$$y[n] = \sum_{k=0}^N b[k] \cdot x[n-k] - \sum_{k=0}^M a[k] \cdot y[n-k], \quad (2)$$

де  $y[n]$  – вихідний сигнал у дискретний момент часу  $n$ ,  $x[n]$  – вхідний сигнал у момент часу  $n$ ,  $b[k]$  – коефіцієнти прямої зв'язку (чисельник),  $a[k]$  – коефіцієнти зворотного зв'язку (знаменник),  $N$  – порядок чисельника,  $M$  – порядок знаменника.

Класичними методами проектування ІІР-фільтрів є проектування Баттерворта, Чебишева та еліптичні (Кауера), кожен з яких пропонує різні підходи щодо характеристик частотної реакції фільтра (рис. 3). Цифрові інструменти проектування та програмне забезпечення часто використовують алгоритми оптимізації для знаходження коефіцієнтів, які відповідають заданим критеріям проектування.

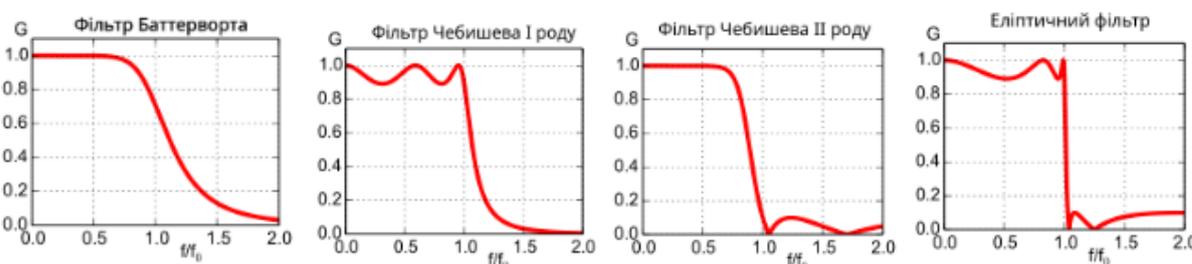


Рисунок 3 – Залежності коефіцієнта передачі за амплітудою ( $G$ ) фільтра від нормованої частоти ( $f/f_0$ )

Одним із застосувань FIR-фільтрів є досягнення лінійної фазової характеристики, що є дуже важливим для збереження фазових співвідношень сигналів. Ця властивість особливо цінна при обробці аудіо та зображень. FIR-фільтри є внутрішньо стабільними, що робить їх проектування та реалізацію більш простими в цьому відношенні. FIR-фільтри пропонують більшу гнучкість у досягненні довільних частотних характеристик, що робить їх придатними для застосувань зі специфічними та точними вимогами в частотній області. Крім того, FIR-фільтри не мають петлі зворотного зв'язку, що усуває недоліки щодо стабільності та потенційних проблем з нестабільністю, які можуть виникнути в ІІР-фільтрах.

При обробці аудіо FIR-фільтри є найбільш бажаними, так як володіють лінійною фазовою характеристикою. ІІР-фільтри можуть бути кращими в комунікаційних системах, де критично важливі ефективність і обробка в реальному часі, а також у системах керування. Залежно від вимог, можливим є використання фільтра будь-якого типу. Таким чином, вибір між ІІР- і FIR-фільтрами залежить від конкретних потреб і використання. FIR-фільтри зазвичай застосовують, коли вирішальне значення мають лінійна фаза та стабільність, тоді як ІІР-фільтри – для обчислювальної ефективності в обробці реального часу та в системах з менш жорсткими вимогами до фази (рис. 4).

Незважаючи на широке використання FIR-фільтрів, існує низка викликів, пов'язаних з їх проектуванням. Однією з головних проблем є відсутність універсальних і ефективних методів, які дозволяють створювати фільтри з оптимальними характеристиками. Зокрема, важливим завданням є мінімізація кількості ненульових коефіцієнтів фільтра, оскільки це дозволяє зменшити витрати ресурсів при реалізації фільтра у цифровій системі. Розробляються нові методи оптимізації структури фільтрів, що враховують ці вимоги.

Сьогодні фільтри повинні забезпечувати ефективну обробку великої кількості інформації в реальному часі. Це особливо актуально для таких даних, як текст, зображення, аудіо- та відеоінформація. Цифрові фільтри розробляються для роботи з сигналами у форматах 1D, 2D та 3D, залежно від сфери застосування. У зв'язку з цим зростає потреба у створенні DSP-систем з високою продуктивністю, які здатні працювати з великим обсягом даних та забезпечувати високу точність обробки.

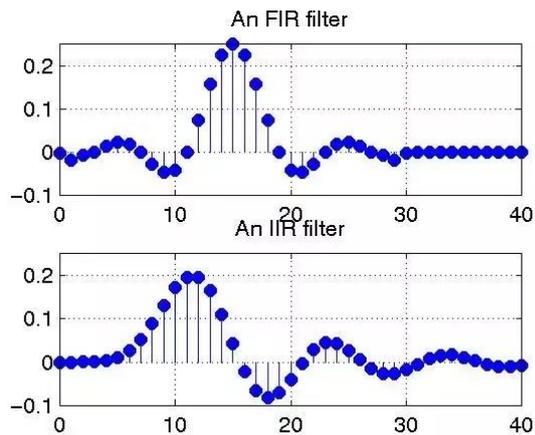


Рисунок 4 – FIR-фільтр, ІІР-фільтр

Аналіз сучасних публікацій у галузі цифрової фільтрації показує, що понад 53 % досліджень присвячено саме двовимірним фільтрам. Для одновимірних сигналів використовуються як FIR-, так і ІІР-фільтри, проте FIR-фільтри переважають через свої переваги, зокрема лінійну фазу та стійкість до змін. У процесі оптимізації коефіцієнтів фільтрів дедалі частіше застосовуються еволюційні методи, включаючи методи, що базуються на інтелекті рою, які демонструють високу ефективність.

Для реалізації цифрових FIR-фільтрів часто використовуються програмовані логічні інтегральні схеми (FPGA) або спеціалізовані інтегральні схеми (ASIC) [8]. Одним із популярних інструментів для проектування таких пристроїв є середовище Xilinx ISE. Важливою перевагою FIR-фільтрів є їхня здатність забезпечувати лінійну фазову характеристику, що є суттєвою перевагою над ІІР-фільтрами.

У процесі розробки FIR-фільтрів використовуються різні структури: паралельні, послідовні та симетричні. Наприклад, фільтр, реалізований на основі дерева Уоллеса та множення Ведік, забезпечує найвищу частоту роботи, хоча і потребує більше апаратних ресурсів. Метод прямого доступу (DA) дозволяє реалізувати фільтр із меншою кількістю затримок, проте має обмеження у вигляді великої затримки обробки. Тому вибір архітектури залежить від конкретних вимог до швидкодії, енергоспоживання та площі чипа.

ІІР-фільтри мають свої переваги: вони дозволяють досягати високої селективності з меншою кількістю коефіцієнтів і мають нижчі затримки. Проте FIR-фільтри є стабільнішими, оскільки не мають зворотного зв'язку, а також можуть забезпечувати лінійну фазу. Завдяки цим особливостям FIR-фільтри переважно використовуються там, де важливо зберегти форму сигналу, наприклад у медичній діагностиці чи звукових системах.

Для оптимізації параметрів ІІР-фільтрів традиційно використовуються генетичні алгоритми, однак останнім часом дедалі частіше застосовується метод диференціальної еволюції (DE). Диференціальна еволюція (англ. *Differential Evolution*) – метод багатовимірної математичної оптимізації, що відноситься до класу стохастичних алгоритмів оптимізації (тобто працює з використанням випадкових чисел) і використовує деякі ідеї генетичних алгоритмів. Цей метод дозволяє точніше знаходити глобальні мінімуми у складних просторах рішень, а також має менше параметрів для налаштування. Завдяки цьому він швидше збігається та демонструє кращі результати при проектуванні складних фільтрів.

З розвитком технологій все більше фільтрів реалізується на базі систем-на-кристалі (SoC), які поєднують в собі обчислювальні ядра, пам'ять та програмовану логіку. Такі рішення активно використовуються у бездротовому зв'язку, оскільки забезпечують високу швидкодію, низьке енергоспоживання та невеликі затримки. У таких системах часто реалізуються адаптивні фільтри, наприклад, з використанням алгоритму LMS (найменших квадратів).

Проектування ІІР-фільтрів зазвичай базується на аналогових прототипах, які потім перетворюються у цифрову форму. Серед основних методів – перетворення Біллінера, імпульсна інваріантність та чисельні САД-методи. Важливо враховувати обмеження, пов'язані з точністю обчислень при використанні фіксованої коми, оскільки це може призводити до нестабільності фільтра та спотворення частотної характеристики.

Одним з ефективних способів проектування FIR-фільтрів є використання віконних методів, наприклад, Kaiser-вікна (рис. 5), яке забезпечує високу селективність. З поміж різних структур найбільш ефективною вважається пряма форма, яка характеризується меншою вартістю реалізації, компактністю та стійкістю до помилок квантування. Також зменшення бітності коефіцієнтів дозволяє прискорити обробку без значної втрати якості фільтрації.

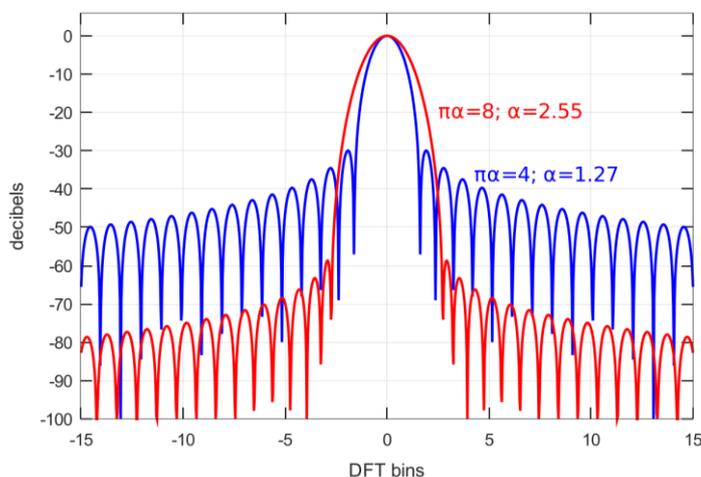


Рисунок 5 – Перетворення Фур'є двох вікон Кайзера

Цифрові FIR-фільтри активно застосовуються в таких галузях, як гідролокація, радіолокація, системи ракетного наведення та супутникова навігація. Основною перевагою цифрових фільтрів над аналоговими є гнучкість налаштування – зміна параметрів здійснюється програмно без потреби у зміні апаратної частини. Для моделювання та реалізації фільтрів широко використовуються пакети MATLAB, Simulink, а також Xilinx System Generator.

**Висновки.** Найефективнішим методом дослідження і реалізації цифрових фільтрів у сучасних системах виявляється використання FIR-фільтрів. Це обґрунтовується такими ключовими перевагами: лінійна фазова характеристика, що є критично важливою для збереження точності сигналу, особливо в аудіо- та медичних застосуваннях; стабільність, завдяки відсутності зворотного зв'язку; гнучкість у проектуванні, з можливістю досягати точних частотних характеристик за допомогою таких методів, як віконні функції (наприклад, вікно Кайзера), метод найменших квадратів та алгоритм Паркса-Макклеллана.

Незважаючи на те, що IIR-фільтри мають меншу складність і підходять для обробки в реальному часі (наприклад, у комунікаційних системах), вони поступаються в стабільності та фазовій точності. Це обмежує їх застосування у завданнях, де потрібна висока точність сигналу.

#### Інформаційні джерела

1. Rusu C., Dumitrescu B. Iterative reweighted  $l_1$  design of sparse FIR filters. *Signal Processing*. 2012. Vol. 92, № 4. P. 905-911. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165168411003483>
2. Wang H. A new separable two-dimensional finite impulse response filter design with sparse coefficients. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*. 2015. Vol. 62, № 12. P. 2864-2873. <https://ieeexplore.ieee.org/document/7305840/>
3. Ye W. B., Yu Y. J. Bit-level multiplierless FIR filter optimization incorporating sparse filter technique. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*. 2014. Vol. 61, № 11. P. 3206-3215. <https://ieeexplore.ieee.org/document/6848866/>
4. Каменєва Ю. В., Федосов С. А. Огляд та аналіз проектування цифрових фільтрів у цифровій обробці сигналів. *Global Trends in Science and Education : Proc. V Inter. Sci. Pract. Conf.*, June 2–4, 2025, Kyiv, Ukraine. Kyiv : SPC «Sci-conf.com.ua», 2025. P. 420–425. <https://sci-conf.com.ua/v-mizhnarodna-naukovo-praktichna-konferentsiya-global-trends-in-science-and-education-2-4-06-2025-kiyiv-ukrayina-arhiv/>
5. Каменєва Ю., Новосад О., Федосов С. Проектування цифрових фільтрів у обробці сигналів. *Problems of Computer Science, Software Modeling and Security of Digital Systems : Proc. II Inter. Sci. Pract. Conf.*, June 09-11, 2025, Lutsk – Svityaz', Ukraine. Lutsk : Lesya Ukrainka Volyn Nat. Univ., 2025. P. 102–103. <https://apcssm.vnu.edu.ua/index.php/conf/article/view/256>

6. Jiang A., Kwan H. K., Zhu Y., Liu X., Xu N., Tang Y. Design of sparse FIR filters with joint optimization of sparsity and filter order. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*. 2015. Vol. 62, № 1. P. 195-204. <https://doi.org/10.1109/TCSI.2014.2354771>

7. Hossain K., Ahmed R., Haque A., Rahman M. T. A review of digital FIR filter design in communication systems. *International Journal of Science and Research*. 2021. Vol. 10, № 2. P. 1380–1391. <https://doi.org/10.21275/SR21221133619>

8. Damini Ku., Dandade C., Indurkar P. R. Review on design of digital FIR filters. *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2017. Vol. 4, № 2. P. 358-362.

**Kameneva Yu.<sup>1</sup>, Fedosov S.<sup>2</sup>, Novosad O.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Lesia Ukrainka Volyn National University, Lutsk, Ukraine

<sup>2</sup>Lutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine

## DIGITAL FILTERS IN DIGITAL SIGNAL PROCESSING SYSTEMS

*The selection and design of digital filters is carried out taking into account the specifics of the application and technical limitations. Digital filters with finite impulse response (FIR filters) and infinite impulse response (IIR filters) have found wide application in digital signal processing systems. There are many methods for designing FIR filters, and some of the common ones include the window weighting technique. Common window functions include Hamming, Hanning, and Blackman windows. Optimization methods such as the Parks-McClellan algorithm (Remez exchange algorithm) can also be used to design FIR filters. The classic methods for designing IIR filters are Butterworth, Chebyshev, and elliptic (Cauer) designs, each of which offers different approaches to the frequency response characteristics of the filter.*

*Depending on the requirements, it is possible to use either type of filter. Thus, the choice between IIR and FIR filters depends on the specific needs and application. FIR filters are typically used when linear phase and stability are critical, while IIR filters are used for computational efficiency in real-time processing and in systems with less stringent phase requirements.*

**Keywords:** digital filter, impulse response, FIR filter, IIR filter, design, optimization algorithms.

---

Дата першого надходження  
статті до видання  
15.10.2025 р.

Дата прийняття статті  
до друку  
24.11.2025 р.

Дата  
оприлюднення  
25.12.2025 р.