

УДК 519.23+519.25

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2313-5352-2019-15-9>¹М.А. Подригало, ¹В.І. Вербицький, ²А.І. Коробко, ¹В.Ю. Байдала¹Харківський національний автомобільно-дорожній університет²Український науково-дослідний інститут прогнозування і випробування техніки і технологій для сільськогосподарського виробництва імені Леоніда Погорілого, Харківська філія

ОЦІНЮВАННЯ АДЕКВАТНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ, ЩО ОТРИМАНІ РІЗНИМИ МЕТОДАМИ (в порядку обговорення)

Анотація. В статті запропоновано новий спосіб оцінювання збігу теоретичних і експериментальних даних на основі методів математичної статистики, використовуючи в якості показника ймовірність з якою співпадають теоретичні і експериментальні дані (probability coincidence). Указаний показник засновано на припущенні того, що теоретичні і експериментальні дані розподілені нормально, а теоретичний розподіл змінюється в межах невизначеності (абсолютної похибки) вимірювання досліджуваного параметру. Мета статті підвищення точності оцінювання відповідності (адекватності) теоретичних моделей експериментальним даним. Розроблений показник дозволяє провести кількісне оцінювання адекватності математичної моделі даним експерименту. Указаний показник враховує величину невизначеності (абсолютної похибки) вимірювання показників, що входять у математичну модель. Фізична суть запропонованого показника – ймовірність з якою теоретичний розподіл співпадає з експериментальним.

Ключові слова: збіг результатів, теоретичне дослідження, експериментальне дослідження, ймовірність, вимірювання.

Вступ. Оцінювання адекватності (достовірності) результатів наукових досліджень здійснюється не лише за відповідністю методів теоретичного аналізу і проведення експериментів сучасному рівню, а також і за адекватністю результатів, що отримані різними методами.

В статті запропоновано новий спосіб оцінювання збігу даних, що отримані різними методами на основі методів математичної статистики.

Питанню дослідження збігу теоретичних і експериментальних розподілу присвячено значна кількість робіт, як фундаментальних посібників по теорії ймовірності та теорії експерименту [1, 2, 3], так і публікації по вирішенню окремих приватних задач [4, 5, 6]. Проте, слід відмітити, що до сьогодення дня у відомій літературі немає єдиного підходу до термінів і визначень з цього питання [7]. У зв'язку з цим виникають розбіжності у трактуванні окремих понять.

Детальний аналіз показників і критеріїв для встановлення відповідності теоретичного розподілу експериментальному здійснено у роботі [8]. Ці показники мають назву «критерії погодження». Це критерії Пірсона χ^2 , Колмогорова-Смірнова, Крамера-фон Мізера-Смірнова, Андерсена-Дарлігна, Купера і інші. Також, для перевірки адекватності математичної моделі даним експерименту застосовують критерій на основі співставлення дисперсії відтворюваності середнього значення функції відгуку і дисперсії адекватності [9].

Крім сказаного, у роботі [10] запропоновано універсальну функцію густини ймовірності. Проте вона є досить складною практичного застосування. У роботі [11] для вирішення задачі підвищення точності прогнозування надійності запропоновано показник за яким аналізується тільки та ділянка емпіричної кривої, що характеризує кількість бракованих деталей, тобто кінець гілки.

Кожний із розглянутих критеріїв має свою сферу застосування. Проте, в якості спільного недоліку можна виділити те, що вони потребують необхідності наявності великої вибірки (від 50, а в окремих випадках від 300 спостережень). Існуючі критерії не в повній мірі дають відповідь на питання щодо того, на скільки у кількісному виді співпадають теоретичні і експериментальні дані. Також до недоліку можна віднести те, що існуючі критерії враховують метрологічні характеристики вимірювань інтегрально, тобто при оцінюванні збігу розподілів окремо не розглядається невизначеність або похибка з якою проводяться вимірювання.

У роботі [12] автори запропонували новий спосіб оцінювання збігу теоретичних і експериментальних даних на основі методів математичної статистики, використовуючи в якості

показника ймовірність з якою співпадають теоретичні і експериментальні дані. Указаний показник засновано на припущенні того, що теоретичні і експериментальні дані розподілені нормально, а теоретичний розподіл змінюється в межах невизначеності вимірювання досліджуваного параметру. Проте ця робота має ряд недоліків, а саме не до кінця обґрунтовано механізм математичного переходу від розподілу композицій законів розподілу теоретичного і експериментального дослідження до ймовірності їх співпадіння. Також в [12] не досить детально наведено обґрунтування виведення указанного показника

Метою статті є обґрунтування методу оцінювання адекватності (співставлення) наукових результатів, що отримані різними методами. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити задачу розробки показника і критерію адекватності наукових результатів, що отримані різними методами на основі ймовірності їх сумісного прояву.

Результати дослідження. Філософське твердження про те, що практика це критерій істини, призвело до того, що обов'язковим етапом наукових досліджень з природничих і технічних наук є експеримент. Але обмежуватись лише експериментальними дослідженнями не слід, оскільки наукові результати вимагають їх узагальнення на інші об'єкти (інші параметри машини, машини, що мають таку ж модель функціонування, тощо). Крім цього, експериментальні дослідження можуть давати більш високу, у порівнянні з теоретичною, похибку результатів, що обумовлена недостатньою точністю вимірювань. Крім цього, результати експериментальних досліджень, що отримані різними методами можуть відрізнятись між собою (наприклад через використання засобів вимірювальної техніки різної точності, різних методик, тощо). З іншого боку, теоретична (як правило, математична) модель будується з урахуванням значної кількості спрощень і допущень, оскільки отримати істинний опис фізичної сутності об'єкту з урахуванням усіх факторів не можливо.

На наш погляд, оцінювання адекватності можна здійснювати шляхом порівняння між собою як результатів теоретичних досліджень, що отримані різними методами, так і результатів експериментальних досліджень, що отримані також різними методами.

При проведенні експериментальних досліджень точність вимірювання фізичних величин, що нас цікавлять, визначається (в залежності від прийнятої моделі оцінювання точності) середнім квадратичним відхиленням вимірюваних або розрахованих величин від їх математичних очікувань або невизначеністю вимірювання.

Розвиток комп'ютерних технологій дозволив підвищити не лише точність теоретичних досліджень, а і точність результатів експерименту за рахунок автоматизації їх отримання і оброблення. Проте, слід сказати, що точність експериментальних досліджень нижче ніж теоретичних, і вона повинна визначати точність математичних моделей в теоретичній частині досліджень. Для оцінювання адекватності результатів наукових досліджень досить часто використовуються методи кореляційного аналізу (з використанням кореляційного моменту, коефіцієнту кореляції, кореляційних функцій, тощо).

Нехай дослідження одного параметру проводяться методами: Метод 1 і Метод 2. Надалі цифрами 1 і 2 в формулах будуть позначені результати отримані за Методом 1 і Методом 2, відповідно.

Розглядаючи масив значень величин, що отримані Методом 1 і масив значень, що отримані Методом 2, як дві незалежні випадкові величини, необхідно визначати ймовірність їх сумісного прояву, що буде являтись критерієм адекватності (співставності) результатів.

Сумісна густина розподілу двох незалежних випадкових величин може бути визначена у відповідності з теоремою множення ймовірності наступним чином

$$f(x_1; x_2) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2), \quad (1)$$

де x_1, x_2 – значення випадкових величин X_1 і X_2 , що отримані Методом 1 і Методом 2; $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$

де $f(x_1), f(x_2)$ – густина розподілу випадкових величин X_1 і X_2 .

Інтегральна функція спільного розподілу результатів, що отримані Методом 1 і Методом 2, має вигляд

$$F(x_1; x_2) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} f(x_1; x_2) dx_1 dx_2 = \int_{-\infty}^{x_1} f_1(x) dx \int_{-\infty}^{x_2} f_2(x) dx, \quad (2)$$

Ймовірність співпадіння результатів визначається подвійним інтегралом

$$\iint_L f(x_1; x_2) dx_1 dx_2, \quad (3)$$

де L – множина $\{(x_1; x_2)|_{x_1=x_2}\}$, тобто бісектриса I-III координатних кутів. Будь-який інтеграл за множиною нульової міри дорівнює нулю. Тим паче, співпадіння результатів в межах числових значень $[X_{\min}; X_{\max}]$ теж має нульову ймовірність.

Отримані результати свідчать про те, що точне числове співпадіння результатів досліджень, що отримані різними методами, неможливе. Це обумовлено безкінечно великою кількістю числових значень випадкових величин як в інтервалі $(-\infty; +\infty)$, так і в кінцевому інтервалі $[X_{\min}; X_{\max}]$. У зв'язку з цим, пропонується критерій оцінювання адекватності результатів отриманих різними методами у виді

$$p = \frac{F_1(X_{\max}) - F_1(X_{\min})}{F_2(X_{\max}) - F_2(X_{\min})}, \quad (4)$$

За $p=1$ маємо ідеальний випадок співпадіння результатів. За $p=0$ теоретичні результати некоректні. Звужуючи межі інтервалу $[X_{\min}; X_{\max}]$, при знаходженні математичних очікувань теоретичних і експериментальних даних в його межах, ми тим самим підвищуємо точність оцінювання адекватності.

У рівнянні (4)

$$F_1(X_{\max}) = \int_0^{X_{\max}} f_1(x_1) dx, \quad (5)$$

$$F_1(X_{\min}) = \int_0^{X_{\min}} f_1(x_1) dx, \quad (6)$$

$$F_2(X_{\max}) = \int_0^{X_{\max}} f_2(x_2) dx, \quad (7)$$

$$F_2(X_{\min}) = \int_0^{X_{\min}} f_2(x_2) dx, \quad (8)$$

За нормального закону розподілу випадкових величин доцільно скористатись таблицею нормованого центрованого розподілу, що наведені у відомій літературі. Квантиль нормованого центрованого нормального розподілу

$$(U_{p1})_{\max} = \frac{X_{\max} - m_{x1}}{\sigma_1}, \quad (9)$$

$$(U_{p1})_{\min} = \frac{X_{\min} - m_{x1}}{\sigma_1}, \quad (10)$$

$$(U_{p2})_{\max} = \frac{X_{\max} - m_{x2}}{\sigma_2}, \quad (11)$$

$$(U_{p2})_{\min} = \frac{X_{\min} - m_{x2}}{\sigma_2}, \quad (12)$$

де m_{x1}, m_{x2} – математичне очікування результатів теоретичних і експериментальних даних.

У загальному виді отримуємо інтеграл Лапласа

$$F(x) = 1 - Q(x), \quad (13)$$

де $Q(x)$ – результат взятий з таблиці нормованого центрованого розподілу.

Висновки. Результати проведеного дослідження свідчать про те, що отримати точне числове значення співпадіння результатів досліджень, що отримані різними методами, неможливо. Це обумовлено безкінечно великою кількістю числових значень випадкових величин як в інтервалі $(-\infty; +\infty)$, так і в кінцевому інтервалі $[X_{\min}; X_{\max}]$. У зв'язку з цим, запропоновано критерій оцінювання адекватності результатів отриманих різними методами, який рівняється відношенню різниць інтегральних функцій ймовірності за максимального і мінімального значення результату вимірювання.

Подальшого дослідження потребують питання аналізування потужності запропонованого показника і розповсюдження його на методикау співставлення результатів вимірювання отриманих різними експериментальними методами.

Список використаних джерел

1. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть I. Критерии типа хи-квадрат : Р 50.1.033-2001. [Дата введения 2002-07-01]. – М. : Изд-во стандартов, 2002. – 87 с. (Рекомендации).
2. Налимов В. В. Теория эксперимента / В.В. Налимов. – М. : Наука, 1971. – 208 с.
3. Надежность и эффективность в технике. Т. 6. Экспериментальная отработка и испытания. – М. : Машиностроение, 1989. – 320 с.
4. Greenwood, P. E., Nikulin, M. S. (1996). A guide to chi-squared testing. New York : John Wiley & Sons, 280 p.
5. Лемешко Б. Ю. Сравнительный анализ мощности критериев согласия при близких конкурирующих гипотезах. I. Проверка простых гипотез / Б. Ю. Лемешко, С. Б. Лемешко, С. Н. Постовалов // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2008. – Т. 11. – № 2 (34). – С. 96-111.
6. Лемешко Б. Ю. Сравнительный анализ мощности критериев согласия при близких конкурирующих гипотезах. II. Проверка сложных гипотез / Б. Ю. Лемешко, С. Б. Лемешко, С. Н. Постовалов // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2008. – Т. 11. – № 4 (36). – С. 78-93.
7. Фундаментальные проблемы теории точности / [Под ред. В. П. Булатова, И. Г. Фридлиндера]. – СПб. : Наука, 2001. – 504 с.
8. Лемешко Б. Ю. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход. Монография. / Б. Ю. Лемешко, С. Б. Лемешко, С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2011. – 888 с.
9. Славутский Л. А. Основы регистрации данных и планирования эксперимента. Учебное пособие / Л. А. Славутский. – Чебоксары : Изд-во ЧГУ, 2006. – 200 с.
10. Булатов В. П. Расчет точности машин и приборов / В. П. Булатов, И. Г. Фридлиндер, А. П. Баталов и др. [Под общ. ред. В. П. Булатова и И. Г. Фридлиндера]. – СПб. : Политехника, 1993. – 495 с.
11. Басова Е. В. Новый аппарат оценки согласия эмпирического и теоретических распределений / Басова Е. В., Копылов Л. В., Петухов С. Л. // ААИ Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров : 77-я Международная научно-техническая конференция МАМИ, 27-28 марта 2012 г. : материалы. – Москва, 2012. – С. 9-19.
12. Коробко А. Новий спосіб оцінювання збігу результатів теоретичних і експериментальних досліджень / М. Подригало, О. Ісакова, А. Коробко // Метрологія та прилади. Науково-виробничий журнал. – 2017. – № 5 (67). – С. 48–51.

¹М.А. Подригало, ¹В.И. Вербицкий, ²А.И. Коробко, ¹В.Ю. Байдала

¹Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

²Украинский научно-исследовательский институт прогнозирования и испытаний техники и технологий для сельскохозяйственного производства имени Леонида Погорелого, Харьковский филиал

ОЦЕНИВАНИЕ АДЕКВАТНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЙ ПОЛУЧЕННЫХ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ (в порядке обсуждения)

В статье предложен новый способ оценки совпадения теоретических и экспериментальных данных на основе методов математической статистики, используя в качестве показателя вероятность с которой совпадают теоретические и экспериментальные данные (probability coincidence). Указанный показатель основан на предположении того, что теоретические и экспериментальные данные распределены нормально, а теоретическое распределение изменяется в пределах неопределенности (абсолютной погрешности) измерения

исследуемого параметра. Цель статьи – повышение точности оценки соответствия (адекватности) теоретических моделей экспериментальным данным. Разработанный показатель позволяет количественно оценить адекватность математической модели данным эксперимента. Он учитывает величину неопределенности (абсолютной погрешности) измерения показателей, входящих в математическую модель. Физическая суть предложенного показателя – вероятность, с которой теоретическое распределение совпадает с экспериментальным.

Ключевые слова: совпадение результатов, теоретическое исследование, экспериментальное исследование, вероятность, измерение.

¹M. Podrigalo, ¹V. Verbitskiy, ²A. Korobko, ¹V. Baidala

¹Kharkiv national automobile and highway University

²“Leonid Pogorilyy Ukrainian Scientific Research Institute of Forecasting and Testing of Machinery and Technologies for Agricultural Production”, Kharkiv branch

RESEARCHES OBTAINED BY DIFFERENT METHODS AND THEIR ASSESSMENT OF ADEQUACY (in order of discussion)

The article on the basis of mathematical statistical methods, proposed the whole new way of estimation of coincidence for theoretical and experimental data. The probability of coincidence of theoretical and experimental data used for the indicator (probability coincidence). Theoretical and experimental data is normally distributed, it is simplifying for the indicator. Simplifying assumption that the theoretical distribution varies of uncertainty (of absolute error) of the investigated parameter. The article aims at improving the accuracy of estimates of compliance (adequacy) of data models theoretical and experimental. An indicator that is developed provides an opportunity to assess the adequacy of the mathematical model to the data of the experiment quantitatively. It takes into account the magnitude of the uncertainty (absolute error) metrics that are included in the mathematical model. The physical essence of the proposed measure is the probability with which the theoretical distribution is consistent with the experimental distribution. References – 11.

Keywords: coincidence of results, theoretical research, experimental research, probability, measurement.