УДК 681.518.3 (075.8)
DOI: https://doi.org/10.36910/6775-2313-5352-2019-14-12
Єременко В. С., Осінцева М. Б.
НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського»

ПЕРЕТВОРЕННЯ ГАБОРА В ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ НЕСТАЦІОНАРНИХ СИГНАЛІВ

В даній статті представлено аналіз полігармонічних сигналів за допомогою перетворення Д. Габора. Розглянуто різновиди часових вікон і їх характеристики. Досліджено застосування часових вікон в задачі аналізу нестаціонарних сигналів, за допомогою програми, розробленої у пакеті Mathcad. Визначено переваги і недоліки перетворення Габора.

Ключові слова: *нестаціонарні сигнали, аналіз сигналів, перетворення Габора, віконні функції.*

Постановка задачі. Інформаційні сигнали, що мають нестаціонарну структуру, зустрічаються в різних сферах науки і техніки: фізиці, електротехніці, медицині, і т.д. Для їх дослідження і отримання додаткової корисної інформації застосовуються різні математичні перетворення, що дозволяють переводити сигнал з часової в частотну область і навпаки.

Класичним в теорії аналізу сигналів є перетворення Фур'є, що дозволяє отримати інформацію про сигнал в частотній області. Але перетворення Фур'є не дає можливості локалізувати в часі частотні компоненти, тому має своє застосування лише для стаціонарних процесів. Якщо ж необхідно дослідити зміни нестаціонарного сигналу при забезпеченні високої роздільної здатності і по частоті і по часу, то перетворення Фур'є виявляється непридатним. Одним з варіантів усунення цього недоліку є використання перетворення Деніса Габора, або як його ще називають, «локальне перетворення Фур'є» (STFT – Short-Time Fourier Transformation) [1], в якому замість інтегрування сигналу на усьому проміжку часу спостереження розглядається деякий локальний проміжок.

Основною задачею даного дослідження є застосування перетворення Д. Габора до аналізу нестаціонарних сигналів.

Огляд літератури. Перетворення Д. Габора було запропоновано в 1948 році для можливості опрацювання нестаціонарних процесів. Цей підхід пропонує нестаціонарний сигнал $y(t)$ розглядати як стаціонарний на деяких проміжках часу відтворення сигналу. В кожному з цих проміжків розраховується перетворення Фур'є звичайним методом. Якісні характеристики сигналу, отриманого після перетворення Д. Габора можна отримати шляхом підстановки і вибору вікна та його ширини. Вибір оптимальних параметрів вікна базується на характеристиках вхідного сигналу, таких як амплітуда, частота, тривалість сигналу, його локальні зміни і т.д.

В даному дослідженні використано інформаційні сигнали локального методу вільних коливань. Сигнали, отримані під час дослідження вуглепластикових пластин, що були піддані циклічному навантаженню досліджуються із застосуванням віконних функцій для виділення локальних проміжків, на яких здійснювалося перетворення.

Результатом перетворення Деніса Габора є функція $\Phi_w(f, t)$, що залежить як від частоти, так і від часу:

$$\Phi_w(f, t^2) = \int [y(t) \cdot w(t-\tau) \cdot e^{-2\pi f t}]\, d\tau \qquad (1)$$

де $w(\cdot)$ – функція вікна, що локалізована в околі точки $t = \tau$.

Функція вікна переміщається із заданим кроком зсуву по координаті часу і дозволяє за декілька кроків дослідити сигнал на усьому проміжку існування. Отже, результатом віконного перетворення є ряд спектрів, яким відображається зміна спектра сигналу по інтервалах зсуву вікна перетворення. Розмір вікна накладає на отриманий спектр обмеження на роздільну здатність по частоті, а обмеження по високочастотним складовим накладається часом дискретизації сигналу.

Найчастіше за функцію $w(\cdot)$ береться функція Гауса: $w(\cdot) = e^{(a \cdot t \wedge 2)/2}$ [2], в якій параметр a задає ширину вікна, оскільки вона забезпечує малі спотворення спектра завдяки граничним значенням і тим самим зменшує прояви ефекту Гібса.

В якості вікна перетворення Габора можуть використовуватися також інші функції: прямокутна, трикутна, функції Хенінга, Кайзера, Хемінга, Блекмена і т.д. [3]. Розглянемо математичне представлення деяких з них.

При використанні прямокутного вікна всі функції *w(·)* рівні одиниці. Прямокутне вікно вирізає проміжок існуючого сигналу, при цьому форма сигналу не змінюється. Якщо на початку і в кінці відрізку значення сигналу відрізняються і відбувається розтікання спектру.

Вікно Хенінга розраховується за формулою:

$$w_n = \tfrac{1}{2}\,[1 - \cos(2\pi \cdot n/N)] \tag{2}$$

де: $0 \le n \le N$, $L = N+1$,
L – розмір вікна у відліках. Амплітудний спектр вікна Хенінга зменшується зі збільшенням частоти скоріше, ніж амплітудний спектр прямокутного вікна.

Функція вікна Хемінга має вигляд:

$$w_n = 0{,}54 - 0{,}46 \cdot \cos(2\pi \cdot n/N) \tag{3}$$

де: $0 \le n \le N$, $L = N+1$. Амплітудний спектр цього вікна зменшується так само швидко, як і при використанні вікна Хенінга. Але за рахунок невеликої різниці в коефіцієнтах, в даному випадку менше проявляються бокові пелюстки амплітудного спектру.

Вікно Блекмена має ще один доданок косинуса, на відміну від вікон Хенінга і Хемінга. Цим самим забезпечується ще більш швидке спадання амплітудного спектру, ніж в попередніх випадках. Вікно Блекмена математично описується формулою:

$$w_n = 0{,}42 - 0{,}5 \cdot \cos(2\pi \cdot n/N) + 0{,}08 \cdot \cos(4\pi \cdot n/N) \tag{4}$$

де: $0 \le n \le N$, $L = N+1$.

Вікно Кайзера розраховується за формулою:

$$w_n = I_0 \cdot [\pi \cdot \beta \sqrt{(1 - (2\,n/N - 1)^2)}] / I_0 \cdot (\pi \cdot \beta) \tag{5}$$

де: $0 \le n \le N$, $L = N+1$,
I_0 – модифікована функція Бесселя нульового порядку.

Вікно Кайзера має додатковий параметр β – параметр, що визначає ширину вікна. Чим вужче буде вікно, тим ширше буде амплітудний спектр сигналу після його перетворення і відбувається придушення високих гармонік.

Навдемо основні параметри обраних вікон (табл. 1) за [5].

Таблиця 1.

Основні параметри вікон

Вікно	Максимальний рівень бокових пелюсток, дБ	Швидкість спаду бокових пелюсток, дБ/октава	Когерентне підсилення	Еквівалентна шумова смуга, бин	Паразитна АМ, дБ	Максимальна втрата перетворення, дБ
Прямокутне	-13	-6	1,0	1,0	3,92	3,92
Гаусівське (α = 3,0)	-55	-6	0,43	1,64	1,25	3,40
Кайзера (α = 3,0)	-69	-6	0,40	1,80	1,02	3,56

Основний матеріал. З наведених в огляді літератури віконних функцій перетворення, можемо сказати, що даний підхід має багато інструментів для аналізу нестаціонарних сигналів. Дослідження проводиться на реальних сигналах, отриманих з ушкоджених та бездефектних зон зразків вуглепластикових панелей. Такі сигнали отримуються при контролі методом вільних коливань. *Метод вільних коливань* полягає у збудженні вільно затухаючих пружних коливань в деталі за допомогою одиничного каліброваного удару, аналізі параметрів коливань (амплітуда, частота, час затухання), за результатами якого роблять висновок про наявність чи відсутність дефектів. [4] За допомогою цього методу можна визначити тріщини, місця порушень однорідності матеріалу та накопичень втомленості матеріалу. Розрізняють інтегральний і локальний метод вільних коливань, що застосовуються для контролю відповідно всього виробу або його окремої зони. Найбільш ефективним цей метод є для контролю конструкцій, що містять шари неметалічних матеріалів з малим модулем пружності і високим коефіцієнтом загасання пружних коливань (гуми, пінопласти, полімерні композиційні матеріали).

Для даного дослідження було використано сигнал, отриманий з ушкодженої зони зразків вуглепластикових панелей.

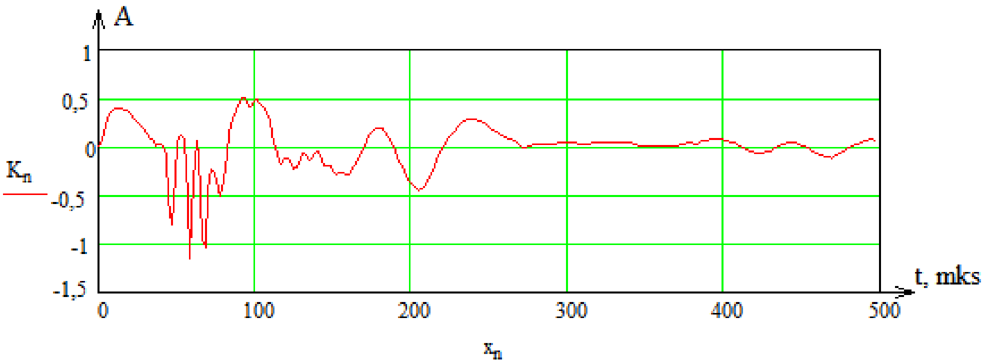

Рис. 1. Сигнал, отриманий з ушкодженої зони зразка

Досліджуваний сигнал є нестаціонарним. Високочастотні складові, які відповідають типу ушкодженості панелі знаходяться на початку досліджуваного сигналу. При використанні класичного перетворення Фур'є їх енергія розсіюється по всій довжині сигналу. Що унеможливлює точне визначення частоти цих гармонік. Тому для проведення дослідження застосуємо вікна: прямокутне, гаусівське та вікно Кайзера.

Спектри сигналу з прямокутним вікном зображено на рисунку 2:

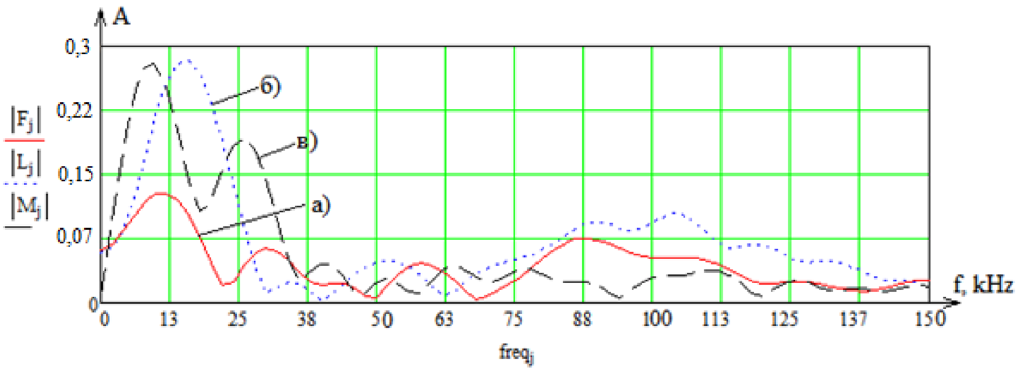

Рис. 2. Спектри сигналу після проходження через прямокутне вікно:
а) зсув вікна – 30 mks, б) зсув вікна – 50 mks, в) зсув вікна – 70 mks

На рисунку 2, а) зображено спектр частини сигналу, який описує високочастотні складові досліджуваного сигналу. З графіка видно, що спектр є неінформативним, оскільки неможливо чітко визначити на якій частоті зосереджена енергія. При зсуві вікна по сигналу також спостерігається рівномірна розоділеність енергії по всій частині сигналу, яку вирізає прямокутне вікно.

При перетворенні Габора застосовується гаусівська віконна функція виду:

$$g_n := (4 \cdot 5 \cdot \pi)^{\left(\frac{-1}{2}\right)} \cdot e^{\frac{\left[-(n-b)^2\right]}{(4 \cdot \alpha)}} \qquad (6)$$

де n – довжина сигналу, b – зсув гаусівського вікна вздовж сигнала, α – ширина вікна. Підібравши зсув і ширину вікна, такі щоб високочастотні складові були охоплені вікном.

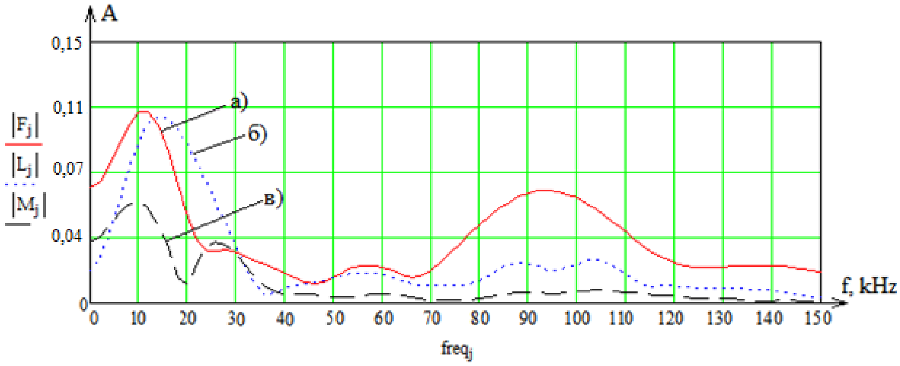

Рис. 3. Спектри сигналу після проходження через вікно Габора:
а) зсув вікна– 30 mks, б) зсув вікна – 50 mks, в) зсув вікна – 70 mks

На рисунку 3 (а, б, в) зображено спектри частин сигналу, вирізаних віконною функцією Гауса при зсуві, відповідно на 30, 50 і 70 мікросекунд (mks). На даному графіку бачимо, що спектри несуть інформацію про наявність неушкодженої зони сигналу (3, в), про наявність деяких високочастотних складових, які для нашого дослідження є неінформативними (3,б). Також зі сектра 3, а) можна виділити наявність ушкодженої зони сигналу по високочастотних складових, які зосереджені на частоті ≈ 95 кГц.

Наведемо приклад проходження досліджуваного сигналу через вікно Кайзера. Задаємо формулу (5) і необхідні значення наступним чином:

Спектри досліджуваного сигналу з вікном Кайзера:

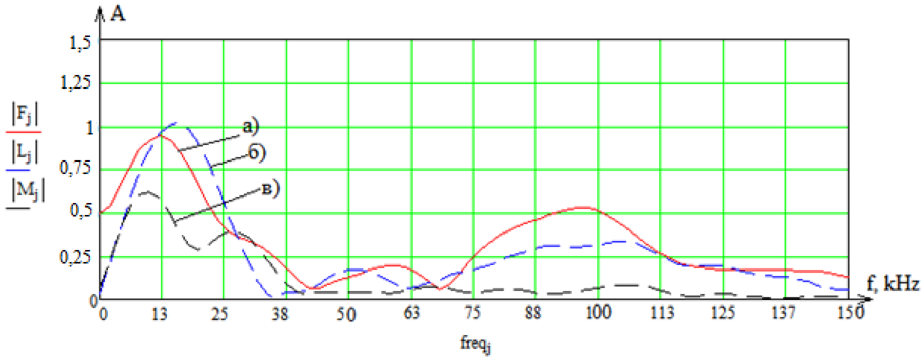

Рис. 4. Спектри сигналу після проходження через вікно Кайзера:
а) зсув вікна – 15 mks, б) зсув вікна – 25 mks, в) зсув вікна – 45 mks

Рисунок 4 показує спектри частин досліджуваного сигналу, вирізаних вікном Кайзера. З отриманих спектрів неможливо оцінити наявність ушкоджених зон, оскільки спектри 3,а) і 3, б) в зонах наявності високочастотних складових розпливаються і не видно чіткого зосередження енергії сигналу на якійсь конкретній частоті. Спектр частини сигналу, на якій немає високочастотних складових 3, в) показує наявність неушкодженої зони.Спектри сигналів отримані при використанні віконних функцій шириною 75. Ширину вікна було обрано таким чином, щоб дослідити найбільш інформативний проміжок сигналу, як показано на рисунку 5, а також менш інформативні проміжки, для порівняння.

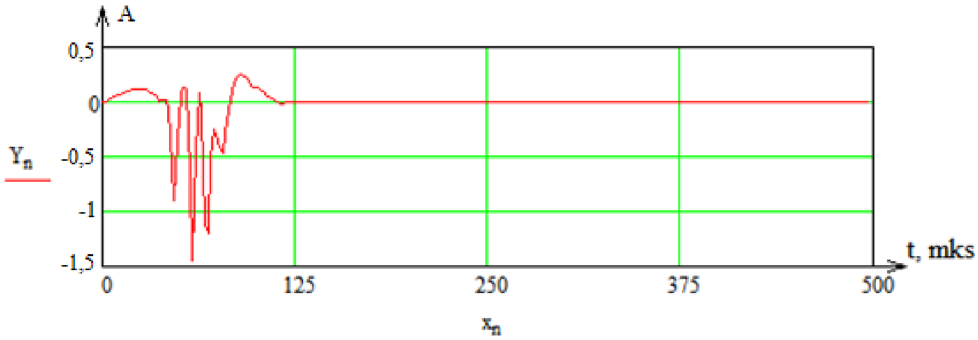

Рис. 5. Досліджуваний сигнал після проходження через вікно.

Виходячи з отриманих спектрів можемо зробити висновки. Використання прямокутного вікна (рис.2) не дає можливості чітко оцінити наявність або відсутність ушкодженої зони панелі, оскільки спектр сигналу практично рівномірно розподілений по частоті. З використанням вікна Кайзера (рис. 4) можемо спостерігати, що найбільша енергія сигналу зосереджена на частоті: від 75 до 110 кГц. На спектрі сигналу, отриманого після проходження віконної функції Гауса (рис. 3) більш чітко можна спостерігати наявність високочастотних складових сигналу.

Висновки. В ході даної роботи було проаналізовано можливості застосування перетворення Деніса Габора для дослідження часових змін характеристик полігармонічних сигналів. В середовищі Mathcad розроблено програму визначення спектра сигналу після проходження через вікна: Габора, Кайзера і прямокутне вікно. З отриманих спектрів можемо сказати, що найбільш оптимальним для такого сигналу є гаусівське вікно, оскільки на спектрі чітко розпізнаються високочастотні складові досліджуваного сигналу.

Інформаційні джерела

1. Crochiere R. A weighted overlap-add method of short-time Fourier analysis/synthesis // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing. – 1980. – Vol. ASSP-28. – N 2. – P. 99 – 102.
2. Файнзільберг Л. С. Інформаційні технології обробки сигналів складної форми. – Київ: Наукова думка, 2008 – 334 с.
3. Павлейно М. А., Ромаданов В. М. Спектральные преобразования в MATLAB. – Учебно-методическое пособие. – Санкт-Петербург, 2007 – 160 с.
4. Механізми і технології. Визначення і терміни. [Електронний ресурс] – Режим доступа: https://mehanik-ua.ru/opredeleniya-i-terminy/802-metod-vilnikh-kolivan.html
5. «Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье» Ф. Дж. Херрис (член ИИЭР).

Еременко В. С., Осинцева М. Б.
НТУУ «КПИ имени Игоря Сикорского»

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГАБОРА В ЗАДАЧЕ АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИГНАЛОВ

В данной статье представлено анализ полигармонических сигналов с помощью преобразования Д. Габора. Рассмотрено разновидности временных окон и их характеристики. Исследовано применение временных окон в задаче анализа нестационарных сигналов с помощью программы, разработанной в среде Mathcad. Определено преимущества и недостатки преобразования Габора.

Ключевые слова: *нестационарные сигналы, анализ сигналов, преобразование Габора, оконные функции.*

Eremenko V., Osintseva M.
Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute

THE TRANSFORMATION OF HABOR IN THE PROBLEM OF ANALYSIS OF NONSTATIONARY SIGNALS

In this paper an analysis of nonstationary signals is presented using the transformation of Habor. Variants of time windows and their characteristics are considered. Investigation of the use of time windows in the problem of analysis of nonstationary signals, using the program developed in the package Mathcad. Was determined the advantages and disadvantages of Habor's transformation.

Keywords: *nonstationary signals, signal analysis, transformation of Habor, window functions.*