

Сахно В.П.<sup>1</sup>, Онищук В.П.<sup>2</sup>, Босенко В.М.<sup>1</sup>, Стельмашук С.В.<sup>2</sup><sup>1</sup> Національний транспортний університет<sup>2</sup> Луцький національний технічний університет**ДО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ГАЛЬМУВАННЯ АВТОМОБІЛЯ З ПРИЧЕПОМ КАТЕГОРІЇ O2**

У статті розглянуто процес екстреного гальмування автопоїзда у складі автомобіля-тягача та причепа категорії O2 з позиції забезпечення стійкості руху. Показано, що традиційний сталий розподіл сумарної гальмівної сили між осями автопоїзда не гарантує необхідної ефективності гальмування та може призводити до передчасного блокування коліс окремих осей. Об'єктом дослідження є автопоїзд «автомобіль-тягач – причіп O2» у гальмівному режимі, а метою – розроблення плоскої математичної моделі, яка дозволяє визначати нормальні реакції опорної поверхні на колеса, сили у тягово-зчіпному пристрої та умови одночасного доведення всіх коліс до межі блокування.

Моделю побудовано на основі рівнянь рівноваги сил і моментів для тягача та причепа з урахуванням коефіцієнтів розподілу гальмівних сил, положення центрів мас ланок, динамічних радіусів коліс і висоти точки зчеплення. Аналітично отримано залежності для нормальних реакцій на осях автопоїзда та реакцій в опорно-зчіпному пристрої, що дає змогу оцінити перерозподіл навантажень під час уповільнення.

Встановлено, що гальмівна сила, прикладена до осей причепа, викликає більш інтенсивну зміну реакцій на колесах задньої осі автомобіля-тягача порівняно з передньою, що зменшує коефіцієнт зчеплення, за якого відбувається блокування задніх коліс. Визначено умови одночасного доведення коліс автопоїзда до межі блокування та знайдено значення коефіцієнта зчеплення і частки загальної гальмівної сили, яка має припадати на осі причепа, для забезпечення стабільного гальмування без складання ланок.

**Ключові слова:** автопоїзд; автомобіль-тягач; причіп категорії O2; екстрене гальмування; розподіл гальмівних сил; нормальні реакції; тягово-зчіпний пристрій; коефіцієнт зчеплення; блокування коліс; математична модель.

**ВСТУП**

В умовах збільшення швидкостей руху і щільності транспортного потоку важливого значення набувають конструктивні параметри і експлуатаційні властивості автотранспортних засобів /автопоїздів, зокрема/, що забезпечують безпеку руху. З погляду практичних цілей при розробці нових АТЗ, а також модернізації існуючих важливим стає не тільки причина порушення стійкості у будь-якому режимі руху, а реакція АТЗ на неї і управляючі дії водія, що є неоднозначними і нестабільними. Тому передбачається, що стійкість і керованість руху АТЗ повинні забезпечуватися конструктивними параметрами самої машини [1]

Вибір конструктивних параметрів АТЗ, що забезпечують саме ці властивості, підвищує активну безпеку експлуатації і знижує вірогідність дорожньо-транспортних пригод (ДТП) на транспортних операціях. Стійкість і керованість АТЗ в сукупності, у тому числі і в процесі гальмування, повинні забезпечити упевненість водія в реалізації режиму руху, що задається, виключити мимовільне виникнення небезпечного відхилення від нього і зберегти можливість швидкого коректування з подальшою стабілізацією того ж режиму [2].

У процесі екстреного гальмування ймовірність порушення стійкості автопоїзда зростає, що обумовлене як зміною співвідношення у масі тягового автомобіля і причепа, так і розташуванням вантажу в їх кузовах. Особливо небезпечним навіть для одиничних автомобілів при екстреному гальмуванні є нерівномірність гальмівних сил на колесах передньої осі у разі блокування задніх коліс, оскільки вона спричиняє занос транспортного засобу [3-6]. При цьому зі збільшенням початкової швидкості гальмування та нерівномірності дії гальмівних механізмів коліс однойменних осей автомобілів і автопоїздів значно зростають величина гальмівного шляху, а також поперечні та кутові відхилення транспортних засобів. Для визначення цих показників гальмівної динаміки застосовують як експериментальні, так і аналітичні методи, що базуються на дослідженнях на математичних моделях, вибір яких для кожного конкретного випадку є актуальним [7,8].

**АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ**

Ефективність використання автопоїздів у значній мірі залежить від їх швидкісного режиму. При цьому рух з великими швидкостями повинен бути стійким як у тяговому, так і гальмівному режимі, за якого транспортний засіб буде залишатися в межах смуги безпеки [9]. Згідно із нормативним документом [10,11] основними критеріями стійкості та ефективності гальмування транспортних засобів є: лінійне відхилення від коридору руху, шириною 3,5 м; загальна питома гальмівна сила  $\gamma_r$ ; коефіцієнт нерівномірності гальмівних сил осі; тривалість спрацювання гальмівної

системи; усталене сповільнення  $j_{уст}$ ; гальмівний шлях  $S_r$ ; початкова швидкість гальмування  $V_0$ . Для забезпечення стійкості автопоїзда в процесі гальмування необхідно виконання ряду вимог [9], зокрема відсутність штовхаючих зусиль, направлених від причепа до тягача, рівність парціальних сповільнень всіх осей автопоїзда, дотримання нерівності  $R_i \varphi \geq T_i$  для кожної осі автопоїзда, де  $R_i$  - величина опорної реакції на колесах  $i$ -ої осі,  $T_i$  - гальмівна сила на колесах  $i$ -ої осі,  $\varphi$  - коефіцієнт зчеплення коліс з дорогою. Відношення

$$k_i = \frac{T_i}{\varphi R_i} \quad (1)$$

є критерієм стійкості для прямолінійного руху при гальмуванні.

За наявності бічної сили  $F_i$  (відцентрова сила, вітер тощо) критерієм стійкості є вираз

$$k_i = \frac{\sqrt{T_i^2 + F_i^2}}{R_i \varphi} \quad (2)$$

При значенні  $k_i$  більше одиниці в приведених виразах рух стає нестійким.

Різні показники характеризують стійкість транспортного засобу в процесі гальмування, але в граничному випадку важливим є визначення його абсолютного за час гальмування бічного і кутового зсувів [7], які визначають собою габаритний коридор руху, під яким мається на увазі максимальна ширина проїжджої частини дороги, що займається автопоїздом у кожний момент часу і обмежена його крайніми по відношенню до центру повороту габаритними точками.

В літературі також зустрічається термін "динамічний коридор" [7], під яким розуміється ширина проїжджої частини дороги, обмеженої двома паралельними вертикальними площинами, що проходять через бічні крайні точки ланок автопоїзда, що рухається, і "коридор безпеки"[7], який визначається за наступною формулою:

$$\frac{B_d}{2} \geq y + L_a \sin \beta + \frac{B_a}{2} \cos \beta, \quad (3)$$

де  $B_d$  - ширина смуги руху;

$L_a, B_a$  - габарити транспортного засобу /довжина, ширина/;

$y$  - поперечне відхилення центру мас;

$\beta$  - кут розвороту подовжньої осі.

Слід відмітити, що більшість авторів пропонує оцінювати стійкість автомобілів при гальмуванні тими ж критеріями, що і в загальному випадку руху (накатом і з прискоренням). Для того, щоб врахувати вплив розподілу гальмівних сил між осями автомобіля, положення його центра мас на стійкість руху в роботі [7] запропонований критерій, що представляє собою кутове прискорення при малих кутових відхиленнях поздовжньої осі автомобіля

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\psi}{dt^2} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\varphi g}{i_z^2} \times \frac{a}{1 - \beta_0 + \varphi \frac{h}{L}} \left\{ \sqrt{\left[ \frac{b}{L}(1 - \beta_0) + \varphi \frac{h}{L} \right]^2 - \frac{a^2}{L^2} \beta_0^2 - \frac{b}{L}(1 - \beta_0)} \psi \right\}^* \\ \frac{\varphi g}{i_z^2} \times \frac{a}{\beta_0 - \varphi \frac{h}{L}} \left\{ \frac{a}{L} \beta_0 \psi - \sqrt{\left[ \frac{a}{L} \beta_0 + \varphi \frac{h}{L} \right]^2 - \frac{b^2}{L^2} (1 - \beta_0)^2} \right\}^{**} \end{array} \right. \quad (4)$$

\* - за випереджаючого блокування задніх коліс;

\*\* - за випереджаючого блокування передніх коліс;

$b$  - відстань від задньої осі до проекції центру мас автомобіля на горизонтальну площину;

$h$  - висота центру мас автомобіля;

$\beta_0$  - коефіцієнт розподілу гальмівної сили по осям автомобіля, що визначається конструкцією гальмівної системи:

$$\beta_0 = \frac{P_{T1}}{P_{T1} + P_{T2}}, \quad (5)$$

де  $P_{T1}, P_{T2}$  - гальмівні сили, що розвиваються на колесах передньої і задньої осей.

Ряд дослідників [8,9,12-14] однією з основних причин складання ланок автомобільного поїзда вважають набігання причіпної ланки на автомобіль-тягач, яке виникає в результаті створення зусиль стиску в опорно-зчіпному пристрої. Тому значення сили в зчіпному пристрої, яка виникає при гальмуванні автомобільного поїзда, можна розглядати як один із критеріїв для оцінки стійкості транспортного засобу.

На основі дослідження стійкості автопоїзда у процесі гальмування, у роботі [7] робиться висновок про те, що кут складання ланок автомобільного поїзда напряму залежить від початкової швидкості гальмування, бази причіпної ланки та координат точки зчеплення причіпної ланки та тягача. Також дослідники вказують на обернену залежність кута складання автопоїзда від ступеня його завантаження, коефіцієнта зчеплення шин з опорною поверхнею та часу випередження гальмування причіпної ланки відносно тягача.

При русі автопоїзда в режимі гальмування на нього діють різні по характеру, величині і напряму зовнішні сили. Це приводить до перерозподілу вертикальних навантажень в подовжній і поперечній площинах на колесах осей як автомобіля-тягача, так і напівпричепа [7]. У роботі [3] проведено спрощений аналіз стійкості автопоїзда як в тяговому, так і гальмівному режимі. Особлива увага приділяється поведінці автомобіля під час гальмування з обговоренням впливу різних конструктивних параметрів та розподілу гальмівних сил, що діють на колеса. Успіх у рішенні подібних задач залежить від того, наскільки вдало обрана математична модель і її істотні параметри, що описують поведінку динамічної системи у різних режимах руху. Теоретично модель автомобіля повинна якнайбільш повно відображати реальний АТЗ. Більшість дослідників, що займаються проблемами активної безпеки автомобіля, визнають важливість такого рівня моделювання, що дозволяє використовувати сучасні методи, і пошук якнайкращих рішень на базі інструментальних оцінок, що мають кількісний опис. Дослідження автомобіля як системи кількох тіл, що з'єднані голономними і неголономними в'язями, приводить до вивчення складної механічної системи з великою кількістю ступенів свободи, яка описується системою диференціальних рівнянь високого порядку. В роботі [15] відзначається, що ускладнення математичної моделі не завжди дає позитивний ефект, оскільки при визначенні масових розмірів (маси, моменти інерції) і характеристик зв'язків неминучі похибки, сполучення яких призводить до неточностей при визначенні кінцевих результатів. Крім того, практичне використання подібних розрахункових схем потребує попереднього аналітичного і, особливо, експериментального визначення великої кількості конструктивних параметрів автомобіля і шин. Тому при дослідженні стійкості руху АТЗ дедалі частіше використовують плоскі моделі з урахуванням нелінійного відведення коліс його осей.

### ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є розробка математичної моделі для аналізу процесу гальмування автомобіля з причепом категорії О2.

Для досягнення мети дослідження необхідно вирішити наступні задачі:

- розробити математичну модуль за постійного розподілу сумарної гальмівної сили по осях автопоїзда;
- визначити нормальні реакції опорної поверхні на колеса осей автопоїзда;
- визначити умови одночасного доведення коліс автопоїзда до межі блокування у процесі екстреного гальмування;
- визначити значення коефіцієнта зчеплення коліс автомобіля-тягача з дорогою, за якого відбувається одночасне доведення до межі блокування усіх його коліс.

### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Максимально можлива гальмівна сила по зчепленню для конкретної осі, яку може реалізувати автомобільний поїзд визначається із відношення [1]:

$$R_{xi} = \varphi \cdot R_{zi}, \quad (6)$$

де  $R_{xi}$  – максимально можлива гальмівна сила  $i$ -ої осі автопоїзда;  $R_{zi}$  – нормальна реакція  $i$ -ої осі автопоїзда при гальмуванні;  $\varphi$  – коефіцієнт зчеплення шин з дорогою.

У дослідженні [6] автори зазначають, що при гальмуванні транспортного засобу без блокування коліс, гальмівні сили повинні прикладатися до осей коліс. Врахуємо це у даній роботі. На рис. 1 зображена схема сил, які діють на автопоїзд при гальмуванні з незаблокованими колесами. Для визначення нормальних реакцій опорної поверхні а також сил взаємодії ланок автопоїзда в тягово-

зчїпному пристрої складемо рївняння рївноваги усїх моментїв, що дїють окремо на тяговий автомобїль та причїп. Для цього умовно роз'єднаємо ланки автопоїзда (рис. 1).

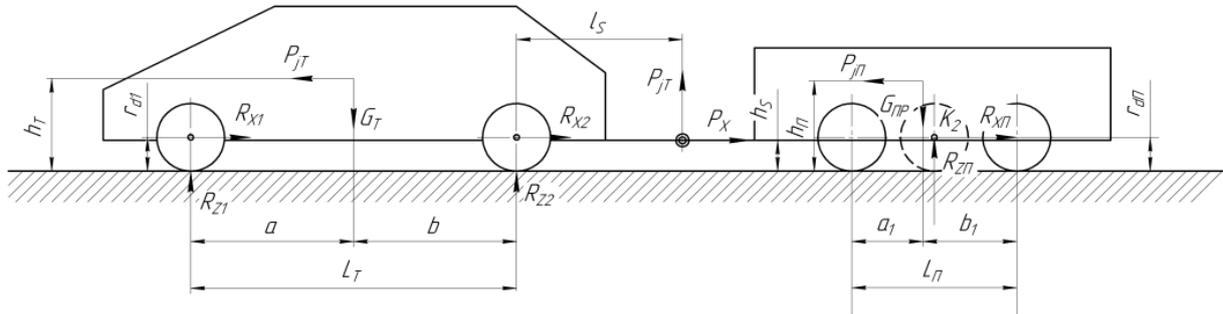


Рисунок 1 – Схема сил, що дїють на автопоїзд при гальмуванні

Рївняння рївноваги моментїв, що дїють на тяговий автомобїль у повздовжній площинї складемо вїдносно передньої і задньої осї тягового автомобїля:

$$\sum M_A = P_{jT}(h_T - r_{d1}) - G_T a + R_{z2} L_T - R_{x2}(r_{d2} - r_{d1}) - P_z(L_T + l_s) - P_x(h_s - r_{d1}) = 0, \quad (7)$$

$$\sum M_B = P_{jT}(h_T - r_{d2}) + G_T b - R_{z1} L_T + R_{x1}(r_{d2} - r_{d1}) + P_x(h_s - r_{d2}) + P_z l_s = 0, \quad (8)$$

де  $G_T$  – сила тяжїння вїд маси тягового автомобїля у спорядженому станї;  $L_T$  – база тягового автомобїля;  $a, b, h_T$  – координати центра мас тягового автомобїля;  $h_s$  – висота розмїщення площини тягово-зчїпного пристрою;  $l_s$  – вїдстань мїж опорою зчїпного пристрою та задньою вїссю тягового автомобїля;  $r_{d1}, r_{d2}$  – динамїчні радїуси переднїх та заднїх колїс тягового автомобїля вїдповїдно;  $P_x, P_z$  – горизонтальна і вертикальна реакцїї в тягово-зчїпному пристрої;  $R_{z1}, R_{z2}$  – нормальнї реакцїї на осях тягового автомобїля при гальмуванні.  $P_{jT}$  – сила їнерцїї автомобїля.

Оскїльки  $P_{jap} = -\frac{G_{an}}{g} \dot{V}_{an} = -G_{an} \times \varphi = -R_{xan} = -\sum_{i=1}^4 R_{zi} \times \varphi,$

то

$$P_{jT} = -\frac{G_T}{G_T + G_{сп}} R_{xап} = -\frac{1}{1 + G_{сп}/G_T} R_{xап}, \quad (9)$$

де  $\dot{V}_{an}$  – лїнїйне сповїльнення автопоїзда;

$R_{xап}$  – загальна гальмївна сила автопоїзда.

$$R_{xап} = R_{x1} + R_{x2} + R_{xсп}, \quad (10)$$

$$R_{xсп} = R_{x3} + R_{x4}, \quad (11)$$

де  $R_{x1}, R_{x2}$  – сумарнї гальмївнї сили на переднїй та заднїй осях тягового автомобїля;

$R_{xсп}$  – загальна гальмївна сила причепа;

$R_{x3}, R_{x4}$  – сумарнї гальмївнї сили на осях причепа.

Складемо рївняння рївноваги моментїв сил, що дїють на причїп в повздовжній площинї:

$$\sum M_O = P_{jсп}(h_{сп} - h_s) - G_{сп}(L_{сп} - a_1) + R_{zсп} L_{сп} + R_{xсп}(h_s - r_{dsp}) = 0, \quad (12)$$

$$\sum M_{K_2} = P_{jсп}(h_{сп} - r_{dsp}) + G_{сп} d - P_z L_{сп} - P_x(h_s - r_{dsp}) = 0, \quad (13)$$

де  $P_{jnp}$  – сила інерції причепа.

$$P_{jnp} = -\frac{G_{np}}{g} \dot{V}_{ап} = -\frac{G_{np}}{G_T + G_{np}} R_{хап} = -\frac{1}{1 + G_T/G_{np}} R_{хап}, \quad (14)$$

де  $G_{np}$  – сила тяжіння від маси причепа;

$L_{np}$  – відстань між опорою зчпного пристрою та серединою здвоєної осі причепа;

$a_1, b_1, h_{np}$  – координати центра мас причепа;  $d$  – відстань від центру мас причепа до середини здвоєної осі причепа;

$r_{dnp}$  – динамічний радіус коліс причепа;

$R_{z3}, R_{z4}$  – нормальні реакції на осях причепа при гальмуванні;

$R_{znp}$  – сумарна нормальна реакція на колесах причепа.

$$R_{znp} = R_{z3} + R_{z4}. \quad (15)$$

Обчисливши рівняння (7), (8), (12), (13) із врахуванням рівнянь (9), (10), (14), отримаємо:

$$R_{хап} \frac{h_T - r_{d1}}{1 + G_{np}/G_T} - G_T a + R_{z2} L_T - R_{x2} (r_{d2} - r_{d1}) + P_z (L_T + l_s) - P_x (h_s - r_{d1}) = 0, \quad (16)$$

$$R_{хап} \frac{h_T - r_{d2}}{1 + G_{np}/G_T} + G_T b - R_{z1} L_T + R_{x1} (r_{d2} - r_{d1}) + P_x (h_s - r_{d2}) + P_z l_s = 0, \quad (17)$$

$$R_{хап} \frac{h_{np} - h_s}{1 + G_T/G_{np}} - G_{np} (L_n - a_1) + R_{znp} L_{np} + R_{xnp} (h_s - r_{dnp}) = 0, \quad (18)$$

$$R_{хап} \frac{h_{np} - r_{dnp}}{1 + G_T/G_{np}} + G_{np} d - P_z L_{np} - P_x (h_s - r_{dnp}) = 0. \quad (19)$$

Для більшості гальмівних систем розподіл сумарної гальмівної сили по осях автопоїзда до початку блокування коліс завжди постійний. Проте, дослідження [1-4] підтверджують, що гальмування автопоїзда з розподілом гальмівних сил по осях транспортного засобу зі сталими коефіцієнтами не буде максимально ефективним через постійну зміну умов, в яких відбувається процес гальмування. Зокрема Д. А. Антонов [1] встановив, що розподіл гальмівних сил по осях транспортного засобу необхідно здійснювати відштовхуючись від діючих нормальних навантажень. При цьому величина гальмівної сили має бути пропорційною навантаженню.

Визначимо коефіцієнти розподілу загальної гальмівної сили по осях автопоїзда:

$$\beta_1 = \frac{R_{x1}}{R_{хап}}, \quad \beta_2 = \frac{R_{x2}}{R_{хап}}, \quad \beta_{np} = \frac{R_{xnp}}{R_{хап}}, \quad (20)$$

Враховуючи рівняння (10), встановимо співвідношення між коефіцієнтами розподілу загальної гальмівної сили

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_{np} = 1, \quad (21)$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \beta_T, \quad (22)$$

де  $\beta_1, \beta_2$  – коефіцієнти розподілу загальної гальмівної сили автопоїзда на передню та задню осі автомобіля-тягача;

$\beta_{np}$  – коефіцієнт розподілу загальної гальмівної сили автопоїзда на осі причепа,

$\beta_T$  – коефіцієнт розподілу загальної гальмівної сили автопоїзда на колеса автомобіля-тягача.

Із рівнянь (16-19), враховуючи (20) визначимо нормальні реакції на осях автопоїзда та вертикальну реакцію в опорно-зчїпному пристрої.

$$R_{z1} = G_T \frac{b}{L_T} + R_{xап} \left( \frac{(h_T - r_{d2})/L_T}{1 + G_{np}/G_T} + \beta_1 \frac{r_{d2} - r_{d1}}{L_T} \right) - P_x \frac{h_s - r_{d2}}{L_T} + P_z \frac{(L_T - l_s)}{L_T}, \quad (23)$$

$$R_{z2} = G_T \frac{a}{L_T} - R_{xап} \left( \frac{(h_T - r_{d1})/L_T}{1 + G_{np}/G_T} - \beta_2 \frac{r_{d2} - r_{d1}}{L_T} \right) + P_z \left( 1 - \frac{l_s}{L_T} \right) - P_x \frac{h_s - r_{d1}}{L_T}, \quad (24)$$

$$R_{znp} = G_{np} \frac{(L_{np} - a_1)}{L_{np}} - R_{xап} \left( \frac{(h_{np} - h_s)/L_{np}}{1 + G_T/G_{np}} + \beta_{np} \frac{h_s - r_{dnp}}{L_{np}} \right), \quad (25)$$

$$P_z = G_{np} \frac{d}{L_{np}} + R_{xап} \frac{(h_{np} - r_{dnp})/L_{np}}{1 + G_T/G_{np}} - P_x \frac{h_s - r_{dnp}}{L_{np}}. \quad (26)$$

Для визначення реакцій в тягово-зчїпному пристрої складемо рівняння рівноваги сил, що діють на причіп вздовж горизонтальної та вертикальної осей

$$-P_x + P_{jnp} - R_{xnp} = 0, \quad (27)$$

$$P_z - G_{np} + R_{znp} = 0. \quad (28)$$

З рівняння (27), враховуючи (14), (20-22), визначимо горизонтальну реакцію  $P_x$  в опорно-зчїпному пристрої

$$P_x = P_{jnp} - R_{xnp} = R_{xап} \left( \frac{1}{1 + G_T/G_{np}} - \beta_{np} \right) = R_{xап} \left( \beta_T - \frac{1}{1 + G_{np}/G_T} \right). \quad (29)$$

З рівняння (28) визначимо вертикальну реакцію в опорно-зчїпному пристрої

$$P_z = G_{np} - R_{znp}. \quad (30)$$

Підставимо (29) в (26):

$$P_z = G_{np} \frac{d}{L_{np}} + R_{xап} \left( \frac{(h_{np} - h_s)/L_{np}}{1 + G_T/G_{np}} + \beta_{np} \frac{h_s - r_{dnp}}{L_{np}} \right). \quad (31)$$

Визначимо нормальні реакції опорної поверхні на осях тягового автомобіля. Для цього підставимо рівняння (29) та (30) в (23) і (24), враховуючи (25), отримаємо

$$R_{z1} = G_T \frac{b}{L_T} + G_{np} \frac{b_1}{L_{np}} \cdot \frac{l_s}{L_T} + R_{xап} \left[ \frac{(h_T - h_s)/L_T}{1 + G_{np}/G_T} + \beta_1 \frac{h_s - r_{d1}}{L_T} + \beta_2 \frac{h_s - r_{d2}}{L_T} + \frac{l_s}{L_T} \left( \frac{(h_{np} - h_s)/L_{np}}{1 + G_T/G_{np}} + \beta_{np} \frac{h_s - r_{dnp}}{L_{np}} \right) \right], \quad (32)$$

$$R_{z2} = G_T \frac{a}{L_T} - G_{np} \frac{b_1}{L_{np}} \left(1 - \frac{l_s}{L_T}\right) - R_{xап} \left[ \frac{(h_T - h_s)/L_T + \beta_1 \frac{h_s - r_{d1}}{L_T} + \beta_2 \frac{h_s - r_{d2}}{L_T} - \left(1 - \frac{l_s}{L_T}\right) \left( \frac{(h_{np} - h_s)/L_{np}}{1 + G_T/G_{np}} + \beta_{np} \frac{h_s - r_{dnp}}{L_{np}} \right) \right]. \quad (33)$$

### ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

На рис. 2 наведено графік зміни нормальних реакцій опорної поверхні на осі автомобіля і причепа, з якого слідує, що гальмівна сила на осях причепа призводить до більш інтенсивної зміни реакцій на колесах задньої осі автомобіля, чим на передній. Це призводить до зменшення коефіцієнта зчеплення, за якого настає блокування коліс задньої осі.

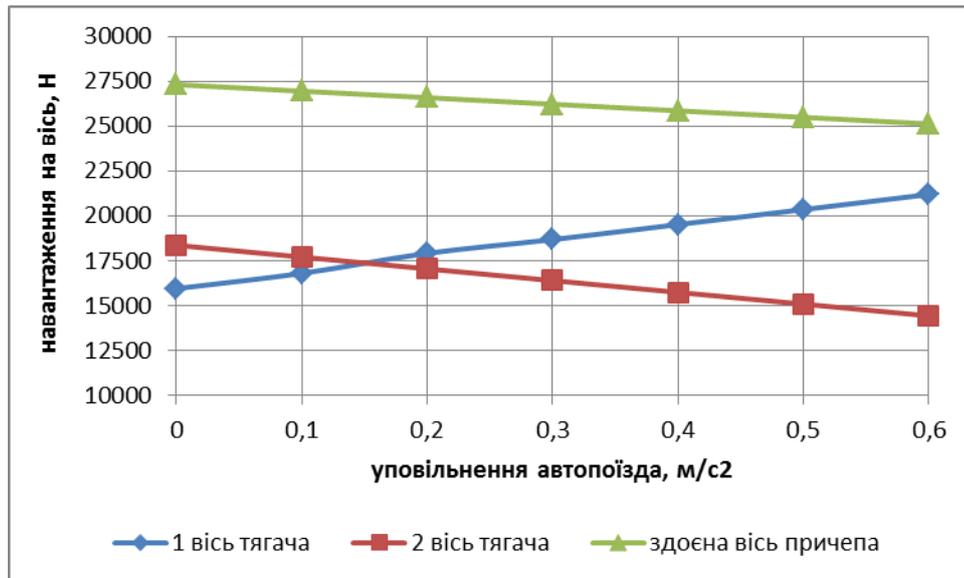


Рисунок 2 – Зміна нормальних реакцій опорної поверхні на осі автопоїзда в процесі гальмування

Оскільки максимальна гальмівна сила реалізується на колесі при доведенні його до межі блокування, то враховуючи рівняння (6) та (20), визначимо умови одночасного доведення коліс автопоїзда до межі блокування. Одночасне доведення до межі блокування коліс автомобіля-тягача відбудеться при виконанні таких умов:

$$R_{x1} = \beta_1 R_{xап} = \varphi R_{z1}, \quad (38)$$

$$R_{x2} = \beta_2 R_{xап} = \varphi R_{z2}. \quad (39)$$

Колеса напівпричепа перебуватимуть на межі блокування за умови:

$$R_{xnp} = \beta_{np} R_{xап} = \varphi R_{znp}. \quad (40)$$

Після підстановки рівняння (31) в (34), а (32) в (35), та після ряду перетворень отримаємо значення загальної гальмівної сили автопоїзда, що відповідатиме встановленим умовам

$$R_{\text{хал}} = \varphi G_{\tau} \frac{\frac{b}{L_{\tau}} - \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \frac{l_s}{L_{\tau}}}{\beta_1 \left( 1 - \varphi \frac{h_s - r_{d1}}{L_{\tau}} \right) - \varphi \left[ \frac{(h_{\tau} - h_s)/L_{\tau}}{1 + G_{\text{нп}}/G_{\tau}} + \beta_2 \frac{h_s - r_{d2}}{L_{\tau}} + \frac{l_s}{L_{\tau}} \left( \frac{(h_{\text{нп}} - h_s)/L_{\text{нп}}}{1 + G_{\tau}/G_{\text{нп}}} + \beta_{\text{нп}} \frac{h_s - r_{d\text{нп}}}{L_{\text{нп}}} \right) \right]}, \quad (41)$$

або

$$R_{\text{хал}} = \varphi G_{\tau} \frac{\frac{a}{L_{\tau}} + \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \left( 1 - \frac{l_s}{L_{\tau}} \right)}{\beta_2 \left( 1 + \varphi \frac{h_s - r_{d2}}{L_{\tau}} \right) + \varphi \left[ \frac{(h_{\tau} - h_s)/L_{\tau}}{1 + G_{\text{нп}}/G_{\tau}} + \beta_1 \frac{h_s - r_{d1}}{L_{\tau}} - \left( 1 - \frac{l_s}{L_{\tau}} \right) \left( \frac{(h_{\text{нп}} - h_s)/L_{\text{нп}}}{1 + G_{\tau}/G_{\text{нп}}} + \beta_{\text{нп}} \frac{h_s - r_{d\text{нп}}}{L_{\text{нп}}} \right) \right]}. \quad (42)$$

Отримані рівняння виражають умову доведення до межі блокування передніх (41) та задніх (42) коліс тягового автомобіля. Прирівнявши праві частини даних рівнянь, з'ясуємо значення коефіцієнта зчеплення  $\varphi_0$  коліс з дорогою, при якому відбувається одночасне доведення до межі блокування всіх коліс автомобіля-тягача

$$\varphi_0 = \frac{\beta_1 \left[ \frac{a}{L_{\tau}} + \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \left( 1 - \frac{l_s}{L_{\tau}} \right) \right] - \beta_2 \left( \frac{b}{L_{\tau}} - \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \frac{l_s}{L_{\tau}} \right)}{\left( 1 + \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \right) \left( \frac{(h_{\tau} - h_s)/L_{\tau}}{1 + G_{\text{нп}}/G_{\tau}} + \beta_1 \frac{h_s - r_{d1}}{L_{\tau}} + \beta_2 \frac{h_s - r_{d2}}{L_{\tau}} \right) - \frac{l_s + d}{L_{\tau}} \left( \frac{(h_{\text{нп}} - h_s)/L_{\text{нп}}}{1 + G_{\tau}/G_{\text{нп}}} + \beta_{\text{нп}} \frac{h_s - r_{d\text{нп}}}{L_{\text{нп}}} \right)} = 0,061 \quad (43)$$

При  $\varphi < \varphi_0$  першими до межі блокування будуть доведені передні колеса тягача, а при  $\varphi > \varphi_0$  – задні колеса. Аналізуючи рівняння (43), можна зробити висновок, що його чисельник практично дорівнює нулю, а тому:

$$\beta_1 \left[ \frac{a}{L_{\tau}} + \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \left( 1 - \frac{l_s}{L_{\tau}} \right) \right] = \beta_2 \left( \frac{b}{L_{\tau}} - \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \frac{l_s}{L_{\tau}} \right). \quad (44)$$

Тоді

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\left( \frac{b}{L_{\tau}} - \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \frac{l_s}{L_{\tau}} \right)}{\left[ \frac{a}{L_{\tau}} + \frac{G_{\text{нп}}}{G_{\tau}} \frac{d}{L_{\text{нп}}} \left( 1 - \frac{l_s}{L_{\tau}} \right) \right]} = 0,843 \quad (45)$$

Підставимо рівняння (25) в (36). Після перетворень отримаємо величину гальмівної сили причепа, при якій його колеса перебуватимуть на межі блокування

$$R_{\text{хл}} = \varphi G_{\text{ан}} \frac{\frac{d}{L_{\text{нп}}}}{\beta_{\text{нп}} \left( 1 - \varphi \frac{h_s - r_{d\text{нп}}}{L_{\text{нп}}} \right) - \varphi \frac{h_{\text{нп}} - h_s}{L_{\text{нп}} (1 + G_{\tau}/G_{\text{нп}})}} = 14347,1 \text{ Н} \quad (46)$$

Виходячи з величини загальної гальмівної сили автопоїзда, яка визначається рівняннями (32) або (33), та враховуючи, що  $\varphi = \varphi_0$ , коефіцієнт розподілу загальної гальмівної сили на колеса причепа, який забезпечить одночасне доведення всіх коліс автопоїзда до межі блокування, визначимо  $\beta_{пр}$  – коефіцієнт розподілу загальної гальмівної сили автопоїзда на осі причепа. Отримаємо:

$$\beta_{пр} = \varphi_0 \frac{\frac{G_{пр}}{R_{х\text{ап}}} \frac{d}{L_{пр}} + \frac{h_{пр} - h_s}{L_{пр} (1 + G_t / G_{пр})}}{1 - \varphi_0 \frac{h_s - r_{dпр}}{L_{пр}}} = 0,431 \quad (47)$$

На рис.3 наведено графік розподілу загальної гальмівної сили автопоїзда на осі причепа, з якого слідує, що зменшення маси причепа призводить до зменшення долі причепа у загальній гальмівній силі автопоїзда. При цьому слід враховувати, що для забезпечення ефективності гальмування автопоїзда необхідно узгоджувати не тільки масові параметри тягового автомобіля і причепа, а і параметри їх гальмівних систем.

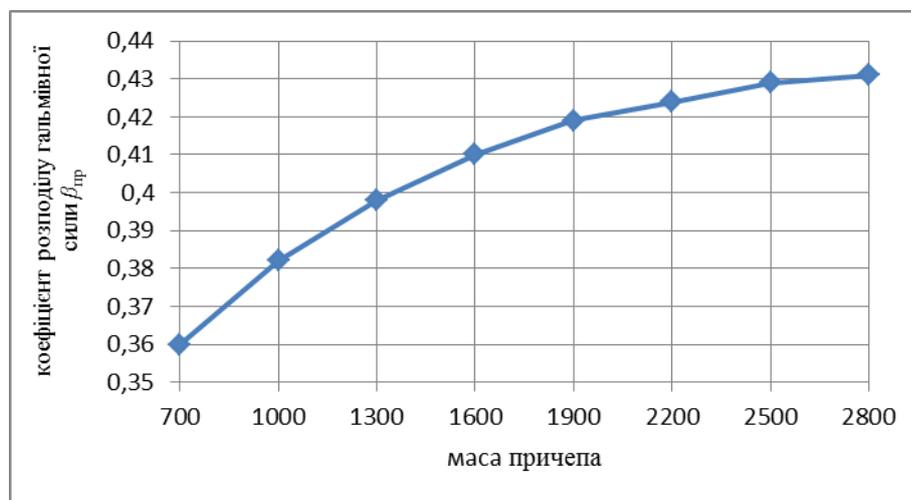


Рисунок 3 – Графік розподілу загальної гальмівної сили автопоїзда на осі причепа

## ВИСНОВКИ

1. Встановлено, що за постійного розподілу сумарної гальмівної сили по осях автопоїзда до початку блокування коліс не забезпечується необхідна ефективність його гальмування. Розподіл гальмівних сил по осях транспортного засобу необхідно здійснювати відштовхуючись від діючих нормальних навантажень.

2. Показано, що гальмівна сила на осях причепа призводить до більш інтенсивної зміни реакцій на колесах задньої осі автомобіля, чим на передній. Це призводить до зменшення коефіцієнта зчеплення, за якого настає блокування коліс задньої осі.

3. Визначені умови одночасного доведення коліс автопоїзда до межі блокування. При цьому встановлено, що зменшення маси причепа призводить до зменшення долі причепа у загальній гальмівній силі автопоїзда, тобто для забезпечення ефективності гальмування автопоїзда необхідно узгоджувати не тільки масові параметри тягового автомобіля і причепа, а і параметри їх гальмівних систем.

Розроблена математична модель автопоїзда в процесі гальмування може бути використана у подальшому для аналізу конструктивних і експлуатаційних факторів на стійкість автопоїзда у гальмівному режимі, а також для обґрунтування співвідношення маси автомобіля і причепа для забезпечення ефективності гальмування автопоїзда за відсутності антиблокувальної системи на осях причіпної ланки.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Сахно В. П., Онищук В. П., Стельмашук С. В. Вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на стійкість руху автомобіля з причепом категорії O2 у гальмівному режимі//Науково-виробничий журнал “Автошляховик України” № 2 (279) 2024. С.74-85.
2. Сахно В.П. До питання щодо гальмування шарнірно-зчленованих автобусів /В.П.Сахно, В.М.Поляков, Д.М.Ященко, Д.М.Попелиш //Автошляховик України. – 2021, №2, С.10-17.
3. Подригало М. А. Вплив бортової нерівномірності гальмівних сил на відхилення автомобіля / М. А. Подригало, А. І. Коробко // Автомобильный транспорт. Сборник научных трудов. – Харків : ХНАДУ, 2009. – № 24. – С. 33-36.
4. Поляков В. М. Теоретичне дослідження впливу осевої нерівномірності гальмівних сил на стійкість автопоїзда / В. М. Поляков, Д. Ю. Приходченко, Д. А. Абрамов // Вісник СХУ імені Володимира Даля. – Луганськ : ВНТУ, 2007. – № 6 (112). – С. 59-62.
5. Прогній П. Б. До аналізу процесу гальмування сидельного автопоїзда без блокування коліс / П. Б. Прогній // Управління проектами, системний аналіз і логістика: Науковий журнал. – Вип. 13. – К. : НТУ, 2014. – С. 138-146.
6. Олександров Е. Е., Волков В. П., Волонцевич Д. О. та ін.; за ред. Д. О. Волонцевича. Підвищення стійкості та керованості колісних машин в гальмівних режимах : монографія. – Харків : НТУ «ХП», 2007. – 320 с.
7. Маневренность и тормозные свойства колесных машин / [М. А. Подригало, В. П. Волков, В. И. Кирчатый, А.А. Бобошко]; Под. ред. М. А. Подригало.– Харьков : Изд-во ХНАДУ, 2003 – 403 с.
8. Сахно В.П. Визначення параметрів стійкості автопоїзда з причепом категорії O2 /В.П.Сахно, В.В.Стельмашук, Р.В.Пазін// Systemy i srodki transportu samochodowego. Wybrane zagadnienia. – Monografia nr 15, Seria: Transport. – Rzeszow, 2018 – С. 93–102.
9. Сахно В.П., Поляков В.М., Стельмашук В.В., Попелиш Д.М. До визначення стійкості руху триланкового причіпного автопоїзда у гальмівному режимі. Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті. Науковий журнал. – Луцьк: ЛНТУ, 2022.–№1(18).С.143-154. ISSN 2313-5425.
10. Сахно В.П., Мурований І.С., Онищук В.П., Стельмашук С.В., Вінцюк М.Я. До визначення стійкості руху автомобіля з причепом категорії O2 у гальмівному режимі //Сучасні технології в машинобудуванні і на транспорті, 2024. – С.296 – 306.
11. Файчук М. І. Огляд вимог нормативних документів відносно гальмівних властивостей автопоїздів / М. І. Файчук, В. М. Поляков, А. В. Горпинюк., О. М. Тімков // Вісник НТУ. – 2009. – № 18. – С. 45–50.
12. Кравчук П. М. Нормування гальмівних властивостей колісних транспортних засобів в Україні / П. М. Кравчук, Р. Ю. Нілов, Ю. В. Бабін // Науково-виробничий журнал Автомобільний транспорт: У реаліях міжнародного права. – 2014. – № 2(238). – С. 8-10.
13. Кузнецов Р. М. Покращання показників стійкості триланкових автопоїздів у граничних режимах руху : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.02 / Р. М. Кузнецов. – К., 2007. – 176 с.
14. Кузнецов Р. М. До питання стійкості сидельно-причіпного автопоїзда у гальмівному режимі / Р. М. Кузнецов, Р. Л. Данилюк // Наукові нотатки: міжвуз. зб.. Луц. нац. техн. ун-т.. – Луцьк : Вид-во ЛНТУ, 2011. – Вип. 32. – С. 197-199.
15. Кузнецов Р. М. Вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на стійкість руху триланкового причіпного автопоїзда / Р. М. Кузнецов, В. В. Лотиш, І. С. Мурований, В. П. Онищук // Вісник Східноукраїнського національного університету імені В.Даля. – 2008. – № 7 (125). – С. 84-87.
16. Сахно В.П., Поляков В.М., Стельмашук В.В., Попелиш Д.М. До визначення стійкості руху триланкового причіпного автопоїзда у гальмівному режимі. Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті. Науковий журнал. – Луцьк: ЛНТУ, 2022.–№1(18).С.143-154. ISSN 2313-5425
17. Сахно В.П. До питання щодо гальмування шарнірно-зчленованих автобусів /В.П.Сахно, В.М.Поляков, Д.М.Ященко, Д.М.Попелиш //Автошляховик України. – 2021, №2, С.10-17.
18. Marchuk, R., Sakhno, V., Chovcha, I., Marchuk, N., Marchuk, M. To determine stability of the road train with O1-category trailer // Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport. 2023, 119, 159-170. ISSN: 0209-3324. DOI: <https://doi.org/10.20858/sjsutst.2023.119.9>. (Web of Science, Scopus, Q4).
19. STABILITY OF THE TWO-LINK METROBUS / Volodymyr Sakhno, Viktor Polyakov, Igor Murovany, Svitlana Sharai, Oleg Lyashuk, Uliana Plekan, Oleg Tson, Mariana Sokol // Communications. 2/2023, Volume 25. Available online: <https://doi.org/10.26552/com.C.2023.023/B77-85>

## REFERENCES

1. Sakhno, V. P., Onyshchuk, V. P., & Stelmashchuk, S. V. (2024). Influence of design and operational factors on the stability of motion of a vehicle with an O2-category trailer in braking mode. *Avtoshlyakhovyk Ukrainy*, 2(279), 74–85.
2. Sakhno, V. P., Polyakov, V. M., Yashchenko, D. M., & Popelysh, D. M. (2021). On the issue of braking of articulated buses. *Avtoshlyakhovyk Ukrainy*, (2), 10–17.
3. Podrigalo, M. A., & Korobko, A. I. (2009). Influence of uneven distribution of braking forces on vehicle deviation. *Automobile Transport: Collection of Scientific Papers*, 24, 33–36. Kharkiv: KhNAHU.
4. Polyakov, V. M., Prykhodchenko, D. Yu., & Abramov, D. A. (2007). Theoretical study of the influence of axial non-uniformity of braking forces on the stability of a road train. *Bulletin of Volodymyr Dahl East Ukrainian National University*, 6(112), 59–62. Luhansk: VNTU.
5. Prohni, P. B. (2014). Analysis of the braking process of a saddle-type road train without wheel locking. *Project Management, System Analysis and Logistics: Scientific Journal*, 13, 138–146. Kyiv: NTU.
6. Oleksandrov, E. E., Volkov, V. P., Volontsevych, D. O., et al. (2007). *Improving stability and controllability of wheeled vehicles in braking modes* (D. O. Volontsevych, Ed.). Kharkiv: NTU “KhPI”.
7. Podrigalo, M. A., Volkov, V. P., Kirchatyi, V. I., & Boboshko, A. A. (2003). *Maneuverability and braking properties of wheeled vehicles* (M. A. Podrigalo, Ed.). Kharkiv: KhNAHU Publishing.
8. Sakhno, V. P., Stelmashchuk, V. V., & Pazin, R. V. (2018). Determination of stability parameters of a road train with an O2-category trailer. In *Systemy i środki transportu samochodowego. Wybrane zagadnienia* (Monograph No. 15, Series: Transport, pp. 93–102). Rzeszów: Politechnika Rzeszowska.
9. Sakhno, V. P., Polyakov, V. M., Stelmashchuk, V. V., & Popelysh, D. M. (2022). Determination of the stability of motion of a three-link articulated road train in braking mode. *Modern Technologies in Mechanical Engineering and Transport*, 1(18), 143–154. Lutsk: LNTU. ISSN 2313-5425.
10. Sakhno, V. P., Murovanyi, I. S., Onyshchuk, V. P., Stelmashchuk, S. V., & Vintsiuk, M. Ya. (2024). Determining the stability of a vehicle with an O2-category trailer in braking mode. *Modern Technologies in Mechanical Engineering and Transport*, 296–306. Lutsk: LNTU.
11. Faichuk, M. I., Polyakov, V. M., Horpyniuk, A. V., & Timkov, O. M. (2009). Review of normative requirements concerning braking properties of road trains. *Bulletin of NTU*, 18, 45–50.
12. Kravchuk, P. M., Nilov, R. Yu., & Babyn, Yu. V. (2014). Standardization of braking properties of wheeled vehicles in Ukraine. *Automobile Transport: In the Realities of International Law*, 2(238), 8–10.
13. Kuznetsov, R. M. (2007). *Improving stability indicators of three-link road trains in extreme driving modes* (PhD dissertation). Kyiv: National Transport University.
14. Kuznetsov, R. M., & Danyliuk, R. L. (2011). On the stability of saddle-type articulated road trains in braking mode. *Scientific Notes of Lutsk National Technical University*, 32, 197–199.
15. Kuznetsov, R. M., Lotysh, V. V., Murovanyi, I. S., & Onyshchuk, V. P. (2008). Influence of design and operational factors on the stability of motion of a three-link articulated road train. *Bulletin of Volodymyr Dahl East Ukrainian National University*, 7(125), 84–87.
16. Sakhno, V. P., Polyakov, V. M., Stelmashchuk, V. V., & Popelysh, D. M. (2022). Determination of the stability of motion of a three-link articulated road train in braking mode. *Modern Technologies in Mechanical Engineering and Transport*, 1(18), 143–154. Lutsk: LNTU. ISSN 2313-5425.
17. Sakhno, V. P., Polyakov, V. M., Yashchenko, D. M., & Popelysh, D. M. (2021). On the issue of braking of articulated buses. *Avtoshlyakhovyk Ukrainy*, (2), 10–17.
18. Marchuk, R., Sakhno, V., Chovcha, I., Marchuk, N., & Marchuk, M. (2023). To determine stability of the road train with an O1-category trailer. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 119, 159–170. <https://doi.org/10.20858/sjsutst.2023.119.9>
19. Sakhno, V., Polyakov, V., Murovanyi, I., Sharai, S., Lyashuk, O., Plekan, U., Tson, O., & Sokol, M. (2023). Stability of the two-link Metrobus. *Communications*, 25(2), B77–B85. <https://doi.org/10.26552/com.C.2023.023/B77-85>

**Sakhno V. P., Onyshchuk V. P., Bosenko V. M., Stelmashchuk S. V. Analysis of the Braking Process of a Vehicle with an O2-Category Trailer.**

The paper considers the emergency braking of a vehicle combination consisting of a towing vehicle and an O2-category trailer with regard to directional stability. It is shown that the widely used constant distribution of the total braking force between the axles of the road train does not ensure braking efficiency and may cause premature wheel lock on individual axles. The object is the vehicle–trailer road train in

braking mode; the aim is to develop a planar mathematical model for determining normal reactions on the wheels, forces in the coupling and the conditions for simultaneous approach of all wheels to the lock limit.

The model is based on equilibrium equations of forces and moments for the towing vehicle and the trailer, taking into account braking-force distribution coefficients, coordinates of centers of mass, dynamic tyre radii and the height of the coupling point. Analytical expressions are derived for normal reactions on all axles and for vertical and horizontal reactions in the coupling, which makes it possible to evaluate redistribution of axle loads during deceleration.

It has been established that the braking force acting on the trailer axles causes a more intensive change of reactions on the wheels of the rear axle of the towing vehicle than on the front axle, which reduces the adhesion coefficient at which the rear wheels lock. Conditions for simultaneous attainment of the lock limit by all wheels of the combination have been obtained, as well as the optimum share of the total braking force that should be assigned to the trailer axles. The proposed model can be used when choosing mass and braking-system parameters of vehicles with O2-category trailers to ensure stable and efficient braking without anti-lock systems.

**Keywords:** vehicle combination; towing vehicle; O2-category trailer; emergency braking; distribution of braking forces; normal reactions; coupling device; adhesion coefficient; wheel lock; mathematical model.

*САХНО Володимир Прохорович*, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автомобілів, Національний транспортний університет, Київ, Україна, e-mail: svp\_40@ukr.net, ORCID: <https://orcid.org/0002-5144-7131>

*ОНИЦЬУК Василь Петрович*, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри автомобілів і транспортних технологій, Луцький національний технічний університет, Луцьк, Україна, e-mail: [Vasyl.Onyshchuk@lutsk-ntu.com.ua](mailto:Vasyl.Onyshchuk@lutsk-ntu.com.ua), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8646-6263>

*БОСЕНКО Володимир Миколайович*, кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобілів, Національний транспортний університет, Київ, Україна, e-mail: bosia4ok@ukr.net, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9654-949X>

*СТЕЛЬМАЩУК Станіслав Валерійович*, аспірант кафедри автомобілів і транспортних технологій, Луцький національний технічний університет, Луцьк, Україна, e-mail: stanislav0077@ukr.net, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6981-1040>

*Volodymyr SAKHNO*, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Automobiles, National Transport University, Kyiv, Ukraine; e-mail: svp\_40@ukr.net; ORCID: <https://orcid.org/0002-5144-7131>

*Vasyl ONYSHCHUK*, PhD in Engineering, Associate Professor, Head of the Department of Automobiles and Transport Technologies, Lutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine; e-mail: [Vasyl.Onyshchuk@lutsk-ntu.com.ua](mailto:Vasyl.Onyshchuk@lutsk-ntu.com.ua); ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8646-6263>

*Volodymyr BOSENKO*, PhD in Engineering, Associate Professor of the Department of Automobiles, National Transport University, Kyiv, Ukraine; e-mail: bosia4ok@ukr.net; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9654-949X>

*Stanislav STELMASHCHUK*, PhD student, Department of Automobiles and Transport Technologies, Lutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine; e-mail: stanislav0077@ukr.net; ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6981-1040>

Дата надходження статті до видання: 12.09.2025

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 30.09.2025

DOI 10.36910/automash.v2i25.1934