

Сахно<sup>1</sup> В.П., Мурований<sup>2</sup> І.С., Паламарчук<sup>1</sup> О.В., Хорошун<sup>1</sup> Р.В.<sup>1</sup> Національний транспортний університет<sup>2</sup> Луцький національний технічний університет**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТРИЛАНКОВИХ АВТОПОЇЗДІВ РІЗНИХ КОМПОНУВАЛЬНИХ СХЕМ ЗА СТІЙКІСТЮ ПРЯМОЛІНІЙНОГО РУХУ**

На сьогодні в країнах ЄС експлуатуються триланкові автопоїзди різноманітних компоновальних схем, зокрема сидельно причіпні, причіпні на підкатному візку та типу B-Dauble. Загальна маса таких автопоїздів однакова і знаходиться на рівні 60 т, а довжина – до 26 м. Це пов'язано з рядом переваг триланкових автопоїздів у порівнянні з дволанковими. Проте можливість використання таких автопоїздів повинна бути підтверджена не тільки транспортним законодавством, а і вирішенням певних технічних проблем, спрямованих на забезпечення перш за все безпеки їх руху при достатньо високій продуктивності. Безпека використання таких автопоїздів, в першу чергу, пов'язана зі стійкістю їх руху. Порівняльна оцінка таких автопоїздів за стійкістю руху може бути підґрунтям для вибору кращої компоновальної схеми серед триланкових автопоїздів при впровадженні їх в практику експлуатації в Україні.

Обґрунтованим є вибір компоновальної схеми триланкового автопоїзда типу „B-Double”, так як зміною масових і геометричних параметрів у системі рівнянь, що описує стаціонарний рух саме цього автопоїзда, усі інші компоновальні схеми можна привести до обраної. Результати аналізу стаціонарного руху показали, що триланковий автопоїзд "B-DUBLE" має вищу критичну швидкість прямолінійного руху та меншу схильність до коливальної нестійкості порівняно з причіпним автопоїздом на підкатному візку та сидельно-причіпним автопоїздом. Однак стабільність триланкових автопоїздів "B-Double" значною мірою залежить від їх масово-геометричних характеристик, таких як положення центру мас, радіуси інерції та взаємне розташування точок зчепки між частинами автопоїзда. Ці фактори важливо враховувати при проектуванні та експлуатації таких автопоїздів.

**Ключові слова:** триланковий автопоїзд, компоновальна схема, рівняння руху, критична швидкість, швидкість появи коливальної нестійкості

**ВСТУП**

На сьогодні в країнах ЄС експлуатуються триланкові автопоїзди різноманітних компоновальних схем, зокрема сидельно причіпні, причіпні на підкатному візку та типу B-Dauble. Загальна маса таких автопоїздів однакова і знаходиться на рівні 60 т, а довжина – до 26 м.

Багато країн і автомобільних виробників по всьому світу проявляють інтерес до триланкових автопоїздів через їх численні переваги порівняно з дволанковими [1]. Серед цих переваг: ефективніша вагова характеристика на одиницю вантажопідйомності; вигідніше серійне виробництво причепів і напівпричепів з точки зору вартості; збільшена питома площа кузова, що поліпшує умови експлуатації; економія на будівництві складських приміщень, оскільки причепам не потрібно критого простору; гнучкість у плануванні перевезень відповідно до потреб; а також зменшення витрат на обслуговування та ремонт у пропорційних одиницях вантажопідйомності.

Можна бути впевненим, що у недалекому майбутньому рух автопоїздів підвищеної вантажопідйомності (у тому числі триланкових) на автошляхах Європи та України стане звичайним явищем. Але, можливість використання таких автопоїздів повинна бути підтверджена не тільки транспортним законодавством, а і вирішенням певних технічних проблем, спрямованих на забезпечення перш за все безпеки їх руху при достатньо високій продуктивності. Законодавчі обмеження довжини автомобілів і двохланкових автопоїздів, що діють в країнах ЄС, зводяться, в основному, до нормування радіусів повороту і ширини коридора, що займає АТЗ при здійсненні маневру. Проте безпека використання таких автопоїздів, в першу чергу, пов'язана зі стійкістю їх руху. У роботах [2-9] розглянуті окремі питання стійкості триланкових сидельно-причіпних, причіпних на підкатному візку автопоїздів і автопоїзда типу B-DOUBLE, проте у цих роботах відсутня порівняльна оцінка таких автопоїздів за стійкістю руху. Така оцінка може бути підґрунтям для вибору кращої компоновальної схеми серед триланкових автопоїздів при впровадженні їх в практику експлуатації в Україні.

**АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ.**

Безпека руху транспортних засобів значною мірою залежить від їх динамічних характеристик, а також від їх стабільності та керованості. На сьогоднішній день вже існує достатньо досліджень з питань стійкості вантажних автопоїздів. Зокрема, у деяких роботах [10, 11] був проведений

узагальнений аналіз маневреності та стабільності комбінованих транспортних засобів, наприклад, тягачів, що працюють з одним чи двома напівпричепами, а також вантажівок із повнорозмірними причепами. Такі комбінації автомобілів розглянуто як лінійні динамічні системи з двома рівнями свободи для кожної одиниці. Рівняння руху було розроблено з урахуванням гальмування та прискорення, а також було отримано характерне рівняння для руху зі сталою швидкістю. У дослідженні [12] були створені тривимірні моделі динаміки автомобіля та причепа, на основі яких була побудована модель динаміки автопоїзда. Використовуючи теорію апроксимації першого порядку і теорію біфуркації Хопфа, була досліджена стійкість лінійних та нелінійних характеристик окремих елементів та автопоїзда при прямолінійному русі. Результати показали, що критичні швидкості для обох моделей майже однакові. В іншому дослідженні [13] рівняння динаміки автомобіля з 6 ступенями свободи у вертикальній та горизонтальній площинах були перетворені на матричний вигляд. Було встановлено, що розроблена методика може використовуватися для оцінки стійкості автопоїздів. У дослідженні [14] було представлено багатоваріантне розширення методу D2-IBC (Data Driven - Inversion Based Control) і розглянуто його потенціал у контролі стабільності автопоїздів. У дослідженні [15] було розроблено модель автопоїзда з 31 ступенем свободи за допомогою програмного пакету AutoSim. Вказано на можливість збільшення стабільності автопоїзда за допомогою інертера, що вважається корисним інструментом для збільшення стабільності та ефективності багатоланкових автопоїздів. Проте, практика показує, що проблема аналізу поведінки систем у нестійких режимах залишається актуальною. У дослідженні [16] представлено аналіз стабільності лінеаризованої моделі двосекційного автомобіля, де секції з'єднані унікальним шарніром. Рівняння динаміки розроблено в аналітичному вигляді, що дозволяє розглядати нелінійні аспекти (нелінійні в'язкопружні характеристичні функції з'єднання). Встановлюються ключові параметри, які впливають на початок нестабільності руху, а також значущість еквівалентного коефіцієнта гасіння обертання та жорсткості на кручення, які описують з'єднання, із метою визначення критеріїв для його проектування. У дослідженні [17] доведено, що вантажівки з великою кількістю причепів (МТАНВ) можуть виявляти нестабільність при високих швидкостях, що призводить до складання, коливальних причепа та перекидань. Такі нестабільні режими можуть стати причиною аварій. З іншої сторони, ці транспортні засоби показують відносно слабку маневреність при низьких швидкостях, що підкреслює необхідність знаходити оптимальний баланс між маневреністю та стабільністю на різних швидкостях.

### ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є порівняльний аналіз триланкових автопоїздів різних компоновальних схем за стійкістю прямолінійного руху

Для досягнення мети роботи сформульовані **наступні задачі**:

- вибір і обґрунтування компоновальної схеми, за допомогою якої можна було б визначити оціночні показники стійкості руху усіх автопоїздів, що розглядаються;
- порівняльна оцінка автопоїздів різних компоновальних схем за стійкістю прямолінійного руху і швидкістю появи коливальної нестійкості;
- дослідження впливу конструктивних параметрів автопоїзда на стійкість руху.

### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У більшості випадків різниця в конструкціях триланкових автопоїздів обумовлена особливостями конструкції причіпних ланок, адже дизайн автомобілів-тягачів зазвичай не змінюється. У роботі [1] показано, що усі компоновальні схеми триланкових автопоїздів можна привести до сидельно-причіпної схеми, рис. 1.

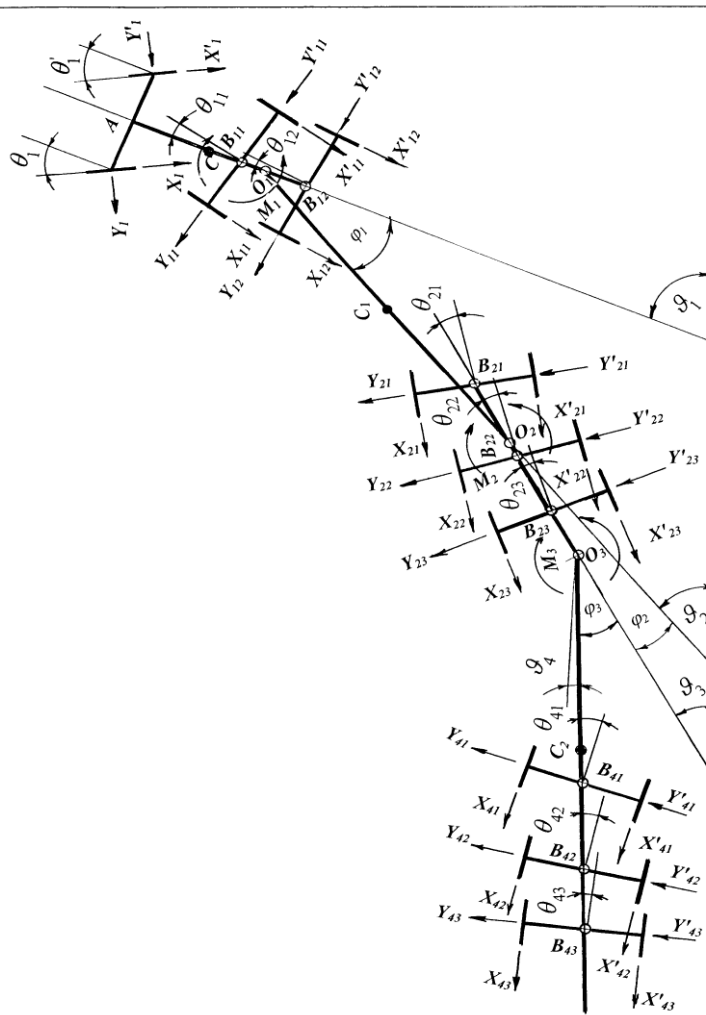


Рисунок 1 - Розрахункова схема триланкового автопоїзда на неусталеному повороті

Цей автопоїзд включає в себе дві модульні ланки, кожна з яких містить кінематично незалежні частини - платформу та візок. При модульному дизайні автопоїзда кожен напівпричеп або причеп опирається на власний візок, між якими забезпечено шарнірне з'єднання. Колеса або осі напівпричепи та причепа є керованими. У ведучій ланки (автомобіля-тягача) передня вісь має керовані колеса, кути повороту яких  $\theta_1$  і  $\theta_1'$ , причому  $\theta_1 > \theta_1'$ . Дві задні осі тягача можуть бути як поворотні, що показано на рис. 1, так і неповоротні, і розташовані позаду центра мас тягача. Візки напівпричепи і причепа тривісні (загальний випадок), причому всі осі можуть бути як керованими, так і некерованими [1]. Кути повороту цих осей позначені через  $\theta_{2j}$  - для першої модульної ланки (напівпричепи) і  $\theta_{4\rho}$  - для другої ланки (причепи), причому  $j = 1..3; \rho = 1..3$ .

Введемо наступні позначення:

$\Sigma=Oxy$  – плоска інерціальна система декартових координат;  $C_{(x,y)\Sigma}$ ,  $m$ ,  $I$  – центр мас, маса і центральний момент інерції тягача щодо вертикальної осі;

$C_{(x_k y_k)\Sigma}$ ,  $m_k$ ,  $I_k$  – те ж саме для кінематично незалежних ланок автопоїзда ( $k=1..4$ );

$\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3, \mathcal{G}_4$  – курсові кути ланок автопоїзда;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – кути складання кінематично незалежних ланок автопоїзда;

$v, u$  – поздовжня і бокова проекції швидкості точки  $C$ , тобто проекції швидкості точки  $C$  на осі рухомої системи координат, безпосередньо пов'язаної з автомобілем-тягачем;

$M_k=f(\varphi_k, \dot{\varphi}_k)$  – моменти опору повороту ланок автопоїзда;

$X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij}$  – поздовжні, бокові і вертикальні реакції опорної поверхні на колеса автопоїзда.

Геометричні параметри автопоїзда:

$a=CA, b_{1i}=CB_{1i} (i=1,2), c=CO_1; d_1=O_1C_1, c_1=C_1O_2, l_1=d_1+c_1, c_2=C_1O_3, l_2=d_1+c_2; d_2=O_3C_2, b_{2j}=C_2B_{2j} (j=1...3), l_2=b_{21}+b_{23}.$

Під час формулювання диференціальних рівнянь руху триланкового автопоїзда необхідно знайти баланс між двома аспектами: з одного боку, математична модель руху автопоїзда в плоскій проекції має якнайбільш відображати реалії справжнього автопоїзда; з іншого боку, модель не має бути занадто складною, щоб не ускладнювати аналіз її поведінки.

Допустимо наступне:

- елементи модульного автопоїзда вважаються повністю жорсткими тілами;
- вантаж на ланках розміщений таким чином, що центри мас, а також з'єднувальні пристрої, знаходяться у площині симетрії ланок;
- основна траєкторія руху визначається траєкторією центра маси тягача;
- автопоїзд переміщується по гладкій горизонтальній ділянці;
- взаємодія коліс з підставою відображається через реакції від поверхні, що залежать від кутових відхилень;

-поворотними є тільки передні колеса тягача, кути повороту яких рівні між собою,  $\theta_1 = \theta_1' = \theta$ ;

- гіроскопічні моменти і моменти від неурівноважених обертових мас не враховуються;

- моменти опору в шарнірних з'єднаннях визначаються як [18]

$$M_{oi} = \frac{2}{3} Z_{oi} \times \mu \frac{R_i^2 - r_i^2}{R_i^2 + r_i^2}, \quad (1)$$

де  $Z_{oi}$  – вертикальне навантаження на опорно-зчипний пристрій (ОЗП);

$\mu$  - коефіцієнт тертя ( $\mu=0,15...0,20$ );

$R_i, r_i$  – зовнішній і внутрішній радіуси поворотних кіл ОЗП;

На автопоїзд діють наступні сили: сили опору коченню  $X_{ij}$ , сили опору бічному відведенню шин  $Y_{ij}$ , вертикальні реакції опорної поверхні  $Z_{ij}$ , сили інерції  $P_i$ , моменти опору повороту окремих ланок автопоїзда  $M_i$ .

Бічні сили на колесах осей автопоїзда визначені як [10]

$$Y = \frac{k\delta}{\sqrt{1+x^2\delta^2}}; \quad x = \frac{k}{\varphi z}, \quad (2)$$

де  $k$  - коефіцієнт опору відведення;  $\delta$  -кут відведення;  $\varphi$  -коефіцієнт поперечного ковзання;  $z$  - вертикальне навантаження на колесо

У свою чергу, кути відведення визначені як

$$\delta_1 = \theta_1 - \arctg \frac{U + \omega(a - \varepsilon \sin \theta_1) - \dot{\theta}_1 \varepsilon \sin \theta_1}{V - \omega(H + \varepsilon \cos \theta_1) - \dot{\theta}_1 \varepsilon \cos \theta_1}, \quad \delta_1' = \theta_1' - \arctg \frac{U + \omega(a - \varepsilon \sin \theta_1') - \dot{\theta}_1' \varepsilon \sin \theta_1'}{V - \omega(H + \varepsilon \cos \theta_1') - \dot{\theta}_1' \varepsilon \cos \theta_1'}$$

Для задніх осей тягача з неповоротними колесами:

$$\delta_{1i} = \arctg \frac{-U + b_i \omega}{V - \omega H}, \quad \delta_{1i}' = \arctg \frac{-U + b_i \omega}{V + \omega H} \quad (i=1,2) \quad (3)$$

Для ведених ланок кути відведення склали:

$$\delta_{2j} = -\theta_{2j} - \arctg \frac{(U_2 - \omega_2 b_{2j}) + H(\omega_2 - \dot{\theta}_{2j}) \sin \theta_{2j}}{V_2 - H(\omega_2 - \dot{\theta}_{2j}) \cos \theta_{2j}}, \quad \delta_{2j}' = -\theta_{2j}' - \arctg \frac{(U_2 - \omega_2 b_{2j}') - H(\omega_2 - \dot{\theta}_{2j}') \sin \theta_{2j}'}{V_2 + H(\omega_2 - \dot{\theta}_{2j}') \cos \theta_{2j}'},$$

$$\delta_{4\rho} = -\theta_{4\rho} - \arctg \frac{(U_4 - \omega_4 b_{4\rho}) + H(\omega_4 - \dot{\theta}_{4\rho}) \sin \theta_{4\rho}}{V_4 - H(\omega_4 - \dot{\theta}_{4\rho}) \cos \theta_{4\rho}}, \quad \delta_{4\rho}' = -\theta_{4\rho}' - \arctg \frac{(U_4 - \omega_4 b_{4\rho}') - H(\omega_4 - \dot{\theta}_{4\rho}') \sin \theta_{4\rho}'}{V_4 + H(\omega_4 - \dot{\theta}_{4\rho}') \cos \theta_{4\rho}'} \quad (4)$$

У роботі [11] диференціальні рівняння триланкового автопоїзда у на коловій траєкторії досить великого радіуса за умови, що  $V=\text{const}$  записані у вигляді

$$\left\{ \begin{aligned} (m + m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\omega V &= Y_1 + \sum_{i=1}^2 Y_{1i} + \sum_{j=1}^3 Y_{2j} + \sum_{\rho=1}^3 Y_{4\rho}; \\ -c(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\omega V &= aY_1 - b_{1i} \sum_{i=1}^2 Y_{1i} - c(\sum_{j=1}^3 Y_{2j} + \sum_{\rho=1}^3 Y_{4\rho}) + M_1; \\ [m_1 d_1 + m_2 l_1 + (m_3 + m_4)l_2] &= l_1 \sum_{i=1}^2 Y_{2j} + l_2 \sum_{\rho=1}^3 Y_{4\rho} + M_1 - M_2 - M_3; \\ m_2 d_2 \omega V &= \sum_{j=1}^3 Y_{2j} (d_2 + b_{2j}) + M_2; \\ (m_3 d_3 + m_4 l_3) \omega V &= l_3 \sum_{\rho=1}^3 Y_{4\rho} + M_3 - M_4; \\ m_4 d_4 \omega V &= \sum_{\rho=1}^3 Y_{4\rho} (d_4 + b_{4\rho}) + M_4 \end{aligned} \right. \quad (5)$$

де  $M_1 = \sum_i k_{1i} a_i$ ,  $M_2 = \sum_j k_{2j} b_j$ ,  $M_3 = \sum_i k_{3\rho} b_{1\rho}$ ,  $M_4 = \sum_i k_{4s} b_{2s}$ ,  $G_2 = \sum_i k_{1i} a_i \theta_i$ ,  $G_3 = \sum_j k_{3\rho} b_{1\rho} \theta_{1\rho}$

$G_4 = \sum_i k_{4s} b_{2s} \theta_{2s}$ ,  $\mu_1 = \sum_i k_{1i} a_i^2$ ,  $\mu_2 = \sum_i k_{2j} b_j^2$ ,  $\mu_3 = \sum_i k_{3\rho} b_{1\rho}^2$ ,  $\mu_4 = \sum_i k_{4s} b_{2s}^2$ .

$k_1 = \sum_{i=1}^{n1} k_{1i}$ ,  $k_2 = \sum_{j=1}^{n2} k_{2j}$ ,  $k_3 = \sum_{\rho=1}^{n3} k_{3\rho}$ ,  $k_4 = \sum_{s=1}^{n4} k_{4s}$ ,  $\theta_1 = \sum_i k_{1i} \theta_i$ ,  $\theta_3 = \sum_{\rho} k_{3\rho} \theta_{1\rho}$ ,  $\theta_4 = \sum_s k_{4s} \theta_{2s}$  (6)

Як слідує із системи (5), проаналізувати залежності величин  $U$ ,  $\omega$ ,  $\varphi_i$  від конструктивних параметрів автопоїзда неможливо із-за складності розкриття визначника і громіздкості самих виразів. Задача обчислення визначників системи (5) потребує залучення числових методів, зокрема тих, що надає програмне забезпечення Maple. Тоді змінні, що отримані за допомогою програмного забезпечення Maple, дозволять визначити вплив різноманітних конструктивних і експлуатаційних факторів на показники стійкості руху автопоїзда.

За лінійності сил бічного відведення у функції кута відведення отримаємо:

$$Y_{ij} = k_{ij} \delta_{ij}; \quad \delta_1 = \theta_1 - \frac{U + a\omega}{V}; \quad \delta_{1i} = -\frac{U}{V} + \frac{\omega}{V} b_{1i} \quad (i=1,2)$$

$$\delta_{2j} = -\theta_{2j} - \frac{U}{V} + \frac{\omega}{V} (c + l_1 + d_2 + b_{2j}) - \varphi_1 - \varphi_2 \quad (j=1,3)$$

$$\delta_{4\rho} = -\theta_{4\rho} - \frac{U}{V} + \frac{\omega}{V} (c + l_2 + l + d_4 + b_{4\rho}) - \varphi_1 - \varphi_3 \quad (\rho=1,3) \quad (7)$$

Розв'язком системи рівнянь (5) будуть наступні залежності [10]

$$u = \frac{\Delta u}{\Delta} = \frac{v\alpha + \frac{1}{v}\beta}{\xi v^2 + \eta} v = v \frac{v^2 \alpha + \beta}{\xi v^2 + \eta}, \quad \omega = \frac{\Delta \omega}{\Delta} = \frac{\frac{1}{v}\gamma}{\xi v^2 + \eta} v^2 = v \frac{\gamma}{\xi v^2 + \eta}, \quad \varphi_1 = \frac{\Delta \varphi_1}{\Delta} = \frac{\sigma + \psi \frac{1}{v^2}}{\xi v^2 + \eta} v^2 = \frac{\sigma v^2 + \psi}{\xi v^2 + \eta}, \quad \varphi_2 = \frac{\Delta \varphi_2}{\Delta} \quad (8)$$

У записаних виразах прийнято

$\xi = -m(k_3 d_1 + M_3)(k_4 d_2 + M_4)(M_1 - M_2) + [(k_1 + k_2)c + M_1 - M_2][m_2 M_4 (k_3 c_1 - M_3) - m_1 M_3 (k_4 d_2 + M_4)],$

$\eta = [c(k_1 + k_2 + M_1 - M_2)\{(k_4 d_2 + M_4)[M_3(M_3 + M_4) - k_3(\mu_3 + M_4 l_1)] + k_4(k_3 l_1 - M_3)(d_2 M_4 + \mu_4)\} + [(k_1 + k_2)(\mu_1 + \mu_2) - (M_1 - M_2)^2 \times (k_3 d_1 + M_3)(k_4 d_2 + M_4)],$

$\alpha = -mc[(k_4 d_2 + M_4)(\theta_3 M_3 - k_3 G_3) - (k_3 c_1 - M_3)(\theta_4 M_4 - k_4 G_4)] - mG_1(k_3 d_1 + M_3)(k_4 d_2 + M_4) - \theta_1 c + G_1[m_1 M_3 (k_4 d_2 + M_4) - m_2 M_4 (k_3 c_1 - M_3)],$

$$\begin{aligned}
 \beta &= (k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4)[\theta_1(\mu_1 - \mu_2) - G_1(M_1 - M_2) + \mu_1 + \mu_2] \times [\theta_3M_3 - k_3G_3](d_2k_4 + M_4) - (\theta_4M_4 - k_4G_4)(k_3c_1 - M_3) - (\theta_1c + G_1) \times \\
 &\times (k_4d_2 - M_4)(k_3\mu_3 - M_3^2) + (k_3l_1 - M_3)(M_4^2 - k_4\mu_4), \\
 \sigma &= (c\theta_1 + G_1)[m_1M_3(k_3d_2 + M_4) - m_2M_4(c_1k_3 - M_3)] + [(M_1 - M_2)\theta_1 - (k_1 + k_2)G_1][m_1d_1(k_4d_2 + M_4) + M_2l_1M_4] + (k_1 + k_2)c - M_1 - M_2 \times \\
 &\times \{m_1[G_3(k_4d_2 + M_4) - c_1(k_4G_4 - M_4\theta_4)] - m_2M_4(c_1\theta_3 - G_3) + G_1m(k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4) + mc[(k_4G_4 - \theta_4M_4)(c_1k_3 - M_3) - \\
 &- (k_3G_3 - M_3\theta_3)(k_4d_2 + M_4)(d_1\theta_3 + G_3) - (k_4G_4 - \theta_4M_4)l_1]\}; \\
 \psi &= (c\theta_1 + G_1)(M_1 - M_2)(k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4) + [G_1(k_1 + k_2) - (M_1 - M_2)\theta_1](c + l_1 + b_{1\rho})(k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4) + (M_1 - M_2)^2 - \\
 &(\mu_1 + \mu_2)(k_1 + k_2)[(d_1\theta_3 + G_3)(k_4d_2 + M_4) - l_1(k_4G_4 - M_4\theta_4)] + (k_4G_4 - M_4\theta_4)(c_1k_3 - M_3) - (k_3G_3 - M_3\theta_3)(k_4d_2 + M_4) \times \\
 &\times \{[k_1 + k_2]c + M_1 - M_2\}(c + l_1 + b_{1\rho}) + [c(M_1 - M_2) + \mu_1 + \mu_2]\}; \\
 \gamma &= [G_1(k_1 + k_2) - (M_1 - M_2)\theta_1](k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4) - [c(k_1 + k_2) + M_1 - M_2][(k_3c_1 - M_3)(\theta_4M_4 - k_4G_4) - (k_4d_2 + M_4)(\theta_4M_3 - k_3G_3)].
 \end{aligned} \tag{9}$$

Зважаючи на те, що стаціонарними рухами автопоїзда є не тільки прямолінійні режими, а і кругові, то для реалізованості такого руху необхідно виконати умову  $R > 0$ . Радіусом повороту в теорії колісних машин звичайно називають радіус кривизни  $R = \frac{v}{\omega}$  траєкторії точки поздовжньої осі автомобіля-тягача (ведучої ланки), швидкість якої направлена вздовж осі [18]. Для радіуса  $R$  відповідно маємо:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{-\{m(k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4)(M_1 - M_2) + [c(k_1 + k_2) + M_1 - M_2] \times \frac{[m_1M_3(k_4d_2 + M_4) - m_2M_4(k_3c_1 - M_3)]}{(k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4)}\}v^2 + \rightarrow \\
 &+ [c(k_1 + k_2) + M_1 - M_2]\{(k_4d_2 + M_4)[M_3(M_3 + M_4) - k_3(\mu_3 + c_1M_1)] + k_4(k_3c_1 - M_3) \times \\
 &\times (d_2M_4 - k_4G_4)\} + (k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4)[(k_1 + k_2)(\mu_1 + \mu_2) - (M_1 - M_2)^2]}{[c(k_1 + k_2) + M_1 - M_2] \times \rightarrow \\
 &\times [(k_3c_1 - M_3)(\theta_4M_4 - k_4G_4) - (k_4d_2 + M_4)(\theta_3M_3 - k_3G_3)]}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Як показали проведені раніше дослідження [10], радіус повороту триланкових автопоїздів залежить від масових і геометричних параметрів ланок автопоїзда, коефіцієнтів опору відведення коліс осей напівпричепи  $k_{3\rho}$  і причепа  $k_{4S}$ , та кутів повороту їх осей  $\theta_{1\rho}$  і  $\theta_{2s}$ .

Представимо формулу (10) у вигляді:

$$R = \frac{l}{\theta} - v^2 \phi(k_{1i}, k_{2j}, k_{3\rho}, k_{4S}, \theta, m, m_1, m_2, a_i, b_j, c, c_1, b_{1\rho}, b_{2S}, L_1, L_2) \tag{11}$$

Оскільки  $\phi(\infty, \infty, \infty, \infty, \theta, m, \dots, L_2) = 0$ , то (10) у своєму складі має, як частковий випадок, лінеаризований вираз  $R = \frac{l}{\theta}$  для радіуса кривизни траєкторії середини возика  $B_{n2}$  автомобіля-тягача на жорстких у бічному напрямку колесах. Якщо  $\phi(\infty, \infty, \infty, \infty, \theta, m, \dots, L_2) < 0$  або  $> 0$ , то і  $R$  буде більшим або меншим 0 і триланковий автопоїзд володітиме недостатньою або надлишковою повороткістю. Якщо  $\phi(\infty, \infty, \infty, \infty, \theta, m, \dots, L_2) = 0$ , триланкові автопоїзди є нейтральними відносно повороткості: їх радіус повороту такий же, як і у автопоїзда на жорстких у бічному напрямку колесах.

При  $\theta_{1i} > 0$ ,  $\theta_{1\rho} > 0$ ,  $\theta_{2s} > 0$  знаменник виразу (10) буде більшим 0, відповідно умова реалізованості кругового руху і стійкості прямолінійного руху виконується лише за умови  $v < v_{кр}$ . Із (8) отримаємо:

$$\xi v^2 + \eta > 0; \quad \eta > -\xi v^2; \quad v^2 < \frac{\eta}{-\xi} \Rightarrow v_{кр}^2 = \frac{\eta}{-\xi},$$

де

$$\begin{aligned}
 v_{кр}^2 &= \frac{[c(k_1 + k_2) + M_1 - M_2]\{(k_4d_2 + M_4)[M_3(M_3 + M_4) - k_3(\mu_3 + c_1M_1)] + \rightarrow \\
 &k_4(k_3c_1 - M_3)(d_2M_4 + \mu_4)\} + (k_3d_1 + M_3)(k_4d_2 + M_4)[(k_1 + k_2)(\mu_1 + \mu_2) - (M_1 - M_2)^2]}{[c(k_1 + k_2) + M_1 - M_2][m_1M_3(k_4d_2 + M_4) - m_2M_4(k_3c_1 - M_3)]}
 \end{aligned} \tag{12}$$

За виразом (12) проведені розрахунки критичної швидкості руху триланкових сидельно-причіпних, причіпних на підкатному, причіпний-причіпний (2 причепа) і типу «B-DUBLE». При



цьому масові і жорсткісні параметри ланок автопоїздів залишалися незмінними. Результати розрахунків представлені у табл. 1.

Таблиця 1 - Критичні швидкості руху автопоїздів

Тип автопоїзда	$v_{кр}$ , м/с (км/год)
Сідельно-причіпний	30,23(108,83)
Причіпний на підкатному візку	31,45(113,22)
Причіпний-причіпний	29,62 (106,63)
Типу «B-DUBLE»	34,59 (124,52)

Із даних табл. 1 слідує, що за критичною швидкістю прямолінійного руху перевагу слід віддати триланковому автопоїзду типу «B-DUBLE», далі причіпному автопоїзду на підкатному візку і сідельно-причіпному автопоїзду.

Характерним для автопоїздів є те, що швидкість появи коливальної нестійкості завжди менша максимальної швидкості руху. Для визначення цієї швидкості необхідно скласти характеристичне рівняння і шляхом збільшення швидкості визначати корені рівняння.

У табл. 2 наведені значення швидкості появи коливальної нестійкості автопоїздів, що розглядаються. Поява першого додатного кореня свідчить про втрату стійкості руху, тобто цю швидкість можна вважати критичною.

Як слідує з наведених даних, перший додатний корінь для автопоїздів, що розглядаються, з'явився за швидкості:

- сідельно-причіпний автопоїзд – 28,2 м/с (101,52 км/год);
- причіпний автопоїзд на підкатному візку – 29,4 м/с (105,84 км/год);
- причіпний-причіпний автопоїзд – 27,2 м/с (97,92 км/год);
- автопоїзд типу «B-DUBLE» – 31,2 м/с (112,32 км/год), тобто ці швидкості можна вважати критичними для автопоїздів.

Таблиця 2 - Корені характеристичних рівнянь автопоїздів, що розглядаються

Швидкість, м/с	Корені характеристичного рівняння
Сідельно-причіпний автопоїзд	
27,9	$eigv:=-2.576562311-12.58968355 I, -2.576562311+12.58968355 I,$ $-1.132748561-1.3753327951 I, -1.132748561+1.3753327951 I,$ $-0.713735438-3.2767436328 I, -0.713735438-3.2767436328 I,$ $-0.622427631-5.7319204354 I, -0.622427631+5.7319204354 I$
28,2	$eigv:=-1.236562397-12.96954355 I, -1.236562397+12.96954355 I,$ $-1.117658543-1.3276527154 I, -1.117658543+1.3276527154 I,$ $-0.309235876-3.0769878432 I, -0.309235876+3.0769878432 I,$ $+0.006918727-5.4919765354 I, +0.006918727+5.4919765354 I$
Причіпний автопоїзд на підкатному візку	
28,5	$eigv:=-1.134322354-11.98734313 I, -1.134322354+11.98734313 I,$ $-1.091654543-1.2926327139 I, -1.091654543+1.2926327139 I,$ $-1.659287675-2.9769856332 I, -1.659287675+2.9769856332 I,$ $-0.901824676-5.0819345347 I, -0.901824676-5.0819345347 I$
29,4	$eigv:=-1.114928351-11.26334387 I, -1.114928351+11.26334387 I,$ $-1.067254565-1.2124327654 I, -1.067254565+1.2124327654 I,$ $-0.592387654-2.7608554332 I, -0.592387654+2.7608554332 I,$ $+0.008718436-4.9819545332 I, +0.008718436-4.9819545332 I$
Причіпний-причіпний автопоїзд	
26,8	$eigv:=-1.069128514-10.96634373 I, -1.069128514+10.96634373 I,$ $-1.015644557-1.1214326352 I, -1.015644557+1.1214326352 I,$ $-1.393877544-2.6184545330 I, -1.393877544+2.6184545330 I,$ $-0.641846275-4.1976545548 I, -0.641846275+4.1976545548 I$
27,2	$eigv:=-1.043125414-10.34365473 I, -1.043125414+10.34365473 I,$ $-.9415644431-1.0232146387 I, -.9415644431+1.0232146387 I,$ $-0.253547563-2.1864545121 I, -0.253547563+2.1864545121 I,$ $+0.005715462-3.9716545762 I, +0.005715462+3.9716545762 I$

Автопоїзд типу «B-DUBLE»	
30.5	$eigv:=-.9176554315 - 11.90995176 I, -.9176554315 + 11.90995176 I,$ $-.8832528761 - 0.9632327537 I, -.8832528761 + 0.9632327537 I,$ $-.5937321231 - 1.9767344521 I, -.5937321231 + 1.9767344521 I,$ $-.2031436621 - 3.2479132332 I, -.2031436621 + 3.2479132332 I$
31.2	$eigv:=-.8876554428 - 10.99888651 I, -.8876554428 + 10.99888651 I,$ $-.7932565308 - .70955327437 I, -.7932565308 + .70955327437 I,$ $-.4638752136 - 1.4767346323 I, -.4638752136 + 1.4767346323 I,$ $+ .0009427630 - 1.1379202343 I, +.0009427630 + 1.1379202343 I,$

У роботі [18] показано, що на величину критичної швидкості руху автопоїзда типу «B-DUBLE» суттєво впливають його конструктивні параметри, зокрема навантаження на осі напівпричепів, тиск в шинах коліс осей напівпричепів, розташування точок зчипки напівпричепів з автомобілем-тягачем і між собою, коефіцієнтів опору відведення коліс напівпричепів і коефіцієнта зчеплення коліс автопоїзда з опорною поверхнею тощо. Усі ці параметри в певній мірі залежать від розташування центрів мас напівпричепів. Розглянемо, як положення центрів мас напівпричепів та їх моменти інерції впливають на лімітну швидкість автопоїзда. При цьому прийmemo, що точка сполучення першого напівпричепа переміщується з постійною швидкістю вздовж попередньо визначеної центральної лінії (основний шлях руху тягача визначається точкою, розташованою між його задніми осями, і саме над цією точкою знаходиться сидільне з'єднання автопоїзда). Місце з'єднання другого напівпричепа розташоване між осями першого напівпричепа, причому масові та геометричні характеристики обох напівпричепів є ідентичними, так само як і коефіцієнти опору коліс усіх осей напівпричепів.

За таких вихідних даних система має два ступені волі: кути складання  $\varphi_1$  і  $\varphi_3$ . Позначимо далі  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_3$  - перші і другі похідні кутів складання;  $m_1, m_3, J_1, J_3$  - маси і центральні моменти інерції щодо вертикальної осі першого та другого напівпричепів;  $d_i, b_i, c_i, L_i$  - геометричні параметри системи (рис. 1).

Рівняння руху автопоїзда типу „B-Double” мають вигляд [19]

$$L_1 Y_3 - (d_1 + c_1) \cos \varphi_3 Y_4 + (\dot{\omega}_3 + \dot{\omega}_1) d_2 (d_1 + c_1) m_3 \cos \varphi_3 + (d_1 + c_1) \times [-(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_3)^2 d_2 m_3 + X_4] \sin \varphi_3 + \dot{\omega}_1 [(d_1^2 m_1 + I_1 + (d_1 + c_1)^2 m_3)] = 0;$$

$$L_2 Y_4 + \dot{\omega}_1 d_2 m_3 (d_1 + c_1) \cos \varphi_3 + \dot{\varphi}_1^2 d_2 m_3 (d_1 + c_1) \sin \varphi_3 + (\dot{\omega}_3 + \dot{\omega}_1) I_3 + (\dot{\omega}_3 + \dot{\omega}_1) d_2^2 m_3 = 0 \quad (13)$$

де  $X_i$  – поздовжні сили (припускаємо  $X_i=0$ );

$$Y_i - \text{сили опору відведення коліс осей напівпричепів } Y_{ij} = \frac{k_i \delta_i}{\sqrt{[1 + (k_i \delta_i)^2 / (k_i \times Z_i)^2]}}$$

Кути відведення осей і проекції вектору швидкості центру мас ланок на поперечну і подовжню осі відповідної ланки записуються у вигляді:

$$\delta_3 = \arctg \frac{-u_1 - b_1 \dot{\varphi}_1}{v_1}, \quad \delta_4 = \arctg \frac{-u_2 - b_2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)}{v_2}; \quad u_1 = v \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 d_1, \quad v_1 = v \cos \varphi_1$$

$$u_4 = v \cos \varphi_1 \sin \varphi_3 + (v \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 d_1 + c_1 \dot{\varphi}_3) \cos \varphi_3 - (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_1) d_2; \quad v_4 = v \cos \varphi_1 \cos \varphi_3 - (v \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 d_1 + c_1 \dot{\varphi}_3) \sin \varphi_3;$$

$$L_1 = b_1 + d_1; \quad L_2 = b_2 + d_2.$$

Із критерію Рауса-Гурвіца для системи диференціальних рівнянь руху автопоїзда впливає, що критична швидкість системи визначається таким виразом (у моделі покладено  $c_1 = b_i$ ;  $b_i = \beta d_i$ ;  $J_i = \alpha m_i b_i d_i$ ) [12]:

$$v_{sp}^2 = 2(2\beta^8 \alpha + 14\beta^7 \alpha + 3\beta^7 + 19\beta^6 + 43\beta^6 \alpha + 52\beta^5 + 75\beta^5 \alpha + 80\beta^4 + 80\alpha \beta^4 + \rightarrow, \quad (14)$$

$$+ \frac{75\beta^3 + 52\alpha \beta^3 + 19\alpha \beta^2 + 43\beta^2 + 3\alpha \beta + 14\beta + 2) d_2 k_4}{[(-5\beta^3 + 4\alpha \beta^3 - 14\beta^2 + 12\alpha \beta^2 - 12\beta + 10\alpha \beta + \alpha^2 \beta - 4 + 4\alpha) m_2 \beta]}$$

де параметр  $\beta$  визначає положення центра мас напівпричепа, а параметр  $\alpha$  - його момент інерції.

Критична швидкість існує тоді і тільки тоді, коли знаменник виразу (12) є додатній. Досліджуючи знаменник рівняння (12), отримуємо умову виникнення коливальної нестійкості - параметр  $\alpha$ , який не повинен перевищувати деяке граничне значення [19]



$$\alpha < \frac{-4\beta^3 - 10\beta - 12\beta^2 - 4 + 2\sqrt{4\beta^6 + 24\beta^5 + 61\beta^4 + 82\beta^3 + 61\beta^2 + 24\beta + 4}}{2\beta} \quad (15)$$

Граничне значення параметра  $\alpha$  визначається лише положенням центрів мас напівпричепів. За обраних вихідних даних для автопоїзда типу „B-Double” цей поріг «практично» не може перевищити значення «1.59».

Прийmemo деяку послідовність значень параметра  $\alpha=1,6; 1,7; 1,8$ , за яких гарантовано виникає коливальна нестійкість. Відповідне їм значення критичної швидкості визначається за виразом [19]:

$$v_{кр}^2 = \frac{g_\alpha(\beta)k_4d_2}{m_2} \quad (16)$$

Розглянемо, наприклад, випадок  $\alpha=1,6$ . При  $\beta=1$  для випадку ( $\alpha=1,6, m=27000$  кг,  $k_4=250000$  Н/рад,  $d_2=6,1$  м) і ( $\alpha=1,8, m=24000$  кг,  $k_4=240000$  Н/рад,  $d_2=6,1$  м). Критична швидкість для даного набору параметрів складає для  $\alpha=1,6$  - 35,2 м/с, для  $\alpha=1,8$  - 30 м/с, рис. 3.

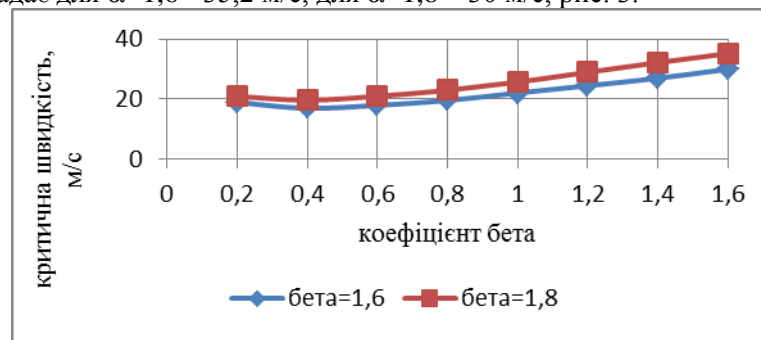


Рисунок 3 – Критична швидкість автопоїзда типу „B-Double” у функції параметрів  $\alpha$  і  $\beta$

При збільшенні швидкості до  $v=35$  м/с амплітуда автоколивань росте досить швидко, що призводить до небезпечної втрати стійкості незбуреного руху як для параметра  $\alpha=1,6$ , так і для  $\alpha=1,8$ . Подібна тенденція зміни лімітної швидкості спостерігається також для автопоїздів різних конфігурацій. Це підтверджує, що умови виникнення коливань та нестабільності у триланкових автопоїздах, таких як "B-Double", істотно зумовлені параметрами автопоїзда. Зокрема, важливими є масові та геометричні характеристики, такі як розташування центру мас відносно місця сполучення, радіуси інерції напівпричепів та причепів, а також місце з'єднання причіпних ланок. Ці аспекти варто враховувати як при проектуванні, так і під час використання триланкових автопоїздів.

### ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Різниця в структурі триланкових автопоїздів найчастіше обумовлена особливостями причіпних ланок, так як дизайн автомобілів-тягачів залишається сталим. Отже, важливо обрати таку конфігураційну схему, яка б дозволила аналізувати стабільність руху триланкових автопоїздів з різних конфігурацій. Обґрунтованим є вибір компоувальної схеми триланкового автопоїзда типу „B-Double”, так як зміною масових і геометричних параметрів у системі рівнянь, що описує стаціонарний рух саме цього автопоїзда, усі інші компоувальні схеми можна привести до обраної. При цьому встановлено, що радіус повороту триланкових автопоїздів залежить від масових і геометричних параметрів ланок автопоїзда, коефіцієнтів опору відведення коліс осей напівпричепів і причепа та кутів повороту їх осей. За радіусом повороту автомобіля-тягача на жорстких у бічному напрямку колесах визначено умову повороткості автопоїзда і шляхи реалізації нейтральної та недостатньої повороткості автопоїздів для забезпечення стійкості їх руху. Для автопоїздів з керованими причіпними ланками визначена критична швидкість прямолінійного руху, за якою перевагу слід віддати триланковому автопоїзду типу «B-DUBLE», далі причіпному автопоїзду на підкатному візку і сидельно-причіпному автопоїзду. Така послідовність автопоїздів зберігається і за величиною швидкості появи коливальної нестійкості, яка завжди менша максимальної швидкості руху.

Заслуговують на увагу результати щодо впливу навантаження на осі автомобіля-тягача і напівпричепів триланкового автопоїзда типу «B-DUBLE», що визначаються положенням їх центрів мас. Бажано у подальших дослідженнях розглянути і автопоїзди інших компоувальних схем.

### ВИСНОВКИ

Порівняльний аналіз стійкості триланкових автопоїздів різних компоувальних схем виконано

за величиною критичної швидкості прямолінійного руху і швидкості появи коливальної нестійкості.

Встановлено, що за величиною критичної швидкості прямолінійного руху і швидкості появи коливальної нестійкості перевагу слід віддати триланковому автопоїзду типу «B-DUBLE», далі причіпному автопоїзду на підкатному візку і сидельно-причіпному автопоїзду. Умови виникнення коливальних нестабільностей у триланкових автопоїздах істотно впливають на параметри автопоїзда. Зокрема, на масові та геометричні характеристики, такі як розташування центру мас відносно місця сполучення, радіуси інерції напівпричепів та причепів, а також місце з'єднання причіпних ланок. Ці фактори слід враховувати як при проектуванні, так і під час експлуатації триланкових автопоїздів.

#### ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. В.М.Поляков, В.П.Сахно. Триланкові автопоїзди. Маневреність. Київ. Національний транспортний університет. 2013. – 200 с.: іл.
2. Сахно В.П., Кузнецов Р.М., Мурований І.С., Глінчук В.М. Дослідження критичної швидкості руху триланкового автопоїзда типу B-Dauble//Управління проектами, системний аналіз і логістика: Науковий журнал. Вип. 4. – К.: НТУ, 2007. – С. 166-173.
3. Сахно В.П., Енглезі О.А., Бондаренко А.Ю., Ященко Д.М. Дослідження стійкості руху триланкового причіпного автопоїзда// Вісник Східноукраїнського національного університету імені В.Даля. – 2007. – №6 (112). –с.7-10.
4. Сахно В.П., Вербицький В.Г., Енглезі О.А., Бондаренко А.Є. Стійкість три ланкового сидельно-причіпного автопоїзда з керованим напівпричепом у криволінійному русі // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – Науковий журнал. – 2008. – Випуск №7(125). – Частина 2. – С.10-13.
5. Сахно В.П., Вербицький В.Г., Енглезі О.А., Бондаренко А.Є. До визначення показників стійкості руху триланкового автопоїзда з напівпричепом на підкатному візку//Автошляховик України. Окремий випуск. Вісник Північного наукового центру ТАУ. – 2008. – Випуск 11. – С.140-146.
6. Сахно В.П. До порівняльної оцінки триланкових пасажирських автопоїздів за стійкістю руху/В.П.Сахно, І.С.Мурований, В.М.Поляков, Є.М.Місько//Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті. Науковий журнал. – Луцький НТУ, 2019. - №2(13). – С.146-155.
7. Roman Marchuk, Nazar Marchuk, Volodymyr Sakhno, Viktor Poliakov//The Archives of Automotive Engineering – Archiwum Motoryzacji 2021;91(1):63–79  
Publication date: 2021-03-31 DOI: <https://doi.org/10.14669/AM.VOL91.ART5>
8. Сахно В. П., Шарай С. М., Мурований І. С., Човча І. В. До визначення стійкості руху триланкових автопоїздів. Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті. Науковий журнал. – Луцьк: ЛНТУ, 2022.–№1(18).С.155-166. ISSN 2313-5425
9. Issue on Movement Stability of Three Sections Trailer Bus Train /Volodymyr Sakhno, Igor Murovanyi, Viktor Poliakov, Valerii Dembitskyi //in book: TRANSBALTICA XII: Transportation Science and Technology. January 2022. DOI: [10.1007/978-3-030-94774-3\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-030-94774-3_14)
10. Ingobert Schmid . Engineering Approach to Truck and Tractor Train Stability //SAE Transactions Vol. 76, SECTION 1: Papers 670006–670125 (1968), pp. 1-26 (26 pages)
11. Колесникович А.Н., Выгонный А.Г. Устойчивость прицепа автопоезда повышенной длины (25,25 м) при прямолинейном движении//Актуальные вопросы машиноведения, Том 7. -2018. –С.96-100.
12. Ren Luo. Hunting stability analysis of train system and comparison with single vehicle model //April 2008 Journal of Mechanical Engineering 44(04) DOI: [10.3901/JME.2008.04.184](https://doi.org/10.3901/JME.2008.04.184)
13. The vertical motion lateral stability of road vehicle trains / <https://trid.trb.org/view/112747>
14. O.Galluppi, S.Formentin, C.Novara, S.M.Savaresi. Nonlinear stability control of autonomous vehicles: a MIMO D<sup>2</sup>-IBC solution //IFAC-PapersOnLine. Volume 50, Issue 1, July 2017, Pages 3691-3696
15. Hsueh-Ju Chen, Wei-Jiun Su and Fu-ChengWang. Modeling and analyses of a connected multi-car train system employing the inerter //Special Issue Article .Advances in Mechanical Engineering 2017, Vol. 9(8) 1–13, 2017 DOI: 10.1177/1687814017701703.
16. Stability Analysis of Articulated Bus in Straight-ahead Running Manoeuvre/Alessandro De Felice1 , Matteo Mercantini , Silvio Sorrentino//Journal of Applied and Computational Mechanics. Volume 7, Issue 3, Jule 2021. P.1649-1662. Doi 10.22055/JACM.2021.36566.2869
17. Parallel Design Optimization of Multi-Trailer Articulated Heavy Vehicles with Active Safety

Systems by Md. Manjurul Islam//A thesis presented in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering Faculty of Engineering and Applied Science University of Ontario Institute of Technology/ Oshawa, Ontario, Canada, 2013

18. Сахно В.П. та ін. Шарнірно-зчленовані автобуси. Маневреність та стійкість: монографія / В.П. Сахно, В.М. Поляков, С.М. Шарай, І.С. Мурований, О.Є. Омельницький. – Луцьк : ІВВ Луцького НТУ, 2021. – 288 с.

19. Сахно В.П., Вербицький В.Г., Макаров В.А., Шкварко К.В. Аналіз умов виникнення флатерної нестійкості трьохланкового автопоїзда з двома ідентичними напівпричепами //Автошляховик України. Окремий випуск. Вісник Північного наукового центру ТАУ. –2004. Випуск 7. – с. 76-79

## REFERENCES

1. V.M.Polyakov, V.P.Sakhno. Trylankovi avtopoyizdy. Manevrenist'. Kyiv. Natsional'nyy transportnyy universytet. 2013. – 200 s.: il.

2. Sakhno V.P., Kuznyetsov R.M., Murovani I.S., Hlinchuk V.M. Doslidzhennya krytychnoyi shvydkosti rukhu trylankovoho avtopoyizda typu B-Dauble//Upravlinnya proektamy, systemnyy analiz i lohistyka: Naukovyy zhurnal. Vyp. 4. – K.: NTU, 2007. – S. 166-173

3. Sakhno V.P., Enhlezi O.A., Bondarenko A.YU., Yashchenko D.M. Doslidzhennya stiykosti rukhu trylankovoho prychipnoho avtopoyizda// Visnyk Skhidnoukrayins'koho natsional'noho universytetu imeni V.Dalya. – 2007. – №6 (112). –s.7-10.

4. Sakhno V.P., Verbyts'ky V.H., Enhlezi O.A., Bondarenko A.YE. Stiykist' try lankovoho sidel'no-prychipnoho avtopoyizda z kerovanyim napivprychepom u kryvoliniynomu rusi // Visnyk Skhidnoukrayins'koho natsional'noho universytetu imeni Volodymyra Dalya. – Naukovyy zhurnal. – 2008. – Vypusk №7(125). – Chastyna 2. – S.10-13.

5. Sakhno V.P., Verbyts'ky V.H., Enhlezi O.A., Bondarenko A.YE. Do vyznachennya pokaznykiv stiykosti rukhu trylankovoho avtopoyizda z napivprychepom na pidkatnomu vizku//Avtoshlyakhovyk Ukrayiny. Okremyy vypusk. Visnyk Pivnichnoho naukovoho tsentru TAУ. – 2008. – Vypusk 11. – S.140-146.

6. Sakhno V.P. Do porivnyal'noyi otsinky trylankovykh pasazhyrs'kykh avtopoyizdiv za stiykisty rukhu/V.P.Sakhno, I.S.Murovanyy, V.M.Polyakov, YE.M.Mis'ko//Suchasni tekhnolohiyi v mashynobuduvanni ta transporti. Naukovyy zhurnal. – Luts'ky NTU, 2019. - №2(13). – S.146-155.

7. [Roman Marchuk](#), [Nazar Marchuk](#), [Volodymyr Sakhno](#), [Viktor Poliakov](#)//The Archives of Automotive Engineering – Archiwum Motoryzacji 2021;91(1):63–79Publication date: 2021-03-31 DOI: <https://doi.org/10.14669/AM.VOL91.ART5>

8. Sakhno V. P., Sharay S. M., Murovani I. S., Chovcha I. V. Do vyznachennya stiykosti rukhu trylankovykh avtopoyizdiv. Suchasni tekhnolohiyi v mashynobuduvanni ta transporti. Naukovyy zhurnal. – Luts'k: LNTU, 2022.–№1(18).S.155-166. ISSN 2313-5425

9. Issue on Movement Stability of Three Sections Trailer Bus Train /[Volodymyr Sakhno](#), [Igor Murovanyi](#), [Viktor Poliakov](#), [Valerii Dembitskyi](#) //in book: TRANSBALTICA XII: Transportation Science and Technology. January 2022. DOI: [10.1007/978-3-030-94774-3\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-030-94774-3_14)

10. Ingobert Schmid . Engineering Approach to Truck and Tractor Train Stability //SAE Transactions [Vol. 76, SECTION 1: Papers 670006–670125 \(1968\)](#), pp. 1-26 (26 pages)

11. Kolesnikov A.N., Vygonnyy A.G. Ustoychivost' pritsepnogo avtopoyezda povyshennoy dliny (25,25 m) pri pryamolineynom dvizhenii//Aktual'nyye voprosy mashinovedeniya, Tom 7. -2018. –S.96-100

12. [Ren Luo](#). Hunting stability analysis of train system and comparison with single vehicle model //April 2008 [Journal of Mechanical Engineering](#) 44(04) DOI: [10.3901/JME.2008.04.184](https://doi.org/10.3901/JME.2008.04.184)

13. [The vertical motion lateral stability of road vehicle trains](#) / <https://trid.trb.org/view/112747>

14. [O.Galluppi](#), [S.Formentin](#), [C.Novara](#), S.M.Savaresi. Nonlinear stability control of autonomous vehicles: a MIMO D<sup>2</sup>-IBC solution //IFAC-PapersOnLine. [Volume 50, Issue 1](#), July 2017, Pages 3691-3696

15. Hsueh-Ju Chen, Wei-Jiun Su and Fu-ChengWang. Modeling and analyses of a connected multi-car train system employing the inerter //Special Issue Article .Advances in Mechanical Engineering 2017, Vol. 9(8) 1–13, 2017 DOI: [10.1177/1687814017701703](https://doi.org/10.1177/1687814017701703).

16. Stability Analysis of Articulated Bus in Straight-ahead Running Manoeuvre/Alessandro De Felice<sup>1</sup>, Matteo Mercantini<sup>1</sup>, Silvio Sorrentino//Journal of Applied and Computational Mechanics. Volume 7, Issue 3, July 2021. P.1649-1662. Doi [10.22055/JACM.2021.36566.2869](https://doi.org/10.22055/JACM.2021.36566.2869)

17. Parallel Design Optimization of Multi-Trailer Articulated Heavy Vehicles with Active Safety

Systems by Md. Manjurul Islam//A thesis presented in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering Faculty of Engineering and Applied Science University of Ontario Institute of Technology/ Oshawa, Ontario, Canada, 2013

18. Sakhno V.P. ta in. Sharnirno-zhelenovani avtobusy. Manevrenist' ta stiykist': monohrafiya / V.P. Sakhno, V.M. Polyakov, S.M. Sharay, I.S. Murovaniy, O.YE. Omel'nyts'kiy. – Luts'k : IVV Luts'koho NTU, 2021. - 288 s.

19. Sakhno V.P., Verbyts'kyy V.H., Makarov V.A., Shkvarko K.V. Analiz umov vynyknennya flaternoyi nestiykosti tr'okhlankovoho avtopoyizda z dvoma identychnymy napivprychepamy //Avtoshlyakhovyk Ukrainy. Okremyyu vypusk. Visnyk Pivnichnoho naukovooho tsentru TAU. –2004. Vypusk 7. – s. 76-79

**V. Sakhno, I. Murovaniy, O. Palamarchuk, R. Khoroshun. Comparative analysis of trilink road trains of different component schemes for stability of straight line traffic**

Today, in the EU countries, three-link road trains of various layout schemes are used, in particular fifth-wheel trailers, trailed ones on a dolly and the B-Double type. The total weight of such road trains is the same and is at the level of 60 tons, and the length is up to 26 m. This is due to a number of advantages of three-link road trains compared to two-link ones. However, the possibility of using such road trains must be confirmed not only by transport legislation, but also by solving certain technical problems aimed at ensuring, first of all, the safety of their movement with sufficiently high productivity. The safety of using such road trains is primarily related to the stability of their movement. A comparative assessment of such road trains in terms of traffic stability can be the basis for choosing the best layout scheme among three-unit road trains when introducing them into operational practice in Ukraine. The choice of the layout diagram of a three-link road train of the "B-Double" type is justified, since by changing the mass and geometric parameters in the system of equations describing the stationary motion of this particular road train, all other layout diagrams can be brought to the chosen one. The results of the analysis of stationary motion showed that the three-link road train "B-DUBLE" has a higher critical speed of straight-line motion and a lower tendency to oscillatory instability compared to a trailed road train on a bogie and a fifth-wheel trailer train. However, the stability of three-link B-Double road trains largely depends on their mass-geometric characteristics, such as the position of the center of mass, radii of gyration and the relative position of coupling points between parts of the road train. These factors are important to consider when designing and operating such road trains.

**Key words:** three-link road train, layout diagram, equation of motion, critical speed, speed of appearance of oscillatory instability

*САХНО Володимир Прохорович*, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автомобілів, Національний транспортний університет, Київ, Україна, e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua). <https://orcid.org/0000-0002-5144-7131>

*МУРОВАНИЙ Ігор Сергійович*, кандидат технічних наук, доцент, декан факультету транспорту та механічної інженерії Луцького національного технічного університету, e-mail: [igor\\_lntu@ukr.net](mailto:igor_lntu@ukr.net). <https://orcid.org/0000-0002-9749-980X>

*ПАЛАМАРЧУК Олексій Васильович*, магістр, Національний транспортний університет, аспірант кафедри автомобілів. e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua).

*ХОРОШУН Роман Васильович*, магістр, Національний транспортний університет, аспірант кафедри автомобілів. e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua).

*Volodymyr SAKHNO*, Doctor of Technical Science, Professor, Head of Automobiles Department, National Transport University, Kyiv, Ukraine, e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua).

<https://orcid.org/0000-0002-5144-7131>

*Igor MUROVANYI*, PhD. in Engineering, Assoc. Professor, Dean of the Faculty of Transport and Mechanical Engineering, Lutsk National Technical University, e-mail: [igor\\_lntu@ukr.net](mailto:igor_lntu@ukr.net).

<https://orcid.org/0000-0002-9749-980X>

*Oleksiy PALAMARCHUK*, magistr of transport, National Transport University, postgraduate student of Automobiles Department, e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua).

*Roman HOROSHUN*, magistr of transport, National Transport University, postgraduate student of Automobiles Department, e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua).

DOI 10.36910/automash.v2i21.1224