

УДК 629.331
UDK 629.331Сокіл Б.І.¹, Сенік А.П.², Сокіл М.Б.², Андрухів А.І.²¹Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного²Національний університет «Львівська політехніка»
Львів, Україна

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОЛИВАНЬ ПІДРЕСОРЕНОЇ ЧАСТИНИ КОЛІСНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ НА СТІЙКІСТЬ РУХУ

Для колісних транспортних засобів розроблена методика дослідження впливу відносних коливань підресореної частини на стійкість руху вздовж криволінійних ділянок шляху. Особливістю вказаних коливань є те, що вони враховують нелінійні силові характеристики пружних амортизаторів та демпферних пристроїв. За умови, що динамічний процес вказаної частини відбувається у вертикальній площині, побудовано його математичну модель. Вона являє собою систему двох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Враховуючи, що під час руху колісних транспортних засобів максимальні значення сил опору демпферних пристроїв є значно меншими за максимальні значення пружних сил амортизаторів, побудовано наближений аналітичний розв'язок математичної моделі. Він базується на: існуванні нормальних форм коливань незбуреного руху підресореної частини; використанні періодичних Атеб-функцій для їх описання; узагальненні основних ідей методу Ван-дер-Поля на рівняння збуреного руху. Показано, що нормальні форми коливань підресореної частини, мають цю особливість, що їх частота залежить від амплітуди, параметрів, які описують пружні властивості амортизаторів та силу опору демпферів. Зокрема, для прогресивної залежності пружних властивостей амортизаторів від деформації, вона для більших значень амплітуди приймає більші значення, а для регресивної – менші. Отримані основні аналітичні залежності які стосуються нормальних коливань підресореної частини у поєднанні із основними принципами механіки використано для визначення критичної з огляду на занесення швидкості стійкого руху вздовж криволінійних ділянок шляху. Показано, що вказана величина приймає менші значення для більших величин амплітуд коливань та менших величин параметру, який вказує на відхилення пружних властивостей амортизаторів від лінійного закону і одночасно більші - для більших величин їх статичної деформації підресореної частини.

Результати роботи можуть бути базою для вибору силових параметрів системи підвіски з метою максимального забезпечення експлуатаційних характеристик колісних транспортних засобів, а їх достовірність підтверджується відомими для граничних випадків результатами.

Ключові слова: підресорена та непідресорена частини, нормальні форми коливань, стійкість руху, деформація, динаміка.

ВСТУП

Основні експлуатаційні характеристики колісних транспортних засобів (КТЗ) визначаються динамікою підресореної та непідресореної частини (ПЧ та НПЧ), а також силами взаємодії коліс із опорною поверхнею. Вказані чинники є взаємопов'язані і значною мірою визначаються нерівностями шляху та силовими характеристиками системи підвіски (СП) та пружних шин. Для більшості КТЗ пружні амортизатори (пневматичного, ресорного, пружинного типів) мають силові характеристики, які описуються нелінійними залежностями від їх деформацій, а для адаптивних підвісок ще додатково і від швидкості деформацій. Тому математичні моделі динаміки ПЧ чи системи підресорено-непідресорена частини є системи нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Аналітичне дослідження останніх є складною, точніше кажучи нерозв'язальною проблемою. Одночасно найбільш точну та достовірну інформацію про основні експлуатаційні характеристики можна отримати із використанням математичних співвідношень, які описують основні динамічні процеси ПЧ та НПЧ. Для часткового вирішення проблеми впливу динаміки ПЧ та НПЧ на основні експлуатаційні характеристики розвиваються наступні методи: а) лінеаризації нелінійних силових характеристик СП та пружних шин, що призводить до лінійних математичних моделей для яких достатньо розвинуті методи чисельної симуляції чи аналітичного інтегрування рівнянь руху; б) максимального (для конкретного випадку дослідження експлуатаційних характеристик) спрощення розрахункових, а від так – математичних моделей; в) експериментальний. Кожен із методів має свої переваги та недоліки перед іншим. Так, лінеаризовані математичні моделі не враховують низки властивостей реальних процесів динаміки системи підресорена – непідресорена частини, зокрема залежність їх власних частот від амплітуд, а від так, особливості резонансних процесів під час руху КТЗ вздовж шляху із нерівностями. Подібні недоліки характерні і для чисельної симуляції нелінійних математичних моделей. Що стосується досліджень побудованих на базі максимально спрощених нелінійних розрахункових моделей, то вони для конкретних експлуатаційних характеристик дозволяють

встановити низку особливостей, які не вдається встановити на базі лінеаризованих моделей. Тому, найбільшу практичну цінність становлять аналітичні результати отримані для відносно спрощених нелінійних розрахункових моделей за умови урахування у них тих чи інших особливостей динаміки системи підресорена-непідресорена частини, які відіграють домінуючу роль у дослідженні стійкості руху, плавності ходу, керованості тощо. Саме такий підхід розвивається при дослідженні стійкості руху КТЗ за умови нелінійних характеристик елементів СП та узагальнених розрахункових моделей.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Відомо, що у КТЗ у якості пружних елементів СП використовують пружинні (ресорні), пневматичні, гідропневматичні, гідравлічні, електромагнітні та ін. системи [1-5]. Для більшості із них відновлювальна сила описується нелінійною залежністю від їх деформації або деформації та швидкості деформації (див., наприклад, [6-12]). Тому, навіть для випадку, коли нехтується пружними властивостями шин, а розглядаються тільки моноформні чи складні коливання ПЧ, математичною моделлю її динаміки є нелінійні диференціальні рівняння. Для них, у випадку моноформних коливань, із використанням асимптотичних методів нелінійної механіки [13] і спеціальних Атеб-функцій [14-16] встановлено низку особливостей поздовжніх, поперечних, вертикальних коливань ПЧ та їх вплив на стійкість руху КТЗ вздовж криволінійних ділянок шляху, керованість КТЗ, умови існування та особливості резонансних коливань та ін. Проте, у більшості із вказаних робіт розглядалися тільки моноформні коливання ПЧ (вертикальні, поздовжньо- чи поперечно-кутові). Однак, під час руху КТЗ вздовж шляху із нерівностями ПЧ здійснює складні нелінійні коливання. Дослідження їх зв'язано із побудовою розв'язку систем нелінійних коливань. Саме дослідження таких складних процесів динаміки КТЗ за умови, що силові характеристики система підвіски описуються нелінійними співвідношеннями є предметом розгляду роботи

Під час руху КТЗ вздовж шляху із нерівностями ПЧ здійснює складні коливання у вертикальній площині, яка перпендикулярна до вектора швидкості центру мас вказаної частини. Силові характеристики пружних амортизаторів та демпферних пристроїв описуються нелінійними залежностями їх деформацій (амортизаторів) чи швидкостей деформацій (демпферних пристроїв): $F_i = c\Delta_i^{v+1}$ - величина пружної сили амортизаторів, Δ_i - їх деформації ($i=1$ - для амортизаторів правого борта, $i=2$ - для лівого), v - параметр, який вказує на відхилення пружних властивостей амортизаторів від лінійного закону, c - коефіцієнт пропорційності (аналог коефіцієнту жорсткості); $R_i = \alpha\dot{\Delta}_i^{2s+1}$ - сил опору демпферних пристроїв (α , s - відомі сталі), $\dot{\Delta}_i$ - швидкості деформацій демпферів. Необхідно визначити вплив динаміки відносного руху ПЧ на стійкість руху КТЗ вздовж криволінійної ділянки шляху.

ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

За розрахункову модель для розв'язування поставленої задачі приймається система двох тіл – підресорена та непідресорена частини. Взаємодіють між собою вказані частини пружними амортизаторами та демпферними пристроями, а з дорожнім покриттям - шинами. Деформаціями останніх в подальшому нехтується. За вказаних переміщень ПЧ її відносно положення однозначно визначається положенням центру мас та кутом повороту її навколо поздовжньої осі, яка проходить через центр мас. Тому за узагальнені координати, які визначають положення ПЧ приймемо вертикальне переміщення центру мас $z(t)$ та кут повороту $\psi(t)$ вказаної частини навколо горизонтальної поздовжньої осі, яка проходить через центр мас. Відраховуватимемо узагальнену координату $z(t)$ від статичного положення ПЧ, а $\psi(t)$ - від горизонтальної поперечної осі.

Деформації пружних амортизаторів для довільного положення ПЧ виражаються через узагальнені координати залежностями: $\Delta_1 = (\Delta_{st.} - l\psi(t) - z(t))$, $\Delta_2 = (\Delta_{st.} + l\psi(t) - z(t))$, а від так величини сил, які діють на ПЧ зі сторони пружних амортизаторів рівні: $F_1 = c(\Delta_{st.} - l\psi(t) - z(t))^{v_2+1}$, $F_2 = c(\Delta_{st.} + l\psi(t) - z(t))^{v_2+1}$. Щодо статичної деформації пружних амортизаторів $\Delta_{st.}$, то вона відповідно до визначення зв'язана із “коефіцієнтом жорсткості” c залежністю

$2c(\Delta_{st.})^{v_2+1} = Q \rightarrow c = \frac{Q}{2(\Delta_{st.})^{v_2+1}}$, Q - вага ПЧ. Наведене дозволяє записати диференціальні рівняння відносного руху у вигляді

$$I_C \ddot{\psi}(t) = \left(c l (\Delta_{st.} - l\psi(t) - z(t))^{v_2+1} - c l (\Delta_{st.} + l\psi(t) - z(t))^{v_2+1} \right) + M_R (\dot{\psi}(t), \dot{z}(t)) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{Q}{g} \ddot{z} = -Q + \left(c (\Delta_{st.} - l\psi(t) - z(t))^{v_2+1} + c ((\Delta_{st.} - z(t) + l\psi(t))^{v_2+1}) \right) + R (\dot{\psi}(t), \dot{z}(t)) \dots$$

I_C , момент інерції ПЧ відносно поздовжньої осей, яка проходять через її центри ваги, $M_R (\dot{\psi}, \dot{z})$ та $R (\dot{\psi}, \dot{z})$ - момент сил опору демпферних пристроїв відносно вказаної осі та їх головний вектор. Величини цих векторів рівні $R (\dot{\psi}, \dot{z}) = \alpha \left[(l\dot{\psi}(t) + \dot{z}(t))^{2s+1} + (l\dot{\psi}(t) - \dot{z}(t))^{2s+1} \right]$, $M_R (\dot{\psi}(t), \dot{z}(t)) = l\alpha \left[(l\dot{\psi}(t) + \dot{z}(t))^{2s+1} - (l\dot{\psi}(t) - \dot{z}(t))^{2s+1} \right]$.

Як було наголошено вище, стійкість руху КТЗ вздовж криволінійних ділянок шляху визначається значною мірою динамічною силою тиску шин на опорну поверхню, остання в свою чергу визначається динамікою ПЧ. Тому наступним завданням роботи є визначення законів поперечно-кутових та вертикальних коливань ПЧ.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Для аналітичного описання динаміки ПЧ перш за все заміною змінних $w(t) = \Delta_{st.} - z(t)$ ($\dot{w}(t) = -\dot{z}(t)$, $\ddot{w}(t) = -\ddot{z}(t)$) диференціальні рівняння (1) проведемо до вигляду

$$\ddot{\psi}(t) + \frac{1}{I_C} \left(c l (l\psi(t) - w(t))^{v_2+1} + c l (l\psi(t) + w(t))^{v_2+1} \right) = \frac{1}{I_C} M_R (\dot{\psi}, -\dot{w}(t)) \dots \tag{2}$$

$$\ddot{w} + \frac{g}{Q} \left(c (w(t) - l\psi(t))^{v_2+1} + c ((w(t) + l\psi(t))^{v_2+1}) \right) = \frac{g}{Q} R (\dot{\psi}, -\dot{w}(t)).$$

Для забезпечення належної комфортабельності перевезення у КТЗ використовують СП для якої під час руху вздовж шляху із нерівностями максимальні значення пружних сил амортизаторів є значно більшими від максимальних значень сил опору демпферних пристроїв, тобто $\max(c(\Delta_{st.} - l\psi(t) - z(t))^{v_2+1} + c((\Delta_{st.} - z(t) + l\psi(t))^{v_2+1})) \gg \max R(\dot{\psi}(t), \dot{z}(t))$. Останнє є підставою для застосування загальних ідей методів збурень при побудові розв'язку системи диференціальних рівнянь (2). Ефективність їх використання залежить від можливості побудови "породжуючих рівнянь".

Динаміка породжуючого руху ПЧ, як впливає із вище наведеного, зв'язана із побудовою розв'язку системи нелінійних диференціальних рівнянь, тобто

$$\ddot{\psi}(t) + \frac{1}{I_C} \left(c l (l\psi(t) - w(t))^{v_2+1} + c l (l\psi(t) + w(t))^{v_2+1} \right) = 0 \dots \tag{3}$$

$$\ddot{w} + \frac{g}{Q} \left(c (w(t) - l\psi(t))^{v_2+1} + c ((w(t) + l\psi(t))^{v_2+1}) \right) = 0.$$

Покажемо, що відповідно до основної ідеї описання нормальних форм коливань у сильно нелінійних системах [17,18] поперечно-кутові та вертикальні переміщення ПЧ при $v+1 = \frac{2m+1}{2n+1}$, $m, n = 0, 1, 2, \dots$ зв'язані співвідношенням $w(t) = \lambda\psi(t)$, λ - невідомий параметр. Підставляючи вказану залежність між невідомими нормальними формами коливань у рівняння (3), для знаходження $\psi(t)$ та λ отримуємо співвідношення

$$\frac{\lambda l}{I_C} \left((1+\lambda)^{v_2+1} + (1-\lambda)^{v_2+1} \right) = \frac{g}{Q} \left((1+\lambda)^{v_2+1} - (1-\lambda)^{v_2+1} \right) \tag{4}$$

Таким чином, знаходження невідомих форм коливань частково зв'язано із проблемою існування та знаходженням розв'язків алгебраїчного рівняння (4). Перейдемо до наближеного аналітичного їх

знаходження. Із фізичного змісту умови існування нормальних форм коливань у ПЧ ($w(t) = \lambda \psi(t)$) випливає, що параметр λ приймає мале значення. Це дозволяє для наближеного знаходження параметру λ обмежитись декількома членами розкладу в околі параметру 1 виразів $(1 \pm \lambda)^{v_2+1}$. Отримаємо після нескладних перетворень алгебраїчне рівняння третього степеня

$$\frac{2\lambda}{I_C} (1^{v_2+1} + (v_2+1)v_2 1^{v_2-1} \lambda^2) = \frac{2g}{QI} ((v_2+1)1^{v_2} \lambda) \quad (5)$$

Його корені рівні $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = \sqrt{\frac{I_C g (v_2+1) - QI^2}{Qv_2(v_2+1)}}$, $\lambda_3 = -\sqrt{\frac{I_C g (v_2+1) - QI^2}{Qv_2(v_2+1)}}$. Першому кореню

відповідають поперечно кутові коливання ПЧ, а другому та третьому – поперечно-кутові та вертикальні коливання ПЧ, причому, другому випадку відповідають синхронні поперечно-кутові та вертикальні коливання ПЧ, а третьому - у протилежних фазах.

Не менш важливою проблемою є описання форм коливань. Для цього із першого рівняння системи (3) для випадку $\lambda_1 = 0$ маємо

$$\ddot{\psi}(t) + \frac{2cl^{v_2+2}(\psi(t))^{v_2+1}}{I_C} = 0, \quad (6)$$

Його розв'язок описується за допомогою періодичних Атеб-функцій [14] у вигляді $\psi(t) = asa(v+1, 1, \omega(a)t + \vartheta)$, де a - амплітуда коливань, а $\omega(a)$ - їх частота, яка рівна

$$\omega(a) = \sqrt{(v_2+2) \frac{cl^{v_2+2}}{I_C} a^{\frac{v_2}{2}}} \text{ або } \omega(a) = \sqrt{\frac{(v_2+2)gl}{2\rho^2} \left(\frac{1}{\Delta_{st}}\right)^{v_2+1} a^{\frac{v_2}{2}}}, \rho - \text{радіус інерції ПЧ: } I_C = \frac{Q}{g} \rho^2.$$

Що стосується нормальних коливань ПЧ (поперечно-кутових та вертикальних), то вони (див. залежності (3) - (6)) описуються також за допомогою періодичних Атеб-функцій

$$\begin{aligned} \psi(t) &= asa(v+1, 1, \omega_2(a)t + \vartheta), \\ w(t) &= \pm a \sqrt{\frac{\rho^2(v+1) - I^2}{v(v+1)}} sa(v+1, 1, \omega_2(a)t + \vartheta), \end{aligned} \quad (7)$$

де $\omega_2(a) = \sqrt{\frac{gl(v+2)}{4\rho^2(\Delta_{st})^{v_2+1}} \left(\left(1 + \sqrt{\frac{\rho^2(v+1) - I^2}{v(v+1)}}\right)^{v_2+1} + \left(1 - \sqrt{\frac{\rho^2(v+1) - I^2}{v(v+1)}}\right)^{v_2+1} \right)} a^v$ і верхній знак у функції

$w(t)$ відповідає поперечно-кутовим і вертикальним коливанням ПЧ у одній фазі, а нижній – у протилежних фазах. Із залежності (7) випливає, що для прогресивної силової характеристики пружних амортизаторів нормальні форми коливань незбуреного руху можливі при $\rho^2 > \frac{I^2}{(v+1)}$, а для

регресивної навпаки $\rho^2 < \frac{I^2}{(v+1)}$.

На рис. 1 представлено залежність частоти нормальних форм коливань (у герцах) від амплітуди при різних значеннях статичної деформації ПЧ та параметру нелінійності.

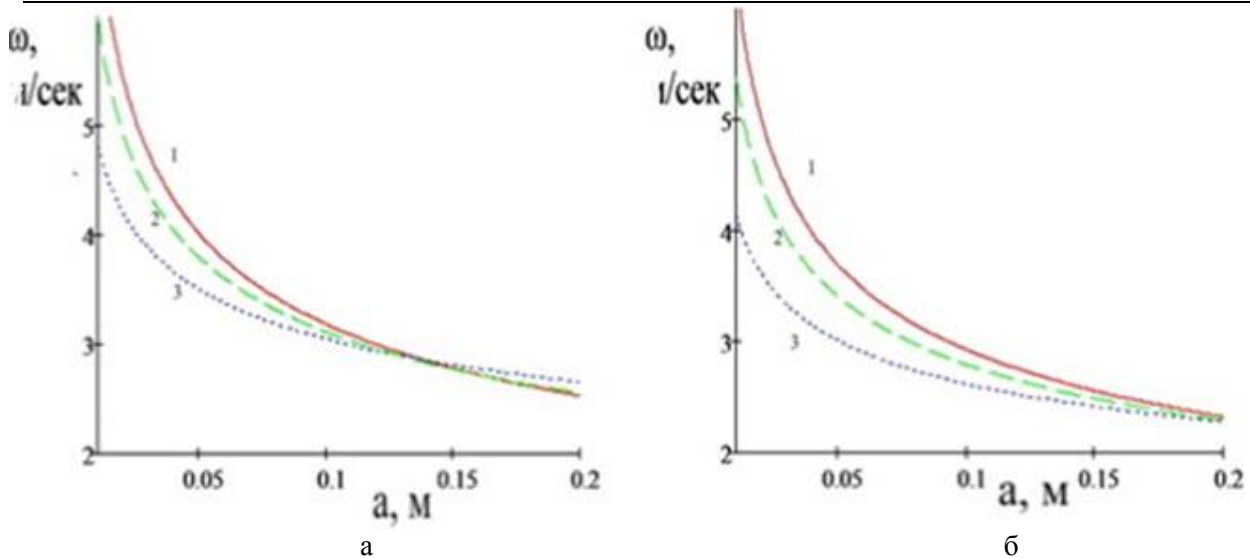


Рисунок 1. Залежність частоти нормальних коливань від амплітуди при різних значеннях статичної деформації ПЧ та параметру нелінійності ν .

Чисельні дослідження проводились при $l=0.85\text{м}$, $\rho^2 = l^2/3$, $\Delta_{st} = 0.15\text{м}$; 0.25м (рис. 1а, 1б - відповідно), $\nu = -2/3$; $-4/7$; $-2/5$ (лінія 1, 2, 3 - відповідно).

Отримані результати показують, що власні частоти поперечно-кутових коливань ПЧ для регресивної характеристики пружних амортизаторів:

- приймають менші значення для більших величин амплітуд коливань. Одночасно залежність зменшення частоти від амплітуди коливань є більшою для менших величин параметру ν . Зростання амплітуди поперечно-кутових коливань від 0.05 рад. до 0.01 рад спричиняє зменшення частоти на 12.9% при $\nu = -4/7$, $\Delta_{st} = 0.35\text{м}$, а при $\nu = -2/7$, $\Delta_{st} = 0.35\text{м}$ - на 20.6%;

- за однакових амплітуд коливань частота коливань є більшою для менших значень параметру ν . Частота вказаних коливань при амплітуді коливань 0.05 рад і $\nu = -4/7$, $\Delta_{st} = 0.35$ є на 36.2% більшою ніж при $\nu = -2/7$, $\Delta_{st} = 0.35$, а при амплітуді коливань 0.15 рад - на 17,7%;

- зростання статичної деформації від 0.15 м до 0.25 м при $\nu = -2/7$ спричиняє зменшення частоти коливань на 16.5% при амплітуді коливань 0.1 рад.

Для прогресивної характеристики системи підресорювання:

- зростання статичної деформації від 0.15 м до 0.25 м при $\nu = 2/9$ спричиняє зростання частоти коливань на 67.2% при амплітуді коливань 0.1 рад.

- за однакових амплітуд коливань частота коливань є більшою для менших значень параметру ν . Частота вказаних коливань при амплітуді 0.05 рад. і $\nu = 2/9$, $\Delta_{st} = 0.35$ є на 29.8% більшою ніж при $\nu = 2/3$, $\Delta_{st} = 0.35$, а при амплітуді коливань коливань 0.2 рад - меншою на 4.6%.

Що стосується якісної картини частот нормальних коливань, то вона має подібний характер як для поперечно-кутових коливань ПЧ із регресивною характеристикою пружних амортизаторів. Проте кількісні показники частот нормальних коливань є значно більшими.

Для визначення впливу сил опору демпферних пристроїв на нормальні форми коливань ПЧ обмежимося першим наближенням розв'язку. Для його знаходження, відповідно до основної ідеї методу Ван-дер-Поля [13], динамічний процес ПЧ описується аналогічними співвідношеннями як і для випадку розглянутих вище нормальних коливань, тільки амплітуда та фаза коливань є функціями часу. Таким чином, для знаходження законів зміни амплітуди коливань (параметру a) отримуємо звичайне диференціальне рівняння

$$\frac{da}{dt} = \frac{l\alpha(a\omega_2(a))^{2s+1}}{I_c\omega_2(a)} \left[\left(1 \pm \sqrt{\frac{\rho^2(v+1)-I^2}{v(v+1)}} \right)^{2s+1} - \left(1 \mp \sqrt{\frac{\rho^2(v+1)-I^2}{v(v+1)}} \right)^{2s+1} \right] \frac{\Gamma\left(\frac{1}{v_2+2}\right)\Gamma\left(\frac{2s_2+2}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{1}{v_2+2} + \frac{2s_2+2}{2}\right)} \quad (8)$$

де верхній знак приймається для амплітуди синхронних коливань, а нижній – для випадку поперечно-кутових та вертикальних коливань у протилежних фазах.

Отримані вище результати дозволяють отримати значення динамічної сили тиску на опорну поверхню. У випадку безвідривного контакту коліс із опорною поверхнею динамічна сила тиску останніх на опорну поверхню рівна $N_1 + N_2 = P + Q \pm \Phi_Q^r$, де P - вага НПЧ, Φ_Q^r - головний вектор сил інерції відносного руху ПЧ. Щодо величини останнього, то виходячи із диференціального рівняння вертикальних коливань ПЧ та його розв'язку у нормальній формі, маємо

$$\Phi_Q^r = \frac{2a}{v+2} \frac{Q}{g} \sqrt{\frac{\rho^2(v+1) - I^2}{v(v+1)}} \omega_2^2(a) \sin^{v+1}(v+1, \omega_2^2(a)t + \theta) \quad (9)$$

Таким чином, екстремальні значення сили тиску на опорну поверхню за умови усталеного руху КТЗ рівні

$$\left\{ \begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} \right\} (N_1 + N_2) = P + Q \pm \frac{2a}{v+2} \frac{Q}{g} \sqrt{\frac{\rho^2(v+1) - I^2}{v(v+1)}} \omega_2^2(a) \quad (10)$$

З іншого боку, умовою стійкості руху з огляду на занесення КТЗ вздовж криволінійної ділянки шляху є: $f(N_1 + N_2) > \Phi_Q^e + \Phi_P^e$, де Φ_Q^e та Φ_P^e - головні вектори сил інерції переносного руху відповідно ПЧ та НПЧ. Їх величини рівні $\Phi_Q^e = \frac{Q V^2}{g R}$, $\Phi_P^e = \frac{P V^2}{g R}$, де R - радіус кривини ділянки шляху.

Обмежуючись мінімальним значенням сили тиску в умові стійкості руху отримуємо

$$\frac{V^2}{Rg} (P + Q) \leq f \left\{ P + Q - \frac{2a}{v+2} \frac{Q}{g} \sqrt{\frac{\rho^2(v+1) - I^2}{v(v+1)}} \omega_2^2(a) \right\} \quad (11)$$

Зауважимо, у отриманій вище формулі за значення сили тиску коліс КТЗ на дорожнє покриття прийнято мінімальне її значення. Таким чином, безпечно з огляду на занесення швидкості стійкого руху вздовж криволінійної ділянки шляху повинно бути меншим за критичне значення \bar{V} , яке визначається із (11) (для випадку рівності)

$$\bar{V} = \sqrt{Rgf} \sqrt{1 - \frac{2a}{v+2} \frac{Q}{g(P+Q)} \sqrt{\frac{\rho^2(v+1) - I^2}{v(v+1)}} \omega_2^2(a)} \quad (12)$$

На рис.2 для різних значень параметрів, які характеризують пружну підвіску КТЗ представлено залежність від амплітуди коливань критичної швидкості стійкого руху

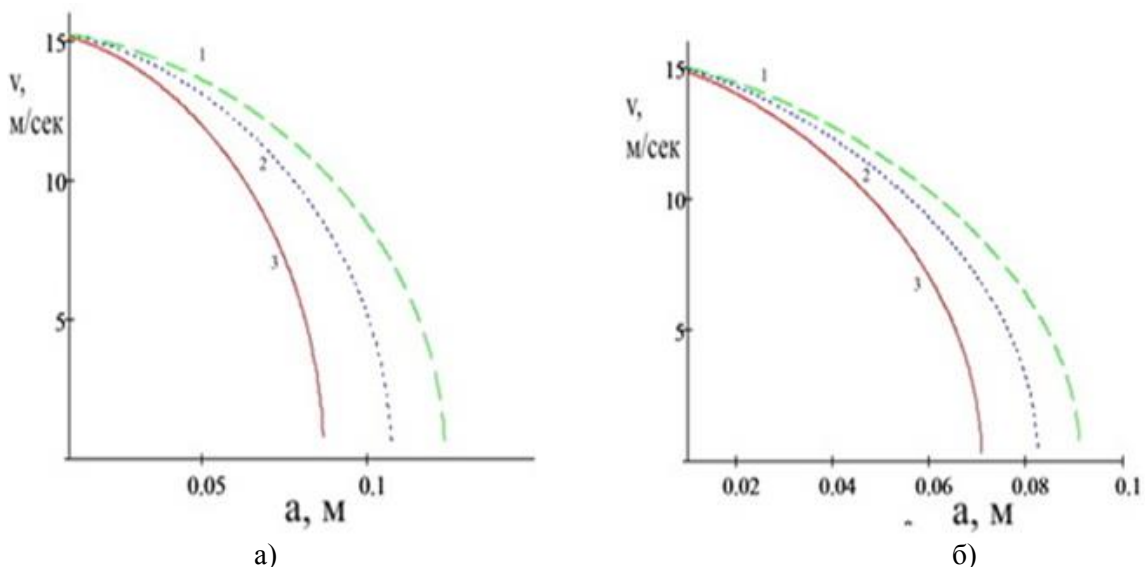


Рисунок 2. Залежність критичної швидкості стійкого руху від амплітуди коливань

Чисельні дослідження проводились при $R = 0.40\text{м}$, $f = 0.6$. Криві на рис. 2а, 2б побудовані при $\Delta_{st} = 0.35\text{м}$; 0.25м ; 0.15м (лінія 1, 2, 3 - відповідно), $\nu = -2/3$; $-4/7$ (рис. 2а, 2б – відповідно).

Із отриманих розрахункових залежностей та графічних представлених на рис.2 випливає:

- для більших величин амплітуд коливань ПЧ критичне значення швидкості стійкого руху є меншим;

- для СП із більшою статичною деформацією пружних амортизаторів, при незмінних інших параметрах, зростання статичної деформації спричиняє зростання критичної швидкості. Так зростання статичної деформації від 0.25м . до 0.35м при $\nu = -2/7$ та амплітуді коливань 0.075м спричиняє зростання критичної швидкості стійкого руху на 10.7% , а при амплітуді коливань 0.01м – 39.3% ;

- зростання параметру ν , який характеризує нелінійно-пружні властивості амортизаторів спричиняє зростання критичної швидкості руху. Так зростання вказаного параметру від $\nu = -2/3$ до $\nu = -4/9$ при статичній деформації 0.2м і амплітуді коливань 0.02м спричиняє зростання критичної швидкості на $7,6\%$, а при амплітуді коливань 0.05м на 38.8% за цієї ж величини статичної деформації.

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для дослідження стійкості руху КТЗ з огляду на занесення під час руху вздовж криволінійних ділянок шляху із урахуванням нелінійних коливань ПЧ розроблено методику їх дослідження. Вона базується на поєднанні загальних ідей методів збурень, використанні періодичних Атеб-функцій для описання нормальних форм поперечно-кутових та вертикальних коливань ПЧ. Показано, що вказані форми коливань ПЧ, мають цю особливість, що їх частота залежить від амплітуди, статичного переміщення ПЧ, параметру, який вказує на відхилення пружних властивостей амортизаторів від лінійного закону. Зокрема, для прогресивної залежності пружних властивостей амортизаторів від деформації, вона для більших значень амплітуди приймає більші значення, а для регресивного закону – навпаки менші значення. Одночасно вплив демпферних пристроїв призводить до затухання амплітуд коливань, а від так і зміни в часі частоти. Причому власна частота нормальних коливань ПЧ для прогресивного закону пружної сили амортизаторів з часом зростає, а для регресивного – спадає. Як окремий випадок отриманого впливають результати, що стосуються моноформних коливань ПЧ. Отримані основні аналітичні залежності які стосуються нормальних коливань ПЧ у поєднанні із основними принципами механіки використано для визначення критичної з огляду на занесення швидкості стійкого руху вздовж криволінійних ділянок шляху. Показано, що критичне значення швидкості стійкого руху є меншим для більших величин амплітуд коливань та менших величин параметру, який вказує на відхилення пружних властивостей амортизаторів від лінійного закону і одночасно більшим для більших величин їх статичної деформації. Зокрема, при зростанні:

а) амплітуди коливань від 0.04м . до 0.05м при статичній деформації амортизаторів 0.2 м параметрі нелінійності $\nu = -2/3$ критична швидкість стійкого руху зменшується на 27.4% , а при параметрі не лінійності $\nu = -2/7$ - на 6.7% ;

б) статичної деформації від 0.2м до 0.3м та параметру нелінійності $\nu = -2/7$ критична швидкість стійкого руху збільшується на 5% при амплітуді коливань 0.04м ., а при амплітуді нормальних коливань 0.06м . – на 8.2% ;

в) параметру нелінійності від $\nu = -4/7$ до $\nu = -2/7$ спричиняє зростання критичної швидкості руху на 15.42% при статичній деформації 0.35м і амплітуді коливань 0.05м , а при амплітуді коливань 0.075м – на 36.6% .

ВИСНОВКИ

Провідні автовиробники світу ведуть інтенсивні дослідження, які стосуються динаміки ПЧ та НПЧ за нелінійних математичних моделей. Однак результати їх досліджень базуються на чисельній симуляції відповідних математичних моделей. Чисельна симуляція не дає достатньої інформації для випадків резонансних коливань навіть простіших – одномасових моделей із нелійними характеристиками пружних амортизаторів. До того ж, використання в останні роки у транспортних засобах адаптивних елементів потребує створення програмного продукту для них, який забезпечував би найбільш комфортні умови транспортування окремих категорій людей чи вантажів. Саме отримані у роботі результати можуть бути використані, зокрема, для цієї мети.

Отримані основні співвідношення можуть служити базою для широко планових проектно-конструкторських робіт з метою модернізації наявних чи створення нових систем підресорювання, які б у більшій мірі задовольняли експлуатаційним вимогам у складних умовах руху КТЗ. Одночасно

отримані у роботі результати можуть використовуватись для подальших досліджень динаміки КТЗ, зокрема під час руху вздовж шляху із невпорядкованою системою нерівностей, керованості КТЗ та ін.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Васильєв А.Ю. Вплив характеристики підвіски на стійкість броньованих армійських автомобілів багатоцільового призначення// Васильєв А.Ю. Грубель М.Г., Шаталов О.Є., Нанівський Р.А., Дудар Є.Є. // Механіка та машинобудування №2; Харків: Технічний збірник НТУ ХП. - 2015-с. 68-75.
2. Дущенко В.В. Стени підресорювання військових гусеничних і колісних машин: розрахунок і синтез. НТУ "ХП". – Харків, 2018.- 336 с.
3. Mykhailo Hrubel. Oscillation of a sprung part of vehicles with non-conservative specifications of shock absorbers. / Mykhailo Hrubel, Roman Naniivskyi, Marija Sokil /Зб. наукових праць Харківського національного університету Повітряних сил. № 2 (56), 2018.-С.132-136
4. Павленко В.М. Сучасний стан розвитку активних підвісок для легкових автомобілів / Павленко В.М., Криворучко О.О. // Вісник НТУ "ХП" Автомобілебудування.-2014, №9.- С. 54-60.
5. Park S., Popov A., Cole D. Influence of soil deformation in off-road heavy vehicle suspension vibration Journal of Terramechanics 41 (2004) P. 41–68. – Режим доступу: www.academia.edu/14061651/Influence_of_soil_deformation_on_off-road_heavy_vehicle_suspension_vibration.
6. Oleg Lyashuk. Longitudinal-angular oscillation of wheeled vehicles with non-linear power characteristics of absorber system/ Oleg Lyashuk, Volodymyr Klendiy Tetyana Pyndus, Mariya Sokil, Olexandr Marunych / Scientific Journal of the Ternopil National Technical University.- 2016.№2(83).- 82-89 ISSN 1727-7108. visnik.tntu. edu.ua
7. Пісарєв В.П. Можливості по компоновці нових пружних елементів підвіски, з прогресивною характеристикою, в межах існуючого конструктивного рішення БТР-60 / В.П. Пісарєв, А.П. Горбунов // Механіка та машинобудування. – 2009. – № 2 – С. 51-56.
8. Гречанюк М.С. Удосконалення пневматичної підвіски напівпричепа вантажного автомобіля / М.С. Гречанюк // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. – 2011. – Вип. 4. – С. 48-52.
9. Leitner, B.; Decký, M.; Kováč, M. Road pavement longitudinal evenness quantification as stationary stochastic process. Transport 2019, 34, 195–203.
10. Грубель М.Г. Вертикальні коливання ПЧ КТЗ під дією випадкових збурень / М.Г. Грубель, О.П. Красюк, Р.А. Нанівський, М.Б. Сокіл // Наукові нотатки НТК. – Луцьк, 2014. – Вип. 46. – С. 112-116.
11. Zhang, Z.; Sun, C.; Bridgelall, R.; Sun, M. Road profile reconstruction using connected vehicle responses and wavelet analysis. J. Terramech. 2018, 80, 21–30.
12. Грубель М.Г. Резонансні коливання підресореної частини колісних транспортних засобів під час руху вздовж впорядкованої системи нерівностей / М.Г. Грубель, Р.А. Нанівський, М.Б. Сокіл // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця, 2015. – № 1. – с. 155-161
13. Митропольський Ю.А. Избранные труды в 2-х томах/ Ю.А. Митропольский. – К.: Наукова думка, 2012. – 504 с.
14. Сенік П. М. Обернення неповної Beta-функції / П.М. Сенік // Укр. мат. журн. – К., 1969. – 21, № 3. – С. 325-333.
15. Nazarkevych M. Investigation of Beta- and Ateb-function dependencies. Bulletin of the National University. Lviv Polytechnic". 732: Computer Science and Information Technology, 207–216 (2012).
16. Ольшанський В.П., Ольшанський С.В. та ін. Коливання дисипативних осциляторів. Харків: Міськдрук, 2015. 116 с.
17. Жупиев А.Л., Михлин Ю.В. Устойчивость и ветвление нормальных форм колебаний нелинейных систем // ПММ.- 1981.- 45, №3.- С. 450-455.
18. Маневич Л.И., Михлин Ю.В., Пилипчук В.Н. Методы нормальных колебаний для существенно нелинейных систем.- М.:Наука,1989.-216 с.

REFERENCE

1. Vasyliiev A.Iu. Hrubel M.H., Shatalov O.Ie., Naniivskyi R.A., Dudar Ye.Ie. (2015). Vplyv kharakterystyky pidvisky na stiikist bronovanykh armiiskykh avtomobiliv bahatotsilovoho pryznachennia. Mekhanika ta mashynobuduvannia, 2. 68-75.

2. Dushchenko V.V. (2018). *Stemy pidresoriuvannia viiskovykh husenychnykh i kolisnykh mashyn: rozrakhunok i syntez*. 336 s.
3. Mykhailo Hrubel, Roman Nanivskiy, Marija Sokil. (2018). Oscillation of a sprung part of vehicles with non-conservative specifications of shock absorbers, 56. 132-136.
4. Pavlenko V.M., Kryvoruchko O.O. (2014). Suchasnyi stan rozvytku aktyvnykh pidvisok dlia lehkovykh avtomobiliv, 9. 54-60.
5. Park S., Popov A., Cole D. (2004). Influence of soil deformation in off-road heavy vehicle suspension vibration *Journal of Terramechanics*, 41. 41–68. www.academia.edu/14061651/Influence_of_soil_deformation_on_off-road_heavy_vehicle_suspension_vibration.
6. Oleg Lyashuk, Volodymyr Klendiy Tetyana Pyndus, Mariya Sokil, Olexandr Marunych. (2016). Longitudinal-angular oscillation of wheeled vehicles with non-linear power characteristics of absorber system. *Scientific Journal of the Ternopil National Technical University*, 83. 82-89.
7. V.P. Pisariiev, A.P. Horbunov. (2009). Mozhyvosti po komponovtsi novykh pruzhnykh elementiv pidvisky, z prohresyvnoiu kharakterystykoiu, v mezhakh isnuuuchoho konstruktyvnoho rishennia BTR-60. *Mekhanika ta mashynobuduvannia*. 2. 51-56.
8. Hrechaniuk M.S. (2011). Udoskonalennia pnevmatychnoi pidvisky napivprychepa vantazhnoho avtomobilia. *Visnyk Donetskoï akademii avtomobilnoho transportu*, 4. 48-52.
9. Leitner, B.; Decký, M.; Kováč, M. (2019). Road pavement longitudinal evenness quantification as stationary stochastic process. *Transport*, 34, 195–203.
10. Hrubel M.H., Krasiuk O.P., Nanivskiy R.A., Sokil M.B. (2014). Vertykalni kolyvannia PCh KTZ pid diieiu vypadkovykh zburon. *Naukovi notatky NTK*, 46, 112-116.
11. Zhang, Z.; Sun, C.; Bridgelall, R.; Sun, M. Road profile reconstruction using connected vehicle responses and wavelet analysis. *J. Terramech.* 2018, 80, 21–30.
12. Hrubel M.H., Nanivskiy R.A., Sokil M.B. (2015). Rezonansni kolyvannia pidresorenoi chastyny kolisnykh transportnykh zasobiv pid chas rukhu vzdovzh vporiadkovanoi systemy nerivnostei. *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*, 1, 155-161.
13. Mitropol's'kij YU.A. (2012). *Izbrannye trudy v 2-h tomah*. Naukova dumka, 504.
14. Senyk P. M. (1969). Obnennia nepovnoi Veta-funktsii. *Ukr. mat. Zhurn*, 21,3, 325-333.
15. Nazarkevych M. (2012). Investigation of Beta- and Ateb-function dependencies. *Bulletin of the National University. Lviv Polytechnic*, 732, 207–216
16. Olshanskiy V.P., Olshanskiy S.V. (2015). Kolyvannia dysypatyvnykh ostsyl'yatoriv, 116.
17. Zhupiev A.L., Mihlin Yu.V. (1981). Ustojchivost' i vetvlenie normal'nyh form kolebanij nelinejnyh system, 45, 3, 450-455.
18. Manevich L.I., Mihlin Yu.V., Pilipchuk V.N. (1989). *Metody normal'nyh kolebanij dlya sushchestvenno nelinejnyh system*, 216.

B. Sokil, A. Senyk, M. Sokil, A. Andrukhiv. Methodology of research of the influence of oscillations of the sprung part of wheeled vehicles on the stability of movement.

For wheeled vehicles, a methodology for studying the effect of relative oscillations of the sprung part on the stability of movement along curved sections of the road has been developed. The peculiarity of these oscillations is that they take into account the nonlinear power characteristics of elastic shock absorbers and damping devices.

Provided that the dynamic process of this part takes place in the vertical plane, its mathematical model is built. It is a system of two nonlinear differential equations of the second order. Given that the maximum values of the resistance forces of damping devices during the movement of wheeled vehicles are much smaller than the maximum values of the elastic forces of the shock absorbers, an approximate analytical solution of the mathematical model is built.

It is based on: the existence of normal forms of oscillations of undisturbed motion of the sprung part; using periodic Ateb functions to describe them; generalization of the main ideas of the Van der Paul method to the equation of perturbed motion.

It is shown that the normal forms of oscillations of the sprung part have this feature, their frequency depends on the amplitude, parameters that describe the elastic properties of the shock absorbers and the resistance of the dampers.

In particular, for the progressive dependence of the elastic properties of the shock absorbers on the deformation, it takes larger values for larger values of amplitude, and for regressive - smaller.

The obtained basic analytical dependences concerning the normal oscillations of the sprung part in combination with the basic principles of mechanics were used to determine the critical speed of steady motion along curvilinear sections of the road.

It is shown that this value takes smaller values for larger values of oscillation amplitudes and smaller values of the parameter that indicates the deviation of the elastic properties of the shock absorbers from the linear law and at the same time larger - for larger values of their static deformation of the sprung part

The results of the work can be the basis for selecting the power parameters of the suspension system in order to maximize the performance of wheeled vehicles, and their reliability is confirmed by the results known for extreme cases.

Key words: sprung and unsprung parts, normal forms of oscillations, stability of motion, deformation, dynamics.

СОКІЛ Богдан Іванович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інженерної механіки, Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, e-mail: sokil_b_i@ukr.net, <http://orcid.org/0000-0001-8551-7348>

СЕНИК Андрій Петрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики, Національний університет «Львівська політехніка», andrij.p.senyk@lpnu.ua, <http://orcid.org/0000-0002-1614-512X>

СОКІЛ Марія Богданівна, кандидат технічних наук, доцент кафедри соціальних комунікацій та інформаційної діяльності, Національний університет «Львівська політехніка», mariia.b.sokil@lpnu.ua, <http://orcid.org/0000-0003-3352-2131>

АНДРУХІВ Андрій Ігорович, кандидат технічних наук, директор науково-технічної бібліотеки, Національний університет «Львівська політехніка», andrij.i.andrukhiv@lpnu.ua, <http://orcid.org/0000-0001-5915-8855>

Bohdan SOKIL, Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Engineering Mechanics, Hetman Petro Sahaidachnyi National Ground Forces Academy, e-mail: sokil_b_i@ukr.net, <http://orcid.org/0000-0001-8551-7348>

Andriy SENYK, PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics, Lviv Polytechnic National University, andrij.p.senyk@lpnu.ua, <http://orcid.org/0000-0002-1614-512X>

Maria SOKIL, PhD in Engineering, Associate Professor of the Department of Social Communications and Information Activities, Lviv Polytechnic National University, mariia.b.sokil@lpnu.ua, <http://orcid.org/0000-0003-3352-2131>

Andriy ANDRUKHIV, PhD in Engineering, Director of the Scientific and Technical Library, Lviv Polytechnic National University, andrij.i.andrukhiv@lpnu.ua, <http://orcid.org/0000-0001-5915-8855>

DOI 10.36910/automash.v1i18.773