

В.П.Сахно<sup>1</sup>, С.М.Шарай<sup>1</sup>, І.С. Мурований<sup>2</sup>, І.В.Човча<sup>1</sup>  
<sup>1</sup> Національний транспортний університет, Київ, Україна  
<sup>2</sup> Луцький національний технічний університет, Луцьк, Україна

## ДО ВИЗНАЧЕННЯ СТІЙКОСТІ РУХУ ТРИЛАНКОВИХ АВТОПОЇЗДІВ

Сучасний розвиток громадського та вантажного транспорту веде до збільшення запитів вантажних транспортних засобів великих міст і міських автобусів. Ця тенденція обґрунтовує аргументи економії енергії та зниження рівня забруднення навколишнього середовища, обумовленого обмеженістю кількості транспортних засобів і водіїв, необхідних для перевезення великої кількості вантажів і людей. Як наслідок, виробники вантажівок і міських автобусів у нинішній час проєктують конструкції великої місткості у формі спільних та багатоланкових, як правило, триланкових транспортних засобів. Шарнірне з'єднання ланок робить довгі транспортні засоби універсальними у використанні і допускає швидке маневрування навіть в напруженому міському середовищі.

Застосування автобусів з пасажирськими причепами дозволяє знизити економічні та екологічні витрати за рахунок застосування в години пік автобуса з причепом, а в міжпіковий час того ж автобуса без причепа. Тобто автобуси з причепом можуть дати те, чого не можуть дати такі ж по місткості зчленовані автобуси. Проте питання стійкості багатоланкових автопоїздів на сьогодні ще не до кінця вирішено. Тому метою роботи є визначення стійкості руху триланкового автобусного поїзда у складі автобус + причіпна ланка за напівпричіпною схемою + причіпна ланка за причіпною схемою.

Для цього розроблено просторову модель руху автобусного поїзда, що дозволила визначити параметри стійкості у різних режимах руху. Показано, що стійкість руху автопоїзда при виконанні маневрів «переставка» і «ривок рульового колеса» за швидкості 10 м/с не забезпечується і для її забезпечення необхідно зменшити швидкість автопоїзда до 8,5 м/с. Визначено критичну швидкість прямолінійного руху автобусного поїзда, яка склала 30,25 м/с, що перевищує максимальну дозволена швидкість руху навіть в системі BRT, що засвідчує доцільність створення такого автобусного поїзда.

**Ключові слова:** автобус, причіп, стійкість, швидкість, маневр, математична модель.

### ВСТУП

Існуючі конструкції вантажних і пасажирських триланкових автопоїздів виконані за двома універсальними схемами. Перша: автопоїзд сформований або з тривісного тягача + 5-вісного причепа, виконаного на базі серійного 3-вісного напівпричепа на двохвісному підкатному візку, або сидельно-причіпний автопоїзд, де до серійного напівпричепа причіплюється 2-вісний причіп, зазвичай з центрально розташованими осями. При цьому зберігається модульність конструкції рухомого складу [1]. Друга: автопоїзд сформований або з тривісного (двовісного) тягача і двох одно-, дво- або тривісних причепів, або із сидельного тягача і двох напівпричепів. З метою підвищення ефективності автоперевезень, скорочення витрати палива і токсичності відпрацьованих газів на одиницю вантажу, що перевозиться, з 1998г. скандинавські країни Швеція і Фінляндія змінили вимоги до довжини і повної маси автопоїздів до 25,25 м і 60 т, зберігши при цьому вимоги Директиви 2002/7/ЕС до осевих навантажень [2]. Дозволена експлуатація 2 компоновальних схем автопоїздів. Перша: автопоїзд сформований з тривісного тягача + 5-вісного причепа, виконаного на базі серійного 3-вісного напівпричепа на двохвісному підкатному візку. Друга – причіпний або сидельно-причіпний автопоїзд у складі автомобіля-тягача (автобуса) і двох причепів або напівпричепів. При цьому зберігається модульність конструкції рухомого складу [1].

Поява таких автопоїздів, корисний об'єм кузова яких складає біля 150 м<sup>3</sup>, на міжнародних перевезеннях очікувалася, але, на жаль, дорожнє і транспортне законодавства до цих пір не готові до цього в ЄС, окрім відповідно Швеції і Фінляндії.

Якщо за першою схемою виконують, як правило, вантажні автопоїзди, то за другою – і вантажні, і пасажирські автопоїзди. Тому розглянемо триланкові автопоїзди за другою універсальною схемою.

Триланкові пасажирські автопоїзди знайшли своє застосування в BRT – системах. Метробус або нова система автобусного руху "Швидкісний автобусний транспорт" (Bus Rapid Transport, BRT) є результатом розвитку мережі автобусного суспільного транспорту, рис.1. У порівнянні з метрополітеном цей проєкт має очевидні переваги: нижча вартість мережі і рухомого складу, висока пасажиромісткість та ефективні системи оплати, що забезпечують недорогий проїзд; висока швидкість руху дозволяє метробусу перевозити значну частку пасажиропотоку, що сприяє зменшенню кількості

автомобілів на дорогах міста і відповідно зменшенню викидів відпрацьованих газів; розширена інформаційна система інформує пасажирів про розклад маршрутів [3,4].



Рисунок 1 - Триланковий метробус

Таким чином, основними перевагами BRT – систем є відносно невелика вартість будівництва, швидкість будівництва лінії, дешевизна автобусів, можливість гнучкої зміни пасажиропотоку за рахунок інтенсивності руху, можливість частково використовувати лінію BRT для інших спеціалізованих транспортних засобів. Він може використовувати як окремі полоси, так і частково рухатися існуючими дорогами. З роздільними смугами можна розвивати високу швидкість у місті. На одній лінії можуть бути різні маршрути, на відміну від метрополітену. Скорочує використання особистого автотранспорту, покращує транспортну ситуацію та дає можливість повністю відмовитися від мікроавтобусів у містах [3,4]. Ці переваги проявляються, перш за все, при максимальному використанні пасажиромісткості метробусів, тобто при застосуванні триланкових метробусів та можливості їх руху з максимальними швидкостями.

Триланковий вантажний автопоїзд наведено на рис.2 [5].



Рисунок 2 – Триланковий вантажний автопоїзд [5]

Питання маневреності триланкових вантажних автопоїздів детально розглянуті в роботах [6], [7]. Проте питання вирішення стійкості руху триланкових автопоїздів потребує ще свого вирішення. Метою роботи є визначення показників стійкості руху триланкових автопоїздів та аналіз факторів, що на них впливають.

#### **АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ**

У триланкових автопоїздах виникають труднощі в тому, що вивчення руху такого багатоланкового АТЗ значно ускладнюється через необхідність урахування впливу значної кількості факторів на характер руху усіх ланок. Взаємодія сусідніх ланок при русі автопоїзда з часом розповсюджується на весь транспортний засіб і викликає певні відхилення складових автопоїзда (модулів) від напрямку руху, заданого провідною ланкою (тягачем). Враховуючи той факт, що автопоїзд як АТЗ є засобом підвищеної небезпеки, при вирішенні задач щодо можливості експлуатації три- та багатоланкових автопоїздів, слід одним із перших зробити кроки до теоретичних досліджень їх маневреності і стійкості руху, результати яких стануть основою для відповідей на багато питань технічного, організаційного, правового характеру [6]. Так, у працях [8, 9] проведено спрощений аналіз маневреності та стійкості комбінацій транспортних засобів, наприклад, тягача в поєднанні з одним або двома напівпричепами або вантажівки з повним причепом. Комбінації автомобілів з причепами та напівпричепами розглядаються як лінійні динамічні системи з двома ступенями свободи для кожного блоку. Виведено рівняння руху з урахуванням впливу уповільнення та прискорення та отримано

характерне рівняння руху з постійною швидкістю. У роботі [10] наведено результати комплексного дослідження стійкості лінеаризованої одноколійної моделі двосекційної шарнірної машини при плоскопаралельному русі. Дві частини моделі автомобіля з'єднані в точці зчеплення за допомогою оригінального шарніру. Рівняння руху виводяться в аналітичній формі, що дозволяє досліджувати нелінійні моделі (нелінійні в'язкопружні характеристичні функції з'єднання). Визначено найважливіші параметри, що керують настанням порушення стійкості руху, та роль, яку відіграють еквівалентний коефіцієнт обертального демпфування та еквівалентна крутильна жорсткість, що характеризують з'єднання для пошуку критеріїв його конструкції. У роботі [11] представлено одноколійну динамічну модель зчленованого автобуса, яка базується на припущеннях про малі бічні прискорення передньої частини кузова та кути повороту зчленованого автобуса. Крім того, не враховуються тертя і зазори в шарнірному зчепленні. Система розроблена для точного опису поступального та обертального руху транспортного засобу на основі диференціальних рівнянь кінематичних параметрів, що представляють зчленовані автобуси. Для розв'язування рівнянь використовувався Matlab-Simulink. Результати моделювання є функціями кінематичних та динамічних параметрів, що дозволяють визначити траєкторію та ширину траєкторії зчленованого автобуса. Отримані результати є основою для точної оцінки динамічної моделі і вивчення динаміки зчленованого автобуса на вищому та більш складному рівні.

У роботі [12] запропоновано уніфіковану модель, яка включає динаміку повороту шарнірно-з'єднаної машини та повороту для будь-якої осі як тягового автомобіля (автобуса), так і причіпної секції. Модель включає в себе всі можливі конфігурації автобусів, включаючи шарнірне з'єднання, розташування силового агрегату та компоновання активного шасі. Такі дослідження мотивуються ключовим питанням: як розробити уніфіковану модель, яка буде інклюзивною та налаштованою для вищезазначених конфігурацій машини? Для розробки моделі представлено три процеси моделювання. Взаємодія шин з опорною поверхнею описується формулою з урахуванням зміни вертикального навантаження. Шарнірно-з'єднаний автобус представлено у вигляді систем диференціальних рівнянь. Варіація моделі показує доцільність, ефективність та зручність запропонованого підходу, що можна налаштувати для будь-якого зчленованого транспортного засобу при визначенні параметру стійкості у прямолінійному русі. У роботі [13] розроблено тривимірну динамічну модель автомобіля та причепа, на основі яких побудована динамічна модель. На основі теорії наближення першого порядку звичайних диференціальних рівнянь та теорії біфуркації Хопфа вивчається лінійна та нелінійна стійкість кожного елемента та автопоїзда в цілому при прямолінійному русі. Численні результати показують, що для нелінійної та лінійної моделей критичні швидкості мало відрізняються одна від одної. У праці [14] рівняння вертикальної і бокової динаміки дорожнього транспортного засобу з 6 ступенями вільності зведені до матричної форми та досліджено рух у вертикальній і боковій площині. Запропонований метод може бути застосований для аналізу стійкості руху, зокрема пасажирських поїздів. У роботі [15] розглянуто багатоваріантне розширення методу D2-IBC (Data Driven - Inversion Based Control) і обговорено його застосування при контролі стабільності руху автопоїздів. У роботі [16] розроблено модель поїзда із 31 ступенем вільності за допомогою пакету AutoSim, що показує напрями поліпшення стійкості поїзда. При цьому показано, що його стабільність можна значно підвищити за допомогою інвертора, який вважається ефективним для підвищення стабільності та продуктивності багатоланкових потягів. Проте, як показує практика, визначення характеру поведінки системи в області нестабільності та виявлення причин їх виникнення не втратило актуальності й досі.

У роботі [17] показано, що вантажні автомобілі з великою кількістю причепів (МТАНV) демонструють нестабільні режими руху на високих швидкостях, включаючи складання ланок, розгойдування причепа та перекидання. Ці нестабільні, несприятливі режими руху можуть призвести до дорожньо-транспортних пригод. З іншого боку, ці транспортні засоби мають погану маневреність на низьких швидкостях. Це вимагає знаходити компромісний зв'язок між маневреністю на низьких швидкостях і бічною стійкістю на високих швидкостях.

Опис маневреності і стійкості руху автотранспортних засобів залежить від комбінації експлуатаційних, масово-геометричних і конструктивних параметрів його модулів (для метробусів це автобус і причепа) і систем їх керування. Бажані сполучення зазначених параметрів з погляду стійкості одного і того ж самого транспортного засобу в діапазоні експлуатаційних навантажень і швидкостей руху – не одні й ті ж самі. Це спричиняє складність отримання на ранніх стадіях створення автотранспортного засобу його точних конструктивних параметрів і кількісних показників за критеріями стійкості руху. Успіх у розв'язанні подібних завдань обумовлений тим, наскільки вдало підібрано математичну модель та її істотні параметри, що описують поведінку динамічної системи у

різних режимах руху. У дослідженні [18] розроблено диференціальні рівняння плоскопаралельного руху для визначення показників маневреності і стійкості руху, але ці рівняння можуть характеризувати стійкість АТЗ тільки у прямолінійному русі. Їх використання для оцінки стійкості АТЗ у перехідних режимах руху може призвести до суттєвих похибок. У зв'язку з цим аналіз показників стійкості триланкових автопоїздів у перехідних режимах руху, а саме – при реалізації таких маневрів, як «ривок рульового колеса» і «переставка», належить до актуальних досліджень.

**РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ**

У роботі [19] записано систему рівнянь для найбільш загальної схеми триланкового причіпного автопоїзда, рис.3, що включає тривісний автомобіль-тягач і два тривісні причепа, з якої отримані рівняння для автопоїздів, що розглядаються – двовісний автомобіль-тягач або автобус (далі тягач) і два двовісні причепа з центрально розташованими осями. Ці рівняння записані у вигляді:

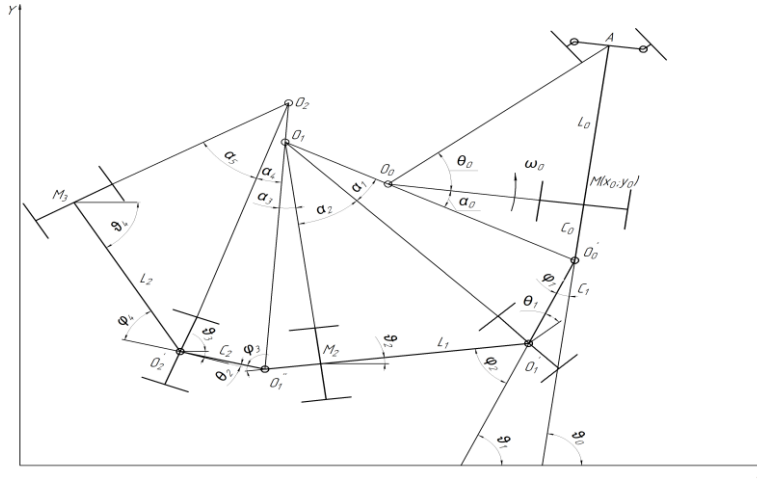


Рисунок 3 – Схема неусталеного повороту триланкового автопоїзда

$$\begin{aligned}
 & -m(\dot{u} + \omega v) + Y_{11} + Y_1 \cos \theta_1 + X_1 \sin \theta_1 - YB \cos \phi_1 + XB \sin \phi_1 = 0; \\
 & -m(\dot{v} - \omega u) - X_1 \cos \theta_1 - X_{11} + Y_1 \sin \theta_1 - XB \cos \phi_1 + YB \sin \phi_1 = 0; \\
 & -I_1 \dot{\omega} - a(Y_1 \cos \theta_1 + X_1 \sin \theta_1) - bY_{11} - (c + d_1)(Y_{21} \cos \theta_{11} + X_{21} \sin \theta_{11}) + (c + d_1 + d_2)Y_{22} + c(YB \cos \phi_1 + XB \sin \phi_1) = 0; \\
 & -I_2 \dot{\omega}_2 + d_2 YC - d_1(Y_{21} \cos \theta_{21} + X_{21} \sin \theta_{21}) - d_2(Y_{31} \cos \theta_{31} + X_{31} \sin \theta_{31}) - d_{21} Y_{32} = 0; \\
 & -I_3 \dot{\omega}_3 + d_1 YD - d_2(Y_{31} \cos \theta_{31} + X_{31} \sin \theta_{31}) - b_{21} Y_{32} = 0;
 \end{aligned} \tag{1}$$

У точці зчипки "B" (першого причепа з тягачем) на другу ланку діє поздовжня сила  $XB$  і поперечна сила  $YB$ ; у точці зчипки "C" (першого і другого причепів) на третю ланку діє поздовжня сила  $XC$  і поперечна сила  $YC$ . Ці сили визначені у такий спосіб:

$$\begin{aligned}
 XD &= m_2 \dot{v}_2 - m_2 \omega_2 u_2 + X_{21} \cos \theta_{21} + X_{22} - Y_{21} \sin \theta_{31}; \\
 YD &= m_2 \dot{u}_2 + m_2 \omega_2 v_2 - Y_{21} \cos \theta_{21} - Y_{22} - X_{21} \sin \theta_{21}; \\
 XC &= m_3 \dot{v}_3 - m_3 \omega_3 u_3 + X_{31} \cos \theta_{31} + X_{32} - Y_{31} \sin \theta_{31}; \\
 YC &= m_3 \dot{u}_3 + m_3 \omega_3 v_3 - Y_{31} \cos \theta_{31} - Y_{32} - X_{31} \sin \theta_{31}; \tag{2}
 \end{aligned}$$

У системах рівнянь (1, 2) прийняті такі позначення:

- $v$ -поздовжня складова швидкості центру мас тягача;
- $a, b$  - відстань від центру мас тягача до точок кріплення передньої (керованої) і задньої осі;
- $c$ - відстань від центра мас тягача до точки зчипки з першим причепом;
- $d_1$ -відстань від центра мас першого причепа (другої ланки) до точки зчипки з тягачем;
- $d_{11}$ -відстань від центра мас першого причепа (другої ланки) до задньої осі;
- $d_2$ -відстань від центра мас другого причепа (третьої ланки) до точки зчипки з першим причепом;  $d_{21}$ -відстань від центра мас другого причепа до задньої осі;
- $m_i J_i (i=1,2,3)$  – маса й центральний момент інерції тягача, першого і другого причепа;
- $v_i, u_i$  – поздовжня й поперечна проекції вектору швидкості центра мас на осі, пов'язані з тягачем, першим і другим причепом;
- $\omega$  – кутова швидкість тягача, першого і другого причепів;
- $\theta_i$  – кут повороту коліс керованого коліс тягача);



$\theta_{21}, \theta_{31}$  – кут повороту коліс першого і другого причепа;

$\varphi_1$  – кут складання між автомобілем тягачем і дишлем першого причепа;

$\varphi_2$  – кут складання між дишлем причепа і його кістяком;

$\varphi_3$  – кут складання між першим причепом і дишлем другого причепа;

$\varphi_4$  – кут складання між дишлем другого причепа і його кістяком;

$X_1, X_{11}, X_{2i}, X_{3i}, Y_1, Y_{11}, Y_{2i}, Y_{3i}$  - поздовжні і поперечні сили на колесах осей автопоїзда.

У рівняннях (1,2) входять кути складання і повороту керованих коліс автобусів. Ці кути визначені у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{v_A}{L_0} \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)} - \frac{v_{C1} \operatorname{tg}\theta_0}{a+b} &= 0 \\ \frac{d\varphi_2}{dt} - \frac{v_{C1} \sin(\pi/2 - \varphi_1)}{\frac{a_1 + b_1}{\operatorname{tg}\theta_1} \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1) \times \sqrt{1 + \left(\frac{L_1 - c_1}{a_1 + b_1} \operatorname{tg}\theta_1\right)^2}} - \frac{v_A \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)}{L_1 \sin(\pi/2 - \varphi_1 - \alpha_1)} &= 0 \\ \frac{d\varphi_3}{dt} - \frac{v_{C1} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1) \times L_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_4 + \alpha_2)}{l_1 \sin \varphi_2 \sin(\pi/2 - \varphi_4 - \alpha_2)} \times \\ \times \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1) \operatorname{ctg}\phi_1}{\frac{a_1 + b_1}{\operatorname{tg}\theta_2} \times \sqrt{1 + \left(\frac{d_1 - c_1}{a_1 + b_1} \operatorname{tg}\theta_0\right)^2} + L_1 \frac{\cos\phi_1}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)} - L_1 \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1) \operatorname{ctg}\phi_1} - \frac{v_{C1} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_2)}{l_1 \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_2)} &= 0; \\ \frac{d\varphi_4}{dt} - \frac{v_{C1} \operatorname{tg}\phi_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)}{\frac{a_2 + b_2}{\operatorname{tg}\theta_2} \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_2) \times \sqrt{1 + \left(\frac{l_2 - c_2}{a_2 + b_2} \operatorname{tg}\theta_2\right)^2}} - \frac{v_{C1} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1) \sin(\varphi_1 + \varphi_4 + \alpha_2)}{l_2 \sin \varphi_2 \sin(\pi/2 - \varphi_4 - \alpha_2)} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

У системі рівнянь (3) допоміжні кути  $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$  визначені залежностями:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{l_1 - c_1}{a_1 + b_1} \operatorname{tg}\theta_1\right); \quad \alpha_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{l_2 - c_2}{a_2 + b_2} \operatorname{tg}\theta_2\right);$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \operatorname{arctg} \left[ \frac{l_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)}{L_1 \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \left\{ \frac{\left[ \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)} \right]^2 + 1 - \left[ \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)} \right]^2}{2 \times \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)}} \right\}^2}} \right] \\ \phi_2 &= \operatorname{arctg} \left[ \frac{L_2 \sin(\gamma_4 + \gamma_3 + \alpha_2)}{l_2 \sin(\pi/2 - \gamma_4 - \alpha_2)} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \left\{ \frac{\left[ \frac{\sin(\pi/2 - \gamma_4 - \alpha_2)}{\sin(\gamma_4 + \gamma_3 + \alpha_2)} \right]^2 + 1 - \left[ \frac{\sin(\pi/2 - \gamma_3)}{\sin(\gamma_4 + \gamma_3 + \alpha_2)} \right]^2}{2 \times \frac{\sin(\pi/2 - \gamma_4 - \alpha_2)}{\sin(\gamma_4 + \gamma_3 + \alpha_2)}} \right\}^2}} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

У системах рівнянь (1 - 3) прийняті такі позначення:

$\gamma_i$  – кути складання між ланками автопоїзда, рис. 1;

$\omega_i$  – кутова швидкість  $i$ -ої ланки автопоїзда;

$L_0=L_1=L_2$  – база автобуса, для всіх автобусів однакова,  $L_0=L_1=L_2=4270$  мм;

$l_1=l_2$  – відстань від точки зчипки першого автобуса з другим, другого автобуса з третім,  $l_1=l_2=3700$  мм;

$a=a_1=a_2$  – відстань від центру мас автобуса до його передньої осі,  $a=a_1=a_2=2732$  мм;

$b=b_1=b_2$  – відстань від центру мас автобуса до його задньої осі,  $b=b_1=b_2=1538$  мм;  
 $c_1=c_2$  – відстань від центру мас автобуса до точки зчипки з наступним,  $c_1=c_2=5750$  мм. (4,5)

Куті складання ланок і повороту керованих осей автобусів доцільно визначати за колового руху автопоїзда. У цьому випадку розрахункові формули для визначення кутів складання і кутів повороту керованих осей другого і третього автобусів (причепів) визначаються геометричними параметрами ланок і заданим параметром – кутом повороту керованих коліс першого автобуса. Так, якщо для автобусного поїзда у якості заданого параметру прийняти кут повороту керованих коліс першого автобуса, то

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{L_1^2 + c_1^2 - b^2}{2L_1 \times \sqrt{L_1^2 \text{ctg}^2 \theta_1 + c_1^2}} - \arctg \frac{c_1}{L_2 \text{ctg} \theta_1}, \varphi_2 = \arcsin \frac{L_1^2 - c_1^2 + b^2}{2L_1 \times \sqrt{L_2^2 \text{ctg}^2 \theta_1 + b^2}} + \arctg \frac{b}{L_2 \text{ctg} \theta_1},$$

$$\varphi_3 = \arcsin \frac{L_2^2 + c_2^2 - b_1^2}{2L_2 \times \sqrt{L_1^2 \text{ctg}^2 \theta_{21} + c_2^2}} - \arctg \frac{c_2}{L_1 \text{ctg} \theta_{21}}, \varphi_4 = \arcsin \frac{L_2^2 - c_2^2 + b_1^2}{2L_2 \times \sqrt{L_1^2 \text{ctg}^2 \theta_{31} + b_1^2}} + \arctg \frac{b_1}{L_1 \text{ctg} \theta_{31}},$$

$$\theta_{21} = \arctg \frac{L_1}{L_2 \text{ctg} \theta_1}, \theta_{31} = \arctg \frac{L_2}{L_1 \text{ctg} \theta_{21}}$$

Конструктивні відмінності вантажних і пасажирських автопоїздів обумовлені кількістю осей ведучої ланки (автомобіля-тягача, автобуса) і причіпної ланки, кількістю керованих осей та місцем їх розташування. Разом з тим, із запропонованої загальної схеми триланкового автопоїзда можна отримати будь-яку іншу, прирівнюючи нулю або масу і момент інерції осі, або кут повороту осі, або відповідні компоновальні параметри.

Досліджуючи стійкість руху автопоїзда розглядають, як правило, плоскопаралельний рух його ланок. При цьому вважають, що нормальні реакції опорної поверхні на колеса правого і лівого борту однакові. За цієї умови стійкість руху розглядається для плоскої моделі автопоїзда.

Маневрування у граничних режимах руху може призвести до суттєвої зміни реакцій опорної поверхні на колеса ланок автопоїзда. Тому необхідно розглянути рух автопоїзда в поперечній площині. При вивченні усталених рухів задача зводиться до аналізу кінцевих рівнянь (величини кутів крену і перерозподіл навантажень по бортах постійні). Для цих режимів руху рівняння для визначення кутів крену тягача, першого і другого причепів записані у вигляді [18]:

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_0^{(1)} 0,5H_1^2(q_{A1} + q_{B1}) + F_1(z_0^{(1)} + h_1)}{-F \varepsilon_1 + 0,5H_1^2(q_A + q_{B1})},$$

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_0^{(2)} 0,5H_2^2(q_{A2} + q_{B2}) + F_2(z_0^{(2)} + h_2)}{-F_2 \varepsilon_2 + 0,5H_2^2(q_{A2} + q_{B2})},$$

$$\gamma_3 = \frac{\gamma_0^{(3)} 0,5H_3^2(q_{A3} + q_{B3}) + F_3(z_0^{(3)} + h_3)}{-F_3 \varepsilon_3 + 0,5H_3^2(q_{A3} + q_{B3})}, \quad (5)$$

де 
$$\gamma_0^{(1)} = \frac{-P_{n1}(0,5H_1 + \varepsilon_1) + H_1[(l_1 - z_0^{(1)})(q_{A1} + q_{B1}) - q_{A1}m_{A1}g / C_{w11} - q_{B1}m_{B1}g / (C_{w12})]}{0,5H_1^2(q_{A1} + q_{B1})},$$

$$\gamma_0^{(2)} = \frac{-P_{n2}(0,5H_2 + \varepsilon_2) + H_2[(l_2 - z_0^{(2)})(q_{A21} + q_{B21}) - q_{B21}m_{B21}g / C_{w21} - q_{B2}m_{B2}g / C_{w22}]}{0,5H_2^2(q_{B21} + q_{B22})}, \quad (6)$$

$$\gamma_0^{(3)} = \frac{-P_{n3}(0,5H_3 + \varepsilon_3) + H_3[(l_3 - z_0^{(3)})(q_{A3} + q_{B3}) - q_{A3}m_{A3}g / c_{w31} - q_{B4}m_{B3}g / C_{w31}]}{0,5H_3^2(q_{A3} + q_{B3})}.$$

Динамічні складові вертикальних реакцій в опорах, що обумовлені кутами крену  $\gamma_1$  і  $\gamma_0^{(1)} \gamma_2$  і  $\gamma_0^{(2)}$ ,  $\gamma_3$  і  $\gamma_0^{(3)}$  (довантаження і розвантаження), визначимо як:

$$\Delta G_1 = q_1(\gamma_1 - \gamma_0^{(1)}) H_1/2 ; \Delta G_2 = q_2(\gamma_2 - \gamma_0^{(2)}) H_2/2; \Delta G_{3p} = q_{3p}(\gamma_3 - \gamma_0^{(3)}) H_3/2.$$

Отже, динамічні навантаження, з урахуванням бортового перерозподілу, приймуть вид

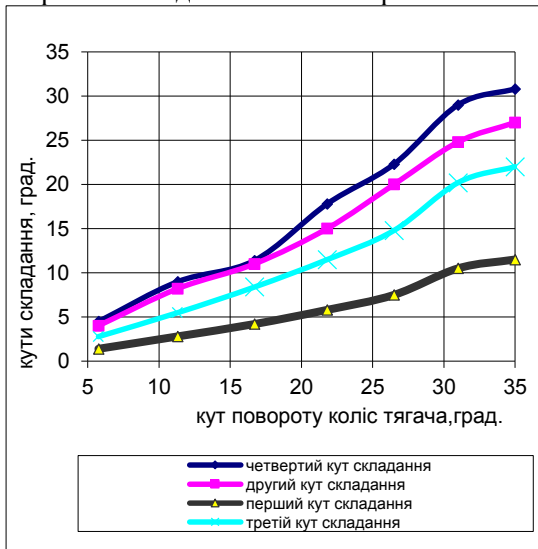
$$G_1 = G_1^o - \Delta G_1; \quad G_1' = G_1^o + \Delta G_1; \quad G_2 = G_2^o - \Delta G_2; \quad G_2' = G_2^o + \Delta G_2; \quad G_3 = G_3^o - \Delta G_3; \quad G_3' = G_3^o + \Delta G_3. \quad (7)$$

Для триланкового причіпного автопоїзда сили взаємодії в тягово-зчіпних пристроях не впливають на перерозподіл навантажень по бортам ланок автопоїзда. Тому досить складну систему – триланковий причіпний автопоїзд можна розглядати як три системи – автомобіль-тягач (автобус), перший і другий причепа, що креняться незалежно. При цьому вісь крену кожної ланки паралельна опорній поверхні, і рух ланок автопоїзда у вертикальній поперечній площині впливає на боковий рух, в першу чергу, і в основному, шляхом зміни вертикальних навантажень на колеса. При цьому змінюються вертикальні реакції опорної поверхні на колеса автопоїзда, що призводить до зміни коефіцієнтів опору відведення коліс тягача і причепів, і тим самим зміні показників стійкості. У відповідності до цієї концепції і було проведено дослідження руху автопоїзда в поперечній площині. З використання рівнянь (4) були визначені кути складання ланок автопоїзда, рівнянь (6) – кути крену автобусів МАЗ-206, рівнянь (8) – величин довантажень і розвантажень коліс першого, другого і третього автобусів, а також вантажного автопоїзда у складі автомобіля-тягача DAF XF 105 і двох причепів з наближеними осями Krone ZZ-18, рис. 6, при повороті на  $90^0$  за швидкості 15 м/с і режимного коефіцієнту повороту

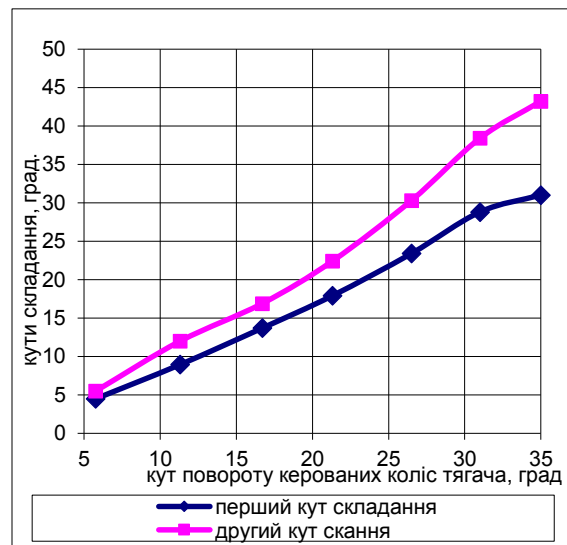
$$\left( K_{\pi} = \frac{\dot{\theta}_0}{v_1} \right) = 0,01 \text{ м}^{-1}.$$

### ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Аналіз даних рис. 6 показує, що характер зміни кутів складання, крену, довантажень коліс одного борту для пасажирського автопоїзда у складі трьох автобусів МАЗ-206 і вантажного автопоїзда у складі автомобіля-тягача DAF XF 105 і двох причепів з Krone ZZ-18 з наближеними осями однаковий. При цьому кути складання і крену пасажирського автопоїзда менші у порівнянні з вантажним, що пояснюється наявністю керованих ланок у вантажного автопоїзда, разом з тим довантаження коліс одного борту вантажного автопоїзда менше у порівнянні з пасажирським за рахунок більшої жорсткості підвіски тягача і причепів.



а)



б)

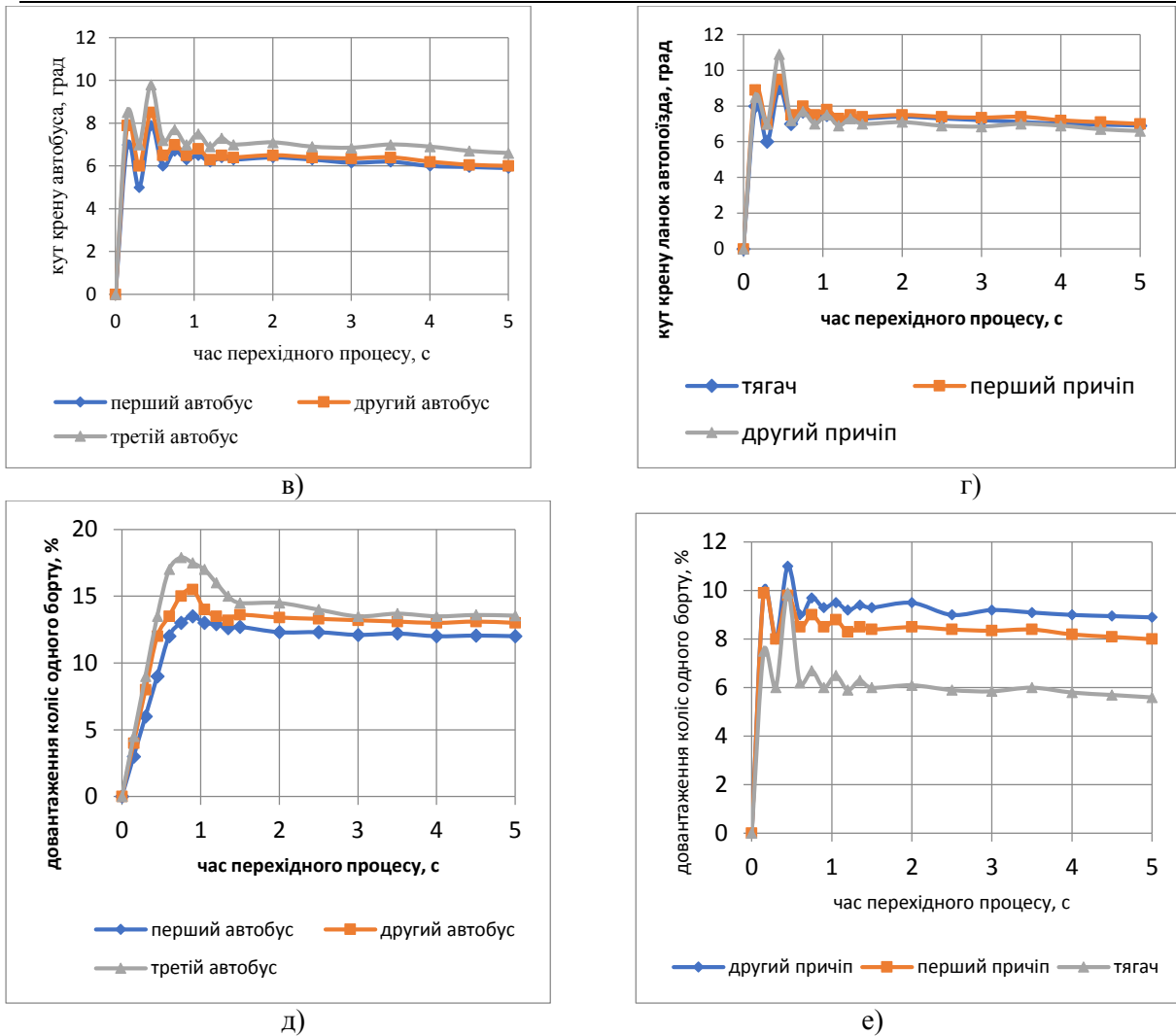


Рисунок 6 – Зміна кутів складання, крену і довантажень коліс одного борту:

а, в, д – для автобусного поїзда у складі трьох автобусів МАЗ – 206;

б, г, е – для автопоїзда у складі автомобіля-тягача DAF XF 105 і двох причепів з Krone ZZ-18

Величини довантажень коліс одного борту, а також кути складання покладені в основу розрахунків показників стійкості автопоїздів. При цьому враховано зміну коефіцієнтів опору відведення коліс автопоїзда від зміни навантаження з використання методики Д.А.Антонова [20]. На рис. 7 наведені залежності бічних прискорень автопоїздів, що розглядаються, при виконанні маневру «ривок рульового колеса» за швидкості 10 м/с.



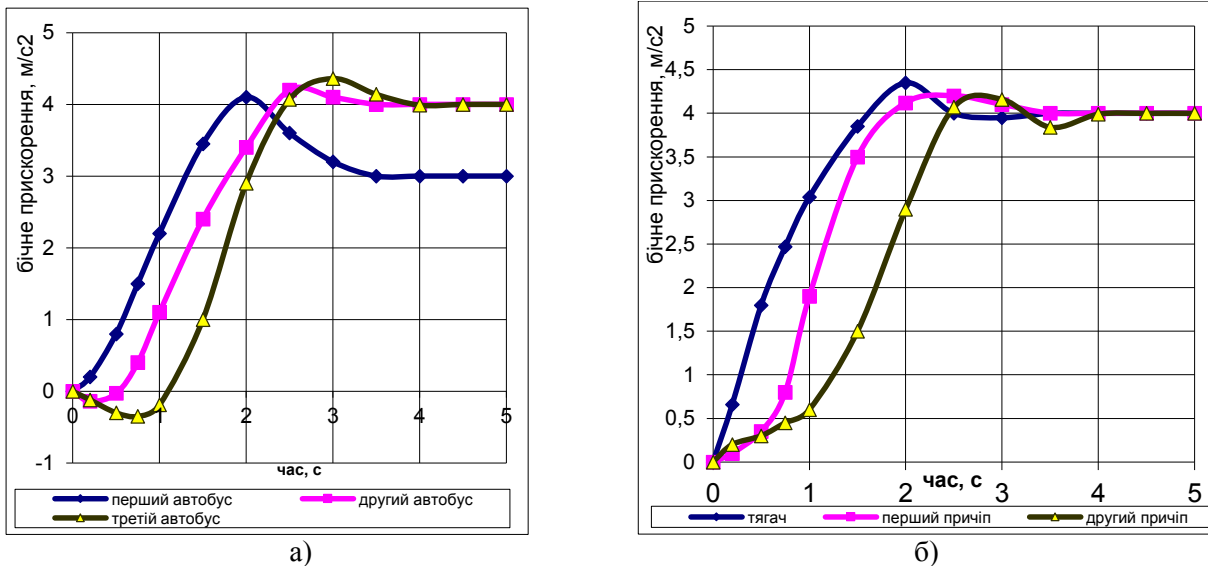


Рисунок 7 – Зміна бічних прискорень у центрі мас ланок:  
а – для пасажирського автопоїзда, б – для вантажного автопоїзда

Аналіз даних, рис.7, показує, що бічні прискорення, що діють у центрі мас ланок пасажирського і вантажного автопоїздів майже однакові, проте є і суттєва різниця. Для пасажирського автопоїзда в початковий момент маневру бічні прискорення другого і третього автобусів набувають від'ємного значення, що може за інших умов (наприклад, збільшення швидкості руху при виконанні різних маневрів) призвести до порушення стійкості руху, що не характерно для вантажного автопоїзда. Разом з тим, стійкість руху автопоїздів, що розглядаються, при виконанні маневру «ривок рульового колеса» забезпечується (максимальні прискорення не перевищують 0,45 g). При цьому максимальні прискорення зменшуються на 8,6% за відсутності крену кузова.

### ВИСНОВКИ

1. Показано, що для триланкового причіпного автопоїзда сили взаємодії в тягово-зчіпних пристроях не впливають на перерозподіл навантажень по бортам ланок автопоїзда і такий автопоїзд можна розглядати як три системи – автомобіль-тягач (автобус), перший і другий причепа, що креняться незалежно.

2. Встановлено, що крен ланок автопоїзда призводить до зміни опорних реакцій на колесах різних бортів, що призводить до зміни коефіцієнтів опору відведення коліс тягача і причепів, і тим самим зміни показників стійкості.

3. Показано, що характер зміни кутів складання, крену, довантажень коліс одного борту для пасажирського автопоїзда у складі трьох автобусів MA3-206 і вантажного автопоїзда у складі автомобіля-тягача DAF XF 105 і двох причепів з Krone ZZ-18 з наближеними осями однаковий. При цьому кути складання і крену пасажирського автопоїзда менші у порівнянні з вантажним, що пояснюється наявністю керованих ланок у вантажного автопоїзда, разом з тим довантаження коліс одного борту вантажного автопоїзда менше у порівнянні з пасажирським за рахунок більшої жорсткості підвіски тягача і причепів.

4. Бічні прискорення, що діють у центрі мас ланок пасажирського і вантажного автопоїздів майже однакові. Для пасажирського автопоїзда в початковий момент маневру бічні прискорення другого і третього автобусів набувають від'ємного значення, яке може призвести до порушення стійкості руху, що не характерно для вантажного автопоїзда. Разом з тим, стійкість руху автопоїздів, що розглядаються, при виконанні маневру «ривок рульового колеса» забезпечується (максимальні прискорення не перевищують 0,45 g). При цьому максимальні прискорення зменшуються на 8,6% за відсутності крену кузова.

У запропонованому дослідженні розглянуто питання стійкості триланкового автопоїзда у тяговому режимі. Не менш важливими в процесі експлуатації автопоїздів є питання, що пов'язані з вивченням їх стійкості у гальмівному режимі. Цьому будуть присвячені подальші дослідження.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Перспективные большегрузные автопоезда для евроазиатских перевозок. Топалиди В.А. (УНЦ AIRCUZ "BILIMINTETRANS"). // [www.iru-cis.ru/iru-moscow/](http://www.iru-cis.ru/iru-moscow/) 2007/02\_sr/doc/21/ Topalidi\_Uzbekistan\_-Rus.pdf/
2. Solaris Bus&Coach. Alternative powertrain. Product catalogue, 2018.
3. <https://econet.ru/articles/4435-metrobus-ili-novaya-sistema-avtobusnogo-dvizheniya>
4. <https://bus10.kz/index.php/menu2-brt>
5. Макс Чернявский. Трехзвенные автопоезда. Дайджест мирового опыта/ file:///C:/Users/V/Desktop/%D0%A3%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B9%D1%873%D0%B0%D0%B2%D1%82/%D0%A2%D1%80%D0%B5%D1%85%D0%B7%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%80%20mpark.pro.html
6. В.М.Поляков, В.П.Сахно. Триланкові автопоїзди. Маневреність. Київ. Національний транспортний університет. 2013. – 200 с.: іл.
7. Шарнірно-зчленовані автобуси. Маневреність та стійкість: монографія / В.П. Сахно, В.М. Поляков, С.М. Шарай, І.С. Мурований, О.Є. Омельницькій.–Луцьк : ІВВ Луцького НТУ, 2021. - 288 с.
8. Ingobert Schmid . Engineering Approach to Truck and Tractor Train Stability //SAE Transactions Vol. 76, SECTION 1: Papers 670006–670125 (1968), pp. 1-26 (26 pages)
9. Колесникович А.Н., Выгонный А.Г. Устойчивость прицепа автопоезда повышенной длины (25,25 м) при прямолинейном движении//Актуальные вопросы машиноведения, Том 7. -2018. – С.96-100.
10. D. de Bruin and P.P.J. van den Bosch. Modelling and control of a double articulated vehicle with four steerable axles. In Proc. American Control Conference (ACC), pages 3250–3254, 1999.
11. H. A. Dang. Determination of Trajectory of Articulated Bus Turning along Curved Line // TRANSACTIONS ON TRANSPORT SCIENCES. VOLUME 7. 2014. p.35
12. Yubiao Zhang, Amir Khajepour & Yanjun Huang. Multi-axle/articulated bus dynamics modeling: a reconfigurable approach //Vehicle System Dynamics International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility. Volume 56, 2018 - Issue 9.
- 13 Ren Luo. Hunting stability analysis of train system and comparison with single vehicle model //April 2008 Journal of Mechanical Engineering 44(04) DOI: 10.3901/JME.2008.04.184
14. [The vertical motion lateral stability of road vehicle trains / https://trid.trb.org/view/112747](https://trid.trb.org/view/112747)
15. O.Galluppi, S.Formentin, C.Novara, S.M.Savaresi. Nonlinear stability control of autonomous vehicles: a MIMO D<sup>2</sup>-IBC solution //IFAC-PapersOnLine. Volume 50, Issue 1, July 2017, Pages 3691-3696
16. Hsueh-Ju Chen, Wei-Jiun Su and Fu-ChengWang. Modeling and analyses of a connected multi-car train system employing the inerter //Special Issue Article .Advances in Mechanical Engineering 2017, Vol. 9(8) 1–13, 2017 DOI: 10.1177/1687814017701703.
17. Parallel Design Optimization of Multi-Trailer Articulated Heavy Vehicles with Active Safety Systems By Md. Manjurul Islam //University of Ontario Institute of Technology Oshawa, Ontario, Canada, 2013.
18. Volodimir Sakhno, Juraj Gerlici, Victor Poliakov, Alexandr Kravchenko, Oleg Omelnitsky, Tomas Lask. Road train motion stability in BRT system //XXIII Polish-Slovak Scientific Conference Machine Modelling and Simulation. MMS 2018.- Book of abstracts, September 4-7, 2018, Rydzyna Poland, p.49.
19. V.P.Sakhno, D.M.Yashchenko, R.M.Marchuk, N.M.Marchuk, Oleg Lyashuk. Research of a Truck Train Movement when Driving Semitrailer by Slowing down of wheels of one Axis Pin on the Model//International Journal of AUTOMOTIVE AND MECHANICAL ENGINEERING. Automotive Engineering Centre University Malaysia Pahang. 2020, vol. 17, No 1, p.7749-7757/
20. Антонов Д.А. Расчет устойчивости движения многоосных автомобилей. М.: Машиностроение, 1984. 168 с.

REFERENCES

1. Perspektivnyye bol'shegruznyye avtopoyezda dlya yevroaziatskikh perevozk. Topalidi V.A. (UNTS AIRCUZ "BILIMINTETRANS"). // [www.iru-cis.ru/iru-moscow/](http://www.iru-cis.ru/iru-moscow/) 2007/02\_sr/doc/21/ Topalidi\_Uzbekistan\_-Rus.pdf/
2. Solaris Bus&Coach. Alternative powertrain. Product catalogue, 2018.
3. <https://econet.ru/articles/4435-metrobus-ili-novaya-sistema-avtobusnogo-dvizheniya>
4. <https://bus10.kz/index.php/menu2-brt>

5. Maks Chernyavskiy. Trekhzvennyye avtopoyezda. Daydzhdest mirovogo opyta/<file:///C:/Users/V/Desktop/%D0%A3%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B9%D1%87%D0%B0%D0%B2%D1%82/%D0%A2%D1%80%D0%B5%D1%85%D0%B7%D0%B2%D0%B5%D0%B>
6. V.M.Polyakov, V.P.Sakhno. Trylankovi avtopoyizdy. Manevrenist'. Kyiv. Natsional'nyy transportnyy universytet. 2013. – 200 s.: il.
7. Sharnirno-zhelenovani avtobusy. Manevrenist' ta stiykist': monohrafiya / V.P. Sakhno, V.M. Polyakov, S.M. Sharay, I.S. Murovanyy, O.YE. Omel'nyts'kiy.–Luts'k : IVV Luts'koho NTU, 2021. - 288 s.
8. Ingobert Schmid . Engineering Approach to Truck and Tractor Train Stability //SAE Transactions [Vol. 76, SECTION 1: Papers 670006–670125 \(1968\)](#), pp. 1-26 (26 pages)
9. Kolesnikov A.N., Vygonnyy A.G. Ustoychivost' pritsepnogo avtopoyezda povyshennoy dliny (25,25 m) pri pryamolineynom dvizhenii//Aktual'nyye voprosy mashinovedeniya, Tom 7. -2018. –S.96-100.
10. D. de Bruin and P.P.J. van den Bosch. Modelling and control of a double articulated vehicle with four steerable axles. In Proc. American Control Conference (ACC), pages 3250–3254, 1999.
11. H. A. Dang. Determination of Trajectory of Articulated Bus Turning along Curved Line // TRANSACTIONS ON TRANSPORT SCIENCES. VOLUME 7. 2014. p.35
12. [Yubiao Zhang](#), [Amir Khajepour](#) & [Yanjun Huang](#). Multi-axle/articulated bus dynamics modeling: a reconfigurable approach //Vehicle System Dynamics International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility. Volume 56, 2018 - [Issue 9](#).
13. [Ren Luo](#). Hunting stability analysis of train system and comparison with single vehicle model //April 2008 [Journal of Mechanical Engineering](#) 44(04) DOI: [10.3901/JME.2008.04.184](#)
14. [The vertical motion lateral stability of road vehicle trains / https://trid.trb.org/view/112747](#)
15. [O.Galluppi](#), [S.Formentin](#), [C.Novara](#), S.M.Savaresi. Nonlinear stability control of autonomous vehicles: a MIMO D<sup>2</sup>-IBC solution //IFAC-PapersOnLine. [Volume 50, Issue 1](#), July 2017, Pages 3691-3696
16. Hsueh-Ju Chen, Wei-Jiun Su and Fu-ChengWang. Modeling and analyses of a connected multi-car train system employing the inerter //Special Issue Article .Advances in Mechanical Engineering 2017, Vol. 9(8) 1–13, 2017 DOI: 10.1177/1687814017701703.
17. Parallel Design Optimization of Multi-Trailer Articulated Heavy Vehicles with Active Safety Systems By Md. Manjurul Islam //University of Ontario Institute of Technology Oshawa, Ontario, Canada, 2013.
18. Volodimir Sakhno, Juraj Gerlici, Victor Poliakov, Alexandr Kravchenko, Oleg Omelnitsky, Tomas Lask. Road train motion stability in BRT system //XXIII Polish-Slovak Scientific Conference Machine Modelling and Simulation. MMS 2018.- Book of abstracts, September 4-7, 2018, Rydzyna Poland, p.49.
19. V.P.Sakhno, D.M.Yashchenko, R.M.Marchuk, N.M.Marchuk, Oleg Lyashuk. Research of a Truck Train Movement when Driving Semitrailer by Slowingdown of wheels of one Axis Pin on the Model//International Journal of AUTOMOTIVE AND MECHANICAL ENGINEERING. Automotive Engineering Centre University Malaysia Pahang. 2020, vol. 17, No 1, p.7749-7757/
20. Antonov D.A. Raschet ustoychivosti dvizheniya mnogoosnykh avtomobiley. M.: Mashinostroyeniye, 1984. 168 s.

### **V. Sakhno, S. Sharai, I. Murovaniy, I. Tchovcha. To determination of stability movement three-link road trains**

The modern development of public and freight transport leads to an increase in the demand for freight vehicles of large cities and city buses. This trend substantiates the arguments of energy saving and reduction of environmental pollution due to the limited number of vehicles and drivers needed to transport a large number of goods and people. As a result, truck and city bus manufacturers are currently designing large-capacity structures in the form of joint and multi-link, usually three-link vehicles. Swivel hinges make long vehicles versatile and allow you to maneuver quickly even in a busy urban environment.

The use of buses with passenger trailers allows to reduce economic and environmental costs by using the bus with a trailer during peak hours, and the same bus without a trailer during peak hours. That is, buses with a trailer can give what can not give the same capacity articulated buses. However, the stability of multi-link road trains has not yet been fully resolved. Therefore, the aim of the work is to determine the stability of the three-link bus train in the bus + trailer link on the semi-trailer scheme + trailer link on the trailer scheme.

For this purpose, a spatial model of the bus train movement was developed, which allowed to determine the parameters of stability in different modes of movement. It is shown that the stability of the road train when performing maneuvers "shift" and "jerk of the steering wheel" at a speed of 10 m / s is not provided and to ensure it is necessary to reduce the speed of the road train to 8.5 m / s. The critical speed of rectilinear

movement of a bus train was determined to be 30.25 m / s, which exceeds the maximum allowed speed even in the BRT system, which may indicate the feasibility of creating such a bus train.

**Key words:** bus, trailer, stability, speed, maneuver, mathematical model.

*САХНО Володимир Прохорович* – д.т.н., професор, завідувач кафедри автомобілів Національного транспортного університету, e-mail: sakhno@ntu.edu.ua. <https://orcid.org/0000-0002-5144-7131>

*ШАРАЙ Світлана Михайлівна* – к.т.н., доцент, професор кафедри міжнародних перевезень та митного контролю Національного транспортного університету, e-mail: Svetasharai@gmail.com <http://orcid.org/0000-0001-6568-4990>

*МУРОВАНИЙ Ігор Сергійович*, кандидат технічних наук, доцент, декан факультету транспорту та механічної інженерії Луцького національного технічного університету, e-mail: igor\_lntu@ukr.net. <https://orcid.org/0000-0002-9749-980X>

*ЧОВЧА Ірина Василівна* - аспірантка кафедри автомобілів Національного транспортного університету, Київ, Україна

*Volodymyr SAKHNO* - Ph.D., Professor, Head of Automobiles Department, National Transport University, e-mail: sakhno@ntu.edu.ua. <https://orcid.org/0000-0002-5144-7131>

*Svitlana SHARAI* - Ph.D., Professor of Department of International Transport and Customs Control, National Transport University, e-mail: Svetasharai@gmail.com <http://orcid.org/0000-0001-6568-4990>

*Igor MUROVANYI*, PhD. in Engineering, Assoc. Professor, Dean of the Faculty of Transport and Mechanical Engineering, Lutsk National Technical University, e-mail: igor\_lntu@ukr.net. <https://orcid.org/0000-0002-9749-980X>

*Irina TCHOVCHA* - Postgraduate Student of Automobiles Department, National Transport University

DOI 10.36910/automash.v1i18.772