

Цинь Сяосюань, Любий Є.В.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ГЕНЕРАЦІЇ МАТРИЦЬ ПАСАЖИРСЬКИХ КОРЕСПОНДЕНЦІЙ ВИПАДКОВИМ МЕТОДОМ

У даній статті представлено теоретичне обґрунтування результатів генерації матриць пасажирських кореспонденцій випадковим методом. Проведено аналіз базового випадкового методу формування матриці кореспонденцій, у якому використовується рівномірний розподіл випадкових величин для визначення кореспонденцій. Визначено, що такий метод забезпечує максимальну випадковість, що може бути як перевагою (відображення варіативності попиту), так і недоліком (відсутність структурованості у сформованій матриці). Методи формування матриць кореспонденцій ґрунтуються на випадкових величинах, їх розподіли суттєво відрізняються, що впливає на результати транспортного моделювання. Аналітично отримано вираз для закону розподілу кореспонденцій, згенерованих базовим методом, який відображає залежність між випадковими місткостями транспортних районів та підсумковими кореспонденціями. Визначено вплив мінімальної місткості транспортних районів на розподіл значень у матриці кореспонденцій. Визначено, що ця величина не має строгого теоретичного опису і може бути оцінена лише емпірично на основі натурних спостережень та даних реального транспортного попиту. Результати дослідження підтвердили, що базовий метод випадкової генерації матриць кореспонденцій призводить до монотонно спадаючого розподілу кореспонденцій, що слід враховувати при застосуванні цього підходу. Крім того, обґрунтовано необхідність перевірки отриманих моделей на реальних даних для коригування параметрів генерації. Подальший розвиток дослідження передбачає емпіричне визначення характеристик мінімальної місткості транспортних районів та оцінку ефективності нового методу випадкової генерації матриць пасажирських кореспонденцій у рамках інтервальної концепції моделювання транспортного попиту.

Ключові слова: випадкова величина, закон розподілу, матриця пасажирських кореспонденцій, моделювання, транспортний попит.

ВСТУП

Розвиток міських транспортних систем є одним із ключових напрямів забезпечення сталого розвитку сучасних міст. Ефективне транспортне планування базується на точному прогнозуванні попиту на пересування пасажирів, що є основою для розробки схем маршрутної мережі, управління транспортними потоками та оцінки впливу транспортних проєктів.

Найпоширенішою практикою в сфері моделювання транспортного попиту на пересування пасажирів є використання синтетичних моделей, що базуються на традиційних методах формування матриць пасажирських кореспонденцій (МПК) [1-9]. Однак, такі підходи можна вважати лише проміжною ланкою у процесі моделювання матриць кореспонденцій (МК), оскільки, в своїй більшості, результати розрахунку кореспонденцій потребують коригування, у зв'язку з великими розбіжностями між розрахунковими та фактичними значеннями кореспонденцій. До того ж слід додати й необхідність отримання основної вхідної інформації для розрахунку МК, а саме, даних про місткості транспортних районів (ТР) з відправлення і прибуття пасажирів, які, найчастіше, встановлюються на основі результатів проведення натурних спостережень [2, 3, 6, 7]. До вже наведених недоліків синтетичних моделей формування МПК також можна додати й наступні: агрегованість даних – не відображають динаміку реальних переміщень пасажирів; обмеженість урахування факторів впливу – наприклад, сезонність, індивідуальні поведінкові характеристики пасажирів тощо; детермінованість алгоритмів – не дозволяють адекватно враховувати невизначеність і варіативність транспортного попиту.

З огляду на це, виникає необхідність у розробці більш гнучких та адаптивних методів формування МПК. Одним із перспективних напрямів є використання засобів імітаційного моделювання, зокрема випадкової генерації кореспонденцій з урахуванням можливих обмежень. Це дозволить створювати моделі транспортного попиту в рамках інтервальної концепції (ІК), яка враховує варіативність потреб населення в пересуваннях [1, 10].

Таким чином, для підвищення точності транспортного моделювання необхідна розробка методики формування МПК в рамках ІК моделювання потреб населення у пересуваннях, яка б базувалася на імітаційному підході та враховувала сучасні методи аналізу і прогнозування транспортного попиту. Це сприятиме створенню більш реалістичних моделей міських транспортних систем і забезпечить прийняття ефективних управлінських рішень в галузі моделювання транспортного попиту на пересування пасажирів громадським транспортом.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Питання моделювання МПК є достатньо вивченим, особливо, з позиції використання синтетичних моделей розрахунку МК [2, 3, 6, 7, 11]. Не дивлячись на суттєві неточності у розрахунках кореспонденцій з використанням синтетичних (апріорних) моделей, вони так і залишаються одним із основних інструментів для формування та оновлення МПК завдяки своїй доступності та економічності, що дозволяє уникнути необхідності проведення коштовних і тривалих польових досліджень; масштабності (можна використовувати для будь-якого міста або регіону, коригуючи лише вхідні параметри); оперативності (дозволяють швидко оновлювати МК за умов зміни транспортної мережі, демографічних показників чи соціально-економічних факторів) та можливості проводити аналіз сценаріїв (дозволяють прогнозувати вплив змін у транспортній системі на мобільність пасажирів без проведення додаткових спостережень).

В свою чергу, використання імітаційних моделей є менш поширеною практикою при моделюванні МПК, які, в теорії, повинні надавати точніші результати, через низку недоліків, серед яких основними є:

- висока ресурсомісткість (для точного моделювання МК необхідно враховувати величезну кількість параметрів, наприклад, індивідуальні поведінкові особливості пасажирів, реальні затримки, погодні умови тощо, що потребує значних обчислювальних ресурсів);
- необхідність великих обсягів вхідних даних (для адекватного функціонування імітаційних моделей потрібні детальні дані про кожен маршрут, характеристики попиту, типи пасажирів, що не завжди доступно або може бути застарілим);
- складність калібрування та валідації (отримані результати потребують ретельного порівняння з реальними даними, що може бути складним і трудомістким процесом);
- менша узагальненість (імітаційні моделі часто адаптовані до конкретної транспортної системи і не завжди добре масштабуються або застосовуються в інших умовах без значних модифікацій).

Попри складність налаштування та високі вимоги до обчислювальних ресурсів, імітаційні моделі є одним із найкращих інструментів для глибокого аналізу МПК у складних транспортних системах, адаптації до змін та тестування різних сценаріїв розвитку міської мобільності. Саме тому вони повинні стати основою для розвитку ІК моделювання потреб населення у пересуваннях і незамінним доповненням до синтетичних моделей у сучасному транспортному моделюванні [1, 10].

ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою статті є теоретичне обґрунтування результатів генерації МПК випадковим методом, для досягнення якої треба вирішити наступні основні задачі: отримати аналітичний вираз для закону розподілу (ЗР) кореспонденцій, сформованих базовим методом; визначити вплив мінімальної місткості транспортних районів (ТР) на формування кореспонденцій та оцінити можливість її емпіричного визначення; запропонувати підхід для перевірки коректності отриманих моделей генерації МПК на основі експериментальних даних (подальший напрям дослідження).

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Особливості запропонованого методу генерації МПК [1] викликають питання щодо відповідності між результатами випадкової генерації МПК у чистому вигляді, без обмежень, та аналогічними результатами, отриманими за допомогою нового методу. В обох випадках базою для імітації матриць виступає описаний раніше метод подвійної генерації [1], де на першому кроці випадковим чином визначається поточний номер клітинки МПК, на другому – ця клітинка заповнюється кореспонденцією, шляхом доповнення її поточного значення новою випадковою величиною. При цьому в обох випадках для генерації використовується рівномірний розподіл, який забезпечує максимально можливий розкид результатів.

Обидва методи імітації МПК, базовий та новий, формують у підсумку випадкові матриці, кожна клітинка в яких містить випадкову величину (ВВ). Але ж отримані кореспонденції являються різними ВВ, оскільки методи їх генерації помітно відрізняються між собою. Тому й властивості цих величин мають бути різними, незважаючи на однакові вихідні дані для генерації. Необхідно оцінити цю різницю між кореспонденціями, для розуміння того, наскільки новий метод відрізняється від базового за результатами. Оскільки базовий метод забезпечує максимальний рівень випадковості при імітації матриць, відмінності нового методу в значному ступені будуть відображати деякі втрати випадковості в результатах генерації МПК. Та, незважаючи на практичну неможливість кількісної оцінки цих втрат, сама по собі різниця у значеннях кореспонденцій є важливою для розуміння не лише змісту отриманих результатів моделювання попиту в рамках ІК, а й надійності результатів моделювання транспортного попиту на основі нової моделі взагалі.

Основною та найбільш повною характеристикою ВВ є її ЗР [12], який відображає взаємозв'язок між значеннями цієї величини та імовірністю їх виникнення в деякій формі (зазвичай табличній або аналітичній). Тому й порівнювати значення кореспонденцій, отриманих за допомогою базового та нового методу генерації МПК, слід за їх ЗР. Задля цього спочатку необхідно отримати уявлення про ЗР кореспонденцій у підсумкових випадкових матрицях та його залежність від вихідних даних, тобто місткостей ТР з відправлення та прибуття. Останні, в свою чергу, також є випадковими, та мають свій ЗР, який можливо оцінити лише емпіричним шляхом, внаслідок відсутності теоретичних передумов їх формування на сучасному рівні розвитку методів транспортного моделювання.

Основну увагу в цьому процесі слід приділити процесу визначення саме величині кореспонденції в матриці, оскільки перший випадковий вибір – її поточного номеру, з точки зору результатів імітації, означає лише вибір конкретної реалізації випадкових значень місткості ТР з відправлення та прибуття. Його вплив реалізується через залежність значень останніх кореспонденцій, для яких поточні місткості ТР з відправлення та прибуття відрізняються від стартових місткостей A_0 та D_0 . Взагалі-то кажучи, кількість таких кореспонденцій, залежних від попередніх реалізацій, є чималою. Але врахувати ці взаємозалежності між кореспонденціями для реальних МПК практично неможливо внаслідок їх великого розміру, який значно перевищує доступну для розгляду кількість ТР у 5 – 6 одиниць, а розгляд матриць такого розміру не має сенсу, внаслідок відсутності для них реальних даних щодо місткостей ТР з відправлення та прибуття.

Тому для оцінки різниці у результатах застосування базового та нового методів генерації МПК слід зупинитися на розгляді лише тих кореспонденцій, які формуються на початку заповнення МПК та не залежать від попередніх розіграшів. Власне цього буде достатньо для оцінки різниці між методами генерації МПК, а вибір поточного номеру кореспонденції, в даному випадку, не здійснює впливу на ЗР кореспонденцій, що робить можливою аналітичну оцінку виду та параметрів ЗР для них.

Задача отримання аналітичного виразу для ЗР кореспонденцій, сформованих базовим методом, являє собою визначення параметрів ВВ, яка виникає в результаті генерації рівномірно розподіленої ВВ з постійною лівою межею 0 та випадковою правою межею розподілу Y . Ця задача, з випадковою межею рівномірного розподілу, не є тривіальною та спочатку необхідно наочно уявити собі особливості цього процесу задля отримання коректного перетворення випадкових місткостей ТР у випадкові кореспонденції за таких умов.

Незважаючи на те, що місткості ТР з відправлення та прибуття зазвичай є безперервними ВВ, та мінімальне значення між прибуттям і відправленням зазвичай також буде безперервним, краще спочатку розглянути процес їх перетворення на прикладі дискретно розподілених місткостей ТР. Це значно спрощує сприйняття процесу виникнення нової ВВ, завдяки наявності чітко визначених проміжків між дискретними значеннями правої межі рівномірного розподілу кореспонденцій. До того ж дискретні місткості ТР з відправлення та прибуття все ж не є забороненими в транспортній науці, а тому при появі завдання на моделювання попиту з дискретними місткостями ТР, перетворення, отримане тут як допоміжне рішення, стане до нагоди, що в рамках даної роботи буде означати отримання загального рішення.

Як відомо, щільність рівномірного розподілу ВВ не залежить від значення аргументу, а залежить лише від довжини відрізка, на якому розподілена ця змінна [12]. У випадку кореспонденції h , з нижньою межею 0 та правою межею Y вона виглядає як

$$f(h) = \frac{1}{Y}, \quad h > 0. \quad (1)$$

Якщо Y є дискретною ВВ розподіленою за якимось відомим законом, то вона має щільність розподілу, тобто зв'язок між її значенням та імовірністю його виникнення у нескінченній серії випробувань. У дискретному випадку властивості місткостей ТР відносять праву межу рівномірного розподілу кореспонденцій до множини натуральних чисел $Y \in [0; \infty]$, а знання ЗР забезпечує для кожного значення з цієї множини відому ймовірність $P(y)$. Так як випадок, коли $Y = 0$ не змінює МПК в процесі її генерації, то у подальшому буде розглядатися дискретна права межа, розподілена на промені $Y \in [1; \infty]$. На цій основі можна записати, що кореспонденції в МПК будуть розподілені наступним чином

$$f(h) = \frac{1}{y}, \text{ з ймовірністю } P(y), \quad (2)$$

де y – реалізація ВВ Y , мінімуму з місткостей ТР.

Тобто у даному випадку всі кореспонденції є рівномірно розподіленими на окремих відрізках з відомою ймовірністю

$$f(h) = \begin{cases} 1, & \text{з ймовірністю } P(1) \\ \frac{1}{2}, & \text{з ймовірністю } P(2) \\ \dots & \\ \frac{1}{y}, & \text{з ймовірністю } P(y) \end{cases}. \quad (3)$$

Для кращого розуміння процесу генерації кореспонденцій на рис. 1 наведений приклад їх розподілу за умови відповідності мінімуму з місткостей ТР з відправлення та прибуття закону Пуассона з параметром $\lambda = 6$, що відображається відповідним розташуванням відрізків вздовж вертикальної осі графіку.

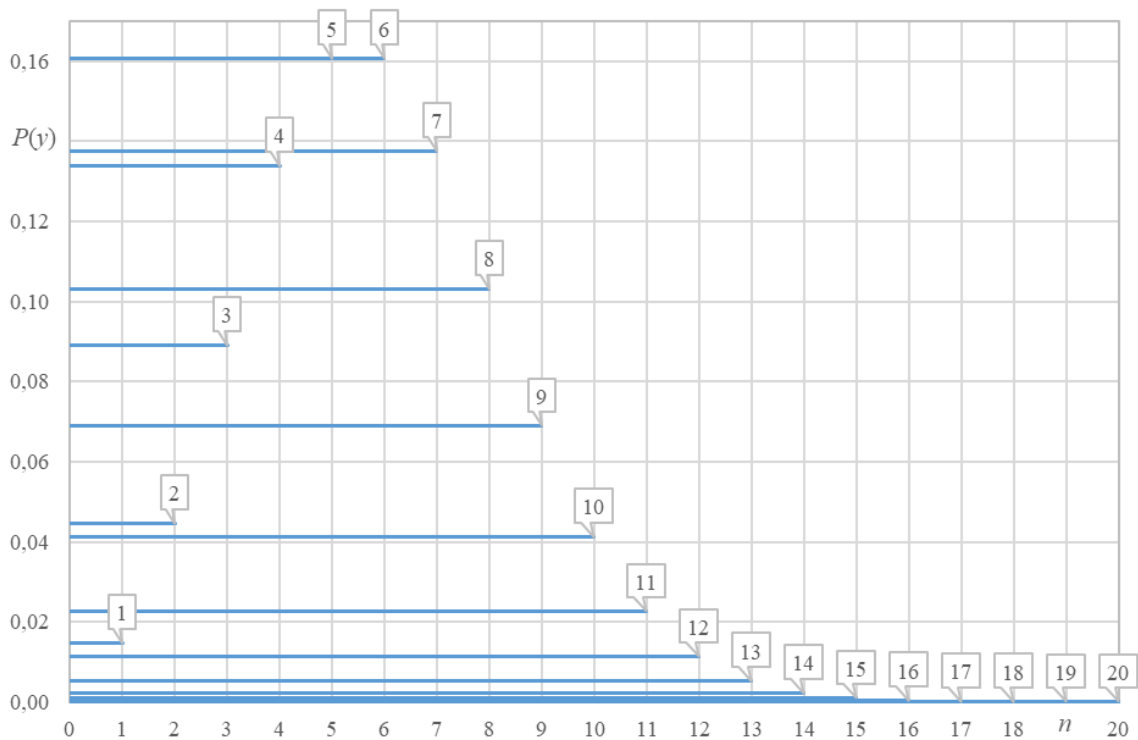


Рисунок 1. Розподіл кореспонденцій в МПК за базовим методом за умови відповідності розподілу правої межі закону Пуассона з параметром $\lambda = 6$

При такому процесі, властивість рівномірного розподілу мати однакову щільність вздовж всього відрізка на якому реалізується ВВ, дозволяє стверджувати, що у випадку, коли права межа розподілу дорівнює 2, наприклад, щільність розподілу кореспонденції може бути переписана наступним чином

$$f(h) = \begin{cases} 1, & \text{з ймовірністю } \frac{P(2)}{2} \\ \frac{1}{2}, & \text{з ймовірністю } \frac{P(2)}{2} \end{cases}. \quad (4)$$

Для даного випадку це обумовлене тим, що рівномірно розподілена на відрізку $[0;2]$ ВВ, з рівною імовірністю розподілена на двох відрізках $[0;1]$ та $[1;2]$. Відповідно до цього, у загальному випадку, для $y = m$

$$f(h) = \begin{cases} 1, & \text{з ймовірністю } \frac{P(m)}{m} \\ \frac{1}{2}, & \text{з ймовірністю } \frac{P(m)}{m} \\ \dots \\ \frac{1}{n}, & \text{з ймовірністю } \frac{P(m)}{m} \end{cases} \quad (5)$$

Тобто, кожне значення правої межі рівномірного розподілу створює відрізок від 0 до себе та, завдяки властивостям рівномірного розподілу, надає всім елементарним відрізкам, з яких складається повний відрізок між 0 та Y , імовірність, яка дорівнює $\frac{P(m)}{m}$, рис. 2.

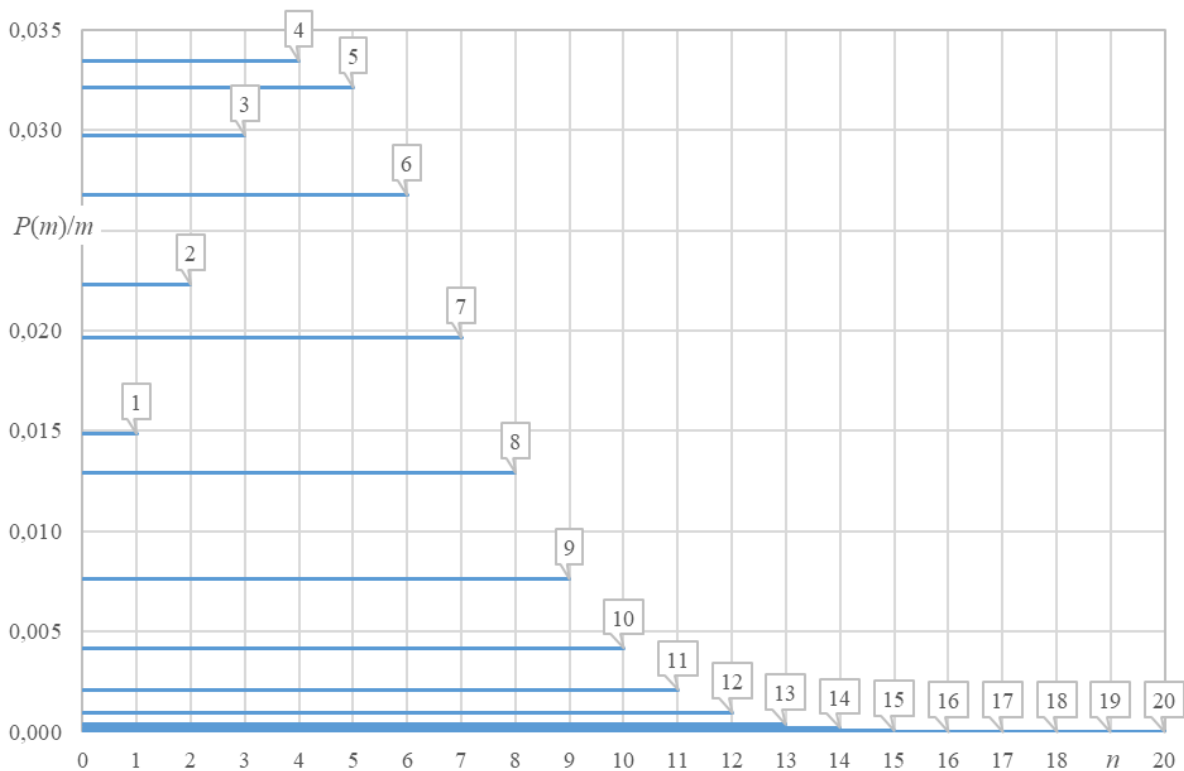


Рисунок 2. Імовірність виникнення кореспонденцій, яка створюється кожним значенням дискретної правої межі

Тобто стартова імовірність рівномірного розподілу на відрізку $[0;2]$, яка у відповідності до закону Пуассона дорівнює $P(2)=0,0446$, насправді приводить до генерації кореспонденцій на відрізках $[0;1]$ та $[1;2]$ з імовірністю $P(2)=0,0223$.

Після підстановки (5) до (3) з'являється можливість перегрупувати рівномірно розподілені ВВ між дискретними значеннями правої межі шляхом об'єднання в єдиний елемент всіх виразів з однаковим знаменником. Для першого натурального числа цей вираз буде виглядати таким чином

$$f(h) = 1, \text{ з ймовірністю } \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P(m)}{m} \quad (6)$$

Для $y=2$

$$f(h) = \frac{1}{2}, \text{ з ймовірністю } \sum_{m=2}^{\infty} \frac{P(m)}{m}. \quad (7)$$

Відповідно, у загальному випадку, для всіх u

$$f(h) = \frac{1}{y}, \text{ з ймовірністю } \sum_{m=y}^{\infty} \frac{P(m)}{m}. \quad (8)$$

Отриманий вираз (8) являє собою шукану щільність розподілу величини кореспонденції в МПК, згенерованої за допомогою базового методу, для випадку дискретних місткостей ТР з відправлення і прибуття. Він дозволяє легко перейти до випадку безперервних місткостей ТР з відправлення і прибуття. Ключовим результатом у (8) являється той факт, що завдяки властивостям рівномірного розподілу, його одиничні відрізки дублюються в інших таких же відрізках, що знаходяться правіше від них до самої правої межі з відповідною ймовірністю, що відображається нижньою межею сумування у виразі (8).

Цей процес добре ілюструється рис. 3, на якому наведений результат перетворення дискретних місткостей ТР з відправлення і прибуття в розподіл кореспонденцій при заповненні МПК базовим методом.

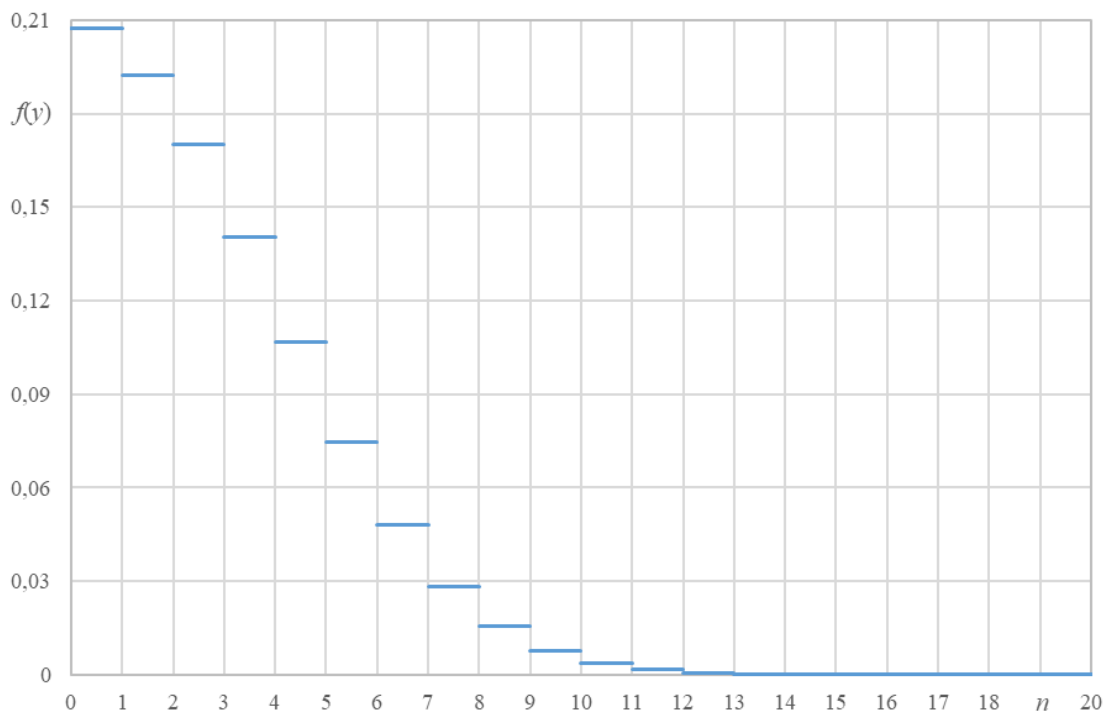


Рисунок 3. Розподіл кореспонденцій в МПК за базовим методом за умови відповідності розподілу правої межі закону Пуассона з параметром $\lambda = 6$

Цей результат свідчить про те, що базовий метод генерації МПК є не дуже чутливим до розподілу мінімуму з місткостей ТР з відправлення і прибуття та в реальних умовах завжди буде приводити до монотонно спадаючого розподілу кореспонденцій, що має бути враховане при реалізації ІК моделювання МПК.

При переході від дискретного до безперервного розподілу, довжини відрізків між окремими значеннями правої межі рівномірного розподілу прагнуть до нуля, значення індексу n , який позначає окреме дискретне значення правої межі цих відрізків $n \rightarrow y$, а сума перетворюється на інтеграл. Тому, якщо щільність розподілу правого кінця відрізка – носія рівномірного розподілу кореспонденцій на відрізок $[0; Y]$ позначити як $g(y)$, то аналогічний (8) вираз для безперервного випадку матиме наступний вигляд

$$f(h) = \int_h^{\infty} \frac{g(y)}{y} dy, \quad (9)$$

де $g(y)$ – щільність розподілу мінімуму з місткостей ТР з відправлення і прибуття.

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Отриманий вираз (9) описує перетворення рівномірно розподілених випадкових значень, які виникають в процесі генерації МПК, в розподіл кореспонденцій в підсумковій матриці. Користуючись ним можна оцінювати ЗР випадкової величини кореспонденції, якщо задати функцію щільності розподілу мінімуму з місткостей ТР відправлення і прибуття для МПК.

Тому задачу теоретичного обґрунтування результатів генерації МПК базовим, власне випадковим методом слід вважати вирішеною для загального випадку. При цьому ЗР мінімуму з місткостей ТР відправлення і прибуття для кореспонденцій, як вже відзначалась раніше, може бути визначений лише емпіричним шляхом, за допомогою обробки експериментальних даних з існуючих моделей транспортного попиту. Тому завдання перевірки коректності отриманої моделі результатів генерації МПК за допомогою базового методу є наступним кроком даного дослідження.

ВИСНОВКИ

1. Базовий метод випадкової генерації МПК забезпечує максимальний рівень випадковості, що є його ключовою характеристикою. Це означає, що кожна клітинка матриці отримує значення без урахування кореляцій між попередніми реалізаціями, що відображає чистий ефект рівномірного розподілу. Однак такий підхід призводить до монотонно спадаючого розподілу кореспонденцій, що може не відповідати реальному характеру пасажирських потоків.

2. Запропонований новий метод формування МПК використовує інший принцип генерації ВВ у клітинках матриці. Це призводить до певної втрати випадковості у результатах моделювання, що потенційно може покращити відповідність отриманих даних реальним. Однак різниця між методами потребує детальної оцінки, оскільки навіть невеликі зміни у принципах генерації можуть суттєво вплинути на властивості моделі.

3. Отримано аналітичний вираз для ЗР кореспонденцій при їх моделюванні з використанням базового методу генерації. Це дозволяє не тільки оцінити математичні властивості згенерованих матриць, а й пояснити природу виникнення кореспонденцій у кожній клітинці. Використання рівномірного розподілу в поєднанні з випадковими межами дозволяє описати механізм формування кореспонденцій, але не враховує можливих реальних обмежень, наприклад, таких як пропускна здатність транспортної мережі або вплив соціально-економічних факторів.

4. Визначено, що розподіл кореспонденцій суттєво залежить від мінімальної місткості ТР з відправлення та прибуття. У реальних умовах ця місткість може змінюватися залежно від часу доби, попиту, особливостей міського середовища та транспортної інфраструктури. Відсутність точного теоретичного опису розподілу місткостей ТР ускладнює побудову універсальної моделі, тому необхідне емпіричне оцінювання цих параметрів.

5. Базовий метод дозволяє отримати випадкові МПК, але він не гарантує їх відповідності реальним даним. Це ставить питання про його придатність для практичного застосування без додаткових коригувань. Зокрема, отримані результати можуть бути корисними лише в тих випадках, коли основна мета моделювання полягає в аналізі загальних тенденцій, а не точному прогнозуванні пасажиропотоків.

6. Враховуючи складність процесу моделювання транспортного попиту, перевірка коректності отриманих моделей генерації МПК має базуватися на аналізі реальних даних. Це дозволить не тільки оцінити точність застосованих методів, а й розробити можливі механізми коригування результатів. Оскільки наявні моделі транспортного попиту містять значну кількість апроксимаційних припущень, поєднання аналітичного підходу та експериментальних досліджень дозволить отримати більш достовірні результати.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Любий Є.В., Ковцур К.Г., Цинь Сяосюань Постановка задачі випадкового заповнення матриці пасажирських кореспонденцій. *Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті*. 2024. 2(23). С. 152-158. <https://doi.org/10.36910/automash.v2i23.1537>.

2. Любий Є.В. Визначення попиту на пересування населення малих міст маршрутним пасажирським транспортом : автореф. дис. здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.22.01 «Транспортні системи». Харків: ХНАДУ, 2012. 22 с.
3. Любий Є.В., Колій О.С. Оцінка точності синтетичних моделей розрахунку пасажирських кореспонденцій на прикладі малих міст. *Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті*. 2019. 1(12). С. 99-106. <https://doi.org/10.36910/automash.v1i12.40>.
4. Ortuzar J. de D., Willumsen L.G. Modelling transport. Third edition. John Wiley & Sons Ltd., 2006. 499 p.
5. Wilson A.G. Entropy in Urban and Regional Modelling. London: Pion Limited, 1970. 250 p.
6. Любий Є.В., Россолов О.В. Формування моделі попиту на пересування населення малих міст маршрутним пасажирським транспортом. *Комунальне господарство міст*. 2013. 107. С. 422-426.
7. Білоус А.Б., Демчук І.А. Analysis methods and models of calculation of passenger correspondence. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2014. 3(3(69)). С. 53–57. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.24545>.
8. Zhao D., Mihăiță A.-S., Ou Yu., Grzybowska H., Li Mo. Origin–destination matrix estimation for public transport: A multi-modal weighted graph approach, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2024. 165. 104694. ISSN 0968-090X. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2024.104694>.
9. Ramli M.I., Runtulalo D., Yatmar H., Mangessi A. An Estimation of Origin-Destination Matrices for a Public Transport Network in Makassar using Macrosimulation Visum. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 875, The 3rd EPI International Conference on Science and Engineering 2019 (EICSE2019) 24-25 September 2019, South Sulawesi, Indonesia. doi:10.1088/1757-899X/875/1/012027.
10. Івахнік В.С. Новий метод реалізації інтервальної концепції моделювання транспортного попиту. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2022. 6. С. 57–64. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2022-165-6-57-64>.
11. Dragu. V., Roman. Eu. A. The Origin–Destination Matrix Development. MATEC Web of Conferences. 9th International Conference on Manufacturing Science and Education – MSE 2019 “Trends in New Industrial Revolution”. 2019. 290. 06010. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201929006010>.
12. Forbes C., Evans M., Hastings N., Peacock B. Statistical Distributions. 4th Edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2011. 212 p.

REFERENCES

1. Liubiyi Ye., Kovtsur K., & Qin X. (2024). Formulation of the problem of random completion of the OD-matrix. *Advances in Mechanical Engineering and Transport*, (2(23)), 152-158. <https://doi.org/10.36910/automash.v2i23.1537>
2. Liubiyi Ye. (2012). Vyznachennia popytu na peresuvannia naseleennia malykh mist marshrutnym pasazhyrskym transportom : avtoref. dys. zdobuttia nauk. stupenia kand. tekhn. nauk : spets. 05.22.01 «Transportni systemy». Kharkiv: KhNAHU. 22 p.
3. Liubiyi Ye., & Kolii O. (2019). Estimation of accuracy of synthetic models of calculation of passenger correspondence on an example of small towns, (1(12)), 99-106. <https://doi.org/10.36910/automash.v1i12.40>
4. Ortuzar J. de D., & Willumsen L.G. (2006) Modelling transport. 3rd edition. John Wiley&Sons Ltd., 499 p.
5. Wilson A.G. (1970). Entropy in Urban and Regional Modelling. London: Pion Limited, 250 p.
6. Liubiyi Ye., & Rossolov O. (2013). Formation of a model of demand for the movement of the population of small towns by passenger transport. *Municipal economy of cities*. 107. 422-426.
7. Bilous A., & Demchuk I. (2014). Analysis methods and models of calculation of passenger correspondence. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 3(3(69)). 53-57. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.24545>.
8. Zhao D., Mihăiță A.-S., Ou Yu., Grzybowska H., & Li Mo. (2024). Origin–destination matrix estimation for public transport: A multi-modal weighted graph approach, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 165. 104694. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2024.104694>.
9. Ramli M.I., Runtulalo D., Yatmar H., & Mangessi A. (2019). An Estimation of Origin-Destination Matrices for a Public Transport Network in Makassar using Macrosimulation Visum. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 875, The 3rd EPI International Conference on Science and

Engineering 2019 (EICSE2019) 24-25 September 2019, South Sulawesi, Indonesia. doi:10.1088/1757-899X/875/1/012027.

10. Ivakhnik V. (2022). A New Method for Implementing the Interval Concept of Transport Demand Modeling. Visnyk of Vinnytsia Polytechnical Institute, (6), 57-64. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2022-165-6-57-64>.

11. Dragu. V., & Roman. Eu. A. (2019). The Origin–Destination Matrix Development. MATEC Web of Conferences. 9th International Conference on Manufacturing Science and Education – MSE 2019 “Trends in New Industrial Revolution”. 290. 06010. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201929006010>.

12. Forbes C., Evans M., Hastings N., & Peacock B. (2011). Statistical Distributions. 4th Edition. Hoboken, NJ: Wiley. 212 p.

X. Qin, Ye. Liubyi Theoretical justification of the results of passenger correspondence matrix generation using a random method

This article presents a theoretical justification for the results of generating passenger correspondence matrices using a random method. An analysis of the basic random method for forming the correspondence matrix has been conducted, in which a uniform distribution of random variables is used to determine correspondences. It has been established that this method ensures maximum randomness, which can be both an advantage (reflecting demand variability) and a disadvantage (lack of structure in the formed matrix). The methods for forming correspondence matrices are based on random variables, and their distributions differ significantly, affecting the results of transport modeling. An analytical expression for the distribution law of correspondences generated by the basic method has been derived, reflecting the relationship between the random capacities of transport zones and the resulting correspondences. The influence of the minimum capacity of transport zones on the distribution of values in the correspondence matrix has been determined. It has been found that this parameter does not have a strict theoretical description and can only be estimated empirically based on field observations and real transport demand data. The research results confirmed that the basic method of random generation of correspondence matrices leads to a monotonically decreasing distribution of correspondences, which should be considered when applying this approach. Additionally, the necessity of verifying the obtained models against real data to adjust generation parameters has been substantiated. Further research development involves the empirical determination of the characteristics of the minimum capacity of transport zones and the assessment of the effectiveness of a new method for the random generation of passenger correspondence matrices within the framework of the interval-based concept of transport demand modeling.

Key words: random variable, distribution law, passenger correspondence matrix, modelling, transport demand.

ЦИНЬ Сяосюань, аспірантка кафедри транспортних систем і логістики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, e-mail: xiaoxuan@ukr.net. <https://orcid.org/0009-0009-3736-619X>.

ЛЮБИЙ Євген Володимирович, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри транспортних систем і логістики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, e-mail: lion_khadi@ukr.net. <https://orcid.org/0000-0003-0681-0920>.

Xiaoxuan QIN, Post-Graduate Student of Transport Systems and Logistics Department, Kharkiv National Automobile and Highway University, e-mail: xiaoxuan@ukr.net. <https://orcid.org/0009-0009-3736-619X>.

Yevhen LIUBYI, PhD in Engineering, Associate Professor, Head of Transport Systems and Logistics Department, Kharkiv National Automobile and Highway University, e-mail: lion_khadi@ukr.net. <https://orcid.org/0000-0003-0681-0920>.

DOI 10.36910/automash.v1i24.1751