© Мурований І.С., Крук А.С. 2023

УДК 517.9+629.01
UDC 517.9+629.01

Мурований І.С., Крук А.С.
*Луцький національний технічний університет*

# ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ МАНЕВРУ З ОДНОЧАСНИМ ЗАСТОСУВАННЯМ ГАЛЬМУВАННЯМ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ДОРОЖНЬО-ТРАНСПОРТНИХ ПРИГОД

Методики дослідження параметрів маневру транспортних засобів, які застосовуються в експертній практиці при аналізії механізму дорожньо-транспортних пригод, дозволяють проводити розрахунки при постійній швидкості руху. Метою даної роботи є розширення можливостей експертного дослідження механізму дорожньо-транспортних пригод шляхом вдосконалення методів розрахунку параметрів руху транспортних засобів під час виконання маневру об'їзду перешкоди з одночасним застосуванням гальмування. Актуальність даного дослідження обумовлена необхідністю розширення можливостей експертного аналізу дорожньо-транспортних пригод, що виникли при маневруванні транспортних засобів, обладнаних антиблокувальною системою гальм. Запропоновані методи дослідження базуються на положеннях теоретичної механіки та теорії автомобіля, з використанням існуючих та перевірених часом методик визначення параметрів маневру транспортних засобів, на основі припущення про лінійний характер зміни швидкості загальмованого транспортного засобу шляхом математичного моделювання та чисельного рішення систем диференціальних рівнянь. На основі розробленої математичної моделі для дослідження таких видів маневру, як «вхід в поворот», «вхід-вихід» та «зміна смуги руху» отримано кінцеві розрахункові формули, які можуть застосуватися при вирішенні найбільш поширених в судовій автотехніці питань при дослідженні дорожньо-транспортних пригод, що виникли при маневруванні транспортних засобів, обладнаних антиблокувальною системою гальм.

**Ключові слова**: маневр, об'їзд перешкоди, гальмування, антиблокувальна система гальм, переміщення, швидкість, курсовий кут, сповільнення.

## ВСТУП

Розвиток економіки та її глобалізація неухильно веде до збільшення вантажних та пасажирських перевезень, в тому числі і автомобільним транспортом, що, крім очевидного позитивного економічного ефекту, із-за наявності аварійності на дорогах, призводить до людських та матеріальних втрат. Так, опираючись на дані ООН [1], щороку в дорожньо-транспортних пригодах (ДТП) в світі гине біля 1,35 мільйонів людей, отримують травми майже 50 мільйонів людей, крім того, аварійність на дорогах залишається основною причиною смертності дітей та молоді. При цьому, близько 90 % всіх загиблих і травмованих припадає на країни, що розвиваються. Наслідки ДТП несуть не лише людскі страждання але й, в результаті втрати працездатного населення, витрат на лікування постраждалих, зниження ефективності працездатності інвалідів та пошкодження майна, значних матеріальних збитків, які становлять для економік окремих країн до 5 % внутрішнього валового продукту [1]. Зростання смертності та травматизму на дорогах спонукало Генеральну Асамблею ООН 31.08.2020 р. прийняти Резолюцію 74/299 «Підвищення безпеки дорожнього руху в усьому світі» та проголосити друге Десятиліття дій по забезпеченню безпеки дорожнього руху 2021-2030 рр. Глобальний план для Другого десятиліття дій 2021 – 2030 рр. був розроблений ВООЗ і регіональними комісіями ООН у співпраці з Організацією співробітництва ООН у сфері безпеки дорожнього руху (UNRSC), щоб спонукати держави-члени у впровадженні ключових заходів для підвищення безпеки дорожнього руху.

## АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ.

Боротьба з аварійністю на автомобільному транспорті передбачає проведення комплексу заходів по покращенню організації дорожнього руху, вдосконаленню конструкції транспортних засобів (ТЗ) і їх технічного стану та контролю за ним, покращенню кваліфікаційної підготовки водіїв і їх дисципліни, організованості інших учасників дорожнього руху. Особливе місце серед профілактичних заходів належить дослідженню причин ДТП і супутніх факторів. Невипадково, одним з пунктів плану ООН запропоновано державам-членам за проханням інших держав-членів розповсюдити інформацію про передовий досвід встановлення причин дорожньо-транспортних пригод [1]. Визначити ці причини і встановити фактори, що сприяють виникненню та розвитку ДТП, можна лише на основі аналізу результатів детального дослідження дорожньої обстановки. Під дорожньою обстановкою розуміють сукупність факторів, що характеризуються дорожніми умовами, наявністю перешкод на певній ділянці дороги, інтенсивністю і рівнем організації дорожнього руху

(наявність дорожньої розмітки, дорожніх знаків, дорожнього обладнання, світлофорів та їх стан), які повинен ураховувати водій під час вибору швидкості, смуги руху та прийомів керування транспортним засобом [2, 3].

За даними Департаменту патрульної поліції України [4] в нашій країні за 2023 рік трапилось понад 18 тис. ДТП із потерпілими, у яких загинуло 2791 особи та близько 23 тис. людей отримали травми різного ступеню важкості. При цьому найпоширенішими видами ДТП з потерпілими у минулому році були: зіткнення (39,7%); наїзд на пішохода (28,4%); наїзд на перешкоду (13,3%), та й найбільше загиблих припало на зіткнення (33,6%); наїзд на пішохода (31,3%); наїзд на перешкоду (16,1%).

Проведений аналіз даних ДТП в Україні вказує на те, що зіткнення транспортних засобів та наїзди на перешкоди сумарно становлять значну долю (близько 50 %) від загальної кількості ДТП з потерпілими та загиблими. Тому доцільно приділити особливу увагу аналізу можливості уникнення зіткнень та наїздів на перешкоди.

Керування ТЗ полягає у можливості водія задавати швидкість та напрямок його руху. Відповідно існує і два засоби, які має водій в своєму розпорядженні для запобігання ДТП – застосування маневру або гальмування. Тривалий час Правила дорожнього руху (ПДР) зобов'язували водія у разі виникнення небезпеки для руху застосовувати тільки гальмування і лише з 1987р., при виникненні перешкоди для руху, Правилами поряд зі зниженням швидкості передбачено можливість застосування безпечного для інших учасників руху маневру об'їзду перешкоди [2].

Відповідно, із змінами у вимогах ПДР розширилось і коло задач експертного дослідження: крім вирішення питання стосовно наявності у водія технічної можливості уникнути ДТП шляхом своєчасного застосування гальмування, стали проводитись і дослідження щодо наявності у водія технічної можливості уникнути ДТП шляхом застосування об'їзду перешкоди.

В експертній практиці розрахунок параметрів маневру транспортного засобу проводиться за умови руху автомобіля з постійною швидкістю [5, 6, 7]. Дане обмеження ґрунтувалося на тому, що в екстремальних дорожніх ситуаціях застосовується екстрене гальмування, при якому керовані колеса, зазвичай, блокуються і, відповідно, відбувається втрата керованості. За таких обставин дослідження можливості застосування маневру при гальмуванні ТЗ втрачає зміст.

**РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ**

Щоб уникнути зіткнення з перешкодою, водій може використовувати різні способи маневрування. В простих ситуаціях він різко обертає рульове колесо, виконуючи маневр, який називається «вхід в поворот». Кут повороту керованих коліс θ безперервно збільшується і автомобіль весь час рухається по дузі змінного радіусу, який зменшується (Рисунок 1). Курсовий кут γ в кінці такого маневру досить великий, значна також і ширина вільного простору, необхідного для його виконання.

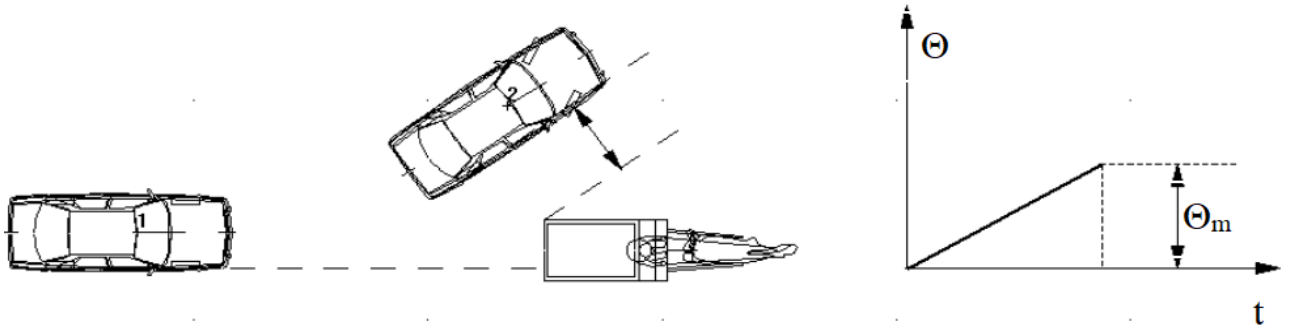


Рисунок 1 – Маневр «вхід в поворот»

Водій може також, повернувши рульове колесо на максимальний кут θм в один бік, потім повернути його в нейтральне положення, виконавши маневр «вхід - вихід» (Рисунок 2). Перша частина траєкторії - дуга радіусу, що зменшується, а завершальна - дуга радіусу, що збільшується. На проміжній ділянці водій змінює напрям обертання рульового колеса. Для цього необхідно якийсь час для вибору зазорів рульового управління у зворотному напрямі і зміни деформації пружних елементів. Кут повороту передніх коліс за цей час залишається постійним і можна вважати, що автомобіль на цій ділянці рухається по дузі постійного радіусу. Далі водій повертає колеса у зворотному напрямі, кут θ зменшується і далі автомобіль рухається по дузі радіусу, що збільшується.

Поступово колеса займають нейтральне положення, кут θ=0, і автомобіль рухається прямолінійно під деяким кутом γ до початкового напряму руху.

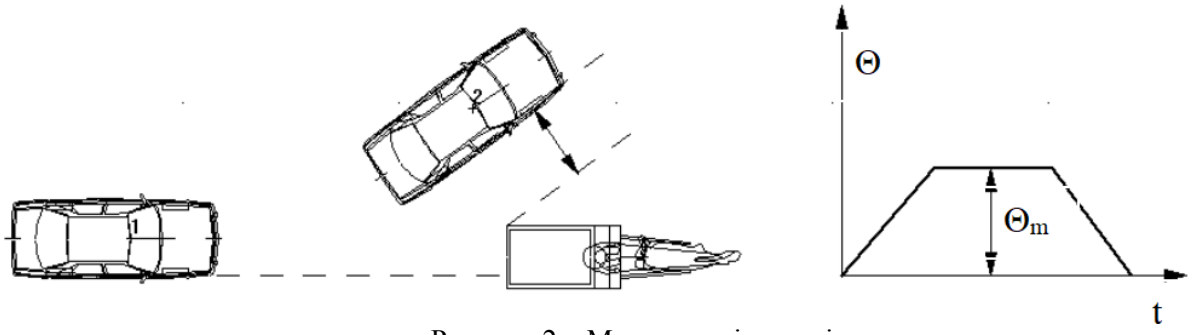


Рисунок 2 – Маневр «вхід - вихід»

Обидва розглянуті маневри не вимагають від водія високої майстерності (один-два різких повороти рульового колеса), але їх можна виконати тільки на широкій дорозі. Крім того, рухаючись після закінчення маневру у новому напряму автомобіль може через короткий проміжок часу зустріти на своєму шляху іншу перешкоду (стовп, дерево, кювет, групу пішоходів). Це приведе до виникнення ще однієї небезпечної обстановки. Тому застосовувати маневри «вхід в поворот» і «вхід - вихід» можна лише в тому випадку, якщо попереду автомобіля є достатній простір, що забезпечує свободу його переміщення в поперечному напрямку, наприклад - площа, широке перехрестя, або ж можливий безперешкодний виїзд автомобіля за межі дороги.

Набагато частіше при виконанні маневру автомобіль повинен залишатися на проїзній частині, яка має обмежену ширину. В цьому випадку водій спочатку повертає колеса в один бік на кут θм (Рисунок 3), а потім в іншу на кут θм, переводячи їх через нейтральне положення, після чого знову повертає в початкове положення. У цьому випадку траєкторія автомобіля складається з шести елементів: двох дуг радіусу, що зменшується; двох дуг радіусу, що збільшується та двох дуг кола. В кінці маневру автомобіль рухається паралельно колишньому напряму і курсовий кут дорівнює нулю. Такий маневр називають «зміна смуги руху».

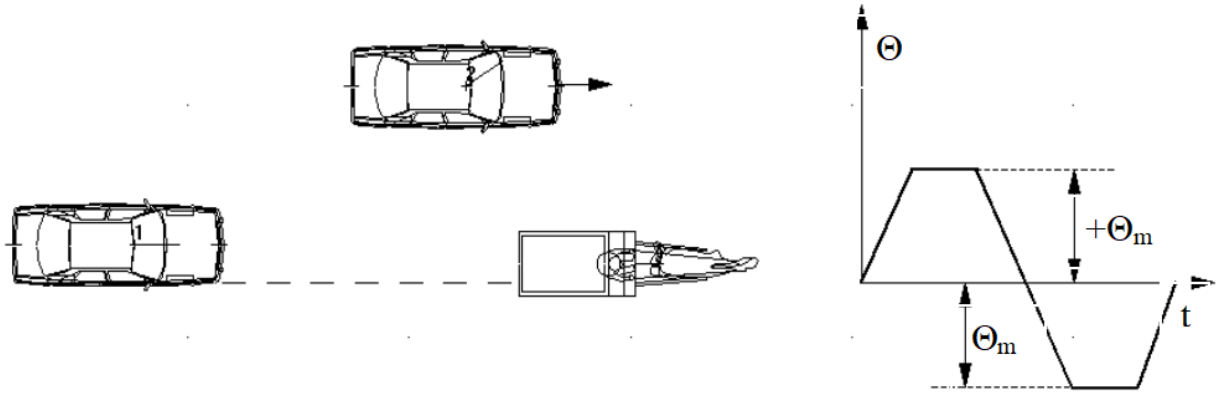


Рисунок 3 – Маневр «зміна смуги руху».

Ширина дороги, необхідна для зміни смуги руху, значно менша, ніж для виконання маневрів типу «вхід в поворот» або «вхід - вихід». Об'їжджаючи перешкоду із зміною смуги руху водій повинен за короткий проміжок часу зробити більше рухів і точніше їх розрахувати, чим при маневрах інших типів. Тому такий маневр є найбільш складним і вимагає високої майстерності, особливо на вузьких дорогах. Зате в кінці такого маневру автомобіль опиняється в сусідньому ряду і рухається паралельно колишньому напряму, а не під кутом до нього.

Щоб ліквідовувати небезпечну ситуацію, не даючи їй перерости в аварійну, водій повинен повертати рульове колесо щонайшвидше. Проте максимальна кутова швидкість $\dot{\theta}$ обмежена психофізіологічними можливостями водія. Згідно з наявними експериментальними даними [5, 6, 7] при маневруванні на сухому асфальтобетоні вона складає 0,3...0,5 рад/с для легкових автомобілів і 0,15...0,35 рад/с для вантажних автомобілів і автобусів. Крім того, кутова швидкість $\dot{\theta}$ не може бути особливо великою з міркувань безпеки.

Виконуючи маневр, водій повинен забезпечувати безпеку інших учасників руху, уникати заносу і перекидання свого автомобіля. У експертних розрахунках зазвичай виходять з умови

відсутності заносу. Втрата поперечної стійкості найбільш вірогідна в той момент, коли кут повороту передніх коліс і відповідно кривизна траєкторії максимальні, тобто при θ = θм. У момент початку поперечного ковзання шин по дорозі відцентрова сила Рц досягає значення сили зчеплення:

$$\frac{GV^2}{gR_{min}} = G\varphi_y \qquad (1)$$

де: G - вага автомобіля;
V - швидкість руху автомобіля;
g - прискорення вільного падіння;
$R_{min}$ - мінімальний радіус траєкторії руху автомобіля (при θ = θм).

При розрахунку маневру ТЗ в експертній практиці приймають наступні припущення [5, 6, 7]:
- швидкість повороту керованих коліс постійна ($\dot{\theta}$=const);
- водій повертає рульове колесо в обох напрямках з однаковою швидкістю $\dot{\theta}$;
- зміна напрямку повороту керованих коліс відбувається миттєво і час в цих точках дорівнює нулю;
- максимальне значення курсового кута в кінці маневру не перевищує $\gamma \le 150$.

Використання прийнятої системи припущень та застосування формули (1) дозволяє отримати розрахункові формули для встановлення параметрів, що характеризують положення автомобіля в кінці маневру.

Так на основі формули (1) для максимально допустимої по умовах заносу швидкості повороту передніх коліс автомобіля отримаємо:

$$\dot{\theta}_{max} = \frac{gL\varphi_y}{V^2\tau_1}, \qquad (2)$$

де: L - база автомобіля;
τ1 - час, необхідний для повороту передніх коліс на кут θм.

З матеріалів кримінальної справи експертові зазвичай відомо не час $\tau_1$, а відстань хм, необхідна для виконання маневру. Тоді повний час руху автомобіля в процесі маневру $\tau_м = x_м/V$.

Час τ1, необхідний для повороту передніх коліс на кут θм, залежить від типу маневру. Так, при «вході в поворот» цей час дорівнює всьому часу маневрування τм, при «вході - виході» - його половині, а при маневрі «зміна смуги руху» - четвертій частині. Відповідно для кожного типу маневру маємо три різні формули для допустимої кутової швидкості $\dot{\theta}_{max}$ і різні формули для визначення положення ТЗ в кінці маневру.

В таблиці 1 приведені розрахункові формули для маневру ТЗ при постійній швидкості руху, які застосовуються в експертній практиці [5, 6, 7].

Таблиця 1 – Формули для розрахунку параметрів маневру ТЗ при постійній швидкості руху

| Параметри | Вид маневру | | |
|---|---|---|---|
| | “Вхід в поворот” | “Вхід-вихід” | “Зміна смуги руху” |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Час маневру $\tau_1$, с | $x_м/V$ | $x_м/(2V)$ | $x_м/(4V)$ |
| Максимально допустима швидкість повороту коліс $\dot{\theta}_{max}$, рад/с | $gL\varphi_y/(Vx_м)$ | $2gL\varphi_y/(Vx_м)$ | $4gL\varphi_y/(Vx_м)$ |
| Повздовжнє переміщення Хм, м | $V\tau_1$ | $2V\tau_1$ | $4V\tau_1$ |
| Поперечне переміщення Yм, м | $g\varphi_y x_м^2/(6V^2)$ | $g\varphi_y x_м^2/(4V^2)$ | $g\varphi_y x_м^2/(8V^2)$ |
| Курсовий кут $\gamma(\tau_M)$, рад | $g\varphi_y x_м/(2V^2)$ | $g\varphi_y x_м/(2V^2)$ | 0 |

Сучасні автомобілі, зазвичай, обладнані антиблокувальними системами (АБС) гальм, які запобігають блокуванню коліс під час гальмування і, таким чином, забезпечують керованість загальмованого ТЗ. Це дає змогу водію одночасно із гальмуванням застосовувати маневр, що може розширити технічні можливості водія запобігти ДТП. Дослідження обставин ДТП за участю автомобілів з такою конструкцією гальмівної системи вимагає розрахунку параметрів маневру загальмованого ТЗ, зокрема й для перевірки технічної спроможності показів учасників пригоди.

Крім того, враховуючи, що вимоги чинних Правил дорожнього руху України у разі виникнення перешкоди для руху зобов'язують водія маневрувати або зменшувати швидкість аж до зупинки, а з іншого боку - водій повинен вжити всіх можливих заходів для запобігання ДТП, тому представляє інтерес встановлення наявності технічної можливості у водія уникнути пригоди шляхом одночасного застосування як екстреного гальмування, так і маневру.

Питання визначення параметрів руху ТЗ при виконанні маневру з одночасним застосуванням гальмування на сьогоднішній день недостатньо досліджене, хоча являється досить актуальним, зокрема для проведення автотехнічних досліджень дорожньо-транспортних пригод, пов'язаних з наїздом на перешкоду, або тих, які виникли в процесі виконання маневру транспортного засобу.

Вирішення поставлених вище питань потребує нової постановки задачі та розробки відповідних методичних підходів до її розв'язку. Основою розрахунку руху ТЗ служать положення теоретичної механіки та теорії автомобіля. Застосування тих чи інших методів визначається, з одного боку, забезпеченням необхідної точності отриманих результатів, а з іншого – складністю та трудомісткістю розрахунків. Тому цілком логічно, що, оперуючись на перевірену практикою методику розрахунку параметрів маневру транспортних засобів, було розширенно на випадок маневру з одночасним застосуванням гальмування, при наявності в конструкції автомобіля АВС гальмівної системи [8].

Слідуючи запропонованому підходу, розглянуто поворот ТЗ в прямокутній системі координат XOY, початок якої співпадає з серединою заднього моста ТЗ, а вісь OX – з його повздовжньою віссю в момент початку криволінійного руху (Рисунок 4) [8].

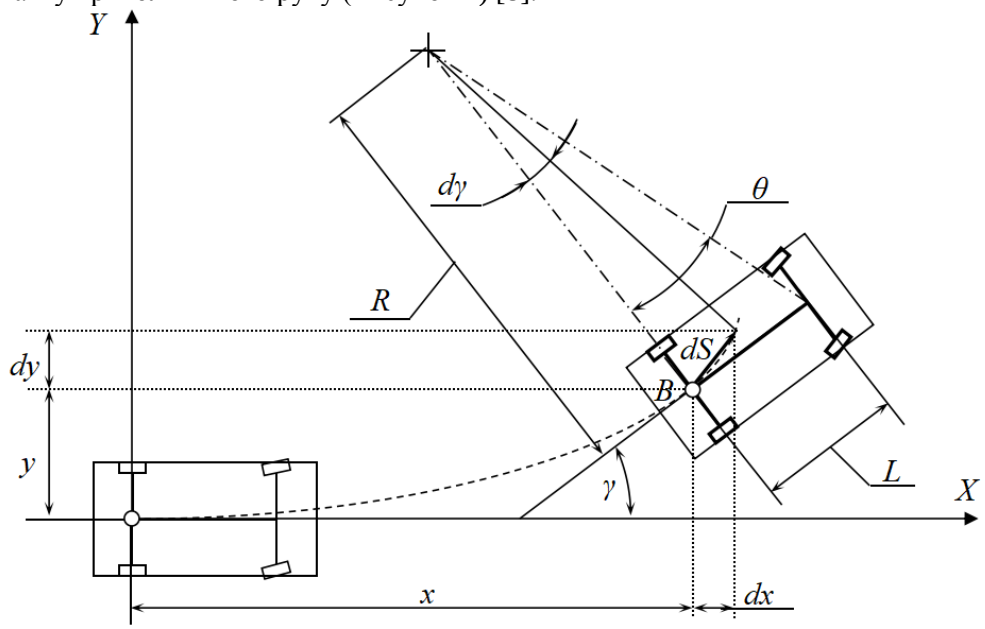


Рисунок 4 – Схема маневру.

У загальному випадку під час маневру ТЗ середина його заднього моста (точка В) переміщається по дузі змінної кривизни. За нескінченно малий проміжок часу dt середина заднього моста опише елементарну дугу dS, а курсовий кут зміниться на нескінченно малу величину $d\gamma$:

$$dS = R(t)d\gamma, \tag{3}$$

де: R(t) - радіус кривизни траєкторії переміщення центра заднього моста ТЗ, який визначається кутом $\theta(t)$ повороту керованих коліс в момент часу t:

$$R(t) = L/\theta(t), \tag{4}$$

де: L - база автомобіля.

Під час руху загальмованого автомобіля з достатньою точністю можна вважати, що його швидкість змінюється по лінійному закону, тобто має місце рівносповільнений рух:

$$V(t) = V_0 - jt, \tag{5}$$

де: $V_0$ - початкова швидкість автомобіля;
j - усталене сповільнення ТЗ.

На основі залежності (3) з урахуванням (4), (5) отримано:

$$d\gamma = \frac{dS}{R(\mathrm{t})} = \frac{(V_0 - jt)\theta(\mathrm{t})}{L} dt \tag{6}$$

Експериментальними дослідженнями встановлено, що в небезпечних дорожніх ситуаціях водій, намагаючись відвернути дорожньо-транспортну пригоду, повертає рульове колесо досить різко, але на невеликий кут. За таких умов кутова швидкість $\dot{\theta}$ повороту передніх коліс практично стала ($\dot{\theta} = const$) і кут θ повороту керованих коліс змінюється пропорційно до часу [6, 7]:

$$\theta(t) = \dot{\theta} \cdot t \tag{7}$$

З урахуванням цих припущень для курсового кута γ в довільний момент часу t матимемо:

$$\gamma(t) = \int \frac{(V_0 - jt) \cdot \dot{\theta} \cdot t}{L} dt = \frac{\dot{\theta}}{L}\left(\frac{1}{2}V_0 - \frac{1}{3}jt\right)t^2 \tag{8}$$

У випадку небезпечних дорожніх ситуацій максимальні відхилення курсових кутів зазвичай не перевищують $10\ldots12^0$ [6, 7]. Для таких значень можна записати:

$$dx = dS\cos\gamma \approx dS = (V_0 - jt)dt \tag{9}$$

$$dy = dS\sin\gamma \approx dS \cdot \gamma = \frac{\dot{\theta}}{\mathrm{L}}(V_0 - jt)\left(\frac{1}{2}\mathrm{V}_0 - \frac{1}{3}jt\right)t^2 dt \tag{10}$$

Інтегруючи (9), (10) отримаємо:

$$x(t) = S = \int (V_0 - jt)dt = V_0 t - \frac{1}{2}jt^2 \tag{11}$$

$$y(t) = \int \frac{\dot{\theta}}{\mathrm{L}}(V_0 - jt)\left(\frac{1}{2}\mathrm{V}_0 - \frac{1}{3}jt\right)t^2 dt = \frac{\dot{\theta}}{120L}(20V_0^2 - 25V_0 jt + 8j^2t^2)t^3 \tag{12}$$

Формули (8), (11), (12) описують координати x, y середини заднього моста автомобіля та курсовий кут γ автомобіля у будь-який момент часу t і дозволяють встановити положення кожної точки автомобіля в процесі повороту у загальмованому стані при умові, що автомобіль рухається рівносповільнено, а результуючий кут повороту не перевищує 150.

Формули (8), (11), (12) справедливі лише при умові, що автомобіль впродовж всього маневру рухається без бокового проковзування. Тоді в кінці маневру (в момент часу τм) курсовий кут автомобіля становитиме:

$$\gamma_{M=} \frac{\dot{\theta}}{6\mathrm{L}}(3\mathrm{V}_0 - 2j\tau_M)\tau_M^2 \tag{13}$$

а координати середини його заднього моста:

$$x_M = V_0\tau_M - \frac{1}{2}j\tau_M^2 \tag{14}$$

$$y_M = \frac{\dot{\theta}}{120L}(20V_0^2 - 25V_0\,\mathrm{j}\,\tau_\mathrm{M} + 8j^2\tau_M^2)\tau_M^3 = \frac{\dot{\theta}}{L}(\frac{1}{6}V_0^2 - \frac{5}{24}V_0\,\mathrm{j}\,\tau_\mathrm{M} + \frac{1}{15}j^2\tau_M^2)\tau_M^3 \tag{15}$$

В дійсності технічна можливість впродовж фіксованого часу $\tau_M$ виконати маневр і досягнути необхідних значень $\gamma_M$, $x_M$, $y_M$ обмежується поперечною стійкістю автомобіля.

Згідно формул (13)-(15) при заданій початковій швидкості автомобіля $V_0$ і відомому усталеному сповільненні j, яке він може реалізувати в даних дорожніх умовах, можливість протягом фіксованого часу $\tau_M$ виконати маневр і досягнути необхідних значень поперечного зміщення $y_M$ та курсового кута $\gamma_M$ залежить від швидкості $\dot{\theta}$ повороту керованих коліс: чим більша швидкість $\dot{\theta}$, тим більших значень $y_M$ та $\gamma_M$ можна досягти. Водночас різке маневрування може спричинити занос автомобіля.

Визначимо максимально допустиму за умовою відсутності заносу швидкість $\dot{\theta}_\partial$ повороту керованих коліс. У момент $t_k$ початку поперечного ковзання шин по дорозі відцентрова сила досягає значення сили зчеплення:

$$m\frac{V(t_k)^2}{R(t_k)} = \mathrm{mg}\varphi_y \qquad (16)$$

де: m - маса автомобіля;

g - прискорення вільного падіння.

При умові постійної впродовж маневру швидкості руху транспортного засобу (j=0; $V=V_0$=const) дане питання не викликає труднощів: максимальна бокова сила, а отже і максимальна ймовірність заносу, виникає в кінці маневру ($t_k=\tau_M$), коли радіус траєкторії мінімальний ($R(\tau_M)=R_{min}$), а кут повороту керованих коліс відповідно максимальний ($\theta=\theta_M$). За таких обставин на основі рівняння (16) з врахуванням того, що:

$$R(\tau_M) = \frac{L}{\theta_M} = \frac{\mathrm{L}}{\dot{\theta}\tau_M},$$

для максимально допустимої за умовою відсутності заносу швидкості $\dot{\theta}^*_\partial$ маємо:

$$\dot{\theta}^*_д = \frac{gL\varphi_y}{V_0{}^2\tau_M}$$

В результаті підстановки отриманого значення $\dot{\theta}^*_o$ у формули (13) – (15) з урахуванням того, що j=0, отримаємо залежності, які і використовуються на даний час при експертному дослідженні параметрів маневру ТЗ, що рухається з постійною швидкістю (див. табл.1).

У випадку маневру загальмованого автомобіля такої однозначності немає, оскільки, з одного боку, збільшення з часом кута повороту передніх коліс обумовлює зменшення радіуса R(t) кривизни траєкторії руху автомобіля і згідно формули (16) ймовірність заносу зростає, а з іншого – внаслідок гальмування швидкість V(t) руху автомобіля з часом зменшується, що має позитивний вплив на поперечну стійкість автомобіля.

Оскільки і радіус кривизни траєкторії руху автомобіля, і його швидкість є функціями часу [V=V(t); R=R(t)], то згідно рівняння (16) максимально допустима за умовою відсутності заносу швидкість повороту керованих коліс також буде функцією часу. Встановимо вигляд функції $\dot{\theta}_o(t)$.

Враховуючи, що $R(t) = L/\theta(t)$; $\theta(t) = \dot{\theta}_o t$; $V(t) = V_0 - jt$, на основі рівняння (16) отримаємо:

$$\dot{\theta}_д(\mathrm{t}) = \frac{gL\varphi_y}{(V_0 - jt)^2 t} \qquad (17)$$

Залежність (17) представляє собою функцію часу, яка відображає зміну максимально допустимої за умовою відсутності заносу швидкості повороту керованих коліс під час виконання маневру загальмованого ТЗ. Однак в екстремальних умовах не можна вимагати від водія повертати рульове колесо в різні моменти часу з різною швидкістю, яка б відповідала залежності (17). Оскільки в небезпечних дорожніх ситуаціях водій повертає рульове колесо практично з однаковою швидкістю на впродовж всього маневру, то для вирішення поставленої задачі, а саме – для забезпечення керованості ТЗ протягом всього маневру, необхідно з всієї множини значень функції (17) вибрати найменше значення.

Область визначення функції $\dot{\theta}_o(t)$ представляють дійсні значення на проміжку t=∈[0;τм]. Функція має власні розриви II роду в точках tk₁= 0 й tk₂= V₀/j, які є критичними точками. Решту критичних точок знаходимо прирівнюючи похідну функції до нуля:

$$\left(\dot{\theta}_{\text{д}}(\text{t})\right)' = \left(\frac{gL\varphi_y}{(V_0 - jt)^2 t}\right)' = -\frac{gL\varphi_y(3j^2t^2 - 4V_0 jt + V_0^2)}{(V_0 - jt)^4 t^2} = 0 \qquad (18)$$

Прирівнюючи чисельник до нуля, отримаємо:

tk₃ = V₀ / j = tk₂; tk₄ = V₀ / 3j.

Аналізуючи отримані значення критичних точок на належність області визначення функції $\dot{\theta}_o(t)$ слід зауважити наступне. Критична точка tk₁= 0 співпадає з початком області визначення t=∈[0;τм], тобто – з початком виконання маневру. Величина V₀/j представляє собою час, необхідний для зупинки ТЗ, який рухається зі швидкістю V₀, при гальмуванні з усталеним сповільненням j: V₀ / j = tг.

Отже, при τм ≥V₀/j автомобіль буде нерухомим, і подальші дослідження маневру втрачають зміст. З технічної точки зору це означає, що автомобіль зупиниться не доїхавши до перешкоди, а отже - уникнути ДТП можна лише гальмуванням.

Таким чином, з технічної точки зору область визначення функції $\dot{\theta}_o(t)$ обмежена значенням V₀ / j і представляється відрізком t∈[0; V₀ / j].

Обчислимо значення функції $\dot{\theta}_o(t)$ в крайніх та в критичних точках області її визначення:

$$\dot{\theta}_{\text{д}}(0) = \dot{\theta}_{\text{д}}(\text{t}_{\text{к1}}) = \infty;$$

$$\dot{\theta}_{\text{д}}(\text{t}_{\text{к2}}) = \dot{\theta}_{\text{д}}(\text{t}_{\text{к3}}) = \dot{\theta}_{\text{д}}(\frac{\text{V}_0}{\text{j}}) = \infty;$$

$$\dot{\theta}_{\text{д}}(\text{t}_{\text{к4}}) = \dot{\theta}_{\text{д}}(\frac{\text{V}_0}{3\text{j}}) = \frac{27}{4} gL\varphi_y \frac{j}{V_0^3}.$$

Як бачимо, на області визначення t=∈[0;V₀ / j] функція $\dot{\theta}_o(t)$ приймає мінімальне значення при tк =V₀/3j , і воно становить:

$$\dot{\theta}_{\text{д}}(\frac{\text{V}_0}{3\text{j}}) = \frac{27}{4} gL\varphi_y \frac{j}{V_0^3} \qquad (19)$$

Якщо впродовж маневру швидкість повороту керованих коліс ТЗ не буде перевищувати значення:

$$\dot{\theta}_{\text{доп}} = \frac{27}{4} \text{gL}\varphi_{\text{у}} \frac{j}{V_0^3}, \qquad (20)$$

то маневр можна виконати без втрати поперечної стійкості. Отже швидкість $\dot{\theta}_{доп}$ можна вважати максимально допустимою швидкістю повороту керованих коліс за умовою відсутності заносу під час виконання маневру загальмованого ТЗ.

З метою уникнення зіткнення з перешкодою водій може спочатку повернути кермо на максимальний кут в одну сторону, після чого повернути його в нейтральне положення, тобто – застосувати маневр “вхід-вихід”. Вважаючи, що напрямок повороту керованих коліс змінюється миттєво (нехтуючи часом спрацьовування рульового керування), зміна кута повороту θ(t) відбуватиметься в два етапи і графічно відобразиться у вигляді, представленому на Рисунок 5.

На першому етапі кут повороту коліс θ лінійно зростає і при t₁ = 0,5τм досягає максимального значення θm, після чого спадає до нуля в кінці маневру при τм. Аналітично зміну кута θ можна представити за допомогою двох залежностей:

- при t∈[0;t1]: $\theta(\text{t}) = \dot{\theta} \cdot t$;
- при t∈[t1;τм]: $\theta(\text{t}) = \dot{\theta}(2t_1 - t)$; t₁ = 0,5τм.

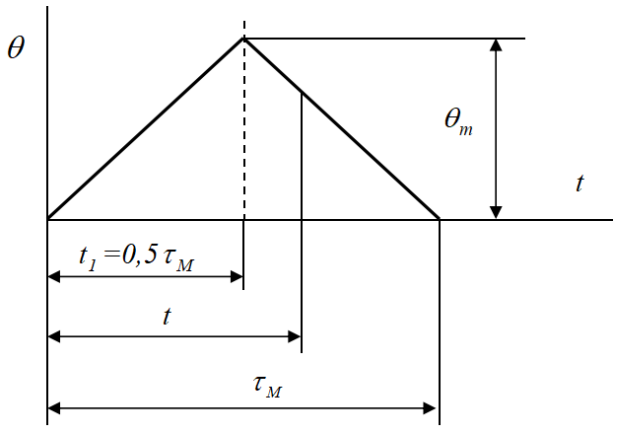


Рисунок 5 – Зміна кута повороту керованих коліс під час маневру “вхід-вихід”

Відповідно до зміни кута θ(t) повороту керованих коліс курсовий кут γ(t) також буде змінюватись по різному в залежності від того, який проміжок часу розглядається.

На проміжку t∈[0;1/2 τм] курсовий кут γ(t) описується залежністю (8) і в момент t = t1 = 0,5τм він приймає значення:

$$\gamma(\mathrm{t}_1) = \int_0^{\mathrm{t}_1=0{,}5\tau_M} d\gamma = \frac{\dot{\theta}}{\mathrm{L}}\left(\frac{1}{2}\mathrm{V}_0 - \frac{1}{3}jt_1\right)t_1^2 = \frac{\dot{\theta}}{8L}\left(V_0 - \frac{1}{3}j\tau_M\right)\tau_M^2 \qquad (21)$$

Визначимо значення курсового кута в кінці маневру “вхід-вихід”:

$$\gamma(\tau_\mathrm{M}) = \int_0^{0{,}5\tau_M} d\gamma + \int_{0{,}5\tau_M}^{\tau_M} d\gamma = = \frac{\dot{\theta}}{8\mathrm{L}}\left(\mathrm{V}_0 - \frac{1}{3}j\tau_\mathrm{M}\right)\tau_M^2 + \int_{0{,}5\tau_M}^{\tau_M} \frac{(V_0 - jt)\cdot\dot{\theta}\cdot(\tau_M - t)}{L}\mathrm{dt} = \frac{\dot{\theta}}{8\mathrm{L}}(2\mathrm{V}_0 - j\tau_\mathrm{M})\tau_M^2 \qquad (22)$$

Аналогічно визначається і поперечне зміщення середини задньої осі ТЗ в кінці маневру “вхід-вихід”:

$$y(\tau_\mathrm{M}) = \int_0^{0{,}5\tau_M} d\mathrm{y} + \int_{0{,}5\tau_M}^{\tau_M} dy = \frac{\dot{\theta}}{128L}(16V_0^2 - 18V_0\mathrm{j}\tau_\mathrm{M} + 5j^2\tau_M^2)\tau_M^3 \qquad (23)$$

Згідно прийнятої системи припущень повздовжнє зміщення ТЗ не залежить від зміни кута повороту керованих коліс і описується однією і тією ж функцією (11) незалежно від виду маневру:

$$x_M = V_0\tau_M - \frac{1}{2}j\tau_M^2$$

Підставляючи у залежності (22) та (23) значення максимально допустимої по умовах заносу швидкості повороту керованих коліс з виразу (20), отримаємо формули, що визначають параметри положення ТЗ в кінці маневру «вхід-вихід» загальмованого ТЗ, які можна досягнути без втрати поперечної стійкості:

$$x_M = V_0\tau_M - \frac{1}{2}j\tau_M^2 \qquad (24)$$

$$\gamma_M = \frac{27}{32}\mathrm{g}\varphi_\mathrm{y}\frac{j}{V_0^3}(2\mathrm{V}_0 - j\tau_M)\tau_M^2 \qquad (25)$$

$$y_M = \frac{27}{512}\mathrm{g}\varphi_\mathrm{y}\frac{j}{V_0^3}(16V_0^2 - 18V_0\mathrm{j}\tau_\mathrm{M} + 5j^2\tau_M^2)\tau_M^3 \qquad (26)$$

Формули отримані в параметричному вигляді і визначають параметрих $X_М$ , $Y_М$ , $\gamma_М$ в кінці маневру для часу $\tau_М$.

При виконанні маневру “зміна смуги руху” кут повороту керованих коліс змінюється в три етапи:

- на проміжку часу t∈[0;1/4τм] кут θ(t) змінюється згідно закону: $\theta(t) = \dot{\theta}\cdot\mathrm{t}$;

- на проміжку часу t∈[1/4τм; 3/4τм]: $\theta(t) = \dot{\theta}(\frac{1}{2}\tau_M - t)$;

- на проміжку часу t∈[3/4τм ; τм]: $\theta(t) = \dot{\theta}(\mathrm{t} - \tau_M)$.

Графічно закон зміни кута повороту коліс θ(t) при виконанні маневру “зміна смуги руху” представлений на Рисуноку 6 .

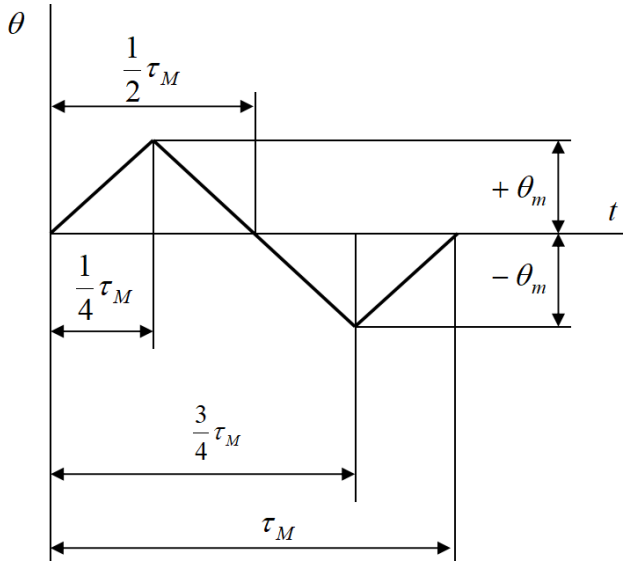


Рисунок 6 – Зміна кута повороту керованих коліс під час маневру “зміна смуги руху”

На кожному етапі зміна курсового кута описується своїм законом, однак в кінці маневру автомобіль рухається паралельно початковому напрямку, тобто

$\gamma(\tau_M) = \gamma_M = 0$

Поперечне зміщення ТЗ в результаті виконання маневру “зміна смуги руху” становить:

$$y(\tau_\text{м}) = \int_0^{0,5\tau_M} dy + \int_{0,5\tau_M}^{0,75\tau_M} dy + \int_{0,75\tau_M}^{\tau_M} dy = \frac{\dot{\theta}}{L}(\frac{1}{32}V_0^2 - \frac{1}{64}V_0 \mathrm{j}\tau_\text{м} - \frac{5}{2048}j^2\tau_M^2)\tau_M^3 = \frac{\dot{\theta}}{2048L}(64V_0^2 - 32V_0\mathrm{j}\tau_\text{м} - 5j^2\tau_M^2)\tau_M^3$$

Підставляючи значення максимально допустимої по умовах заносу швидкості повороту керованих коліс $\dot{\theta}_{доп}$ (див. формулу (20)) отримаємо:

$$y_M = \frac{27}{8192}\mathrm{g}\varphi_\text{у}\frac{j}{V_0^3}(64V_0^2 - 32V_0\mathrm{j}\tau_\text{м} - 5j^2\tau_M^2)\tau_M^3$$

Таким чином, положення ТЗ в кінці маневру “зміна смуги руху” характеризується наступними параметрами:

$$\gamma_\text{м} = 0 \tag{27}$$

$$x_M = V_0\tau_M - \frac{1}{2}j\tau_M^2 \tag{28}$$

$$y_M = \frac{27}{8192}\mathrm{g}\varphi_\text{у}\frac{j}{V_0^3}(64V_0^2 - 32V_0\mathrm{j}\tau_\text{м} - 5j^2\tau_M^2)\tau_M^3 \tag{29}$$

Слід підкреслити, що формули (27) – (29) визначають положення ТЗ в кінці маневру “зміна смуги руху” (в момент τм). Зокрема, під час маневру курсовий кут γм постійно змінюється і лише в кінці маневру приймає нульове значення.

**ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ**

Отримані в результаті проведених досліджень формули для розрахунку положення загальмованого ТЗ для різних типів маневру зведені в таблиці 2.

Таблиця 2 – Формули для розрахунку положення загальмованого ТЗ в кінці маневру

| Параметри | Вид маневру | | |
|---|---|---|---|
| | “Вхід в поворот” | “Вхід-вихід” | “Зміна смуги руху” |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Час маневру $\tau_M$, с | $\frac{1}{j}(V_0 - \sqrt{V_0^2 - 2x_M j})$ | $\frac{1}{j}(V_0 - \sqrt{V_0^2 - 2x_M j})$ | $\frac{1}{j}(V_0 - \sqrt{V_0^2 - 2x_M j})$ |
| Повздовжнє переміщення $x(\tau_M)$, м | $V_0\tau_M - \frac{1}{2} j\tau_M^2$ | $V_0\tau_M - \frac{1}{2} j\tau_M^2$ | $V_0\tau_M - \frac{1}{2} j\tau_M^2$ |
| Поперечне переміщення $y(\tau_M)$, м | $\frac{9}{160}\frac{jg\varphi_y}{V_0^3}\tau_M^3(20V_0^2 - 25V_0 j\tau_M + 8j^2\tau_M^2)$ | $\frac{27}{512}\frac{jg\varphi_y}{V_0^3}\tau_M^3(16V_0^2 - 18V_0 j\tau_M + 5j^2\tau_M^2)$ | $\frac{27}{8192}\frac{jg\varphi_y}{V_0^3}\tau_M^3(64V_0^2 - 32V_0 j\tau_M - 5j^2\tau_M^2)$ |
| Курсовий кут $\gamma(\tau_M)$, рад | $\frac{27}{24}\frac{jg\varphi_y}{V_0^3}\tau_M^2(3V_0 - 2j\tau_M)$ | $\frac{27}{32}\frac{jg\varphi_y}{V_0^3}\tau_M^2(2V_0 - j\tau_M)$ | 0 |

Слід зазначити, що прийняті спрощення не дозволяють при маневруванні врахувати вплив на параметри руху ТЗ ряду факторів, зокрема висоти центру тяжіння автомобіля, поперечної пружності шин, конструкції підвіски і рульового управління тощо, а також майстерності водія. В результаті фактична траєкторія автомобіля при маневрі може відрізнятися від обчисленої.

Для компенсації недоліків розрахункової моделі в експертній практиці [5] використовуються поправочний емпіричний коефіцієнт маневру $К_м$, який показує, в скільки разів фактичний шлях маневру $х_ф$ більше теоретичного шляху $х_м$, встановленого по розрахунковим формулам: $К_м = х_ф/х_м > 1$.

В залежності від стану дорожнього покриття його визначають наступним чином:

- сухий асфальтобетон ($\varphi_x$ = 0,7 – 0,8): $К_м$= 1,12 +0,005V;
- мокрий асфальтобетон ($\varphi_x$ = 0,35 – 0,45): $К_м$ = 1,05+ 0,005V;
- ожеледиця ($\varphi_x$ = 0,1 – 0,2): $К_м$ =1,0 + 0,0035V.

Зазначені емпіричні коефіцієнти маневру $К_м$ були впроваджені в експертну практику в сімдесятих-вісімдесятих роках минулого століття. Оскільки, за півстолітній проміжок часу парк автомобільного транспорту зазнав суттєвих змін в результаті удосконалення конструкції ТЗ, зокрема підвісок, систем рульового керування, систем гальмування, допоміжних систем, а також конструкцій та матеріалів автомобільних шин, тому, з метою подальшого вдосконалення методики дослідження маневру транспортних засобів доцільно провести експериментальні ходові випробовування для встановлення поправочних емпіричних коефіцієнтів маневру для сучасних транспортних засобів, в тому числі і з врахуванням можливості одночасного застосування гальмування.

**ВИСНОВКИ**

В результаті запропонованого підходу до дослідження параметрів маневру руху загальмованого транспортного засобу отримано наступні результати:

1. Розроблено математичну модель руху загальмованого ТЗ під час маневру, в основу якої покладено вже існуючий в експертній практиці, перевірений часом методичний підхід до моделювання маневру ТЗ, який рухається з постійною швидкістю. Математична модель отримана шляхом заміни закладеного в дану методику припущення щодо постійної впродовж маневру швидкості руху ТЗ припущенням про зміну швидкості згідно лінійного закону, такий підхід дозволив уникнути додаткового обґрунтування прийнятої системи припущень, з одного боку, а з іншого – в повній мірі використати всі напрацювання експертної практики по даному питанню.

2. На основі розробленої математичної моделі для дослідження таких видів маневру, як «вхід в поворот», «вхід-вихід» та «зміна смуги руху» отримано кінцеві розрахункові формули, які можна застосувати при вирішенні найбільш поширених в судовій автотехніці питань пов’язаних з виконанням маневру транспортних засобів обладнаних антиблокувальною ситемою гальм.

3. З метою подальшого вдосконалення методики дослідження маневру транспортних засобів обгрунтована необхідність проведення експериментальних ходових випробовуваннь та встановлення емпіричних поправочних коефіцієнтів маневру - співвідношення фактично до теоретичного шляху

маневру, для сучасних транспортних засобів, в тому числі і з врахуванням можливості одночасного застосування гальмування.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1.Improving global road safety : Резолюція від 31.08.2020 р. № A/RES/74/299. URL: https://www.un.org/pga/76/wp-content/uploads/sites/101/2021/11/A_RES_74_299_E.pdf (дата звернення: 21.07.2023).

2.Правила дорожнього руху України : Норм. акт від 10.10.2001 р. № 1306 : станом на 15 серп. 2023 р.

3.Тлумачний словник основних термінів судової автотехнічної і транспортно-трасологічної експертизи / уклад.: В. Б. Кисельов, В. Д. Гардерман, П. В. Галаса. Київ : НДІСЕ, 2000. 19 с.

4.Найпоширеніші причини ДТП у 2022 році: поліція показала статистику. Українське інформаційне агентство Главком. URL: https://glavcom.ua/techno/auto/dtp-907624.html (дата звернення: 21.07.2023).

5.Галаса П.В. Експертний аналіз дорожньо-транспортних пригод [Текст]: Посібник для спеціалістів та водіїв-аматорів / П.В. Галаса, В.Б. Кисельов, А.С. Куйбіда та ін.; під заг. ред. П.В. Галаси; Український центр післяаварійного захисту «ЕКСПЕРТ-СЕРВІС». — К., 1995. — 190 с.: іл.

6.Wypadki drogove. Vademecum biegłego sądowego.Wydanie 2. IES Kraków, 2006.

7.Jan Unarski, Jakub Zębala. Zbiór podstawowych wzórow i równań stosowanych w analizie wypadków drogowych. IES Kraków, 2001.

8.Крук А. С. Теоретичні засади розрахунку руху транспортного засобу, обладнаного антиблокувальною системою, при виконанні маневру з одночасним застосуванням гальмування. Теорія та практика судової експертизи і криміналістики. 2011. № 11. С. 443–449. URL: http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILA=&2_S21STR=Tpsek_2011_11_63 (дата звернення: 21.07.2023).

## REFERENCES

1.United Nations General Assembly (2020, August 31). Improving global road safety. United Nations. Retrieved July 21, 2023, from https://www.un.org/pga/76/wp-content/uploads/sites/101/2021/11/A_RES_74_299_E.pdf

2.(2001). Pravyla dorozhnoho rukhu Ukrainy. Kabinet Ministriv Ukrainy.

3.Kyselov, V. B., Harderman, V. D., & Halasa, P. V. (2000). Tlumachnyi slovnyk osnovnykh terminiv sudovoi avtotekhnichnoi i transportno-trasolohichnoi ekspertyzy. NDISE.

4.Feshchenko, A. (2023, February 10). Naiposhyrenishi prychyny DTP u 2022 rotsi: Politsiia pokazala statystyku. Ukrainske Informatsiine Ahentstvo Hlavkom. https://glavcom.ua/techno/auto/dtp-907624.html

5.Halasa P.V., Kysel′ov V.B., Kuybida A.S. & in (1995) Ekspertnyy analiz dorozhn′o-transportnykh pryhod: Posibnyk dlya spetsialistiv ta vodiyiv-amatoriv. Ukrayins′kyy media-tsentr "EKSPERT-SERVIS".

6.Wypadki drogove. Vademecum biegłego sądowego. (2006). Wydanie 2. IES Kraków.

7.Jan Unarski, Jakub Zębala. (2001). Zbiór podstawowych wzórow i równań stosowanych w analizie wypadków drogowych. IES Kraków.

8.Kruk, A. S. (2011). Teoretychni zasady rozrakhunku rukhu transportnoho zasobu, obladnanoho antyblokuvalnoiu systemoiu, pry vykonanni manevru z odnochasnym zastosuvanniam halmuvannia. Teoriia ta Praktyka Sudovoi Ekspertyzy i Kryminalistyky, 11, 443-449. http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILA=&2_S21STR=Tpsek_2011_11_63

***I. Murovanyi, A. Kruk*. The study of maneuver parameters with the simultaneous use of vehicle braking in the traffic accidents examination.**

The methods of researching vehicle maneuvering parameters play an important role in the analysis of traffic accidents and allow experts to make calculations at a constant speed of movement to find out the events and circumstances that caused the accident. These techniques include various aspects of the technical characteristics of the vehicles and their movement, which may be important in the investigation. The application of these methods allows experts to analyze situations that can lead to traffic accidents, and to

determine the possible causes and consequences of such accidents. They also help in developing recommendations to improve road safety and determine the responsibilities of the parties in an accident. The purpose of this work is to expand the possibilities of expert research into the mechanism of road traffic accidents by improving the methods of calculating the parameters of the movement of vehicles during the maneuver of bypassing an obstacle with the simultaneous application of braking. The relevance of this study is due to the need to expand the possibilities of expert analysis of traffic accidents that occurred during maneuvering of vehicles equipped with an anti-lock braking system. The proposed research methods are based on the provisions of theoretical mechanics and car theory, using existing and time-tested methods of determining vehicle maneuver parameters, based on the assumption of a linear nature of the speed change of a braked vehicle through mathematical modeling and numerical solution of systems of differential equations. On the basis of the developed mathematical model for the study of such types of maneuvers as "entering a turn", "entering-exiting" and "changing the traffic lane", final calculation formulas were obtained that can be applied in solving the most common issues in forensic automotive engineering in the study of traffic accidents that occurred during maneuvering of vehicles equipped with an anti-lock braking system.

**Keywords:** maneuver, bypassing obstacles, braking, anti-lock braking system, ABS, vehicles movement, speed, relative bearing.

*МУРОВАНИЙ Ігор Сергійович,* кандидат технічних наук, доцент, декан факультету транспорту та механічної інженерії Луцького національного технічного університету, e-mail: igor_lntu@ukr.net. https://orcid.org/0000-0002-9749-980X

*КРУК Андрій Сергійович*, судовий експерт, старший науковий співробітник, Львівський науково-дослідний інститут судових експертиз, аспірант кафедри автомобілів і транспортних технологій Луцького національного технічного університету, e-mail: kruk_expert@ukr.net

*Igor MUROVANYI*, PhD. in Engineering, Assoc. Professor, Dean of the Faculty of Transport and Mechanical Engineering, Lutsk National Technical University, e-mail: igor_lntu@ukr.net. https://orcid.org/0000-0002-9749-980X

*Andriy KRUK*, forensic expert, senior researcher, Lviv Scientific Research Institute of Forensic Expertise, graduate student of the department of automobiles and transport technologies of the Lutsk National Technical University, e-mail: kruk_expert@ukr.net

DOI 10.36910/automash.v2i21.1217