УДК 539.3; 531.9
UDC 539.3; 531.9

Шваб'юк В.І., Захарчук В.І., Ротко С.В., Шваб'юк В.В.
Луцький національний технічний університет, Україна

ТЕРМОПРУЖНИЙ ЗГИН КОМПОЗИТНИХ ПЛАСТИН ДИСКІВ ТРАНСМІСІЇ АВТОМОБІЛЯ

Анізотропні пластини, диски та оболонки є на сьогодні одними з найпоширеніших композитних елементів конструкцій машинобудівного, транспортного та приладобудівного спрямувань. Вони є важливими утримувальнми елементами більшості машин і механізмів. Водночас їх безпечне застосування, порівняно з ізотропними, вимагає більш досконалих методів та моделей розрахунку. Існує надзвичайно велика кількість методів розрахунку пластин і оболонок, застосування яких має забезпечувати більшу чи меншу точність розрахунку усієї конструкції. В одних випадках конструктивний елемент достатньо розраховувати на розтяг або стиск, а в інших до цих розрахунків необхідно приєднувати розрахунки на згин за найпростішими моделями, однією з яких є класична модель згину ізотропних пластин Кірхгофа-Лява. Але у випадках, коли пластини чи оболонки є анізотропними, ця модель уже може давати великі похибки і тому практика розрахунків вимагає більш точну модель. Тому, у складніших випадках, для елементів конструкцій, фізичні характеристики яких у напрямку товщини мають інші значення порівняно зі значеннями вздовж їх площини, використовують теорії згину трансверсально (поперечно) ізотропних або транстропних пластин і оболонок. Одночасно, багато з таких елементів працюють в умовах підвищених температур, тому їх вплив на характеристики напружено-деформованого стану також необхідно враховувати.

У даній статті використана модель, яка побудована на гіпотезах, що ураховують поперечний зсув та обтиснення, розглянута задача про термопружний згин круглих трансверсально ізотропних пластин-дисків. Розглядаються два випадки: коли диск суцільний і защемлений на краю; коли цей диск у вигляді кільця із вільним отвором. Для побудови розв'язків задачі використано метод лінійного спряження аналітичних функцій комплексної змінної М.І. Мусхелішвілі.

Ключові слова: уточнена модель транстропної плити, поперечний зсув, деформація обтиснення, метод лінійного спряження, термопружний згин диска.

ВСТУП

Проблеми розрахунку тонких пластин-дисків на основі гіпотез і рівнянь класичної моделі Кірхгофа-Лява розглядалися у різноманітних задачах давно і досконало багатьма дослідниками як у нас, так за кордоном. Але у складніших випадках, коли елементи конструкцій є композитними, розрахунки вимагають складніших моделей, порівняно з класичною, із рівняннями згину вищих порядків. Поставлені задачі ще більше ускладнюються, якщо крім силового навантаження ще додається і температурне (теплове, магнітне, стаціонарне або нестаціонарне). Основоположними працями у стаціонарній та нестаціонарній термопружності для ізотропних та анізотропних тіл вважаються праці В.Новацького [1], Б.Болі і Дж.Уейнера [2], О.Д.Коваленка [3], Я.С.Підстригача і Ю.М. Коляно [4], І.О.Прусова [5] та інш. Згаданими авторами розглядалися як плоскі температурні задачі, так і задачі згину пластин і оболонок під дією зосереджених джерел тепла.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У даній статті розглядається термопружний згин круглих пластин-дисків (суцільних і у формі кругових кілець), які часто використовуються в автомобілебудуванні та піддаються впливу стаціонарних температурних та силових навантажень. Зокрема, у працях [1,2] для стаціонарної термопружної задачі розрахунку ізотропної пластини була застосована класична гіпотеза термопружності і розроблено загальний розв'язок рівняння в переміщеннях через термопружний потенціал. Така постановка і представлення розв'язку задачі в переміщеннях справедливі як для однозв'язних, так і для багатозв'язних тіл. У працях [3,4] запропоновані методики, які використані для розв'язання задач про термопружний згин тонких пластин та оболонок, побудованих на класичних гіпотезах Кірхгофа-Лява. В роботі [4] згадані задачі розглядаються вже із позицій узагальненої термомеханіки. У працях І.О.Прусова для розв'язування подібних задач уже використовується метод лінійного спряження М.І. Мусхелішвілі [6] не тільки для випадку плоскої задачі теорії пружності, а і для граничних задач згину ізотропних та анізотропних пластин у класичній та уточненій постановках. У праці [7] задачі згину круглих анізотропних плит розглядалися за допомогою уточненої моделі вищого порядку, де зміна переміщень та напружень моделюється за законом кубічної параболи. Рівняння і формули цієї моделі будуть застосовані для знаходження напруженого стану в круглих пластинах-дисках та дисках у вигляді круглих кілець.

МЕТА ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є побудова формул для напружень, зусиль та моментів для розрахунку круглих ортотропних дисків-плит [7], котрі є одними з елементів трансмісії автомобіля, із додатковим врахуванням впливу температури у виразах для напружень

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Побудова формул для напружень, зусиль та моментів. У даній статті, для додаткового врахування впливу температури у виразах для напружень, використовується уточнена модель розрахунку круглих ортотропних дисків-плит [7] із додатковим врахуванням впливу температури у виразах для напружень. Приймається, що пружні характеристики та коефіцієнти температурногорозширення матеріалу є заданими функціями температури плити.

Для побудови формул для напружень, зусиль та моментів використана методика, що застосовується І.О.Прусовим [5] та у статті авторів [8], де на основі узагальненого закону Гука для трансверсально ізотропного матеріалу, записуються для нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_r=\tilde{E}_1\left[(e_r+\nu_{12}e_\theta)+z\left(\frac{\partial\gamma_r}{\partial r}+\frac{\nu_{12}}{r}(\frac{\partial\gamma_\theta}{\partial\theta}+\gamma_r)\right)+\right. \qquad (1)$$

$$\left.+\frac{z}{5}\left(1-\frac{5}{3}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(\frac{\partial\psi_r}{\partial r}+\frac{\nu_{12}}{r}(\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}+\psi_r)\right)\right]+A_1\sigma_z-\beta_1 T;$$

$$\sigma_\theta=\tilde{E}_2\left[(e_\theta+\nu_{21}e_r)+z\left(\frac{1}{r}(\frac{\partial\gamma_\theta}{\partial\theta}+\gamma_r)+\nu_{21}\frac{\partial\gamma_r}{\partial r}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{z}{5}\left(1-\frac{5}{3}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(\frac{1}{r}(\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}+\psi_r)+\nu_{21}\frac{\partial\psi_r}{\partial r}\right)\right]+A_2\sigma_z-\beta_2 T;$$

$$\tau_{r\theta}=G_{12}[e_{r\theta}+z\left(\frac{\partial\gamma_\theta}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\gamma_r}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\gamma_\theta\right)+\frac{z}{5}\left(1-\frac{5}{3}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(\frac{\partial\psi_\theta}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_r}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\psi_\theta\right)];$$

$$\tau_{rz}=\frac{5}{4}G_{13}\left(1-\frac{z^2}{h^2}\right)\left(\gamma_r+\frac{\partial\tilde{w}}{\partial r}\right);\qquad \tau_{\theta z}=\frac{5}{4}G_{23}\left(1-\frac{z^2}{h^2}\right)\left(\gamma_\theta+\frac{1}{r}\frac{\partial\tilde{w}}{\partial\theta}\right),$$

$$\text{де}\ e_r=\frac{\partial u}{\partial r},\ e_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{u}{r},\ e_{r\theta}=\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r},\ \beta_i=\frac{\alpha_i E_i}{1-\nu},$$

$$\sigma_z=q_1+\frac{3}{4}\frac{z}{h}\left(1-\frac{z^2}{3h^2}\right)\cdot q_2,\ \tilde{w}=w+0,2h^2w_2(r,\theta);$$

$$w_2(r,\theta)=\frac{3}{8}\frac{\alpha_z q_2}{E_3 h}-\frac{1}{2}\left(A_1\frac{\partial\gamma_r}{\partial r}+A_2(\frac{\gamma_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\gamma_\theta}{\partial\theta})\right);$$

$$h^2w_2(x,y)=-\alpha\tilde{w}_\tau+\frac{3}{8}\frac{\bar{\alpha}_z q_2 h}{E'},\ \bar{\alpha}_z=1-0,4\nu'A'(3-2\nu),\ \tilde{E}_1=\frac{E_1}{1-\nu_{12}\cdot\nu_{21}},\ A_1=\frac{\nu_{31}+\nu_{32}\cdot\nu_{21}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\ (1\leftrightarrow 2);$$

$\alpha=\dfrac{\nu''G'}{2G}$; $\gamma_r,\gamma_\theta=\dfrac{3}{2h^3}\displaystyle\int_{-h}^{h}(U,V)\cdot zdz=-\left\{\frac{\partial\bar{w}}{\partial r},\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\theta}\right\}+\frac{4}{5}\{\psi_r,\psi_\theta\}$— узагальнені кути повороту перерізів плити; α',α_i - коефіцієнти температурного розширення в поперечному напрямку та напрямках - $i=1,2$; $T=T(r,\theta,z)$ – функція зміни температури в плиті.

Згинальні моменти, поперечні та поздовжні сили в плиті, для випадку трансверсально ізотропного матеріалу, зводяться до вигляду:

$$N_r=B(e_r+\nu e_\theta)+2A'hq_1-N_T;\ N_\theta=B(e_\theta+\nu e_r)+2A'hq_1-N_T;$$

$$N_{r\theta}=2Gh\tilde{e}_{r\theta},\quad M_{r\theta}=\frac{1}{2}D(1-\nu)\left(\frac{\partial\gamma_\theta}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\gamma_r}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\gamma_\theta\right);$$

$$M_r=D\left(\frac{\partial\gamma_r}{\partial r}+\frac{\nu}{r}(\frac{\partial\gamma_\theta}{\partial\theta}+\gamma_r)\right)+\frac{2}{5}A'h^2q_2-M_T; \qquad (2)$$

$$M_\theta = D\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\gamma_\theta}{\partial\theta} + \frac{\gamma_r}{r} + \nu\frac{\partial\gamma_r}{\partial r}\right) + \frac{2}{5}A'h^2 q_2 - M_T;$$

$$Q_r = \frac{5}{4}K'\left(\gamma_r + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial r}\right) + \frac{\partial M_T}{\partial r}; \qquad Q_\theta = \frac{5}{4}K'\left(\gamma_\theta + \frac{1}{r}\frac{\partial\tilde{w}}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial M_T}{\partial\theta},$$

де $\quad B = 2h\tilde{E};\;\; D = 2\tilde{E}\cdot h^3/3;\;\; \tilde{E} = E/\left(1-\nu^2\right);\;\; K' = 4G'h/3;$

$$M_{Ti} = \beta_i\int_{-h}^{h} T\cdot z dz,\; N_{Ti} = \beta_i\int_{-h}^{h} T dz,\quad N_T = N_{T1} = N_{T2},\; e_r = \frac{\partial u}{\partial r},$$

$e_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} + \frac{u}{r},\; e_{r\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}, \qquad M_T = M_{T1} = M_{T2},\; q_2 = q^+ + q^-, \qquad q_1 = 0{,}5\left(q^+ - q^-\right);\; q^+, q^-$ – розподілене навантаження на зовнішніх поверхнях плити.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Основні розрахункові рівняння. Підставивши отримані вирази для зусиль і моментів у відповідні рівняння рівноваги [8], одержимо наступні розрахункові рівняння відносно невідомих функцій:

$$D\Delta^2\hat{w} = q_2 - \Delta M_T - \varepsilon_1\Delta q_2;\quad \Delta\Omega - k_0^2\Omega = 0.\;\; K'\Delta\tilde{w}_\tau = -q_2, \tag{3}$$

$$K'\tilde{w}_\tau = -D\Delta w_b - M_T + \bar{A}'q_2,\; w_b = \hat{w} - 0{,}8\tilde{w}_\tau; \tag{4}$$

$$\text{Тут}\; \hat{w} = w + \frac{\varepsilon_2}{D}q_2,\; \varepsilon_1 = \frac{h^2}{10(1-\nu)}\left(8\frac{G}{G'} - 3\nu''\right),\; \varepsilon_2 = \frac{h^4\tilde{E}}{20E'}(1-\alpha).$$

Для вираження зусиль та моментів у плиті за допомогою функцій комплексного змінного, запишемо вертикальне переміщення w серединної поверхні плити через комплексні потенціали $\varphi(\xi)$ і $\chi(\xi)$ у вигляді модифікованої формули Гурса [7,8]:

$$w = \mathrm{Re}\left[\bar{\xi}\varphi(\xi) + \chi(\xi) - 4\varepsilon_1\Phi(\xi)\right]. \tag{5}$$

Тут $\Phi(\xi) = \left[\varphi(\xi)\right]'$; $\varphi(\xi)$ і $\chi(\xi)$ – довільні функції комплексної змінної $\xi = re^{i\theta}$; $\tilde{G} = G/G'$.

$$M_r' + M_\theta' = -2D(1+\nu)\left[\Phi(\xi) + \overline{\Phi(\xi)}\right];\; M_r' = M_r - M_T;\; M_\theta' = M_\theta - M_T;$$

$$M_\theta' - \nu M_r' - i(1+\nu)H_{r\theta} = -D\left(1-\nu^2\right)\left[\Phi(\xi) - \frac{R^2}{r^2}\Phi\left(\frac{R^2}{\bar{\xi}}\right) + F_0\right]; \tag{6}$$

$$M_r' + iH_{r\theta} = -D[2(\Phi(\xi) + \overline{\Phi(\xi)}) - (1-\nu)(\Phi(\xi) - \frac{R^2}{r^2}\Phi\left(\frac{R^2}{\bar{\xi}}\right) + F_0)];$$

$$\gamma_r + i\gamma_\theta = -\left[\varphi(\xi) + \xi\overline{\Phi(\xi)} + \overline{\psi(\xi)}\right];$$

$$Q_r' - iQ_\theta' = -4D\Phi'(\xi);\; Q_r' = Q_r - \partial M_T/\partial r;\; Q_\theta' = Q_\theta - \partial M_T/r\partial\theta;$$

$$F_0 = \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)\left[\bar{\Phi}(\bar{\xi}) - \bar{\xi}\bar{\Phi}'(\bar{\xi})\right].$$

Надалі будемо вважати, що силове поверхневе навантаження на диски відсутнє: $q^+ = q^- = 0$, а діє тільки температурне поле.

Температурна задача для пластини-диска. Для випадку стаціонарного процесу поширення тепла у трансверсально ізотропній пластині - диску температурний момент M_T можна знайти, визначивши перед цим функція зміни температури $T = T\left(r,\theta,z\right)$ в тілі із диференціального рівняння теплопровідності [3,5,6]:

$$k\Delta T + k'\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = c\rho\frac{\partial T}{\partial t}. \tag{7}$$

Тут $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$; $k, k' -$ коефіцієнти теплопровідності у напрямках, паралельному і перпендикулярному до серединної поверхні плити; c і ρ - відповідно питома теплоємність і густина матеріалу.

Використавши методику І.О. Прусова [5] за умови, коли швидкість зміни температури зовнішнього середовища настільки мала, що її зміну за товщиною можна апроксимувати кубічною параболою із певними коефіцієнтами, помножимо праву і ліву частину рівняння (7) на величину $\beta_0 z dz$. Проінтегрувавши отриману рівність по z у межах від $-h$ до $+h$, одержимо диференціальне рівняння для величини M_T [5]:

$$\Delta M_T - s^2 M_T = a\frac{\partial M_T}{\partial t} - s_0 t_c. \tag{8}$$

Тут $s^2 = \frac{3(k' + h\lambda)}{kh^2}$; $s_0 = \frac{2\beta_0 h\lambda}{k}$; $\beta_0 = \frac{\alpha_0 E}{1-\nu}$; $\lambda -$ коефіцієнт теплообміну на поверхнях $z = \pm h$; $t_c -$ температура середовища.

При інтегруванні рівняння (8) для величини M_T необхідно задовольнити початковій та граничній умові у вигляді:

$$M_T = M_T^0(r,\theta) \text{ при } t = 0;$$
$$k\frac{\partial M_T}{\partial n} = -\lambda_*(M_T - M_c) \text{ при } r = R, \tag{9}$$

де $M_T^0 = \beta_0 \int_{-h}^{h} T_0 z dz$; $M_c = \beta_0 \int_{-h}^{h} T_c z dz$.

Одночасно, за випадку стаціонарного поширення тепла температурний момент M_T не залежить від часу, тому у рівнянні (8) похідна по часу пропадає і воно спрощується до вигляду:

$$\Delta M_T - s^2 M_T = -s_0 t_c. \tag{10}$$

Із досліджень Я.С.Підстригача [9] відомо, що за умови строгої зміни температури по товщині пластини за лінійним законом, рівняння (10) спрощується до вигляду $-\ s^2 M_T = s_0 t_c$.
Тобто, якщо на поверхнях диску (пластини) $z = \pm h$ задані значення температури: $T = t_0(r,\theta)$ на поверхні $z = h$ і $T = -t_0(r,\theta)$ на поверхні $z = -h$, то величина M_T буде наступною :

$$M_T = 2/3\beta_0 h^2 t_0(r,\theta). \tag{11}$$

Отриманий результат відповідає розв'язку задачі згину круглого диску (плити), жорстко защемленого по контуру $r = R$, де переміщення і кути повороту є нульовими: $\gamma_r = \gamma_\theta = w = 0$, а комплексні потенціали задовільняють умові [8]:

$$\Phi^+(t) - \Phi^-(t) = 0 \text{ на } L; \quad t = Re^{i\theta}. \tag{12}$$

У цьому випадку перерізуючі сили та крутний момент також дорівнюють нулю: $Q_r = Q_\theta = M_{r\theta} = 0$, а згинальні моменти еквівалентні температурному:

$$M_r = M_\theta = -M_T = -2/3\beta_0 h^2 t_0(r,\theta). \tag{13}$$

Згин кругового кільця. Для диску у вигляді кругового кільця, де зовнішній край $r = R$ залишається жорстко защемленим згідно умови (8), а внутрішній край ($r = R_0$) з'єднаний із валом коробки передач. Граничні умови на цьому краю записуються через комплексні потенціали наступним чином:

$$\kappa\Phi(t) + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \Phi\left(\frac{R^2}{\bar{t}}\right) - \left(1 - \frac{R^2}{R_0^2}\right)[\bar{\Phi}(\bar{t}) - \bar{t}\bar{\Phi}'(\bar{t})] = f \quad \text{на } L_0, \tag{14}$$

де $f = -\frac{M_T}{D(1-\nu)} = \frac{-s_0 t_c}{s^2 D(1-\nu)}$; $t = R_0 e^{i\theta}$.

Застосувавши для цього випадку формули (1) та (6), одержимо вирази для згинальних моментів та напружень, що виникають у кільцевому диску:

$$M_r = -\frac{(1-\nu)\left(R^2/R_0^2 - R^2/r^2\right)M_T}{1+\nu+(1-\nu)R^2/R_0^2} = \frac{2(1-\nu)\left(R^2/R_0^2 - R^2/r^2\right)}{3(1+\nu+(1-\nu)R^2/R_0^2)}\beta_0 h^2 t_0(r,\theta); \qquad (15)$$

$$M_\theta = -\frac{(1-\nu)\left(R^2/R_0^2 + R^2/r^2\right)M_T}{1+\nu+(1-\nu)R^2/R_0^2} = \frac{2(1-\nu)\left(R^2/R_0^2 + R^2/r^2\right)}{3(1+\nu+(1-\nu)R^2/R_0^2)}\beta_0 h^2 t_0(r,\theta).$$

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

Із аналізу одержаних формул для згинальних моментів M_r, M_θ можна стверджувати, що їх формули задовольняють крайовим умовам на внутрішньому та зовнішньому контурах кільця, а також їх залежності від величини температури зовнішнього середовища та коефіцієнта температурного розширення. Одночасно, з формул (15) видно, що при гіпотезі лінійного розподілу температури по товщині диска зникає параметр k' – коефіцієнт теплопровідності у напрямку, перпендикулярному до серединної поверхні плити. Очевидно, що при вищому законі розподілу температури такий коефіцієнт мусить з'явитися.

ВИСНОВКИ

На основі рівнянь і формул, побудованих на гіпотезах, що ураховують поперечний зсув та обтиснення, розглянута задача про термопружний згин круглих трансверсально ізотропних пластин-дисків. Для побудови розв'язків задачі використано метод лінійного спряження аналітичних функцій комплексної змінної М.І. Мусхелішвілі. Як приклади, розглянуті температурні задачі для круглої пластини та кільця. Отримано замкнуті формули для згинальних моментів M_r і M_θ.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Новацкий В. Вопросы термоупругости. М., «Изд-во АН СССР», 1962. 364 с.
2. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М., «Мир», 1964. 517 с.
3. Коваленко А.Д. Термоупругость. Киев, «Наукова думка», 1975. 216 с.
4. Подстригач Я. С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. Киев, «Наукова думка», 1976. 310с.
5. Прусов И.А. Метод сопряжения в теории плит. Минск: Изд-во БГУ. 1975. 256 с.
6. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707с.
7. Шваб'юк В.І., Ротко С.В., Шваб'юк В.В. Математичні моделі деформування композитних плит і балок: контактна взаємодія із штампами та основами. Вплив тріщин: Монографія. Луцьк: Вежа- Друк, 2022. 804 с.
8. Шваб'юк В.І. Метод лінійного спряження в теорії згину ортотропних плит // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій (вип. 2): В 3-х т. / Під заг. ред. Панасюка В. В. Львів: Каменяр, 1999. Т.2. С.244-248.
9. Підстригач Я. С. Температурне поле в тонких оболонках. ДАН УРСР, 1958. №5; (див. Вибрані праці, К:1995 с.11-13).

REFERENCES

1. Novaczky`j V. Voprosy termouprugosty`. M., «Y`zd-vo AN SSSR», 1962. 364 s.
2. Boly` B., Uэjner Dzh. Teory`ya temperaturnyx napryazheny`j. M., «My`r», 1964. 517 s.
3. Kovalenko A.D. Termouprugost`. Ky`ev, «Naukova dumka», 1975. 216 s.
4. Podstry`gach Ya. S., Kolyano Yu.M. Obobshhennaya termomexany`ka. Ky`ev, «Naukova dumka», 1976. 310s.
5. Prusov Y`.A. Metod sopryazheny`ya v teory`y` ply`t. My`nsk: Y`zd-vo BGU. 1975. 256 s.
6. Musxely`shvy`ly` N.Y`. Nekotorye osnovnye zadachy` matematy`cheskoj teory`y` uprugosty`. M.: Nauka, 1966. 707s.
7. Shvab'yuk V.I., Rotko S.V., Shvab'yuk V.V. Matematy`chni modeli deformuvannya kompozy`tny`x ply`t i balok: kontaktna vzayemodiya iz shtampamy` ta osnovamy`. Vply`v trishhy`n: Monografiya. Lucz`k: Vezha-Druk, 2022. 804 s.
8. Shvab'yuk V.I. Metod linijnogo spryazhennya v teoriyi zgy`nu ortotropny`x ply`t // Mexanika rujnuvannya materialiv i micznist` konstrukcij (vy`p. 2): V 3-x t. / Pid zag. red. Panasyuka V. V. L`viv: Kamenyar, 1999. T.2. S.244-248.
9. Pidstry`gach Ya. S. Temperaturne pole v tonky`x obolonkax. DAN USSR, 1958, #5; (Dy'v.

Vy'brani pratsi, K:1995 s.11-13).

V. Shvabyuk, V. Zakharchuk, S. Rotko, V. Shvabyuk ***Thermoelastic bending of composite plates-disks of a car transmission***

Anisotropic plates, disks, and shells are currently one of the most common composite elements of constructions in machine-building, transport, and instrument-making directions. They are important supporting elements of most machines and mechanisms. At the same time, their safe use requires more advanced calculation methods and models compared to isotropic ones. There is an extremely large number of methods for calculating plates and shells, the use of which should ensure greater or lesser accuracy of the calculation of the entire structure. In some cases, it is enough to calculate the structural element for tension or compression, and in others, it is necessary to add calculations for bending according to the simplest models. One of these models is the classical Kirchhoff-Leav model of the bending of isotropic plates. But in cases where plates or shells are anisotropic, this model can already give large errors and therefore the practice of calculations requires a more accurate model. Therefore, in more complex cases, for structural elements whose physical characteristics in the thickness direction have different values compared to the values along their plane, bending theories of transversely (transversely) isotropic or transtropical plates and shells are used. At the same time, many of these elements work at elevated temperatures, so their influence on the characteristics of the stress-strain state must also be taken into account.

The article uses a model built based on hypotheses that take into account transverse shear and compression and considers the problem of thermoelastic bending of circular transversely isotropic plates-discs. Two cases are considered: when the disc is hard and pinched at the edge; when this disk is in the form of a ring with a free hole. To construct solutions to the problem, the method of linear conjugation of analytic functions of the Mushelishvili complex variable was used.

Key words: refined model of the transtropical plate, transverse shear, compression deformation, linear conjugation method, thermoelastic bending of the disk.

ШВАБ'ЮК Василь Іванович, доктор технічних наук, професор кафедри прикладної математики і механіки, Луцький національний технічний університет e-mail: v.shvabyuk@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-1156-4405

ЗАХАРЧУК Віктор Іванович, доктор технічних наук, професор кафедри автомобілів і транспортних технологій, Луцький національний технічний університет e-mail: viktor_zakharchuklntu@gmail.com *orcid*.org/0000-0002-0896-3747

РОТКО Світлана Володимирівна, кандидат технічних наук, доцент кафедри будівництва та цивільної інженерії, Луцький національний технічний університет e-mail: Svitlanarotko61@gmail.com *orcid*.org/0000-0003-1860-7890.

ШВАБ'ЮК Володимир Васильович, кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобілів і транспортних технологій, Луцький національний технічний університет e-mail: volodymyr.shvabyuk@gmail.com ORCID: 0000-0001-8294-5291

Vasyl SHVABYUK, Doctor of Technical Sciences, Professor of Applied Mathematics and Mechanics department, Lutsk National Technical University e-mail: v.shvabyuk@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-1156-4405

Viktor ZAKHARCHUK, Doctor of Technical Sciences, Professor of Automobiles and TransportTechnologies department, Lutsk National Technical University e-mail: viktor_zakharchuklntu@gmail.com ***orcid***.org/0000-0002-0896-3747

Svitlana ROTKO, PhD in Engeneering, associate professor of Construction and Civil Engineering department, Lutsk National Technical University e-mail: Svitlanarotko61@gmail.com *orcid*.org/0000-0003-1860-7890.

Volodymyr SHVABYUK, PhD in Engeneering, associate professor of Automobiles and Transport Technologies department, Lutsk National Technical University e-mail:qvolodymyr.shvabyuk@gmail.com ORCID: 0000-0001-8294-5291

DOI 10.36910/automash.v1i20.1059