

Гандзюк М.О.

*Луцький національний технічний університет***ДЕТЕРМІНОВАНО-СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ НЕОДНОРІДНОГО
АВТОТРАНСПОРТНОГО ПОТОКУ**

Структуру транспортного потоку можна охарактеризувати за типами транспортних засобів, ступенем їхньої завантаженості об'єктами перевезення, а також режимами руху.

Описати стан транспортного потоку та вивчити його характеристики допомагає математичне моделювання. З його допомогою для транспортної системи можна розробити низку моделей, які допоможуть вирішувати практичні завдання. Залежно від розв'язуваних завдань можна класифікувати моделі за підходами, описом та рівнем розв'язання задач. Виділяють декілька великих груп, класифікованих за підходами: макроскопічні, мікроскопічні, моделі клітинкових автоматів та ймовірнісні моделі. У класифікації за рівнем розв'язання задач виділяють прогнозні, імітаційні та оптимізаційні моделі.

При моделюванні транспортних потоків слід враховувати велику кількість факторів з різними інтервалами змін: пропускну здатність дороги, якість дорожнього полотна, реакції водіїв, алгоритми роботи транспортних засобів. Аналізуючи ці чинники, можна зробити висновки, що транспортні потоки мають такі властивості, як: стохастичність, нестационарність, просторові і часові, а також інформаційні.

Стохастичність виникає найчастіше через людський чинник. Поведінка транспортного засобу на дорозі можна спрогнозувати лише з певною ймовірністю, розподіливши транспортні засоби на групи. Таку поведінку неможливо описати лише законами механіки твердого тіла.

Нестационарність відбувається через зміну погодних умов, стан дорожнього потоку, час доби, пору року.

У сучасній науці транспортні моделі розглядалися з погляду двох підходів: імовірнісного, який використовує методи теорії масового обслуговування, та гідродинамічного, що зводить транспортний потік до вирішення рівнянь гідродинаміки.

Серед підходів можна виділити також детерміновано-стохастичний, який використовується надалі для побудови моделі. Цей підхід враховує дві складові: детерміновану та стохастичну. У першій враховані та заздалегідь відомі всі фактори, що впливають на прийняття рішення, у другій є елемент невизначеності, що залежить від ймовірності маневрування автомобілів всередині потоку.

Стохастичний підхід дає змогу диференціювання поведінки учасників дорожнього руху. Тому за його допомогою можна більш тонко налаштувати математичну модель.

Викладені вище обставини вказують на актуальність розробки математичної моделі неоднорідного автотранспортного потоку, яка ґрунтується на детерміновано-стохастичному підході.

Ключові слова: автотранспортний потік, детерміновано-стохастична модель, ймовірність, модель руху, смуга руху, інтенсивність потоку, щільність потоку, швидкість потоку, час реакції водія.

ВСТУП

Транспортна інфраструктура є фундаментом сучасних міст та мегаполісів. Це еко-система, що складається з вулично-дорожніх мереж, споруд для обслуговування транспорту, пересадочних станцій та вокзалів, терміналів. Підтримка та розвиток такої системи є складною та дорогою процедурою, що вимагає грамотного та якісного планування. В даний час велика увага приділяється питанням безпеки, організації та оптимізації дорожнього руху, планування оптимальних маршрутів, пересадочних станцій та розв'язок. У зв'язку з цим актуальним завданням є дослідження структури потоку на вулично-дорожній мережі.

Рух транспортних засобів можна поділити на:

вільний потік - потік автомобілів незначний, рух одного автомобіля не впливає на сусідні, кожен транспортний засіб може рухатися із зручною швидкістю;

частково-зв'язаний потік - у потоці спостерігаються невеликі групи автомобілів, що рухаються один за одним, швидкість задається лідером групи, можливий обгін лідера та перехід у вільний потік;

зв'язаний потік - у потоці спостерігаються великі групи автомобілів, швидкість залежить від лідера групи, обгони здійснювати набагато складніше, після обгону транспортний засіб потрапляє до нової групи автомобілів;

насичений потік - транспортні засоби рухаються один за одним, обгони майже неможливі, часто виникають затори.

У сучасних містах та мегаполісах зустрічаються зв'язаний та насичений потоки, які потребують ретельного вивчення. В результаті спостереження та прогнозу стану на вулично-дорожній мережі виділяють ключові параметри транспортного потоку:

- швидкість транспортного потоку v - середня швидкість транспортних засобів, що рухаються в потоці (м/с);
- щільність транспортного потоку ρ - кількість транспортних засобів, що знаходяться на ділянці дороги певної довжини (авт/м);
- інтенсивність транспортного потоку q - кількість транспортних засобів, що проходять вибрану частину дороги за одиницю часу (авт/с);
- динамічний розмір d_m - безпечна дистанція між транспортними засобами (м).

За багаторічну історію теорії транспортних потоків було розроблено різні підходи до їх моделювання. Більшість існуючих моделей не враховують людський фактор або приймають його як константу. Однак саме поведінкові особливості вносять зміни до характеристик транспортних потоків.

Разом з розвитком виробництва автомобілів розвивалася і наука про дослідження руху транспорту, транспортних потоків та будівництва доріг. Перші вітчизняні дослідження та аналіз проводилися ще 1910 року у роботах Г.Д. Дубеліра у вигляді рекомендацій щодо планування міської мережі.

Теоретичні моделі транспортних потоків розвиваються з 30-х років ХХ століття. При їх описі та формалізації простежується сильна аналогія з фізичними станами речовин: твердий, рідкий, газоподібний.

У зв'язку з актуальністю та успіхами моделей математичної фізики в гідродинаміці та газовій динаміці до середини двадцятого століття, а також у зв'язку із становленням проблеми транспортних потоків, були зроблені спроби описати поведінку транспорту за допомогою вже розроблених підходів.

У 1955 році М.І. Lighthill запропонував першу макроскопічну (гідродинамічну) модель односмугового руху [4], в якій потік розглядався у вигляді одномірної рідини, що стискається, з взаємно-однозначною залежністю між швидкістю $v(t, x)$ і щільністю $\rho(t, x)$ потоку.

Класичні моделі теорії транспортних потоків калібруються функціональною залежністю між інтенсивністю та щільністю потоку транспортних засобів [6], [7]. Ця залежність називається фундаментальною діаграмою, яка має чітку форму для однієї лінії, наведеної на рисунку 1.



Рисунок 1 - Фундаментальна діаграма залежності інтенсивності та щільності потоку транспортних засобів

Фахівці з рівнянь математичної фізики припускають, що можна інтерпретувати $\rho(t, x)$, $v(t, x)$ як функції, що виходять при переході від мікроскопічного опису (у тому числі опису за допомогою клітинкових автоматів) до макроскопічного.

Транспортний потік можна описати у вигляді мікроскопічної моделі, в якій розглядається та описується поведінка окремого транспортного засобу в залежності від обстановки попереду, і ця модель є аналогом аналізованої макроскопічної моделі. Таким чином, коректність запропонованого фахівцями підходу до визначення $\rho(t, x)$, $v(t, x)$ ґрунтується на стійкій апроксимації макроскопічної моделі мікроскопічній. При цьому необхідність розгляду макроскопічних моделей обумовлена, в першу чергу, більш простою технікою їхнього дослідження та більшою наочністю.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Підхід, що розглядає поведінку окремих автомобілів, називається мікроскопічним. В основі мікроскопічного підходу лежить модель слідування за лідером, в якій перший транспортний засіб виступає як ведучий (лідер), а інші транспортні засоби - у ролі ведених. У таких моделях можна

вивчити взаємодію транспортних засобів, що рухаються в одній групі, а також отримати якісні характеристики транспортних потоків.

Перші статистичні описи транспортних потоків було отримано Б.Д. Гріншилдсом в 1933 [6]. Його фотографічний метод дозволив виявити залежність між щільністю та інтенсивністю (або швидкістю та інтенсивністю) потоку [7]. У цих роботах був описаний метод візуального вимірювання інтенсивності автомобільного потоку за допомогою фотоапарата, а також представлені результати та зроблено висновок про лінійну залежність середньої швидкості від щільності потоку

$$v = v_0(1 - \rho/\rho_{max}),$$

де v – середня швидкість потоку;

v_0 – початкова швидкість потоку;

ρ – густина потоку;

ρ_{max} – максимально можлива густина потоку.

Ця модель стала результатом статичних експериментів і родоначальником теорії про існування залежності функції від щільності, на знаходження якої були спрямовані подальші дослідження вчених.

При спробах опису взаємодії двох сусідніх автомобілів виникла теорія слідування за лідером та мікроскопічні моделі Дженерал Моторс та Танака. У таких моделях рух потоку розглядався як сумарна взаємодія автомобілів у потоці та описувався системою диференціальних рівнянь. Ці моделі описували лінійну ділянку дороги. Об'єднання моделі слідування за лідером та моделі оптимальної швидкості дало розвиток моделі Трайбера - моделі розумного водія (Intelligent Driver Model (IDM)) [8].

З розвитком обчислювальних потужностей комп'ютерів вони широко стали використовуватися для дослідження моделей транспортних потоків. Виникли моделі, засновані на застосуванні клітинкових автоматів [5].

Клітинковим автоматом (КА) називається безліч простих однакових кінцевих автоматів (клітинок), що працюють синхронно. Кожен із автоматів змінює свій стан (наприклад, 1 або 0) виходячи з поточного стану сусіднього автомата, що змінюється за певним набором правил [9].

У 1970-ті роки здобула популярність двовимірна клітинково-автоматна модель з двома станами, відома як гра «Життя» [10], винайдена Дж. Конвеєм і популяризована М. Гарднером. Система виявляє величезну різноманітність поведінки, вагаючись між очевидним хаосом та порядком. Ідея створення гри «Життя» є розвитком математичної моделі машини Дж. Неймана, якою зацікавився Дж. Конвей, спростивши ідею та створивши правила гри «Життя».

У галузі моделювання транспортних потоків на дорожніх мережах виділяють роботи К. Даганзо, який запропонував розглядати потік не на однорідній ділянці дороги, а на звуженні та перетині доріг, як місцях виникнення черг за допомогою клітинкових автоматів [11]. Схожий метод дослідження у роботі використовували німецькі вчені К. Нагель і М. Шрекенберг [5].

Внаслідок існуючих припущень в детермінованих моделях транспортних потоків і розбіжностей з даними, що реально спостерігаються на дорогах, Б. Кернер [12] запропонував трифазну теорію транспортних потоків, що концентрує увагу на переходах між трьома фазами потоку:

- вільний потік (free flow) - рух, при якому автомобілі не взаємодіють один з одним та рухаються з бажаною швидкістю;

- синхронізований потік (synchronized flow) - стан потоку, в якому автомобілі адаптують швидкість до середньої швидкості руху потоку;

- широкі затори, що рухаються (wide moving jams) - стан потоку, в якому спонтанно виникають локальні труднощі в русі автомобілів, що характеризуються локальним падінням швидкості і підвищенням щільності потоку.

У працях Бабкова В.Ф. та Сільянова В.В. [1] дано визначення динамічного габариту як ділянки дороги, необхідної для зупинки автомобіля у разі екстреного гальмування.

У вітчизняній науці транспортні моделі розглядалися з погляду двох підходів: імовірнісного, який використовує методи теорії масового обслуговування, та гідродинамічного, що зводить транспортний потік до вирішення рівнянь гідродинаміки.

Серед підходів можна виділити також детерміновано-стохастичний [13], який використовується надалі у роботі для побудови моделі. Цей підхід враховує дві складові: детерміновану та стохастичну. У першій враховані та заздалегідь відомі всі фактори, що впливають на прийняття рішення; у другій є елемент невизначеності, що залежить від ймовірності маневрування автомобіля всередині потоку. У цьому випадку середня швидкість потоку визначає за формулою (12).

Стохастичний підхід дає змогу врахування диференціювання поведінки учасників дорожнього руху. Тому за його допомогою можна більш тонко налаштувати математичну модель.

Детерміновано-стохастична модель транспортного потоку розглядалася у роботах багатьох авторів. Наприклад, у роботі М.Л. Бланка [14] розглядається окремий випадок моделі, яка передбачає, що ймовірність частинки переміститися у вільну клітинку попереду дорівнює 1. Тут же наводиться доказ того, що якщо кількість частинок не перевищує половини частинок клітинок (щільність частинок менше $1/2$), то починаючи з деякого моменту всі частинки переміщуються без затримок (самоорганізація).

У роботі М. Канаї [15] розглядалася стохастична модель трафіку, в якій частинки, що знаходяться на замкнутій одновимірній решітці, переміщуються за правилом імовірнісного аналога елементарного клітинного автомата. На кожному такті частка із заданою однаковою для всіх частинок ймовірністю переміщається на одну клітинку вперед за умови, що клітка попереду вільна. У роботах М. Канаї помічено, що модель може інтерпретуватися як замкнута мережа масового обслуговування з дискретною шкалою часу. Одноканальні вузли цієї мережі відповідають частинкам, а заявки, що обслуговуються, вільним клітинам моделі, або, навпаки, вузли відповідають вільним клітинам, а заявки - частинкам. Інтенсивність переходу заявок між вузлами мережі пропорційна середній швидкості частинок моделі. Ця відповідність дозволяє використовувати для обчислення середньої швидкості частинок (з урахуванням затримок у переміщенні частинки) відомий алгоритм обчислення інтенсивності переходу заявок у замкненій мережі масового обслуговування з дискретним часом, що відображено також у роботі [16]. У роботі М. Канаї знайдено також граничне значення середньої швидкості частинок при прагненні до нескінченності числа клітинок решітки і числа частинок в припущенні, що відношення числа частинок до числа клітинок прагне фіксованого значення (до щільності частинок).

У транспортній моделі, в якій правило руху частинки відповідає клітинному автомату, час є дискретним. Відповідний випадковий процес є випадковим процесом із заборонами з дискретним часом. Поняття випадкового процесу із заборонами було запроваджено у роботі Ф. Спітцера [18], але з припущенням, що шкала часу безперервна.

ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Проблеми існування рішень систем рівнянь математичної фізики моделювання трафіку призвели дослідників до думок, що слід розглядати моделі, у яких враховується поведінка водіїв. Аналізуючи розвивиток активних систем моніторингу за станом транспортного потоку можна стверджувати, що більшість методів спостереження та існуючих приладів дають одномоментну оцінку характеристик транспортного потоку, стану водія в даний час або якогось одного показника. Хоча стан водія потребує комплексної оцінки та постійного моніторингу. Це комплексна характеристика, що складається з багатьох аспектів, що змінюється з віком, кваліфікацією та стресами.

На підставі вищевикладеного з сучасного стану аналізованого питання, можна сформулювати мету дослідження, яка полягає у розробці детерміновано-стохастичної моделі неоднорідного автотранспортного потоку з врахуванням неоднорідності поведінки водіїв.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Неоднорідність транспортного потоку може бути виражена як різним типом транспортних засобів на дорозі, так і неоднорідністю поведінки водіїв [2].

Розглянемо потік із двома типами автомобілів: легковими автомобілями та вантажними автомобілями. Для кожного з типів можна знайти середні значення довжини автомобіля даного типу l_1, l_2 , складові щільності потоку p_1, p_2 , середні швидкості вільного руху $v_{(1,f)}, v_{(2,f)}$. Ймовірність віднесення автотранспортного засобу до одного з типів α_1, α_2 , обчислюється за формулою (1):

$$\alpha_i = \frac{p_i}{p_1 + p_2}. \quad (1)$$

Нехай задано значення $v_{det} \leq \min(v_{(1,f)})$. Параметри $\mu_{(1,f)}, \mu_{(2,f)}$ обчислюються з рівнянь (2) та (3):

$$v_{(f,i)} = v_{det} + \mu_k(1-r)d(v_{det}) = 1, 2, \quad (2)$$

$$\text{де } d(v_{det}) = a + bv_{det}. \quad (3)$$

Рівняння (3) є базовим рівнянням для знаходження середньої швидкості потоку із врахуванням неоднорідної поведінки водія.

Розглянемо випадок, викладений у роботі [3]. Нехай значення $v = v_0$ задовольняє рівняння (3). При $K = 2$ рівняння (3) є квадратним відносно v . Вибираємо менший корінь цього рівняння. Обчислимо наближене значення середньої швидкості автотранспортного потоку $v^*(t, i)$ в відрізок часу t та на смузі i за формулою (4):

$$v^*(t, i) = v_{det} + v_0 \left(\frac{\alpha_1}{\mu_1 - v_0} + \frac{\alpha_2}{\mu_2 - v_0} \right). \quad (4)$$

За формулою (4) знаходиться значення середньої швидкості автотранспортного потоку $v^*(t, i)$ для асинхронного процесу із заборонами (докладніше розглянуто далі). Для синхронного процесу (докладніше розглянуто далі) вибір оптимального значення параметра v_{det} здійснюється відповідно до методу найменших квадратів і знаходиться за формулою (5):

$$\sum_{(t, i) \in B} (v^*(t, i) - v(t, i))^2 \rightarrow \min, \quad (5)$$

де B - множина пар (t, i) ;

t - деякий хвилинний відрізок часу;

i - номер смуги руху;

$v(t, i)$ - фактичне значення швидкості у відрізок часу t та на смузі i .

Якщо розглянути K як опис типу водіїв, яких більше 2, то формулу (4) можна переписати у загальному вигляді у вигляді формули (6):

$$v^*(t, i) = v_{det} + v_0 \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k}{\mu_k - v}. \quad (6)$$

У детерміновано-стохастичній моделі розглядаються два процеси переміщення: синхронний та асинхронний.

Асинхронний процес із заборонами.

Асинхронний процес із заборонами відрізняється від синхронного тим, що час безперервний і тривалість інтервалу часу між спробами частинки переміститися на комірку вперед має експоненційний розподіл з параметром, що залежить від типу частинки [13].

Є K типів частинок. Параметр розподілу тривалості інтервалу часу між спробами частинки переміститися дорівнює μ_k , $k = 1, \dots, K$. Як і в системі з дискретним часом спроба частинки переміститися реалізується в тому і тільки в тому випадку, якщо комірка попереду вільна. Середня швидкість частинок v визначається як середня відстань, що проходить частинка в одиницю часу в стаціонарному режимі.

Розглянемо мережу масового обслуговування із безперервним часом.

Інтенсивність потоку, що входить до мережі через вузол $(m+1)$ дорівнює v . Стаціонарний режим мережі існує, і стаціонарна середня кількість заявок у вузлі i обчислюється за формулою (7):

$$l_i = \frac{v(1-v)}{p_i - v}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (7)$$

Рівняння, що зв'язує середню швидкість частинок та щільність потоку частинок, має вигляд

$$v \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k}{\mu_k - v} = \frac{1-r}{r}. \quad (8)$$

Рівняння (8) перетворюється до рівняння K -го ступеня відносно v і лінійного рівнянню відносно r . Значення r знаходиться за формулою

$$r = \frac{1}{1 + F(v)}, \quad (9)$$

$$\text{де } F(v) = v \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k}{\mu_k - v}. \quad (10)$$

Синхронний процес із заборонами.

Розглядається модель руху автотранспортних засобів на дорозі з різними ймовірностями зміни смуги руху в один момент часу [17]. Дорога представляється у вигляді послідовності комірок з координатами $0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Автотранспортні засоби - у вигляді набору частинок k -типів. Кожна частинка з

ймовірністю α_k відноситься до k -го типу, $k = 1, 2, \dots, K$. У кожній комірці не може перебувати одночасно більше однієї частинки. У початковий момент часу частинки утворюють періодичну конфігурацію із щільністю p частинок на комірку. У кожний момент часу частинка k -го типу переміщується на одну комірку вперед із ймовірністю $p_k, k = 1, \dots, K$, якщо комірка попереду вільна.

Під середньою швидкістю частинок розуміється стаціонарна ймовірність переміщення частинки на такті. Нехай r - відношення числа частинок до числа комірок, тоді значення швидкості v задовольняє рівняння (8).

При фіксованому значенні p та зміні значення v від 0 до $\min_i p_i$ ліва частина рівняння зростає від 0 до ∞ . За зміни значення p від 0 до 1 права частина зменшується від ∞ до 0. Таким чином, якщо задано значення p або значення v , то значення другої величини можна знайти. Рівняння (8) приводиться до рівняння $(K+1)$ -го ступеня відносно v . В рівнянні (8) знайдемо r за формулою (9), де $F(v)$ буде знайдено із формули

$$F(v) = v \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k}{p_k - v}. \quad (11)$$

Розглянемо рух деякого довільного числа $(m+1)$ сусідніх частинок, що рухаються по одновимірній решітці. Ці частинки понумеровані в напрямку руху та їм присвоєно номери $1, 2, \dots, (m+1)$. Вони являють собою фрагмент потоку частинок на нескінченній решітці. Граничні умови задаються наступним чином. Вважаємо, що $(m+1)$ -ша частинка переміщується на кожному кроці з ймовірністю v і залишається на місці з ймовірністю $(1-v)$ незалежно від свого місця розташування в попередні моменти часу. Значення v - середня швидкість частинок. З m заявок, що залишилися, $\alpha_k M$ належить k -му типу, $k = 1, \dots, K$. Процес переміщення частинок може бути формалізований засобами теорії масового обслуговування з дискретним часом. Частинки аналогічні приладам (одноканальним вузлам мережі), а число вільних комірок перед частинкою відповідає заявкам, які перебувають у черзі перед приладом. Значення ймовірності переміщення i -ої частинки p_i відповідає інтенсивності обслуговування заявки в i -му вузлі. Обслужена в i -му вузлі заявка переходить $(i+1)$ -ий вузол (при переміщенні i -ої частинки число вільних комірок між $(i-1)$ -ою та i -ою частинкою зменшується на одиницю, а відстань між i -ою та $(i+1)$ -ою частинкою збільшується).

Розглянемо мережу масового обслуговування з дискретним часом, що являє собою тандем з m вузлів, кожен з яких являє собою одноканальну систему з геометричним розподілом часу обслуговування заявки.

У кожен момент часу $t = 0, 1, 2, \dots$ з ймовірністю v у вузол m надходить заявка. У моделі це відповідає переміщенню частинки $(m+1)$ з ймовірністю v . Переміщення i -ої частинки відповідає закінченню обслуговування заявки у вузлі i та переходу цієї заявки у вузол $i-1, i = 2, 3, \dots, m$. Середня кількість заявок у i -му вузлі обчислюється за формулою (7), звідки випливає, що середня кількість заявок у мережі виражається лівою частиною рівняння (8). Відношення числа вільних комірок до числа частинок дорівнює $(1-p)/p$ і, з іншого боку, дорівнює відношенню середнього числа заявок у мережі до числа вузлів.

Програми для реального потоку.

Число смуг $K = 5$, число сегментів $M = 40$, частинок $m = 122$. Припустимо, що у моделі транспортного потоку детермінована складова $v_{det} = 20$ м/с. Динамічний габарит $d_m = 25$ м/с. Час t - деякий хвилинний відрізок часу; t_i - час реагування водія, що належить до i -го типу. Щільність транспортного потоку на смузі дорівнює $r = 0.02$ авт/м. Вважаємо, що поведінка водія характеризується тим, що з ймовірністю $1/4$ ця поведінка відноситься до i -го типу, при якому водій за наявності достатньої відстані до наявного попереду автомобіля в середньому за кожні $1/\lambda_i$ сек, $i=1, 2, 3, 4$, здійснює переміщення щодо основної маси потоку вперед на відстань, що дорівнює динамічному габариту d_m , де $\lambda_1 = 0,1, \lambda_2 = 0,2, \lambda_3 = 0,3, \lambda_4 = 0,4$.

Прийнявши, що $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1/4, p_i = \lambda_i \Delta t, i = 1, 2, 3, 4$, і знайшовши v з формули (8) значення швидкості автотransпортного потоку знайдемо за формулою

$$v_{flow} = v_{det} + (v d_m) / \Delta t. \quad (12)$$

Знаючи час реакції водія t_i , можна знайти ймовірність зміни смуги руху автомобіля та за формулою (12) оцінити швидкість транспортного потоку в цілому [19]. Розглянемо два сценарії розв'язання задачі для реального потоку.

Сценарій 1. Швидкість реакції залежить від типу водія.

Будемо розглядати чотири типи поведінки водія: S , H , M , F , для яких швидкість реакції залежить від манери керування.

Запишемо параметри для чотирьох основних типів водіїв:

- Тип S характеризується високою швидкістю реакції, високою психічною активністю, швидкістю і жвавістю рухів, прагнення частотої зміни смуги руху. Час реакції прийемо 0,6 секунд;
- Тип H характеризується високою швидкістю реакції, схильністю до бурхливих емоційних спалахів та різким змінам поведінки при русі в потоці. Час реакції прийемо 0,4 секунди;
- Тип M характеризується середньою швидкістю реакції, високою емоційною чутливістю, прагненням не приймати різких спроб зміни смуги руху. Час реакції прийемо 0,8 секунд;
- Тип F характеризується середньою швидкістю реакції, замкнутістю та небажанням змінювати смугу руху без потреби. Час реакції прийемо рівним 1,0 секунді.

Нехай T - масив часу реакції водіїв кожного типу, $T = [0,4; 0,6; 0,8; 1,0]$.

Ймовірність переміщення частинки $p_i = \lambda_i t_i$, $i = 1,2,3,4$, $\lambda_1 = 0,1$, $\lambda_2 = 0,2$, $\lambda_3 = 0,3$, $\lambda_4 = 0,4$ тобто $p_1 = 0,04$, $p_2 = 0,12$, $p_3 = 0,24$, $p_4 = 0,04$.

Підставивши значення у формулу (8), отримуємо

$$\frac{-200v^4}{25} - \frac{6450v^3}{625} + \frac{34300v^2}{15625} + \frac{63000v}{390625} - 1 = 0.$$

Звідси $v_1 = 5,8963$, $v_2 = 0,00001$, $v_3 = 1,4560$, $v_4 = 36,69026$.

Підставивши значення у формулу (12) отримуємо середню швидкість потоку $v_{flow} \approx 35$ км/год.

Сценарій 2. Швидкість реакції залежить від типу водія.

Нехай $t = 1$, тоді ймовірність переміщення частинки $p_i = \lambda_i t_i$, $i = 1,2,3,4$, $\lambda_1 = 0,1$, $\lambda_2 = 0,2$, $\lambda_3 = 0,3$, $\lambda_4 = 0,4$ тобто $p_1 = 0,2$, $p_2 = 0,4$, $p_3 = 0,6$, $p_4 = 0,8$.

Підставивши значення у формулу (8), отримуємо

$$\frac{40v^4}{5} - \frac{345v^3}{25} + \frac{815v^2}{125} - \frac{545v}{625} - 1 = 0.$$

Звідси $v_1 = 5,224$, $v_2 = 2,229$, $v_3 = 1,17$, $v_4 = 1,001$.

Отримані значення підставляємо у формулу (12) та отримуємо середню швидкість потоку $v_{flow} \approx 45$ км/год.

З розглянутих сценаріїв видно, що швидкість реакції водія впливає на середню швидкість потоку та його основні характеристики.

Оцінимо впливу зміни смуги руху на швидкості багатосмугового потоку з різними маневрами.

Розглянемо фрагмент багатосмугової магістралі із заданим числом смуг K . Розбиваємо цю ділянку на M сегментів. Визначається кількість транспортних засобів на магістралі m . У кожному сегменті може бути лише один транспортний засіб. Для кожної смуги визначається щільність потоку $r_{i(k)}$ i -го типу водіїв на смузі k . Для кожного типу водія вводиться час реакції водія Δt_i , інтенсивність спроб індивідуального маневру i -го транспортного засобу λ_i , кількістю автомобілів, що належать до певного типу α_i та ймовірність зміни смуги руху ρ_i (рисунок 2).

Припустимо, що два типи частинок рухаються по ділянці, яка має K смуг. Частинками охарактеризовано 2 типи поведінки водія: ті, хто продовжує свій рух прямо (1 тип), і ті, що прагнуть змінити смугу руху (2 тип). Ділянка розбита на m відрізків. Кожен сегмент містить l комірок. Ділянка магістралі розбита на K -смуг. Розмір (довжина) кожної комірки, розміщені на відрізьку m дорівнює d_m , $m = 1, \dots, M$. При цьому m відрізок k -ої смуги містить комірки

$$(i, y), y = (j-1)l + 1, \dots, jl.$$

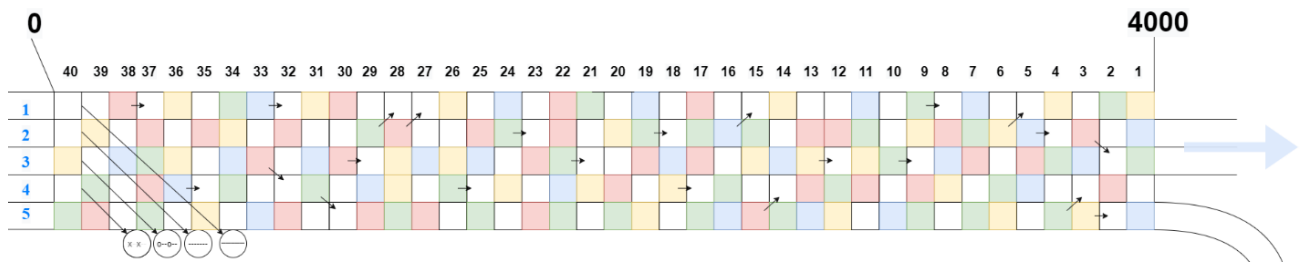


Рисунок 2 - Фрагмент багатосмугової магістралі, розбитої на сегменти

Частинки першого типу рухаються однією зі смуг руху і не прагнуть її змінити. Кожна частинка другого типу прагне перейти до кінця ділянки на смугу 1. Частинки першого типу відповідають автомобілям, які не прагнуть змінити смугу. Частинки другого типу відповідають автомобілям, які планують звернути на іншу дорогу наприкінці ділянки. Значення d_m відповідає динамічному габариту автомобіля.

Правила руху частинки такі:

1) Якщо частинка першого типу знаходиться на смузі x , то вона залишається на цій смузі під час руху ділянкою. Протягом кванта часу частинка першого типу, що знаходиться на смузі k і відрізьку m з ймовірністю $\lambda_{1,m}\Delta t$ прагне переміститися на одну комірку в напрямку руху. Спроба реалізується, якщо комірка попереду вільна;

2) Якщо частинка другого типу знаходиться в комірці (k, j) , $k < L$ і комірка $(k-1, j)$ (комірка на смузі праворуч від розглянутої частинки) вільна, то частинка переходить в комірку $(k+1, j)$ з ймовірністю $\lambda_{1,m}\Delta t$;

3) Якщо частинка другого типу знаходиться на смузі k і комірка праворуч від неї зайнята, частинка не переходить в іншу комірку.

Щільності потоків на першому відрізьку та кожній смузі задані.

Оцінимо зміну смуги руху на багатосмуговій ділянці дороги перед з'їздом із кількома типами водіїв. Розглянемо модель ділянки магістралі перед з'їздом, яка представлена на рисунку 3.

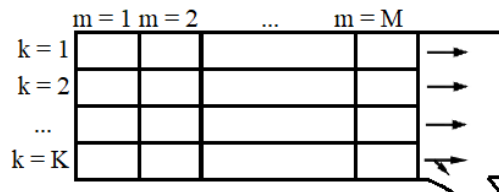


Рисунок 3 - Модель ділянки магістралі перед з'їздом

Ділянка розбита на m зон, $m = 1, \dots, M$. Довжина зони m дорівнює L_m , $m = 1, \dots, M$. Нехай є K -смугове клітинкове поле. Кожна смуга розбита на клітинки. Нехай значення $d(k, m)$ відповідає динамічному габариту (розміру клітинки) для k -ої смуги m зони, а $\rho(k, m)$ відповідає щільності транспортного потоку для k -ої смуги m зони. Припускаємо, що у будь-який момент часу кожна клітинка незалежно від стану інших клітинок зайнята з ймовірністю, яка для k -ої смуги і m зони дорівнює $r(k, m) = \rho(k, m) \cdot d(k, m)$.

Є $I+1$ типів частинок, $i = 1, \dots, I+1$. Частинка $(I+1)$ типу проходить ділянку, залишаючись на тій самій смузі, де вона почала рух ділянкою.

Розглянемо правила проходження частинки через m зону, $m \leq M$. В інтервалі часу тривалістю Δt частинка i -го типу з ймовірністю $\mu_i(i, k, m)\Delta t + o(\Delta t)$, $\Delta t \rightarrow 0$, робить спробу переміститися на одну клітинку вперед. Спроба частинки переміститися успішна, якщо комірка попереду частинки вільна, ймовірність чого відповідно до зроблених припущень дорівнює $1 - r(i, k, m)$. З ймовірністю $k_i(i, k, m)\Delta t + o(\Delta t)$, $\Delta t \rightarrow 0$, в інтервалі часу тривалістю Δt частинка i -го типу, що знаходиться на k -ій смузі в m зоні, робить спробу переміститися на одну клітинку назад, причому ця спроба успішна, якщо клітинка позаду вільна, ймовірність чого також дорівнює $1 - r(k, m)$. Переміщення частинки на клітинному полі назад відповідає руху транспортного засобу зі швидкістю меншою швидкості, що відповідає детермінованій складовій. В інтервалі часу тривалістю Δt частинка i -го типу з ймовірністю

$\lambda_i(i, k, m)\Delta t + o(\Delta t)$, $\Delta t \rightarrow 0$, робить спробу переміститися с k -ої смуги на $(k+1)$ -шу смугу без переміщення вперед, $i \leq I, k \leq K-1, m \leq M$. Ця спроба частинки перейти на іншу смугу успішна, якщо комірка, в яку частинка намагається перейти, вільна, ймовірність чого дорівнює $1 - r(k, m+1)$. Вважаємо динамічний габарит для k -ої смуги m зони функцією від $v_{det}(k, m): d(k, m) = 5,7 + 0,54v_{det}(k, m) + 0,0285v_{det}^2(k, m)$, [13].

Відповідно до зроблених припущень час переходу з k -ої смуги на $(k+1)$ -шу частинки i -го типу, що рухається в необмеженій m зоні, має експоненційний розподіл із середнім значенням, що визначається за формулою

$$s_{det}(k, m) + s_{st}(i, k, m) = \frac{v_{det}(k, m) + (\mu(i, k, m) - k(i, k, m))(1 - r(k, m))d(k, m)}{\lambda(i, k, m)(1 - r(k+1, m))}. \quad (13)$$

Нехай $\beta(i, k, m)$ - ймовірність того, що час переходу з k -ої на $k+1 < L_m$ (менше довжини зони). Відповідно до прийнятих припущень значення $\beta(i, k, m)$ можна розглядати як ймовірність того, що, почавши рух у m зоні на k -ій смузі, частинка i -го типу встигне перейти на $(k+1)$ -шу смугу, $i \leq I, k \leq K-1, m \leq M$.

$$\text{Маємо } \beta(i, k, m) = 1 - e^{-(s_{det}(k, m) + s_{st}(i, k, m))^{-1} * L_m}, \quad k \leq K-1.$$

Задано значення інтенсивностей $q(i, k_1)$, $i \leq I+1, k \leq K$ потоків кожного типу у першій зоні. Позначимо через $q(i, k_1, k, m)$ складову інтенсивності потоку транспортних засобів i -го типу, що почали рух на k_1 -ій смузі, на k -ої смуги m зони, $i \leq I+1, k \leq K, k_1 \leq k, m \leq M$. Для першої зони маємо $q(i, k_1, k, 1) = q(i, k_1)$, $i = 1, \dots, I+1, k = 1, \dots, K, q(i, k_1, k, 1) = 0, k \neq k_1$. В силу збереження інтенсивності маємо формулу

$$\begin{aligned} q(I+1, k, m+1) &= q(I+1, k, m), \quad k = 1, \dots, K, \quad m = 1, \dots, M-1, \\ q(i, 1, 1, m+1) &= q(i, 1, 1, m)(1 - \beta(i, 1, m)), \quad i \leq I, \quad m \leq M. \\ q(i, k_1, k, m+1) &= q(i, k_1, k-1, m)\beta(i, k_1, k-1, m) + q(i, k_1, k, m)(1 - \beta(i, k_1, k, m)), \\ & \quad i \leq I, \quad k \leq K-1, \quad k_1 \leq k, \quad m \leq M-1. \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} q(i, k_1, K, M) &= q(i, k_1, K-1, M-1)\beta(i, k_1, K-1, M-1) + q(i, k_1, K, M)(1 - \beta(i, k_1, K, M)), \\ & \quad i \leq I, \quad k_1 \leq K-1, \quad m \leq M-1. \end{aligned}$$

Позначимо через $Q(k, m)$ сумарну інтенсивність транспортного потоку на k -ій смузі в m зоні. Щільність транспортного потоку на k -ій смузі в m зоні обчислюють за формулою $\rho(k, m) = Q(k, m) / v(k, m)$, а значення $r(k, m)$ за формулою $r(k, m) = \rho(k, m)d(k, m)$. Перевіряють виконання нерівностей, наведених у формулі

$$r(k, m) < 1, \quad k \leq K, \quad m \leq M. \quad (15)$$

Якщо є пара (k, m) , для якої нерівність (15) не виконується, то вважаємо, що на ділянці виникає затор.

Вважаємо,

$$\gamma(i, k_1) = \frac{q(i, k_1, K, M) + q(i, k_1, K-1, M)\beta(i, K-1, M)}{q(i, k_1, 1)}, \quad i \leq I, \quad k_1 \leq K-1 \quad (16)$$

де $\gamma(i, k_1)$ - ймовірність того, що транспортний засіб, i -го типу, що почав рух ділянкою на k_1 -ій смузі, успішно змінить смугу руху.

Запропонований алгоритм дозволяє з'ясувати, чи виникне на ділянці, що розглядається, затор і, при його відсутності, обчислити ймовірності успішної зміни смуги руху для транспортного засобу кожного типу в залежності від смуги, на якій транспортний засіб починає рух на ділянці.

Приклад застосування алгоритму розрахунку.

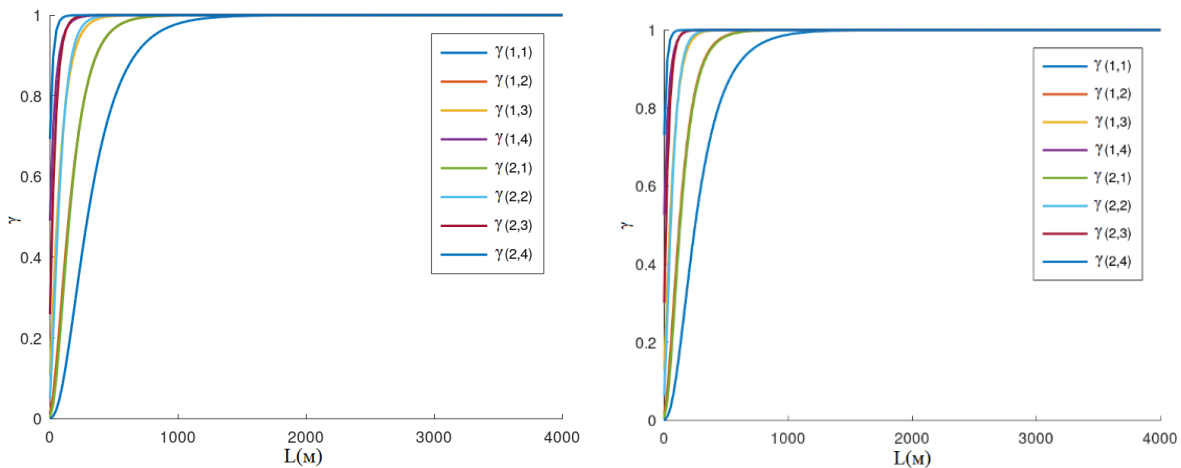
Нехай число смуг $K=5$, число зон $M=4$. На рисунку 4 наведено залежності ймовірності успішної зміни смуги руху $\gamma(i, k)$ при відповідних заданих параметрах та сумарних інтенсивностях:

$$Q(k, m) \text{ авт} / \text{с} :$$

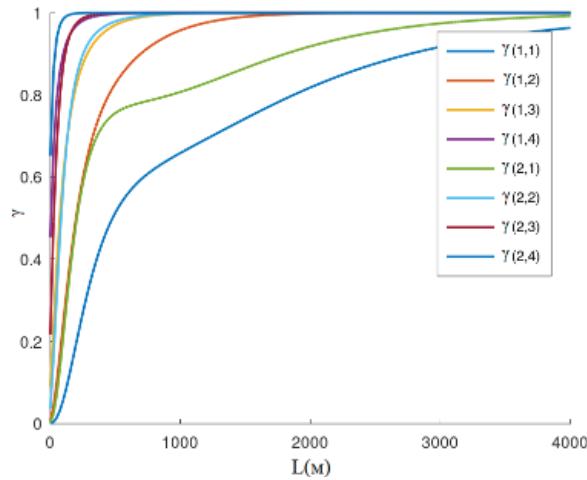
$$Q(1, 1) = 0,07 * C ; Q(2, 1) = 0,16 * C ; Q(3, 1) = 0,207 * C ; Q(4, 1) = 0,209 * C ; Q(5, 1) = 0,16 * C .$$

$$Q(k, m) \text{ авт} / \text{год} :$$

$$Q(1, 1) = 252 * C ; Q(2, 1) = 576 * C ; Q(3, 1) = 745 * C ; Q(4, 1) = 752 * C ; Q(5, 1) = 576 * C .$$



а) Залежність $\gamma(i, k)$ від довжини ділянки при $C=1,0$ б) Залежність $\gamma(i, k)$ від довжини ділянки при $C=0,5$



в) Залежність $\gamma(i, k)$ від довжини ділянки при $C=1,5$

Рисунок 4 - Залежність $\gamma(i, k)$ від довжини ділянки при різних C

У таблиці 1 наводиться залежність транспортного потоку від довжини L_{min} (м) ділянки, необхідної для успішної зміни смуги руху з ймовірністю 0,99 транспортного засобу кожного типу з крайньої смуги, від сумарної інтенсивності $Q = 0,806 * C$ (авт / с) ($Q = 2901 * C$ (авт / год)).

Таблиця 1 - Залежність транспортного потоку від довжини L_{min} (м) ділянки, необхідної для успішної зміни смуги руху з ймовірністю 0,99 транспортного засобу кожного типу з крайньої смуги, від сумарної інтенсивності $Q = 0,806 * C$ (авт / с) ($Q = 2901 * C$ (авт / год))

Коефіцієнт C	Довжина ділянки L_{min} (м)
0,5	1060
0,6	1080
0,7	1100
0,8	1120
0,9	1150
1,0	1190
1,1	1270
1,2	1420
1,3	1780
1,4	2680
1,5	4000

При інтенсивності руху на ділянці $Q = 1,3$ (авт / с) ($Q = 4562$ (авт / год)) відповідно до розробленої моделі виникає затор.

Відповідно до результатів розрахунків, при максимально досяжній на аналізованій п'ятикутній ділянці інтенсивності потоку ($C = 1,5$) переріз магістралі в середньому перетинає 1,2 транспортних засобів на секунду, а за годину через ділянку проходить в середньому 4320 транспортних засобів.

Якщо обмежити довжину ділянки зміни смуги руху величиною 1200 м, то інтенсивність потоку не повинна перевищувати 0,8 транспортних засобів на секунду або 2880 транспортних засобів на годину.

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

Питання дослідження структури і характеристики автотранспортних потоків в сучасних умовах є досить актуальним. При моделюванні та оцінці характеристики транспортного потоку виникає необхідність в аналізі впливу людського фактора на безпеку дорожнього руху.

Розроблено математичну модель диференціювання транспортного потоку на базі детерміновано-стохастичної моделі, що дозволить передбачити поведінку водія на дорозі в залежності від його психофізіологічних якостей. В основі дослідження лежить детерміновано-стохастичний підхід, який дозволяє створити математичну модель більш гнучко, дозволяючи враховувати необхідні характеристики автотранспортних потоків.

ВИСНОВОК

Проведено аналіз класичних моделей транспортних потоків. Більшість розглянутих макроскопічних, мікроскопічних і ймовірних моделей не розглядають людський фактор, а поведінка людини надає великий вплив на основні характеристики автотранспортних потоків. Серед усіх розглянутих моделей було, як найбільш гнучко, запропоновано детерміновано-стохастичну модель неоднорідного автотранспортного потоку з врахуванням неоднорідності поведінки водіїв. Розглянуто чотири типи поведінки водія: S, H, M, F, для яких швидкість реакції залежить від манери керування. З розглянутих сценаріїв видно, що швидкість реакції водія впливає на середню швидкість потоку та його основні характеристики.

Запропоновано алгоритм оцінки впливу зміни смуги руху на швидкості багатосмугового потоку з різними маневрами, який дозволяє з'ясувати, чи виникне на ділянці, що розглядається, затор і, при його відсутності, обчислити ймовірності успішної зміни смуги руху для транспортного засобу кожного типу в залежності від смуги, на якій транспортний засіб починає рух на ділянці.

Відповідно до результатів розрахунків встановлено, що при інтенсивності руху на ділянці $Q = 1,3$ (авт/с) ($Q = 4562$ (авт/год)) відповідно до розробленої моделі виникає затор. При максимально досяжній на аналізованій п'ятикутній ділянці інтенсивності потоку ($C = 1,5$) переріз магістралі в середньому перетинає 1,2 транспортних засобів на секунду, а за годину через ділянку проходить в середньому 4320 транспортних засобів.

Якщо обмежити довжину ділянки зміни смуги руху величиною 1200 м, то інтенсивність потоку не повинна перевищувати 0,8 транспортних засобів на секунду або 2880 транспортних засобів на годину.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Сильянов, В.В. Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения / В.В. Сильянов. - М.: Транспорт, 1977. - 303 с.
2. Яшина, М.В. Детерминированно-стохастическая модель трафика с вариацией психофизиологических свойств водителей / М.В. Яшина, А.Г. Таташев, А.С. Доткулова, Н.П. Сусоев // СИНХРОИНФО, 2019. - №6 - 74 - 79 с.
3. Бугаев, А.С. Восстановление динамики транспортного потока на основе детерминированно-стохастической модели и данных с интеллектуально транспортных систем. / А.С. Бугаев, А.Г. Таташев, М.В. Яшина, О.С. Лавров, Е.А. Носов // Т-Comm. - 2019. - Т. - 13. - №. - 10. - 35 - 44с.
4. Lighthill, M.J. A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads / M.J. Lighthill, G.B. Whitham // Proceedings of the Royal Society of London, 1955. - 317 - 345 p.
5. Nagel, K. A cellular automation models for freeway traffic / K. Nagel, M. Schreckenberg // Journal de physique I, 1992. - Т. 2. - №. 12. - 2221 - 2229 с.
6. Greenshields, B.D. The photographic Method of Studying Traffic Behaviour / B.D. Greenshields // Proc. US Highway Res. Board, 1933.
7. Greenshields, B.D., A study of Traffic Capacity / B.D. Greenshields // Proc. US Highway Res. Board, 1934 - 448 - 494 p.

8. Treiber, M. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulation / M. Treiber, A. Hennecke A., D. Helbing // *Phys. Rev. E*, 2000, vol. 62, pp. 1805 - 1824.
9. Wolfram, S. *Statistical Mechanics of Cellular Automata* / S. Wolfram // *Reviews of modern physics*, 1983 - T. 55 - №. 3 - 601 с.
10. Gardner, M. The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life". / M. Gardner // *Scientific American*, 1970 - № 4.
11. Daganzo, C. F. *Problem Sets: Fundamentals of Transportation and Traffic Operations* / C. F. Daganzo. // Institute of Transportation Studies, University of California at Berkeley, 1998.
12. Kerner, B.S., *The physics of traffic* / B.S. Kerner, 2004 - 683 p.
13. Buslaev, A.P. The deterministic-stochastic flow model / A.P. Buslaev, V.M. Prikhodko, A.G. Tatashev, M.V. Yashina, 2005.
14. Blank, M.L. Exact analysis of dynamical systems arising in models of traffic flow / M.L. Blank // *Russian Mathematical Surveys*. - 2000, V - 55, No - 3, 562 - 563 p.
15. Kanai, M. Exact solution and asymptotic behaviour of the asymmetric simple exclusion process on a ring / M. Kanai, K. Nishinari, T. Tokihiro // arXiv.0905.2795v1 [cond-mat-stat-mech], 2009.
16. Daduna, H. *Queuing networks with discrete time scale: explicit expression for the steady state behavior of discrete time stochastic networks.* / H. Daduna // Berlin: Springer, 2001
17. Buslaev, A.P. Particles flow on the regular polygon / A.P. Buslaev, A.G. Tatashev // *Journal of Concrete and Applicable Mathematics* - 2011 - T. 9 - №. 4 - 290 - 303 p.
18. Spitzer, F. *Interaction of Markov processes* / F. Spitzer // *Advances in Mathematics*. - 1970 - V - 5. No - 2 - 246 - 290p.
19. Pospelov, P.I. Evaluation methodology of distribution of vehicle lane-change probabilities on multilane road before crossroad / P.I. Pospelov, Le Duc Long, A.G. Tatashev, M.V. Yashina // *2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*. - IEEE. - 2021. - 1 - 5p.

REFERENCES

1. Silyanov, V.V. *Theory of transport flows in the design of roads and the organization of traffic* / V.V. Silyanov - M.: Transport, 1977 - 303 p.
2. Yashina, M.V., & Tatashev, A.G., & Dotkulova, A.S., & Susoev, N.P. Deterministically - stochastic model of traffic with a variation of the psychophysiological properties of drivers / M.V. Yashina, A.G. Tatashev, A.S. Dotkulova, N.P. Susoev // *SYNCHROINFO*, 2019 - No. 6 - 74 - 79 p.
3. Bugaev, A.S., & Tatashev, A.G., & Yashina, M.V., & Lavrov, O.S., & Nosov, E.A. Reconstruction of traffic flow dynamics based on a deterministic stochastic model and data from intelligent transport systems. / A.S. Bugaev, A.G. Tatashev, M.V. Yashina, O.S. Lavrov, E.A. Nosov // *T-Comm*. - 2019. - T. - 13. - no. - 10. - 35 - 44s.
4. Lighthill, M.J., & Whitham, G.B. *A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads* / M.J. Lighthill, G.B. Whitham // *Proceedings of the Royal Society of London*, 1955 - 317 - 345 p.
5. Nagel, K., & Schreckenberg M. A cellular automation models for freeway traffic / K. Nagel, M. Schreckenberg // *Journal de physique I*, 1992 - T. 2 - №. 12 - 2221 - 2229 с.
6. Greenshields, B.D. *The photographic Method of Studying Traffic Behaviour* / B.D. Greenshields // *Proc. US Highway Res. Board*, 1933.
7. Greenshields, B.D. *A study of Traffic Capacity* / B.D. Greenshields // *Proc. US Highway Res. Board*, 1934 - 448 - 494 p.
8. Treiber, M., & Hennecke, A., & Helbing, D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulation / M. Treiber, A. Hennecke, D. Helbing // *Phys. Rev. E*, 2000, vol. 62, pp. 1805 - 1824.
9. Wolfram, S. *Statistical Mechanics of Cellular Automata* / S. Wolfram // *Reviews of modern physics*, 1983 - T. 55 - №. 3 - 601 с.
10. Gardner, M. The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life". / M. Gardner // *Scientific American*, 1970 - № 4.
11. Daganzo, C.F. *Problem Sets: Fundamentals of Transportation and Traffic Operations* / C.F. Daganzo. // Institute of Transportation Studies, University of California at Berkeley, 1998.
12. Kerner, B.S. *The physics of traffic* / B.S. Kerner, 2004 - 683 p.
13. Buslaev, A.P., & Prikhodko, V.M., & Tatashev, A.G., & Yashina, M.V. The deterministic - stochastic flow model / A.P. Buslaev, V.M. Prikhodko, A.G. Tatashev, M.V. Yashina, 2005.
14. Blank, M.L. Exact analysis of dynamical systems arising in models of traffic flow / M.L. Blank // *Russian Mathematical Surveys*. - 2000, V - 55, No - 3, 562 - 563 p.

15. Kanai, M., & Nishinari, K., & Tokihiro, T. Exact solution and asymptotic behaviour of the asymmetric simple exclusion process on a ring / M. Kanai, K. Nishinari, T. Tokihiro // arXiv.0905.2795v1 [cond-mat-stat-mech], 2009.
16. Daduna, H. Queuing networks with discrete time scale: explicit expression for the steady state behavior of discrete time stochastic networks. / H. Daduna // Berlin: Springer, 2001
17. Buslaev, A.P., & Tatashev, A.G. Particles flow on the regular polygon / A.P. Buslaev, A.G. Tatashev // Journal of Concrete and Applicable Mathematics - 2011 - Т. 9 - №. 4 - 290 - 303 p.
18. Spitzer, F. Interaction of Markov processes / F. Spitzer // Advances in Mathematics. - 1970 - V - 5. No - 2 - 246 - 290p.
19. Pospelov, P.I., & Le Duc Long, & Tatashev, A.G., & Yashina M.V. Evaluation methodology of distribution of vehicle lane-change probabilities on multilane road before crossroad / P.I. Pospelov, Le Duc Long, A.G. Tatashev, M.V. Yashina // 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. - IEEE. - 2021. - 1-5p.

M. Handziuk Deterministic-stochastic model of heterogeneous auto transport flow.

The structure of the traffic flow can be characterized by the types of vehicles, the degree of their load with objects of transportation, as well as traffic modes.

Mathematical modeling helps to describe the state of the traffic flow and study its characteristics. With its help, it is possible to develop a number of models for the transport system that will help solve practical problems. Depending on the tasks to be solved, models can be classified by approaches, description and level of problem solving. There are several large groups classified by approaches: macroscopic, microscopic, models of cellular automata and probabilistic models. In the classification according to the level of problem solving, predictive, simulation and optimization models are distinguished.

When modeling traffic flows, a large number of factors with different change intervals should be taken into account: road capacity, road surface quality, drivers' reactions, vehicle operation algorithms. Analyzing these factors, it is possible to conclude that transport flows have such properties as: stochasticity, non-stationarity, spatial and temporal, as well as informational.

Stochasticity occurs most often due to the human factor. The behavior of a vehicle on the road can only be predicted with a certain probability by dividing the vehicles into groups. Such behavior cannot be described only by the laws of solid mechanics.

Non-stationarity occurs due to changes in weather conditions, traffic conditions, time of day, season.

In modern science, transport models were considered from the point of view of two approaches: probabilistic, which uses the methods of mass service theory, and hydrodynamic, which reduces the transport flow to the solution of hydrodynamic equations.

Among the approaches, deterministic-stochastic can also be distinguished, which is used further to build the model. This approach takes into account two components: deterministic and stochastic. In the first, all the factors affecting decision-making are taken into account and known in advance, in the second there is an element of uncertainty, which depends on the probability of maneuvering cars inside the stream.

The stochastic approach makes it possible to differentiate the behavior of road users. Therefore, with its help, you can fine-tune the mathematical model.

The circumstances described above indicate the relevance of developing a mathematical model of heterogeneous traffic flow, which is based on a deterministic-stochastic approach.

Key words: traffic flow, deterministic-stochastic model, probability, traffic model, traffic lane, flow intensity, flow density, flow speed, driver reaction time.

ГАНДЗЮК Микола Олександрович, кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобілів і транспортних технологій Луцького національного технічного університету, e-mail: Gandyuk64.MG@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-3552-4256>.

Mykola HANDZIUK, Ph.D in Engineering, associate professor of automobiles and transport technologies department, Lutsk National Technical University, e-mail: Gandyuk64.MG@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-3552-4256>.

DOI 10.36910/automash.v1i20.1039