

УДК 624.012.45

Т.Н. Азізов

д.т.н., професор, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9621-9805>

Кафедра Залізобетонних конструкцій та транспортних споруд
Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029

Кафедра Будівельних конструкцій

Сумський національний аграрний університет, вул. Герасима Кондратьєва, 160, Суми, Україна, 40021

О.Ф. Майстренко

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2941-4149>

Кафедра Залізобетонних конструкцій та транспортних споруд
Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029

М.С. Балакан

аспірант, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-0330-2954>

Кафедра Залізобетонних конструкцій та транспортних споруд
Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029

*автор-кореспондент, e-mail: mavstrenkoof@gmail.com

До розрахунку збірно-монолітних тонкостінних залізобетонних склепінь, що виготовляються без застосування опалубки

Цитувати як:

Азізов, Т.Н., Майстренко, О.Ф., Балакан М.С. (2026). До розрахунку збірно-монолітних тонкостінних залізобетонних склепінь, що виготовляються без застосування опалубки. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 25, 311-325. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2026-15\(25\)-23](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2026-15(25)-23)

© 2026, Автори. Публікується згідно рекомендацій ліцензії [CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Анотація. У статті розглянуто питання розрахунку збірно-монолітних тонкостінних залізобетонних склепінь, що виготовляються без застосування опалубки. Такі конструкції поєднують у собі переваги просторових покриттів та індустріальних збірних елементів; вони можуть виготовлятися безпосередньо на будівельному майданчику з використанням простих технологічних прийомів формування криволінійної поверхні. Разом з тим методика розрахунку подібних конструкцій, зокрема перевірка міцності монолітних швів між збірними елементами, у науковій літературі практично відсутня.

Результати розрахунків показали, що зміна жорсткості монолітного шва практично не впливає на величину внутрішніх зусиль у конструкції і лише незначно позначається на переміщеннях. Це дозволяє при розрахунку використовувати спрощену стрижневу модель арки без явного моделювання монолітних швів. Наукова новизна отриманих результатів полягає у встановленні закономірностей

розподілу зусиль у комбінованих аркових системах з урахуванням варіативності фізико-механічних характеристик матеріалу швів. Доведено, що локальна неоднорідність жорсткості в зонах стикування елементів не спричиняє суттєвого перерозподілу моментів та сил, що обґрунтовує коректність застосування методів опору матеріалів для аналізу складних просторових оболонок даного типу.

Запропоновано підхід до перевірки міцності швів на зсув відповідно до положень Єврокоду-2 з урахуванням реальних значень поперечних сил, отриманих із розрахунку конструкції. Виконано розрахунки арок зі стрілою підйому 3 м та прольотами від 6 до 18 м, визначено необхідне армування та несучу здатність монолітних швів. Розроблена інженерна методика дозволяє на етапі проектування оперативно оцінювати надійність контактних швів, спираючись на стандартні вихідні дані програмних комплексів загального призначення.

Отримані результати продемонстрували значний запас міцності контактних поверхонь при зсуві навіть без урахування додаткового ефекту стискальних напружень у шві. Це свідчить про можливість ефективного використання тонкостінних збірно-монолітних склепінь для перекриття прольотів середньої величини, забезпечуючи при цьому високу економічну ефективність за рахунок відсутності витрат на складну опалубку.

Ключові слова: залізобетонне склепіння, арка, монолітний шов, несуча здатність, міцність на зсув, поперечна сила.

Вступ

Аналіз літературних джерел та постановка проблеми.

Тонкостінні просторові покриття мають низку переваг порівняно з покриттями з плоских конструкцій [1, 3, 9-11]. На виготовлення просторових конструкцій витрачається на 25–40% менше матеріалів [5, 10, 11]. Однак їх зведення пов'язане зі значними складнощами при монтажі збірних елементів, великою витратою металу на закладні деталі [6, 9, 11, 14] або високою вартістю опалубки при виготовленні монолітних варіантів.

Товщина монолітних оболонок навіть невеликого прольоту повинна прийматися не менше 60 мм з умов забезпечення якісного бетонування на майданчику [5, 7, 9], хоча за умови лише міцності для малих прольотів цілком достатньою могла б бути товщина 40-80 мм. Таким чином, попри явні переваги просторових конструкцій, складність їх виготовлення та монтажу обмежує їх застосування та призводить до подорожчання.

У роботі автора [8] запропоновано конструкцію збірно-монолітного склепіння, що поєднує переваги просторових систем із технологічністю виготовлення та монтажу. Проте загальноприйнята методика розрахунку таких конструкцій наразі відсутня. У статті [2] наведено підхід до розрахунку збірно-монолітного склепіння як стрижневої арки, але не виконано числовий аналіз цієї методики. Крім того, не встановлено

особливості розрахунку міцності нормальних перерізів у місцях швів порівняно з основним бетоном.

Слід зазначити, що при застосуванні збірно-монолітних систем виникає ряд специфічних питань. На відміну від традиційних монолітних оболонки, вони містять ділянки бетону, що укладається в різний час [9, 11, 12]. Це призводить до утворення контактних поверхонь, роботу яких при зсуві необхідно перевіряти окремо. Існуючі нормативні методики, зокрема положення Єврокоду-2 [4], дозволяють виконувати таку перевірку, однак для розглянутого типу конструкцій відсутній аналіз реальних величин зусиль у швах та їхнього впливу на загальну роботу системи.

Крім того, при використанні сучасних програмних комплексів постає питання: чи необхідно враховувати зміну жорсткості монолітних швів при моделюванні, чи допустимо розглядати конструкцію як умовно однорідну систему? У зв'язку з цим виникає необхідність виконання числового аналізу роботи збірно-монолітного склепіння та оцінки впливу жорсткості швів на його напружено-деформований стан (НДС).

Наукова новизна роботи полягає у встановленні впливу жорсткості монолітних швів на НДС тонкостінного збірно-монолітного склепіння та в обґрунтуванні інженерного підходу до перевірки міцності швів на зсув на основі зусиль, отриманих із розрахунку спрощеної стрижневої моделі. Показано, що зміна модуля пружності бетону шва в широких межах практично не впливає на внутрішні зусилля, що дозволяє суттєво спростити розрахункову модель.

Метою роботи є розробка інженерної методики розрахунку міцності нормальних перерізів і контактних швів у збірно-монолітних склепіннях. Для цього виконано числовий аналіз роботи аркової системи, що моделює смугу склепіння, із використанням ПК Ліра-САПР. Досліджено вплив жорсткості монолітного шва на НДС конструкції при варіюванні модуля пружності бетону шва в межах від 0,5 до 1,5 від модуля пружності основних елементів.

Матеріали та методи

У роботі [8] розглянуто метод виготовлення збірно-монолітного залізобетонного склепіння без використання складної опалубки. Таке склепіння може виготовлятися як у заводських умовах, так і безпосередньо на будівельному майданчику. Загальний вигляд склепіння на етапі перед бетонуванням монолітних ділянок наведено на рис. 1.

При симетричному навантаженні на склепіння вздовж його довжини (тобто у напрямку, перпендикулярному площині рис. 1) розрахункову схему можна представити у вигляді арки одиничної ширини з ділянками, жорсткість яких змінюється за довжиною прольоту.

Для аналізу впливу класу бетону проведено розрахунки варіантів такої арки шириною 0.5 м в програмному комплексі Ліра-САПР на рівномірне навантаження на горизонтальну проекцію (рис. 2) та на навантаження, коли власна вага прикладена по всьому прольоту, а тимчасове навантаження – на половині прольоту. При цьому в стрижневій моделі за рис. 2 приймалися окремі елементи, що моделюють роботу збірних елементів, і окремі скінченні елементи, що моделюють роботу монолітних швів.

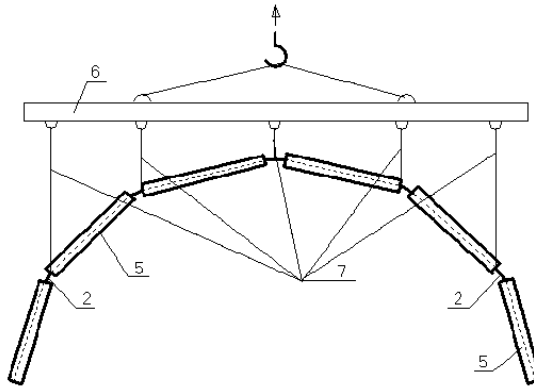


Рис. 1. Схема формування залізобетонного склепіння методом підвішування [8]

В розрахунках варіювався модуль пружності бетону монолітних швів E_{sh} в межах $(0.5 \div 1.5) \cdot E$, де E – модуль пружності основних елементів. В таблиці 1 наведені дані щодо максимальних значень зусиль і переміщень для всіх варіантів.

Для оцінки напружено-деформованого стану конструкції склепіння було розглянуто як арку постійної ширини, що дорівнює ширині смуги конструкції. Такий підхід є коректним при симетричному навантаженні по довжині склепіння, коли робота конструкції у поперечному напрямку практично не впливає на розподіл зусиль уздовж арки.

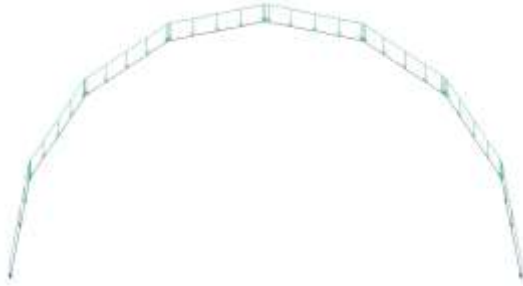


Рис. 2. Розрахункова схема арки в програмному комплексі Ліра-САПР

Параметри розрахункової схеми (див. рис. 2) наступні: арка має прольот L та стрілу підйому f . Навантаження прикладалося до горизонтальної проекції арки у вигляді рівномірно розподіленого навантаження, що відповідає сумі власної ваги конструкції та тимчасового навантаження. Розрахунок виконано у програмному комплексі Ліра-САПР із використанням стрижневих скінченних елементів. Монолітні шви моделювалися ділянками з іншим модулем пружності бетону E_{sh} . Для аналізу впливу жорсткості швів модуль пружності бетону в цих ділянках змінювався в межах $E_{sh}=(0.5\div 1.5)E$, де E – модуль пружності бетону основних елементів.

Результати та обговорення

Основними результатами розрахунку були максимальні значення згинальних моментів M , поздовжніх сил N , поперечних сил Q , переміщень конструкції.

Таблиця 1. Максимальні переміщення і зусилля в склепінні в залежності від характеристик монолітного шва

Показник	$E_{sh}=E/2$	$E_{sh}=0.75E$	$E_{sh}=E$	$E_{sh}=1.25E$	$E_{sh}=1.5E$
Мах переміщення (мм)	12	11.5	11.3	11.2	11.1
Мах згинальний момент (кН·м)	1.2581	1.2598	1.2606	1.2612	1.2615
Мах поперечна сила (кН)	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56
Мах поздовжня сила (кН)	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8

Дані таблиці 1 свідчать про те, що зміна модуля пружності шва по відношенню до модуля пружності основної частини не впливає на зусилля і мало впливає на максимальні переміщення. Так, зменшення модуля пружності шва в два рази збільшує максимальний прогин в 1.06 раза, а збільшення в 1.5 раза зменшує максимальний прогин в 1.08 раза.

Малий вплив модуля пружності бетону шва грає на користь збірно-монолітної конструкції. Це означає, що пред'являти жорсткі умови до монолітного шва з точки зору визначення переміщень і зусиль в елементах такої системи не треба. З іншого боку клас бетону грає роль в забезпеченні міцності стику між основними елементами склепіння. Тому треба було перевірити, який саме розрахунок буде грати вирішальну роль в розрахунку такої конструкції: перевірка міцності на згинальні моменти і поздовжню силу чи перевірка на зсув на контакті збірних елементів з монолітним бетоном. Розглянемо саме цей аспект окремо.

В п. 6.2.5 Єврокоду-2 [4] записана умова по напруженнях зсуву на контакті між бетоном, укладеним в різний час:

$$V_{Edi} \leq V_{Rdi} \quad (1)$$

де V_{Edi} – розрахункова величина напружень зсуву на контакті:

$$V_{Edi} = \beta \cdot V_{Ed} / (z \cdot b_i) \quad (2)$$

де β – це відношення поздовжньої сили в новій бетонній ділянці та загальної поздовжньої сили в зоні стиснення або розтягу, обидві розраховані для розглянутого перерізу. Але в нашому випадку V_{Edi} – це поперечна сила Q , отримана із розрахунку (див. вище), поділена на площу контакту між старим і новим бетоном:

$$V_{Edi} = Q / (b \cdot h) \quad (3)$$

де b , h – відповідно ширина панелі і висота поперечного перерізу (товщина склепіння). Тобто V_{Edi} – це зсувні напруження в шві між основним бетоном і монолітною ділянкою.

В формулі (1) V_{Rdi} – розрахунковий опір зсуву на контакті, який визначається за формулою:

$$V_{Rdi} = c \cdot f_{cd} + \mu \cdot \sigma_n + \rho \cdot f_{yd} (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0.5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (4)$$

де коефіцієнт v враховує, що бетон у зсувному напруженому стані руйнується раніше, ніж при чистому стисненні і визначається за формулою (6.6N) Єврокоду-2 [4].

Враховуючи, що кут α – це кут, під яким арматура перетинає поверхню контакту, він буде мати значення 90° і формула (4) набуде вигляду:

$$V_{Rdi} = c \cdot f_{cd} + \mu \cdot \sigma_n + \rho \cdot f_{yd} \cdot \mu \leq 0.5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (5)$$

Коефіцієнт ρ враховує вплив арматури на роботу при зрізі і в нашому випадку дорівнює:

$$\rho = A_s / (b \cdot h) \quad (6)$$

де b , h – те ж саме, що і в формулі (3).

Враховуючи, що в нашому випадку поверхня контакту між старим і новим бетоном сформована опалубкою, то за п. 6.2.5 [4] коефіцієнти c та μ , які враховують шорсткість поверхні слід прийняти рівними $c=0.35$; $\mu=0.6$.

Розглянемо тепер визначення напружень σ_n , що є напруженнями, які враховують силу тертя. У Єврокодї-2 [4] не визначено чітко, яку саме площу контакту слід враховувати, проте зазначено, що силу тертя допускається враховувати лише за умови відсутності розтягувальних напружень на поверхні контакту. У зв'язку з цим запропоновано методикою визначення еквівалентних напружень.

При відомих значеннях M , N в кожному шві ми за методикою норм [12, 13] можемо визначити висоту стиснутої зони бетону і напруженні в цій зоні на будь якій стадії роботи конструкції. Далі, прийнявши умовно трикутний розподіл напружень в стиснутій зоні (йде в запас міцності по напруженням стиску, що відповідають за врахування тертя) визначити зусилля стиску N_c :

$$N_c = \frac{\sigma_{\max} x}{2} b \quad (7)$$

де σ_{\max} – максимальні напруження трикутної епюри.

Еквівалентні напруження будуть визначатися за виразом:

$$\sigma_{n,eff} = \frac{N_c}{b \cdot h} \quad (8)$$

Підставляючи замість σ_n в формулу (5) значення σ_n , і знаючи значення ρ за (6), а також значення $c=0.35$; $\mu=0.6$ і характеристики бетону та арматури, перевірку міцності шва між старим і новим бетоном слід вважати завершеною.

Враховуючи дані таблиці 1 про малий вплив жорсткості монолітного шва на величину зусиль в елементах арки, розглянемо декілька варіантів частини склепіння по її довжині (арок) шириною 500 мм з точку зору попереднього підбору арматури і перевірки міцності монолітного шва на зсув. Для цього розглянуто п'ять варіантів арок зі стрілою підйому 3 м, прольотом 6, 9, 12, 15 та 18 метрів. Кожна арка була розрахована на два варіанти навантаження: повне завантаження власною вагою та снігом; завантаження половини арки снігом. З двох варіантів навантаження обрані найбільші зусилля: максимальний момент M_{\max} і відповідна поздовжня сила $N_{\text{відпов}}$ для цього елемента (для розрахунку міцності шва на зріз), а також максимальне значення поздовжньої сили N_{\max} і поперечної сили Q_{\max} . Зважаючи на специфіку виготовлення арок (див. рис. 1), армування всіх арок прийнято одиночне в середині товщини

арки. В таблиці 2 наведені дані цих розрахунків. При цьому власна вага була визначена в залежності від товщини арки і її ширини (500 мм), навантаження від снігу прийнято 1.5 КПа.

На основі результатів розрахунків у програмному комплексі Ліра-САПР, залежно від значень максимальних згинальних моментів, було підбрано армування з урахуванням його розташування по центру (в середині) товщини арки. Крок поздовжніх стрижнів арматури по ширині склепіння (арки) прийнятий 100 мм. Також було визначено необхідну товщину арки з умови, щоб відносна висота стиснутої зони бетону не перевищувала граничне значення 0.45, що регламентується Єврокодом-2 [4].

Таблиця 2. Максимальні значення зусиль для арок висотою 3 м з різними прольотами

Проліт арки (м)	M_{\max} (кН·м)	N_{vidpov} (кН)	N_{\max} (кН)	Q_{\max} (кН)
L=6	1.26	4.46	4.8	1.56
L=9	1.51	5.0	8.26	1.61
L=12	2.33	7.52	12.6	1.88
L=15	3.34	11.32	17.91	2.39
L=18	4.68	16.0	24.3	2.90

З огляду на симетричне (центральне) розташування арматури за товщиною перерізу, робоча висота перерізу d прийнята рівною половині його повної товщини h . У таблиці 3 наведено результати цих розрахунків та перевірку несучої здатності.

Таблиця 3. Несуча здатність перерізів на згин з прийнятим армуванням

Проліт арки, (м)	M_{\max} (кН·м)	Діаметр арматури (мм)	Крок вздовж склепіння (мм)	Висота перерізу, h (мм)	Робоча висота перерізу, d (мм)	Загальна площа арматури $A_{s,\text{tot}}$ (см ²)	Несуча здатність перерізу, [М] (кН·м)	Відношення [М] / М
6	1.26	6	100	60	30	1.414	1.58	1.26
9	1.51	6	100	60	30	1.414	1.58	1.05

12	2.33	8	100	60	30	2.513	2.46	1.05
15	3.39	10	100	80	40	3.927	4.82	1.42
18	4.69	10	100	100	50	3.927	6.53	1.39

Для надійної експлуатації запропонованого збірно-монолітного склепіння слід розрахувати несучу здатність монолітних швів на зсув відносно збірних елементів. З цією метою було проведено розрахунки їхньої несучої здатності за наведеною вище методикою. У таблиці 4 наведено дані щодо несучої здатності монолітних швів на зсув. Зважаючи на значний запас міцності, у цій таблиці під час обчислення значення V_{Rdi} не враховувалася дія стискальних напружень.

Слід зазначити, що незважаючи на те, що товщина арки (склепіння) менша за товщину монолітних склепінь, її несуча здатність, в тому числі монолітних швів є цілком достатньою, що є аргументом на користь використання таких склепінь.

Таблиця 4. Несуча здатність монолітного шву на зсув

Проліт арки (м)	Коефіцієнт ρ	V_{Rdi} (МПа)		Q_{max} (кН)	V_{Edi} (МПа)	V_{Rdi} / V_{Edi}
		ліва частина	права частина			
6	0.00471	6.3	3.84	1.56	0.052	73.9
9	0.00471	6.3	3.84	1.61	0.054	71.6
12	0.00838	7.26	3.84	1.88	0.063	61.3
15	0.00981	7.64	3.84	2.39	0.059	64.3
18	0.00785	7.12	3.84	2.90	0.058	66.2

Отримані результати дозволяють зробити ряд важливих висновків щодо роботи збірно-монолітного склепіння, що виготовляється без застосування опалубки.

Насамперед слід відзначити, що жорсткість монолітного шва практично не впливає на величину внутрішніх зусиль у конструкції. Як показано у таблиці 1, навіть при зміні модуля пружності бетону шва в широких межах $E_{sh}=(0.5\div 1.5)E$ величини згинального моменту, поперечної та поздовжньої сил залишаються практично незмінними. Це пояснюється тим, що шви займають відносно невелику частину довжини склепіння і тому їх локальна деформативність практично не впливає на глобальну жорсткість системи.

Найбільш чутливою характеристикою до зміни жорсткості шва виявились переміщення. Однак навіть у цьому випадку зміна максимального прогину не перевищує декількох відсотків. Так, при зменшенні модуля пружності шва в два рази прогин збільшується лише приблизно на 6%. З інженерної точки зору така різниця є несуттєвою.

Це означає, що при попередньому розрахунку таких конструкцій можна приймати однакові характеристики матеріалу для всієї арки, не моделюючи окремо ділянки монолітних швів. Такий підхід значно спрощує розрахунок, особливо при використанні стрижневих розрахункових схем.

Отримані результати дозволяють сформулювати важливий практичний висновок. Оскільки поперечна сила Q практично не залежить від жорсткості шва, при розрахунку склепіння в програмних комплексах типу Ліра-САПР немає необхідності моделювати кожний монолітний шов окремим елементом з власними характеристиками жорсткості (як це зроблено в схемі за рис. 1).

З інженерної точки зору достатньо використовувати спрощену модель, у якій вся конструкція розглядається як однорідна арка. При цьому внутрішні зусилля M , N та Q визначаються для такої спрощеної системи, а перевірка міцності швів виконується вже на основі отриманих зусиль.

Такий підхід має декілька важливих переваг: суттєво спрощується розрахункова схема; зменшується кількість елементів у моделі; зменшується час підготовки розрахунку; підвищується наочність результатів. При цьому точність визначення зусиль практично не знижується, що підтверджується результатами числового аналізу.

У таблицях 2-4 наведені результати розрахунків арок з однаковою стрілою підйому $f=3$ м та різними прольотами L . Таким чином відношення L/f змінюється в межах $L/f=2\div 6$. Цей діапазон відповідає більшості практичних випадків застосування пологих арочних покриттів.

Аналіз таблиці 2 показує, що зі збільшенням прольоту арки закономірно зростають згинальні моменти, поздовжні сили, поперечні сили. Проте навіть для найбільшого розглянутого прольоту $L=18$ м значення поперечної сили залишається відносно невеликим. Це пояснюється тим, що основна частина навантаження в арці передається через поздовжні сили стиску. У той же час при збільшенні відношення L/f арка стає більш пологою, що призводить до поступового збільшення згинальних моментів та саме вони визначають необхідну кількість арматури в перерізі.

Особливу увагу в даній роботі приділено перевірці міцності монолітного шва на зсув. Це пояснюється тим, що при виготовленні конструкції бетон у швах укладається пізніше, ніж бетон основних

елементів. Згідно з положеннями Єврокоду-2 [4], опір зсуву на контакті між бетоном, укладеним у різний час, залежить від шорсткості поверхні, наявності арматури, нормальних стискаючих напружень. У проведених розрахунках враховано тільки перші два фактори. Стискаючі напруження, які виникають у швах внаслідок роботи арки, не враховувались. Таким чином отримані результати фактично відповідають консервативному випадку. Як видно з таблиці 4, відношення V_{Rdi}/V_{Edi} значно перевищує одиницю і знаходиться в межах приблизно від 60 до 74. Такий великий запас пояснюється двома причинами: це відносно невеликими поперечні сили в арці; значна площа контакту між старим та новим бетоном. Якщо додатково врахувати стискаючі напруження, що виникають у шві, опір зсуву буде ще більшим.

Таким чином, можна зробити висновок, що для розглянутих геометричних параметрів конструкції міцність шва на зсув не є визначальним фактором.

На основі виконаних досліджень можна сформулювати ряд практичних рекомендацій для проектування таких конструкцій.

1. При розрахунку склепіння допускається використовувати спрощену стрижневу модель без виділення окремих елементів, що відповідають монолітним швам.

2. Основна увага при проектуванні повинна приділятися перевірці міцності нормальних перерізів арки.

3. Перевірка міцності швів на зсув повинна виконуватись відповідно до положень Єврокоду-2, однак у більшості практичних випадків запас міцності буде значним.

4. Навіть при відносно невеликій товщині склепіння (60–100 мм) несуча здатність конструкції виявляється достатньою для перекриття прольотів до 18 м (для розглянутих у роботі геометрії стріли підйому $f = 3m$ та ширини смуги 500 мм). Це свідчить про високу ефективність тонкостінних елементів у порівнянні з традиційними монолітними абочними склепіннями, однак для інших варіантів навантажень та геометричних пропорцій потрібна додаткова перевірка.

5. Для підвищення надійності конструкції доцільно забезпечувати достатню шорсткість поверхні збірних елементів перед бетонуванням швів.

Висновки

Проведений числовий аналіз показав, що зміна модуля пружності бетону монолітного шва в межах $E_{sh}=(0.5\div 1.5)E$ практично не впливає на величину внутрішніх зусиль у збірно-монолітному склепінні. Максимальні переміщення конструкції змінюються незначно і відрізняються не більше

ніж на декілька відсотків. Результати дослідження підтверджують доцільність використання тонкостінних збірно-монолітних склепінь, що виготовляються без застосування опалубки, для перекриття прольотів середньої величини (зокрема, до 18 м за відповідних геометричних параметрів). Запропонована спрощена методика інженерного розрахунку є справедливою для конструкцій, що працюють в умовах переважно симетричного розподіленого навантаження (до 1,5 кПа) та стандартних співвідношень стріли підйому до прольоту. Подальше розширення меж застосування розробленого підходу для більших навантажень або інших геометрич склепінь потребує додаткових параметричних досліджень.

Конфлікти інтересів

Автори заявляють, що у них немає конфлікту інтересів щодо поточного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський чи будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, наведені в цьому документі.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті статті.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні поточної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

References

1. Adriaenssens, S., Block, P., Veenendaal, D., Williams, C. (2014). *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*. Routledge, 320. <https://doi.org/10.4324/9781315849270>.
2. Azizov, T., Azizova, A., Al Ghadban, S. (2018). Construction and calculation of reinforced concrete overlap with a high spatial work effect. *International Journal of Engineering and Technology (UAE)*, 7 (3), 567–574. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14591>.
3. Billington, D. P. (1982). *Thin Shell Concrete Structures*. McGraw-Hill, 320.
4. EN 1992-1-1:2004. (2004). *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization, 225.
5. MacGregor, J. G., Wight, J. K. (2012). *Reinforced Concrete: Mechanics and Design* (6th ed.). Pearson Education, 1176.
6. Mosley, W. H., Bungey, J. H., Hulse, R. (2012). *Reinforced Concrete Design to Eurocode 2* (7th ed.). Palgrave Macmillan, 448. <https://doi.org/10.1007/978-1-137-01749-9>.

7. Nilson, A. H., Darwin, D., Dolan, C. (2010). *Design of Concrete Structures* (14th ed.). McGraw-Hill, 768.
8. Azizov, T. N. (2010). *Sposib vyhotovlennia prostorovoi zbirno-monolitnoi konstruksii* [Method of manufacturing a spatial precast-monolithic structure]. Patent for utility model No. 54246 Ukraine. Bulletin No. 20.
9. Babaiev, V. M., Pluhin, A. A., Pluhin, O. A. (2012). *Zalizobetonni konstruksii: navchalnyi posibnyk* [Reinforced concrete structures: a textbook]. KhNUBA, 1–496.
10. Bazhenov, V. A., Pohorelov, V. M. (2010). *Teoriia tonkykh obolonok i plastyn* [Theory of thin shells and plates]. KNUBA, 350.
11. Barashkov, A. Ya. (1995). *Rozrakhunok i konstruiuvannia zalizobetonnykh konstruksii* [Calculation and design of reinforced concrete structures]. Vyshcha Shkola, 432.
12. DBN V.2.6-98:2009. (2011). *Betonni ta zalizobetonni konstruksii. Osnovni polozhennia* [Concrete and reinforced concrete structures. General provisions]. Ministry of Regional Development of Ukraine, 71.
13. DSTU B V.2.6-156:2010. (2011). *Betonni ta zalizobetonni konstruksii z vazhkoho betonu. Pravyla proektuvannia* [Concrete and reinforced concrete structures made of heavy-weight concrete. Design rules]. Ministry of Regional Development of Ukraine, 123.
14. Azizov, T., Jurkowska, N., & Kochkarev, D. (2019). Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks. *Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete Innovations in Materials, Design and Structures*, 1718–1725. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22566-7_193.

Література

1. Adriaenssens, S., Block, P., Veenendaal, D., Williams, C. (2014). *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*. Routledge, 320. <https://doi.org/10.4324/9781315849270>.
2. Azizov, T., Azizova, A., Al Ghadban, S. (2018). Construction and calculation of reinforced concrete overlap with a high spatial work effect. *International Journal of Engineering and Technology (UAE)*, 7 (3), 567–574. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14591>.
3. Billington, D. P. (1982). *Thin Shell Concrete Structures*. McGraw-Hill, 320.
4. EN 1992-1-1:2004. (2004). *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization, 225.
5. MacGregor, J. G., Wight, J. K. (2012). *Reinforced Concrete: Mechanics and Design* (6th ed.). Pearson Education, 1176.
6. Mosley, W. H., Bungey, J. H., Hulse, R. (2012). *Reinforced Concrete Design to Eurocode 2* (7th ed.). Palgrave Macmillan, 448. <https://doi.org/10.1007/978-1-137-01749-9>.
7. Nilson, A. H., Darwin, D., Dolan, C. (2010). *Design of Concrete Structures* (14th ed.). McGraw-Hill, 768.
8. Азізов, Т. Н. (2010). *Спосіб виготовлення просторової збірно-монолітної конструкції*. Патент на корисну модель № 54246 Україна. Бюлетень № 20.

9. Бабасєв, В. М., Плуґін, А. А., Плуґін, О. А. (2012). *Залізобетонні конструкції: навчальний посібник*. ХНУБА, 496.
10. Баженов, В. А., Погорєлов, В. М. (2010). *Теорія тонких оболонок і пластин*. КНУБА, 350.
11. Барашиков, А. Я. (1995). *Розрахунок і конструювання залізобетонних конструкцій*. Вища школа, 432.
12. ДБН В.2.6-98:2009. (2011). *Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення*. Мінрегіонбуд України, 71.
13. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. (2011). *Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування*. Мінрегіонбуд України, 123.
14. Azizov, T., Jurkowska, N., & Kochkarev, D. (2019). Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks. *Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete Innovations in Materials, Design and Structures*, 1718–1725. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22566-7_193.

Відомості про статтю:	Article information:
Отримано 12.05.2026	Received 12.05.2026
Отримано у доопрацьованому вигляді 17.05.2026	Received in revised form 17.05.2026
Прийнято 27.05.2026	Accepted 27.05.2026
Опубліковано 29.05.2026	Published 29.05.2026

T.N. Azizov

Doctor of Engineering, Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9621-9805>

Department of Reinforced Concrete Structures and Transport Facilities

Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Didrichson St., 4, Odesa, Ukraine, 65029

Department of Structural Engineering,

Sumy National Agrarian University, Herasym Kondratiev St., 160, Sumy, Ukraine, 40021

O.F. Maistrenko*

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2941-4149>

Department of Reinforced Concrete Structures and Transport Facilities

Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Didrichson St., 4, Odesa, Ukraine, 65029

M.S. Balakan

Ph.D. Student, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-0330-2954>

Department of Reinforced Concrete Structures and Transport Facilities

Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Didrichson St., 4, Odesa, Ukraine, 65029

*corresponding author, e-mail: maystrenkoof@gmail.com

Calculation of precast-monolithic thin-walled reinforced concrete vaults manufactured without the use of formwork

How to Cite:

Azizov, T.N., Maistrenko, O.F., Balakan M.S. (2026). Calculation of precast-monolithic thin-walled reinforced concrete vaults manufactured without the use of formwork. *Modern technologies and*

Abstract. The article deals with the issue of calculating precast-monolithic thin-walled reinforced concrete vaults manufactured without the use of formwork. Such structures combine the advantages of spatial coverings and industrial precast elements; they can be fabricated directly on the construction site using simple technological techniques for forming a curved surface. At the same time, the methodology for calculating such structures, in particular, the verification of the strength of monolithic joints between precast elements, is practically absent in the scientific literature.

The calculation results showed that the change in the stiffness of the monolithic joint has practically no effect on the magnitude of internal forces in the structure and only slightly affects the displacements. This allows for the use of a simplified bar model of the arch without explicit modeling of monolithic joints during calculations. The scientific novelty of the obtained results lies in establishing the patterns of force distribution in arched systems, taking into account the variability of the physical and mechanical characteristics of the joint material. It is proved that the local heterogeneity of stiffness in the zones of element joining does not cause a significant redistribution of moments and forces, which justifies the correctness of applying strength of materials methods for the analysis of complex spatial shells of this type.

An approach for verifying the shear strength of joints in accordance with the provisions of Eurocode 2, taking into account the actual values of shear forces obtained from the structural analysis, is proposed. Calculations of arches with a rise of 3 m and spans from 6 to 18 m were performed, and the required reinforcement and load-bearing capacity of monolithic joints were determined. The developed engineering methodology allows at the design stage to promptly assess the reliability of contact joints, relying on standard output data from general-purpose software packages.

The results obtained demonstrated a significant margin of safety for the contact surfaces in shear, even without taking into account the additional effect of compressive stresses in the joint. This indicates the possibility of effective use of thin-walled precast-monolithic vaults for covering medium-sized spans, while ensuring high economic efficiency due to the absence of costs for complex formwork.

Keywords: reinforced concrete vault, arch, monolithic joint, load-bearing capacity, shear strength, shear force.