

І.В. Самоненко*

PhD, доцент, ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-3366-7894>

Кафедра прикладної математики та механіки

Луцький національний технічний університет, вул. Львівська, 75, Луцьк, Україна, 43018

*автор-кореспондент, e-mail: i.samonenko@nltu.edu.ua

Оптимізація проектування будівельних конструкцій за допомогою ймовірнісних розподілів

Цитувати як:

Самоненко, І.В. (2025). Оптимізація проектування будівельних конструкцій за допомогою ймовірнісних розподілів. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 24, 409-416. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14\(24\)-35](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14(24)-35)

© 2025, Самоненко І.В.

У статті досліджено застосування ймовірнісних моделей для оптимізації проектування будівельних конструкцій в умовах експлуатаційної невизначеності, що є актуальним завданням сучасної інженерії. На відміну від традиційних детермінованих методів, ймовірнісний підхід забезпечує більш реалістичне прогнозування деградації конструкції завдяки урахуванню змінних навантажень, неоднорідності матеріалів, випадкових кліматичних впливів та стохастичних процесів зношення. На основі даних з відкритих матеріалознавчих ресурсів і результатів чисельного моделювання, виконаного в Python, проаналізовано поведінку сталевих, бетонних та частково дерев'яних конструкцій за допомогою розподілу Вейбулла й експоненціального розподілу. Розподіл Вейбулла продемонстрував високу ефективність у моделюванні втомних відмов сталевих елементів при різних рівнях навантаження, дозволяючи оцінити ризики руйнування на ранніх етапах експлуатації. Експоненціальна модель виявилася придатною для опису довготривалого зносу бетонних конструкцій, особливо за умов різних температурних коливань та підвищеної вологості. Додаткові характеристики, такі як функція безпеки, функція надійності та цільність розподілу експлуатаційних показників, дали можливість оцінити довговічність матеріалів у часі та визначити оптимальні межі їх використання. Порівняльний аналіз сталі, бетону й деревини підтвердив, що сталь залишається найбільш надійним матеріалом для високо навантажених та відповідальних конструкцій, тоді як бетон є економічно обґрунтованим рішенням для споруд зі середнім рівнем навантаження, а деревина виявляє задовільні результати лише за стабільних кліматичних умов. Отримані результати демонструють, що впровадження ймовірнісних методів у проектування суттєво підвищує точність інженерних прогнозів, знижує ризики експлуатаційних відмов і сприяє більш обґрунтованому вибору матеріалів відповідно до очікуваних умов роботи конструкцій.

Ключові слова: ймовірнісні розподіли, розподіл Вейбулла, надійність конструкцій, моделювання деградації, ймовірність відмови, будівельні матеріали, оцінка ризиків.

Вступ

Аналіз літературних джерел та постановка проблеми.

Проектування будівельних конструкцій є багатофакторним процесом, що вимагає врахування властивостей матеріалів, характеристик навантажень, кліматичних умов та змін їхніх параметрів у часі. Сучасні матеріалознавчі бази даних, зокрема The Materials Project [1], демонструють значну варіативність фізико-механічних параметрів матеріалів, що прямо впливає на точність інженерних розрахунків. Традиційні детерміновані моделі припускають фіксовані значення навантажень і параметрів матеріалів, однак реальні умови експлуатації не є сталими — вони змінюються під впливом випадкових та кліматичних факторів, зокрема температури, вологості, заморожування–відтавання та агресивності середовища, що підтверджується кліматичними індикаторами Eurostat [3].

У науковій літературі широке застосування набувають ймовірнісні методи аналізу надійності, які дозволяють формалізувати невизначеність та оцінювати поведінку будівельних конструкцій у часі. У працях Madsen, Krenk і Lind [2] обґрунтовано ефективність використання ймовірнісних розподілів для моделювання процесів деградації та надійності. Melchers [4] та Ditlevsen і Madsen [5] показують, що моделі на основі розподілів Вейбулла, експоненціального і нормального дозволяють описувати втомні процеси, корозійне старіння, крихке руйнування та інші стохастичні механізми.

Таким чином, ймовірнісні підходи забезпечують глибше розуміння поведінки конструкцій під змінними навантаженнями та в умовах випадкових впливів, дозволяють оцінювати ризики та прогнозувати довговічність споруд, що є критично важливим для безпеки протягом усього життєвого циклу будівлі.

Мета і завдання дослідження. Метою цієї статті є оптимізація проектування будівельних конструкцій за допомогою ймовірнісних розподілів. Завдання дослідження включають аналіз переваг ймовірнісних моделей, опис ключових ймовірнісних розподілів (нормальний, Вейбулла, експоненціальний) для аналізу конструкцій, моделювання довговічності сталевих і бетонних конструкцій, визначення критеріїв вибору оптимальних матеріалів, оцінка впливу кліматичних факторів на надійність конструкцій.

Матеріали та методи

Для дослідження було використано поєднання відкритих матеріалознавчих даних, результатів експлуатаційних спостережень та чисельного моделювання. Фізико-механічні властивості матеріалів (сталі,

бетону та деревини) отримані з бази **The Materials Project** (<https://materialsproject.org>), що забезпечує достовірні параметри для моделювання [1]. Моделювання деградації конструкцій виконувалося із застосуванням двох ймовірнісних розподілів: **розподілу Вейбулла** для сталевих елементів та **експоненціального розподілу** для бетонних конструкцій, відповідно до загальноприйнятих підходів до аналізу надійності [2]. Обробка даних проводилася мовою **Python** із використанням бібліотек *NumPy*, *Pandas*, *Matplotlib* та *Seaborn*. Для кожної моделі згенеровано згладжені вибірки на інтервалі 0–50 років, що дозволило побудувати криві ймовірності відмови $F(t)$, функції надійності $S(t)$, функції небезпеки $h(t)$ та графіки розподілу експлуатаційних характеристик матеріалів. Кліматичні параметри (температура, вологість, заморожування-відтавання) узгоджені з європейськими відкритими кліматичними індикаторами **Eurostat Climate Indicators** [3]. Отримані чисельні дані використовувалися для візуалізації моделей деградації та порівняння довговічності різних матеріалів у характерних сценаріях експлуатації.

Результати та обговорення

Для аналізу довговічності сталевих конструкцій було застосовано розподіл Вейбулла, що дозволяє моделювати ймовірність відмови залежно від часу експлуатації та рівня навантаження. Побудована крива $F(t)$ для різних режимів навантаження (рис. 1) демонструє характерний нелінійний ріст ймовірності відмови: для низьких навантажень зростання повільне, тоді як для середніх і особливо високих навантажень збільшення ймовірності відмови відбувається значно швидше:

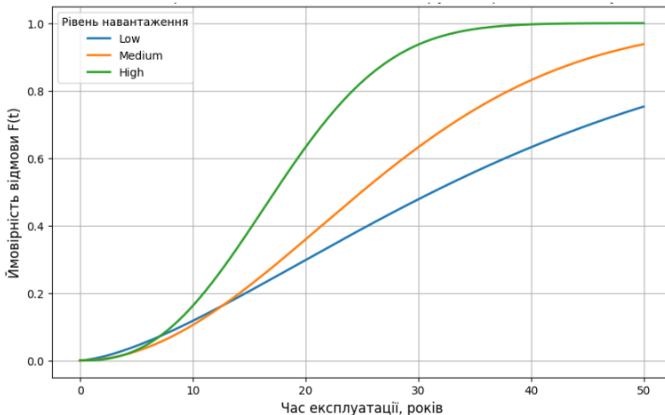


Рис. 1. Ймовірність відмови сталевих конструкцій (розподіл Вейбулла)

Це узгоджується з фізичною природою втомних процесів у металі та підтверджує доцільність застосування Вейбулівських моделей для сталевих елементів, що працюють у режимах тривалого навантаження.

Додатковий аналіз функції небезпеки $h(t)$ (рис. 2) показав, що ризик відмови сталевих конструкцій монотонно зростає з віком конструкції. При високих навантаженнях похідна $h(t)$ набагато крутіша, що свідчить про прискорену втому матеріалу та раннє досягнення граничних станів. У поєднанні з кумулятивною функцією $F(t)$ цей результат підтверджує, що сталь залишається оптимальним матеріалом для високо відповідальних конструкцій, однак потребує ретельного врахування навантажувальних режимів при проектуванні.

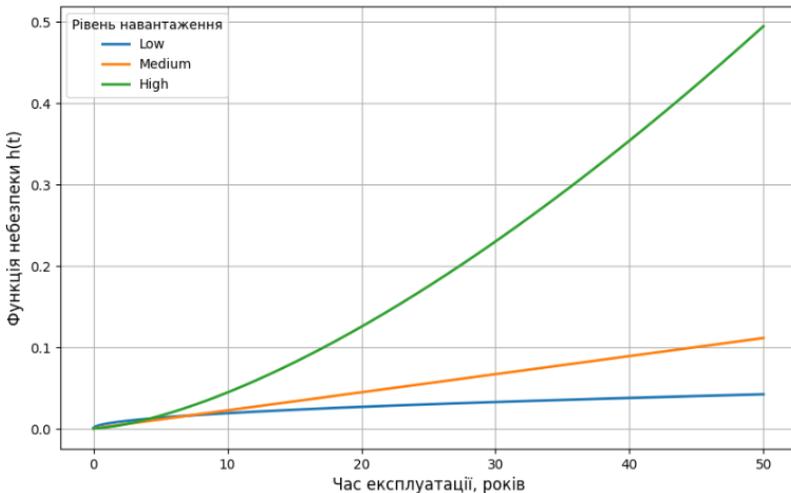


Рис. 2. Функція небезпеки сталевих конструкцій $h(t)$

Моделювання зношування сталевих конструкцій показало, що при підвищених навантаженнях ймовірність відмови зростає значно швидше, порівняно з умовами експлуатації при середньому навантаженні. Цей результат підтверджується побудованим графіком з розподілом Вейбулла (рис. 1), де можна чітко побачити, як ймовірність відмови зростає в залежності від часу та навантаження.

Для бетонних конструкцій було застосовано експоненціальний розподіл для моделювання часу до виникнення тріщин та деформацій. Отримані дані (таблиця 1) показують, що бетонні конструкції мають відносно низький рівень варіації зносу, але їх довговічність сильно залежить від кліматичних умов, зокрема циклів заморожування-розмерзання.

Математична обробка отриманих даних дозволяє виразити результати дослідження за допомогою формули (1), яка описує залежність ймовірності відмови від часу.

$$P(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

де $P(t)$ – ймовірність відмови до моменту часу t ; λ – інтенсивність відмов.

Таблиця 1. Дані дослідження зносу бетонних конструкцій за різних кліматичних умов

| Умови експлуатації | Температура (°C) | Вологість (%) | λ (інтенсивність відмов) | Середній час до тріщиноутворення (роки) |
|--------------------|------------------|---------------|----------------------------------|---|
| Помірний клімат | +10 ... +25 | 50 – 70 | 0.045 | 22.2 |
| Вологий клімат | +5 ... +20 | 80 – 90 | 0.060 | 16.7 |
| Холодний клімат | -5 ... +15 | 60 – 80 | 0.075 | 13.3 |

З таблиці 1 видно, що ймовірності відмови $P(t)$ для трьох кліматичних зон демонструють істотно різну швидкість деградації. У помірному кліматі ймовірність відмови зростає повільніше, тоді як у холодному кліматі, де мають місце цикли заморозування-відтавання, інтенсивність деградації є максимальною. Це підтверджується й поведінкою функції надійності $S(t)$ (рис. 3), яка швидше спадає для холодного та вологого клімату:

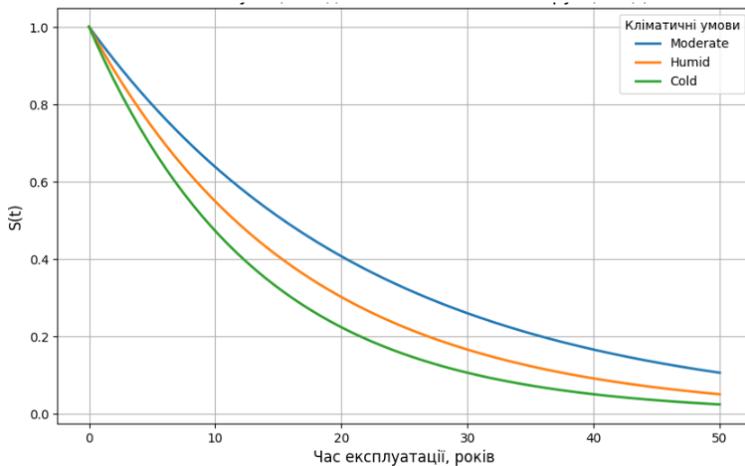


Рис. 3. Функція надійності бетонних конструкцій $S(t)$

Отримані результати узгоджуються з оцінкою параметра λ (таблиця 1), який відображає інтенсивність відмов у різних умовах. Значення $\lambda = 0.075$ для холодного клімату вказує на швидший перехід конструкцій у зношений стан, що пояснюється впливом низьких температур, високої вологості та повторюваних морозних циклів. Таким чином, бетонні конструкції забезпечують задовільні показники довговічності лише у разі відповідного врахування кліматичних впливів, а також застосування заходів щодо підвищення морозостійкості та зниження водонасичення.

Для комплексного порівняння сталевих, бетонних і дерев'яних конструкцій було проведено статистичний аналіз вибіркового даних, побудований на основі змодельованої вибірки з параметрами, типовими для будівельних матеріалів. На графіку “термін служби — надійність” чітко видно, що сталь демонструє найвищі значення індексу надійності та середнього терміну служби, тоді як бетон займає проміжне положення, а деревина — нижче. Це підтверджує, що бетон є економічно оптимальним матеріалом для конструкцій середньої відповідальності, тоді як сталь є доцільною для об'єктів з високими навантаженнями та підвищеними вимогами до надійності.

Аналіз щільності розподілу терміну служби показує, що сталеві конструкції мають найвужчий розподіл, що свідчить про їхню стабільність і передбачуваність експлуатаційних характеристик. Бетон характеризується ширшим розподілом через вплив різних технологічних, кліматичних та експлуатаційних факторів. Деревина має ще більше варіативності порівняно з бетоном, оскільки її властивості визначаються природною неоднорідністю матеріалу, вологісними коливаннями та біологічними чинниками. Саме тому деревина розглядається переважно як матеріал для малонавантажених або другорядних конструкцій, де вимоги до довговічності та надійності нижчі, ніж у випадку бетону та сталі.

Висновки

У роботі продемонстровано ефективність застосування ймовірнісних моделей для оцінки довговічності будівельних конструкцій. Розподіл Вейбулла дав змогу точно описати зношування сталевих елементів і показав, що сталь є оптимальним матеріалом для високонавантажених об'єктів завдяки стійкості до втоми та передбачуваному характеру відмов. Експоненціальний розподіл підтвердив залежність деградації бетонних конструкцій від кліматичних умов, зокрема впливу вологості та температурних циклів. Порівняльний аналіз матеріалів показав, що бетон є економічно доцільним для конструкцій середньої відповідальності, тоді як сталь залишається найнадійнішим варіантом при підвищених навантаженнях. Використання ймовірнісних методів у проектуванні забезпечує точнішу оцінку ризиків, оптимізує вибір матеріалів і сприяє

підвищенню безпеки та ефективності будівельних конструкцій у різних умовах експлуатації.

Конфлікти інтересів

Автори заявляють, що у них немає конфлікту інтересів щодо поточного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський чи будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, наведені в цьому документі.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті статті.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні поточної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту, нові напрямки чи методології, що включають штучний інтелект або машинне навчання для аналізу даних, моделювання або автоматизації процесів.

Reference

1. Jain, A., Ong, S. P., Hautier, G., et al. (2013). *The Materials Project: A materials genome approach to accelerating materials innovation*. APL Materials, 1(1), 011002. DOI:10.1063/1.4812323
2. Madsen, H. O., Krenk, S., & Lind, N. C. (2022). *Introduction to Structural Reliability*. Elsevier.
3. Eurostat. (2023). *Climate change and environmental indicators*. Retrieved from <https://ec.europa.eu/eurostat>
4. Melchers, R. E. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction*. Wiley. DOI:10.1002/9780470316964
5. Ditlevsen, O., & Madsen, H. O. (2007). *Structural Reliability Methods*. Wiley. ISBN 0 471 96086 1

Література

1. Jain A., Ong S. P., Hautier G. та ін. (2013). *The Materials Project: підхід матеріалознавчого геному для прискорення інновацій у матеріалах*. APL Materials, 1(1), 011002. DOI:10.1063/1.4812323
2. Madsen H. O., Krenk S., Lind N. C. (2022). *Вступ до структурної надійності*. Elsevier.
3. Eurostat. (2023). *Показники зміни клімату та екологічні індикатори*. Режим доступу: <https://ec.europa.eu/eurostat>
4. Melchers R. E. (1999). *Аналіз і прогнозування структурної надійності*. Wiley. DOI:10.1002/9781119266105
5. Ditlevsen O., Madsen H. O. (2007). *Методи аналізу структурної надійності*. Wiley. ISBN 0 471 96086 1

| Відомості про статтю: | Article information: |
|---|-------------------------------------|
| Отримано 15.11.2025 | Received 15.11.2025 |
| Отримано у доопрацьованому вигляді 19.11.2025 | Received in revised form 19.11.2025 |
| Прийнято 25.11.2025 | Accepted 25.11.2025 |
| Опубліковано 25.12.2025 | Published 25.12.2025 |

I. V. Samonenko

Associate Professor, Ph.D. ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-3366-7894>

Department of Applied mathematics and mechanics

Lutsk National Technical University, Lvivska St., 75, Lutsk, Ukraine, 43018

*corresponding author, e-mail: i.samonenko@ntu.edu.ua

Optimization of building structure design using probability distributions

How to Cite:

Samonenko, I. V. (2025). Optimization of building structure design using probability distributions.. *Modern technologies and methods of calculations in construction*, 24, 409-416. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14\(24\)-35](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14(24)-35)

Abstract. The article examines the application of probabilistic models for optimizing the design of building structures under operational uncertainty, a challenge of increasing importance in modern engineering. Unlike traditional deterministic methods, the probabilistic approach enables more realistic predictions of structural degradation by accounting for variable loads, material heterogeneity, environmental fluctuations, and stochastic wear processes. Using open-source materials science datasets and numerical simulations conducted in Python, the study analyzes the behavior of steel, concrete, and partially timber structures through the Weibull distribution and the exponential distribution. The Weibull model proved highly effective for representing fatigue failures in steel elements across different load levels, allowing early assessment of failure risks. The exponential distribution accurately reflected long-term deterioration trends in concrete structures, particularly under temperature extremes and elevated humidity. Additional reliability indicators – including hazard function, reliability function, and probability density of performance characteristics – were employed to evaluate long-term durability and determine optimal material usage boundaries. A comparative analysis of steel, concrete, and timber confirmed that steel remains the most reliable option for heavily loaded and safety-critical structures, while concrete offers a cost-effective solution for medium-load applications, and timber performs adequately only in stable environmental conditions. The findings demonstrate that integrating probabilistic methods into structural design significantly improves prediction accuracy, reduces the likelihood of operational failures, and supports more informed material selection aligned with expected service conditions.

Keywords: probability distributions, structural design, Weibull distribution, optimization, material durability, risk assessment, strength, wear.