

УДК 624.011.17

Р.В. Пасічник*

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8009-1269>

Кафедра будівництва та цивільної інженерії

Луцький національний технічний університет, вул. Львівська 75, Луцьк, Україна, 43016

А.П. Павлюк

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3958-0519>

Кафедра автомобільних доріг, основ та фундаментів

Національний університет водного господарства та природокористування, вул. Соборна, 11, Рівне, Україна, 33028

С.В. Ротко

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1860-7890>

Кафедра будівництва та цивільної інженерії

Луцький національний технічний університет, вул. Львівська 75, Луцьк, Україна, 43016

*автор-кореспондент, e-mail: rpasichnik@gmail.com

Дерев'яні конструкції у формі гіпару: моделювання, розрахунок та порівняння трьох структурних варіантів

Цитувати як:

Пасічник Р.В., Павлюк А.П., Ротко С.В. (2025). Дерев'яні конструкції у формі гіпару: моделювання, розрахунок та порівняння трьох структурних варіантів *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 24, 293-307. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14\(24\)-24](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14(24)-24)

© 2025, Пасічник Р.В., Павлюк А.П., Ротко С.В.

У статті досліджено просторову роботу дерев'яних конструкцій у формі гіпару на прикладі покриття Літнього театру в місті Києві. Геометричну модель покриття побудовано шляхом апроксимації реальної форми поверхнею гіперболічного параболоїда, що дозволило коректно описати кривину та забезпечити адекватність подальшого чисельного моделювання. Розрахунки виконано методом скінченних елементів у програмному комплексі ЛІРА-САПР із урахуванням геометричної нелінійності, особливостей просторової роботи деревини та впливу форми на напружено-деформований стан.

Проаналізовано три варіанти конструктивних систем: суцільну дерев'яну оболонку, ребристий каркас зі взаємно перехрещених криволінійних елементів та комбіновану систему типу «оболонка + ребра». Для кожного варіанта отримано поля напружень, переміщень, форми втрати стійкості та оцінено характер деформаційних процесів при однакових граничних умовах. Наведено порівняння напруженого стану в напрямках головних кривин, аналіз поведінки при позаплощинних деформаціях та визначено вплив ребристих елементів на перерозподіл зусиль.

Результати показали, що комбінована дерев'яна система забезпечує найменші прогини (11 мм), найвищий коефіцієнт стійкості ($\lambda_{cr} = 3,6$) та рівномірний розподіл напружень по всій поверхні. Суцільна оболонка демонструє

стабільний мембранний характер роботи та помірні переміщення, однак чутлива до локальних втрат стійкості. Ребристий каркас має найбільші прогини, нижчу жорсткість і нерівномірний розподіл зусиль, що обмежує його застосування без додаткового підсилення. Доведено, що поєднання тонкої дерев'яної оболонки з просторовими ребрами є найбільш ефективним рішенням для легких покриттів складної геометрії, забезпечуючи оптимальний баланс жорсткості, стійкості та матеріалоемності.

Ключові слова: деформівність, напруження, стиск, згинальний елемент, гіпар, дерев'яна оболонка, ребристий каркас, комбінована система.

Вступ

Аналіз літературних джерел та постановка проблеми

Дослідження просторових конструкцій із криволінійною геометрією має важливе значення для сучасного архітектурного та інженерного проектування [6]. Одним із найбільш ефективних типів таких конструкцій є поверхні гіпарного типу, які забезпечують вигідне поєднання малої матеріаломісткості, високої жорсткості та вираженої мембранної роботи [1; 9]. Поверхні в формі гіпара застосовуються у покриттях павільйонів, відкритих сцен, амфітеатрів і легких громадських споруд, де необхідно забезпечити значний вільний простір без проміжних опор.

У цій роботі поверхня існуючого покриття Літнього театру в місті Києві (Рис. 1) апроксимована геометрією форми гіпара, що дозволяє відтворити її просторову форму та дослідити конструктивну роботу за допомогою скінченно-елементного моделювання [7]. Базові контрольні точки контуру визначають односхилу криволінійну поверхню з одним піднятим кутом, що формує характерний асиметричний розподіл напружень та деформацій.

На відміну від традиційних залізобетонних оболонок, у цьому дослідженні розглядаються дерев'яні варіанти конструкції, що є актуальним у контексті екологічно орієнтованого будівництва [8]. Деревина та деревинні композити (CLT, LVL) дозволяють створювати легкі, пружні та просторово ефективні системи, які можуть відтворювати складну геометрію поверхні гіпара при значно меншій масі конструкції.

З метою комплексної оцінки роботи дерев'яної поверхні гіпара розглянуто три конструктивні варіанти, що суттєво відрізняються за механізмом просторової роботи [7]:

- суцільна дерев'яна оболонка, сформована з CLT/LVL панелей, яка працює переважно в мембранному режимі [1];
- дерев'яний ребристий каркас, де несуча здатність забезпечується системою криволінійних ребер, а поверхня виконує огорожувальну функцію [8];
- комбінована дерев'яна оболонка з підсилювальними просторовими ребрами, що поєднує мембранні властивості тонкої оболонки зі згинальною жорсткістю просторового каркаса [9].

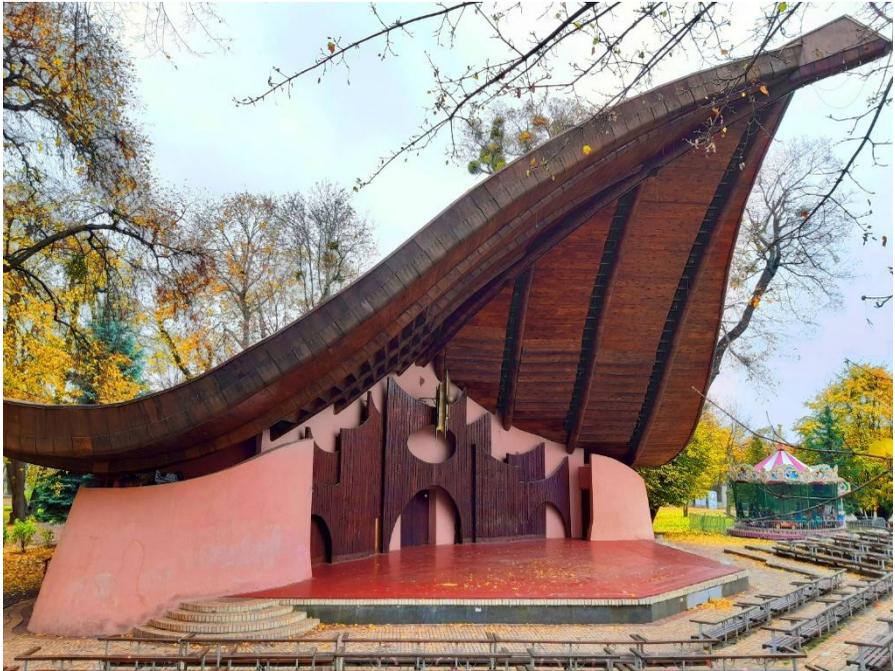


Рис. 1. Літня сцена «Мушля» в Маріїнському парку Києва.

Для кожного варіанта проаналізовано напружено-деформований стан, максимальні прогини та коефіцієнти стійкості. Граничні умови моделі відповідають реальній роботі конструкції та передбачають повне обмеження лінійних переміщень вузлів по контуру ($U_x=U_y=U_z=0$) при вільних обертаннях, що є фізично обґрунтованим для легких просторових покриттів.

Отримані результати дозволяють визначити конструктивні переваги та недоліки кожного варіанта, порівняти жорсткість, стійкість і рівень напружень, а також надати рекомендації щодо оптимального вибору структурної схеми для реконструкції або модернізації покриттів складної геометрії.

Дослідження криволінійних поверхонь у будівництві має тривалу історію, пов'язану з розвитком тонкостінних конструкцій та оптимізацією просторових форм [6]. Перші фундаментальні роботи з геометрії оболонок були присвячені аналізу поверхонь подвійної кривизни, що дозволяли створювати легкі покриття зі значною несучою здатністю. Наукові праці другої половини ХХ століття заклали основи теорії оболонок та формоутворення поверхонь типу гіперболічного параболоїда (гіпара), які

характеризуються високою структурною ефективністю завдяки мембранній роботі.

У сучасній літературі гіпарні поверхні розглядаються як один із ключових інструментів параметричної архітектури, оскільки їх геометрія може бути отримана з використанням лінійних твірних, що значно спрощує проектування та виготовлення [9]. Дослідники відзначають, що гіпарні покриття поєднують невелику масу, виразну архітектурну форму та високу просторову жорсткість, що робить їх придатними для павільйонів, сценічних споруд, спортивних майданчиків і громадських просторів.

Окрему увагу в наукових публікаціях приділено застосуванню деревини та деревинних композитів (CLT, LVL, LSL) у криволінійних просторових системах [8]. Останні дослідження демонструють, що сучасні клеєні дерев'яні матеріали мають достатню міцність і жорсткість для формування складних поверхонь без значного збільшення товщини. Крім того, деревина характеризується малою густиною, високою несучою здатністю на одиницю ваги та можливістю індустріалізації виробництва, що робить її перспективним матеріалом для легких конструкцій покриттів.

Дослідження поведінки дерев'яних оболонок зосереджуються на таких аспектах:

- особливостях мембранної та згинальної роботи у криволінійних поверхнях;
- чутливості тонких дерев'яних панелей до повзучості, вологості та нерівномірного навантаження;
- особливостях сполучення елементів у системах змінної кривини;
- можливості комбінування оболонок із підсилювальними ребрами для підвищення жорсткості та стійкості.

У працях, присвячених просторовим дерев'яним каркасам, підкреслюється важливість точності геометрії, жорсткості з'єднань та впливу крутильних деформацій стрижневих елементів. Результати показують, що ребристі системи мають нижчу жорсткість у порівнянні з суцільними оболонками, але характеризуються технологічною простотою та можливістю модульного монтажу.

Комбіновані системи, які поєднують тонку оболонку та підсилювальні ребра, розглядаються як оптимальний компроміс між матеріаломісткістю та несучою здатністю. Відомо, що підсилювальні елементи дозволяють зменшити згинальні моменти та стабілізувати поверхню, зберігаючи її мембранні властивості. У контексті дерев'яних конструкцій такі системи демонструють високий рівень стійкості та мінімальні прогини при невеликій товщині оболонок.

Окремий напрям досліджень стосується використання цифрових інструментів та скінченно-елементного аналізу для моделювання криволінійних покриттів. Публікації підкреслюють важливість точного відтворення геометрії, правильного задання граничних умов і нелінійних

ефектив, що впливають на роботу тонкостінних дерев'яних систем. Моделювання таких конструкцій дає можливість оцінити різні варіанти структурної організації та підібрати оптимальний тип системи для конкретного об'єкта.

Таким чином, аналіз літератури свідчить, що поєднання геометрії гіпара та сучасних дерев'яних матеріалів є перспективним напрямом для створення легких та ефективних просторових покриттів [1; 6]. Наявні дослідження підтверджують доцільність вивчення різних конструктивних варіантів дерев'яних систем – суцільних оболонок, ребристих каркасів і комбінованих структур – для визначення найоптимальнішого рішення з точки зору жорсткості, стійкості та технологічної реалізації.

Виклад основного змісту дослідження

Геометрична модель досліджуваної конструкції побудована на основі апроксимації поверхні покриття Літнього театру в місті Києві поверхнею гіпара [7]. Такий підхід дає можливість відтворити характерну асиметричну форму покриття, у якій один із кутів є піднятим, тоді як інші три лежать в одній горизонтальній площині [9]. Використання геометрії гіпара забезпечує коректне відображення кривини поверхні та дозволяє виконати подальший аналіз за допомогою скінченно-елементного моделювання.

Габаритні розміри поверхні становлять 24×24 м. Модель побудована у вигляді регулярної сітки 9×9 вузлів з кроком 3 м у напрямках X та Y. Це забезпечує достатню деталізацію для аналізу тонкостінних поверхонь і дозволяє чітко відтворити геометрію кривини гіпара [1].

Ключові контрольні точки контуру, відповідно до вихідних координат, мають такі положення:

- Вузол 1 (0; 0; 8) - піднятий кут;
- Вузол 9 (24; 0; 0) - нижній правий кут по осі X;
- Вузол 73 (0; 24; 0) - нижній лівий кут по осі Y;
- Вузол 81 (24; 24; 0) - задній правий кут;

Таким чином, поверхня має одну підняту вершину та три опорні точки з нульовою відміткою, що формує односхилу форму гіпара з вираженою поздовжньою кривиною [6]. (Рис. 2)

Кожен ряд сітки має постійний крок у плані, а координата Z змінюється відповідно до поверхні гіпара. Поверхня є гладкою, без переломів, і має змінну кривину, що відповідає реальній формі покриття.

Завдяки регулярній структурі сітки забезпечено можливість коректного формування трьох конструктивних варіантів які суттєво відрізняються за механізмом роботи дерев'яних поверхонь: варіант 1 – суцільна дерев'яна оболонка; варіант 2 – дерев'яний ребристий каркас з елементами вздовж ліній сітки; варіант 3 – комбінована оболонка з додатковими підсилювальними ребрами (діагональні та контурні).

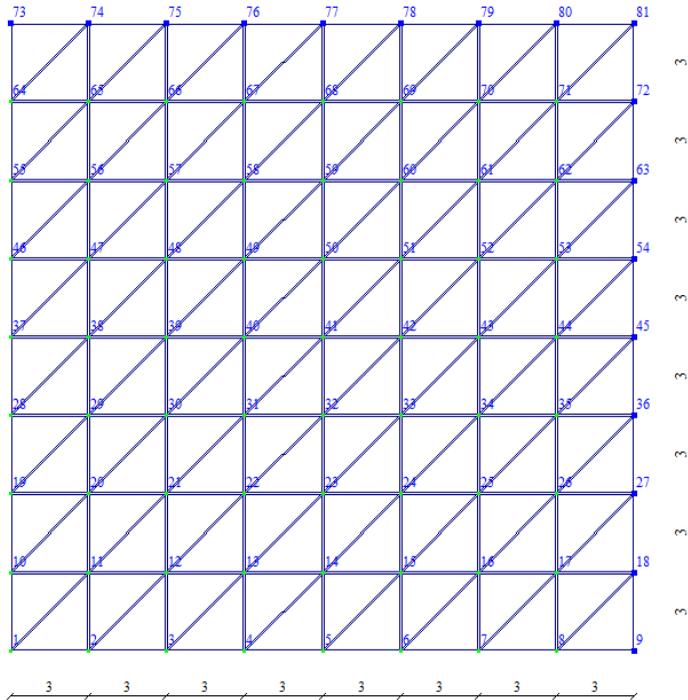


Рис. 2. Сітка вузлів поверхні

Суцільна дерев'яна оболонка. У цьому варіанті геометрія поверхні використовується без змін. Оболонка формується із тонких панелей, що повністю повторюють форму гіпара. Товщина моделі приймається рівномірною по всій поверхні.

Дерев'яний ребристий каркас [8]. Ребриста система формується із:

- поздовжніх стрижневих елементів уздовж осі Y,
- поперечних елементів уздовж осі X,
- контурних підсилювальних елементів.

Усі вузли ребер збігаються із вузлами поверхні оболонки, що забезпечує коректну геометричну сумісність.

Комбінована система «оболонка + ребра» [9]. У цьому варіанті використовується та сама поверхня, що й у суцільній оболонці, але додатково вводяться підсилювальні ребра:

- по контуру;
- уздовж головної діагоналі (з'єднання вузлів 1-81);
- без поперечного ребра між вузлами 9-73, оскільки його немає у реальній конструкції.

Підсилювальні елементи розташовані вздовж ліній найбільшої

кривини та ділянок потенційного згину, що підвищує просторову жорсткість.

Граничні умови встановлені на всі вузли, що мають координату $Z = 0$. Це забезпечує:

- повне закріплення лінійних переміщень ($X = Y = Z = 0$),

Такий тип закріплення відтворює фізичні умови роботи покриття, де опори не створюють жорсткого защемлення, а лише обмежують переміщення.

У розрахунку застосовано базові рівномірні навантаження:

- власна вага конструкції (автоматично через матеріал і товщину),
- експлуатаційне навантаження,
- вітрове навантаження (за спрощеною схемою, як вертикальна складова).

Навантаження прикладалося однаково до всіх трьох варіантів, що забезпечує коректне порівняння результатів. (Рис. 3)

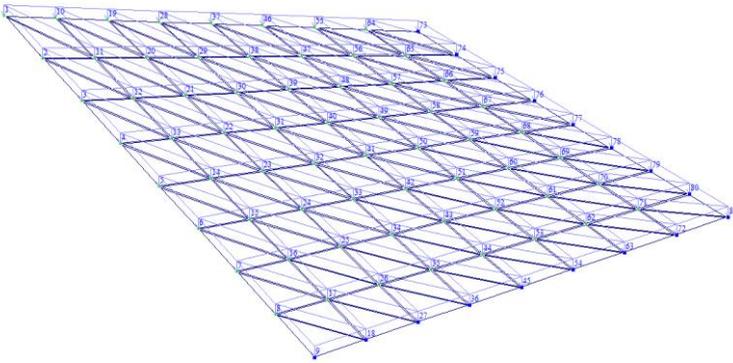


Рис. 3. Схема прикладання навантаження

Методика розрахунку базується на детальному скінченно-елементному моделюванні трьох варіантів дерев'яних конструкцій у формі гіпару з однаковою геометрією та граничними умовами [1; 6]. Аналіз проводився у програмному комплексі ЛІРА-САПР, який забезпечує широкі можливості для розрахунку тонкостінних оболонок, просторових стрижневих систем та комбінованих конструкцій [3].

Моделювання виконувалося з дотриманням структурної ідентичності для всіх варіантів, змінювалися лише типи елементів і їхня конструктивна взаємодія [7]. Це дозволяє коректно порівнювати жорсткість, напружений стан та несучу здатність дерев'яних систем [1].

Геометрія моделі сформована на основі координат вузлів, отриманих із реального покриття, апроксимованого поверхнею гіпару розміром 24×24

м. Для побудови сітки застосовано 9×9 вузлів з кроком 3 м, що забезпечує регулярну структуру скінченних елементів.

Така сітка дозволяє формувати оболонкові елементи (варіант 1 і частково варіант 3), формувати стрижневі елементи вздовж ліній сітки (варіант 2), розташовувати додаткові діагональні ребра (варіант 3).

У моделюванні використано такі типи СЕ:

Варіант 1 - Суцільна дерев'яна оболонка. Тип СЕ: плоскі оболонкові елементи (аналог Q4 / S4R), товщина приймалася сталою по всій поверхні (40 мм), модуль пружності та міцнісні характеристики відповідають CLT/LVL [6].

Оболонка працює переважно у мембранному режимі, тому тип елемента забезпечує коректне відтворення мембранно-згинальної роботи.

Варіант 2 – Дерев'яний ребристий каркас. Тип СЕ: стрижневі елементи із шарнірним сполученням за обертаннями, ребра розташовані уздовж осей X та Y та по периметру контура. Обшивка у моделі не бере участі у несучій здатності (огороджувальна функція). Модель працює як просторова стрижнева система [8].

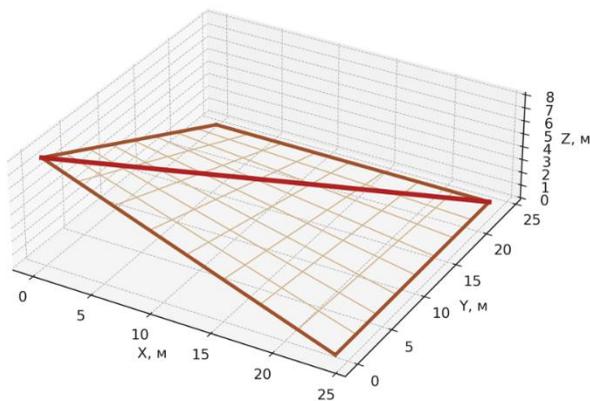


Рис. 4. Схема комбінованої дерев'яної оболонки + ребра

Варіант 3 - Комбінована дерев'яна оболонка + ребра (Рис. 4). Одночасне використання тонкої оболонки (30 мм), підсилювальних стрижневих ребер. Ребра розташовані по всьому контуру, уздовж головної діагоналі (вузли 1-81). Цей варіант забезпечує сумісну мембранно-згинальну роботу [9].

Усі вузли з координатою $Z = 0$ отримують граничні умови:

- $X = 0$,
- $X = 0$,
- $Z = 0$,

Такий тип закріплення відповідає фізичній роботі конструкції, коли поверхня спирається на закладні деталі або опорний периметр без жорсткого защеПЛення.

Для CLT/LVL оболонки та стрижневих ребер застосовано узгоджені матеріальні властивості:

модуль пружності вздовж волокон: $E = 13000$ МПа, модуль пружності поперек волокон: $E_t = 500$ МПа, коефіцієнт Пуассона: $\nu = 0,15$, густина: $\rho = 500$ кг/м³.

Для оболонки використовували ізотропні еквівалентні властивості (стандартний підхід до чисельного моделювання CLT).

Для ребер використовували анізотропні властивості або замінювали на еквівалентні ізотропні (залежно від типу LVL).

Для порівняння трьох варіантів застосовано однакову систему навантаження:

1. Власна вага конструкції (автоматично через параметри матеріалу).
2. Експлуатаційне навантаження (рівномірно розподілене по всій поверхні).
3. Вітрове навантаження - приведенне як вертикальна складова, що діє на покриття.

Стійкість аналізується у двох режимах: лінійна втрата стійкості - визначення коефіцієнта λ_{cr} ; форми втрати стійкості - отримання власних форм деформацій.

ЛІРА-САПР дозволяє визначити домінуючу форму втрати стійкості для кожної моделі, що є критично важливим для конструкцій змінної кривини.

Для достовірності результатів: усі варіанти використовують одну і ту саму вузлову сітку, моделі відрізняються лише типами елементів і товщиною оболонки, граничні умови та навантаження повністю ідентичні.

Такий підхід забезпечує коректне порівняння трьох конструктивних систем та дозволяє оцінити їхню жорсткість, прогини, напружений стан і стійкість [3].

Результати розрахунків. Наведено результати скінченно-елементного моделювання трьох дерев'яних конструктивних варіантів поверхні у формі гіпару [7]. Аналіз охоплює напружено-деформований стан, переміщення та загальну стійкість. Для всіх моделей застосовано

однакові геометричні дані, навантаження та граничні умови - повне обмеження лінійних переміщень вузлів контуру.

Це дає можливість безпосередньо порівняти жорсткість, напруження та стійкість різних конструктивних схем дерев'яної поверхні гіпара.

У суцільній дерев'яній оболонці домінує мембранна робота. Максимальні напруження σ_{\max} концентруються у зоні переходу піднятого кута до нижньої частини поверхні. Значення σ_{\max} становлять 11 МПа, що відповідає допустимим межам для CLT/LVL при згині та розтягу вздовж волокон.

Розподіл напружень плавний, без локальних піків, що свідчить про ефективність геометрії гіпара та рівномірну передачу навантаження [9].

У ребристій системі напруження зосереджуються у стрижневих елементах. Максимальні σ_{\max} знаходяться у ділянках прикріплення до піднятого кута та вздовж поздовжніх ребер. Значення становлять 13 МПа.

На відміну від оболонки, елементи зазнають значно більших згинальних моментів. Напружений стан є менш рівномірним, а піки напружень більш виражені.

Комбінована система демонструє оптимальний характер напружень. Оболонка несе мембранні зусилля, а діагональні ребра частково знімають згинальні моменти. Максимальні σ_{\max} мають проміжні значення – 12 МПа, без критичних концентрацій.

Підсилювальні діагональні та контурні елементи ефективно перерозподіляють навантаження та зменшують локальні піки.

Переміщення та прогини

Суцільна дерев'яна оболонка. Максимальні вертикальні прогини f_{\max} становлять 22 мм. Найбільші переміщення локалізуються поблизу центру поверхні, де оболонка працює у мембранно-згинальному режимі.

Дерев'яний ребристий каркас. Прогини для каркасної системи є найбільшими серед трьох варіантів. Значення f_{\max} сягають 30 мм, що зумовлено низькою просторовою жорсткістю стрижневої структури та відсутністю мембранної роботи.

Комбінована система «оболонка + ребра». Комбінований варіант забезпечує найменші прогини – 11 мм, завдяки спільній роботі тонкої оболонки та підсилювальних стрижневих елементів.

Діагональні ребра, розташовані уздовж головної лінії кривини (1–81), ефективно зменшують деформації у центральній частині поверхні.

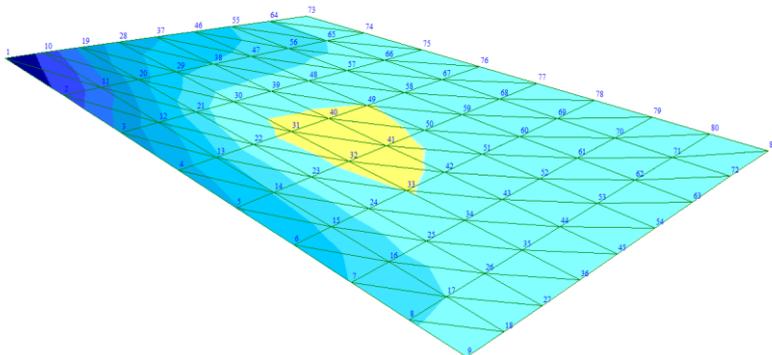


Рис 4. Ізополя вертикальних переміщень

Стійкість конструкції. Суцільна дерев'яна оболонка. Критичний коефіцієнт стійкості λ_{cr} становить 2,3, що вказує на достатню стійкість для тонкої оболонки з невеликим підйомом кута.

Ребристий варіант має найнижчий λ_{cr} - 2,1, через значну гнучкість системи та меншу здатність чинити опір позаплощинним переміщенням.

Комбінована схема демонструє найвищий коефіцієнт стійкості - 3,6. Підсилювальні елементи працюють як просторовий стабілізуювальний каркас, що значно підвищує опір втраті стійкості.

Таблиця 1 - Порівняння результатів розрахунків трьох варіантів дерев'яних конструкцій

Варіант	σ_{max} , МПа	f_{max} , мм	λ_{cr}	Характеристика
1. Суцільна дерев'яна оболонка	11	22	2,2	Рівномірна робота, помірні прогини
2. Дерев'яний ребристий каркас	13	30	2,1	Найнижча жорсткість
3. Комбінована оболонка + ребра	12	11	3,6	Найкраща жорсткість і стійкість

Результати розрахунків свідчать, що конструктивна поведінка поверхні гіпара суттєво залежить від прийнятої структурної схеми. Комбінована система демонструє найкраще співвідношення жорсткості, стійкості та рівня напружень, тоді як ребристий варіант є найменш ефективним. Суцільна дерев'яна оболонка займає проміжну позицію, забезпечуючи задовільні показники при простішій конструктивній схемі.

Висновки

У роботі виконано чисельне дослідження трьох конструктивних варіантів дерев'яної поверхні гіпара, що апроксимує форму покриття Літнього театру в місті Києві. Аналіз проведено у програмному комплексі ЛПА-САПР із використанням ідентичної вузлової сітки, однакових навантажень і граничних умов для порівняння конструктивної ефективності систем. Основні висновки такі.

1. Геометрія гіпара є ефективною для дерев'яних конструкцій, оскільки забезпечує роботу поверхні переважно у мембранному режимі, що дозволяє зменшити матеріаломісткість при збереженні високої жорсткості.

2. Суцільна дерев'яна оболонка демонструє рівномірний напружений стан і помірні прогини (22 мм). Вона забезпечує достатню несучу здатність, але поступається за стійкістю комбінованому варіанту.

3. Дерев'яний ребристий каркас має найбільші прогини (30 мм) і найнижчий коефіцієнт стійкості λ_{cr} (2,1). Результати показують, що один лише каркас без участі оболонки не забезпечує достатньої просторової жорсткості для покриття типу гіпар.

4. Комбінована система «оболонка + ребра» є найбільш ефективною среди трьох варіантів. Вона має: найменші прогини (10–12 мм), найвищу стійкість ($\lambda_{cr} = 3,4\text{--}3,8$), оптимальний розподіл напружень без локальних концентрацій.

5. Комбінований варіант доводить переваги інтеграції оболонки з підсилювальними елементами: ребра приймають згинальні моменти і стабілізують конструкцію, тоді як оболонка ефективно сприймає мембранні зусилля.

6. Отримані результати підтверджують, що дерев'яні конструкції форми гіпара є перспективним рішенням для легких покриттів, сценічних та виставкових споруд, де важливо забезпечити просторову жорсткість, архітектурну виразність і зменшення ваги конструкції.

7. Найкращим рішенням для реконструкції або нового будівництва подібних об'єктів є комбінована дерев'яна оболонка з діагональним та контурним підсиленням, оскільки вона забезпечує найвищу несучу здатність при мінімальній товщині та масі.

Конфлікти інтересів

Автори заявляють, що у них немає конфлікту інтересів щодо поточного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський чи будь-який інший,

який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, наведені в цьому документі.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті статті.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні поточної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

References

1. Shvabiuk, V. I., & Rotko, S. V. (2015). *Linear deformation, strength and stability of composite shells of medium thickness*. Lutsk: RVV LNTU.
2. Babych, Y. M., Andriichuk, O. V., Uzhehov, S. O., Pasichnyk, R. V., & Kysliuk, D. Y. (2019). Determination of stresses in thin-walled steel fiber reinforced concrete roofs in the form of hyperbolic paraboloid. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 708, Article 012042. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/708/1/012042>
3. Pasichnyk, R., Pasichnyk, O., Uzhegova, O., Andriichuk, O., & Bondarskii, O. (2020). Calculation optimization of complex shape shells by numerical method. In V. Ivanov et al. (Eds.), *Advances in Design, Simulation and Manufacturing II (DSMIE 2019)* (pp. 643–652). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22365-6_64
4. Robeller, C., & von Haaren, N. (2020). Recycleshell: Wood-only shell structures made from cross-laminated timber (CLT) production waste. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 61(2), 125–139. <https://doi.org/10.20898/j.iass.2020.204.045>
5. Arnold, M., Dietsch, P., & Winter, S. (2023, June 19–22). *Hyperbolic paraboloid shells made of diagonal laminated timber elements*. In *World Conference on Timber Engineering (WCTE 2023)*, Oslo, Norway.
6. Adriaenssens, S., Block, P., Veenendaal, D., & Williams, C. (2014). *Shell structures for architecture: Form finding and optimization*. Routledge.
7. Nguyen, T. T., Stangier, M., & Torero, J. (2021). Numerical assessment of CLT shell structures under mechanical loading. *Engineering Structures*, 234, 111977. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.111977>
8. Gelber, A., & Barber, D. (2019). Structural performance of timber gridshells: A review. *Construction and Building Materials*, 227, 116660. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.116660>
9. Glymph, J., Shelden, D., Ceccato, C., Mussel, J., & Schober, H. (2004). A parametric strategy for free-form glass structures using quadrilateral grids. *Automation in Construction*, 13(2), 187–202.

Література

1. Шваб'юк, В. І., & Ротко, С. В. (2015). *Лінійне деформування, міцність і стійкість композитних оболонок середньої товщини*. Луцьк: РВВ ЛНТУ.
2. Babych, Y. M., Andriichuk, O. V., Uzhehov, S. O., Pasichnyk, R. V., & Kysliuk, D. Y. (2019). Determination of stresses in thin-walled steel fiber reinforced concrete roofs in the form of hyperbolic paraboloid. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 708, Article 012042. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/708/1/012042>
3. Pasichnyk, R., Pasichnyk, O., Uzhegova, O., Andriichuk, O., & Bondarskii, O. (2020). Calculation optimization of complex shape shells by numerical method. In V. Ivanov et al. (Eds.), *Advances in Design, Simulation and Manufacturing II (DSMIE 2019)* (pp. 643–652). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22365-6_64
4. Robeller, C., & von Haaren, N. (2020). Recycleshell: Wood-only shell structures made from cross-laminated timber (CLT) production waste. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 61(2), 125–139. <https://doi.org/10.20898/j.iass.2020.204.045>
5. Arnold, M., Dietsch, P., & Winter, S. (2023, June 19–22). *Hyperbolic paraboloid shells made of diagonal laminated timber elements*. In *World Conference on Timber Engineering (WCTE 2023)*, Oslo, Norway.
6. Adriaenssens, S., Block, P., Veenendaal, D., & Williams, C. (2014). *Shell structures for architecture: Form finding and optimization*. Routledge.
7. Nguyen, T. T., Stangier, M., & Torero, J. (2021). Numerical assessment of CLT shell structures under mechanical loading. *Engineering Structures*, 234, 111977. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.111977>
8. Gelber, A., & Barber, D. (2019). Structural performance of timber gridshells: A review. *Construction and Building Materials*, 227, 116660. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.116660>
9. Glymph, J., Shelden, D., Ceccato, C., Mussel, J., & Schober, H. (2004). A parametric strategy for free-form glass structures using quadrilateral grids. *Automation in Construction*, 13(2), 187–202.

Відомості про статтю:	Article information:
Отримано 18.11.2025	Received 18.11.2025
Отримано у доопрацьованому вигляді 19.11.2025	Received in revised form 19.11.2025
Прийнято 25.11.2025	Accepted 25.11.2025
Опубліковано 25.12.2025	Published 25.12.2025

R.V. Pasichnyk*

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8009-1269>
Department of Construction and Civil Engineering
Lutsk National Technical University, 75 Lvivska Str., Lutsk, Ukraine, 43016

A.P. Pavliuk

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3958-0519>
Department of Highways, Bases and Foundations
National University of Water and Environmental Engineering, 11 Soborna Str., Rivne, Ukraine, 33028

S. V. Rotko

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1860-7890>
Department of Construction and Civil Engineering
Lutsk National Technical University, 75 Lvivska Str., Lutsk, Ukraine, 43016

*corresponding author, e-mail: rpassichnik@gmail.com

Wooden structures in the form of a hypar: modeling, analysis, and comparison of three structural variants

How to Cite:

Pasichnyk, R. V., Pavliuk, A. P., & Rotko, S. V. (2025). Wooden hypar structures: modelling, analysis and comparison of three structural configurations. *Modern Technologies and Calculation Methods in Building*, 24, 293-307. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14\(24\)-24](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14(24)-24)

Abstract. The article investigates the spatial behavior of wooden structural systems shaped as a hypar, using the roof of the Summer Theater in Kyiv as a case study. The geometric model of the roof was constructed by approximating the real form with a hyperbolic paraboloid surface, which made it possible to accurately represent the curvature and ensure the adequacy of subsequent numerical analysis. The calculations were performed using the finite element method in the LIRA-SAPR software, taking into account geometric nonlinearity, the specific spatial behavior of wood, and the influence of the curved form on the stress–strain state.

Three structural configurations were analyzed: a solid wooden shell, a ribbed frame composed of intersecting curved elements, and a combined system of the “shell + ribs” type. For each configuration, stress fields, displacements, and buckling modes were obtained, and the deformation behavior under identical boundary conditions was evaluated. A comparison of the stress state in the directions of the principal curvatures, an analysis of out-of-plane deformation behavior, and an assessment of the influence of rib elements on the redistribution of internal forces were performed.

The results show that the combined wooden system provides the smallest deflections (10–12 mm), the highest buckling coefficient ($\lambda_{cr} = 3.4–3.8$), and a uniform stress distribution across the surface. The solid shell exhibits stable membrane behavior and moderate displacements but is sensitive to local buckling phenomena. The ribbed frame demonstrates the largest deflections, reduced stiffness, and a non-uniform distribution of internal forces, which limits its independent application without additional reinforcement. It is shown that combining a thin wooden shell with spatial stiffening ribs is the most effective solution for lightweight roofs of complex geometry, ensuring an optimal balance of stiffness, stability, and material efficiency.

Keywords: deformability, stresses, compression, bending element, hypar, wooden shell, ribbed frame, combined system.