

УДК 624.011

Т.Н. Азізов

д.т.н., професор, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9621-9805>

Кафедра Залізобетонних конструкцій та транспортних споруд

Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029

Д.В. Кочкаръов

д.т.н., професор, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4525-7315>

Кафедра Миського будівництва та господарства

Національний університет водного господарства та природокористування, вул. Соборна, 11, Рівне, Україна, 33028

О.Ф. Майстренко*

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2941-4149>

Кафедра Залізобетонних конструкцій та транспортних споруд

Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029

*автор-кореспондент, e-mail: maystrenkoof@gmail.com

Розрахунок багатопанельових панелей з деревини за допомогою теорії складених стрижнів

Цитувати як:

Азізов, Т.Н., Кочкаръов, Д.В., Майстренко, О.Ф. (2025). Розрахунок багатопанельових панелей з деревини за допомогою теорії складених стрижнів. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 24, 5-19. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14\(24\)-01](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14(24)-01)

© 2025, Азізов, Т.Н., Кочкаръов, Д.В., Майстренко, О.Ф.

У статті запропоновано методику розрахунку панелей з поперечно-клеєної деревини за допомогою теорії складених стрижнів і стрижневої апроксимації. Показано, що на відміну від існуючих підходів робота панелі розглядається у двох напрямках, а не як балкова система. Спочатку у кожному напрямку визначаються жорсткісні характеристики панелі з врахуванням зсуву. Потім плита розраховується як ортотропна плита з різними жорсткісними характеристиками у взаємно перпендикулярних напрямках. При цьому такий розрахунок проводиться або як ортотропна суцільна плита, або як перехресно-стрижнева система. Для визначення жорсткісних характеристик у кожному напрямку з врахуванням зсуву дошок поперечного напрямку використано теорію складених стрижнів. Враховуючи граничні умови, система диференціальних рівнянь зведена до системи алгебраїчних рівнянь за допомогою розкладання невідомих і зовнішнього навантаження в ряди Фур'є. Показано, що врахування зсуву поперечних дошок суттєво впливає на кінцевий результат максимальних переміщень в середині прольоту ПКД панелі. Розрахунок за теорією складених стрижнів з пропозиціями застосування рядів Фур'є для рішення системи диференціальних рівнянь дозволяє визначити жорсткісні характеристики у двох взаємно перпендикулярних напрямках ПКД панелі. Показано, що перевага застосування теорії складених стрижнів полягає в тому, що за її допомогою можна розраховувати панелі з будь-

якою кількістю шарів. Крім того, теорія складених стрижнів дозволяє враховувати різні жорсткості у швах між складовими стрижнями, різні товщини дошок у шарах ПКД панелі. У статті показано, що на сьогодні ПКД панелі розраховують за балковою теорією, хоча панель перекриття працює у двох напрямках і її робота відрізняється від балкової. Застосування запропонованої авторами цієї статті стрижневої апроксимації для розрахунку ПКД панелей дозволяє розраховувати їх з врахуванням наявності роботи у двох напрямках. Стрижнева апроксимація дозволяє вирішити проблему правильного моделювання плити і усунення складності врахування різної товщини плити у двох напрямках.

Ключові слова: ПКД панель, роликівий зсув, стрижнева апроксимація, складені стрижні, дерев'яні конструкції, ряд Фур'є.

Вступ

Аналіз літературних джерел та постановка проблеми

Деревина, як будівельний матеріал має багато корисних властивостей: екологічність, незначна вага дерев'яних конструкцій, можливість простої утилізації або подальшої переробки, стійкий опір хімічно-агресивним середовищам, довговічність. Останнім часом створені матеріали, такі як шпоновий брус, панелі з поперечно-клеєної деревини ПКД або CLT. Панелі ПКД складаються з непарної кількості шарів дошок, розташованих у взаємно перпендикулярному напрямку у суміжних шарах, що перетворює їх на суцільну плиту [11] (рис. 1).

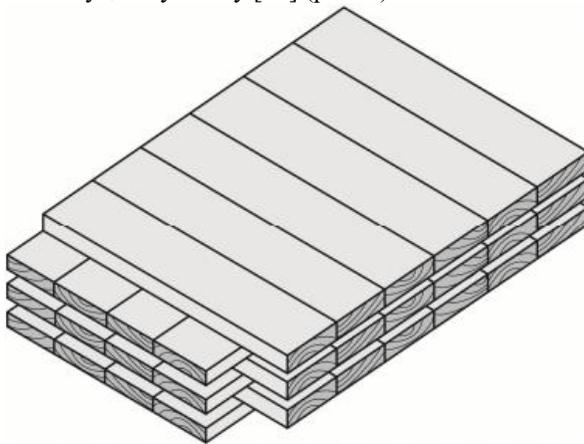


Рис. 1. Схема розташування дошок у панелі з поперечно-клеєної деревини

Завдяки їх перевагам останнім часом в Європі, США будують з таких панелей житлові будівлі, включаючи багатопверхові.

Існуючі методи розрахунку та проектування будівель із ПКД панелей потребують удосконалення та нових розробок для будівництва житлових

будинків.

ПКД панелі використовують і як стінові панелі, і як панелі перекриття. Не зважаючи на те, що ПКД панель перекриття працює у двох напрямках, більшість методів розрахунку розглядають їх як балкові елементи, що не відповідає їх дійсній роботі.

Розрахунок ПКД панелей при згині значно відрізняється від розрахунку балок з клеєної деревини не тільки через взаємно ортогональну структуру дошок, але й через граничні умови, за яких працюють ці панелі [1, 4, 5].

При визначенні напружень у шарах дошок ПКД панелей, які розташовані впоперек напрямку відносно площини або напрямку діючої сили, ними нехтують. По суті, дошки поперечного напрямку відіграють роль шпонок, які з'єднують дошки поздовжнього напрямку.

Існує чимало методів розрахунку міцності ПКД панелей при згині. Кожна з розрахункових моделей базується на певній схемі апроксимації. Найпоширенішими методами розрахунку є Гамма-метод, метод Тимошенка та метод зсувної аналогії [1, 4-6, 11]. Модель Гамма-методу [1, 11] розглядає ПКД панель (рис. 2,а) як балку на піддатливих в'язях (рис. 2,б).

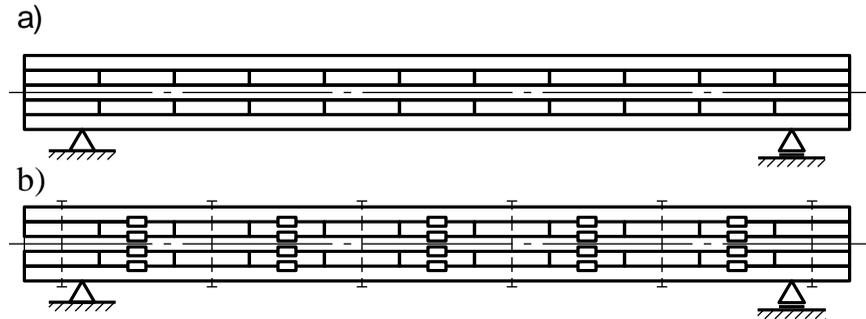


Рис. 2. Розрахункова схема панелі з поперечно-клеєної деревини

У гамма-методі згідно з методикою [6, 11] складені різні рівняння для ПКД панелей як системи балок на піддатливих в'язях. При цьому застосовуються редуційні коефіцієнти для моментів інерції.

Гамма-метод базується на наступних припущеннях [11]:

1. Теорія згину є дійсною для всіх поперечних перерізів.
2. Вплив дотичних напружень на прогин не враховується.
3. Криві відхилення окремих балок передбачаються. Отже, стан деформації можна визначити, змістивши центр ваги повного перерізу ПКД панелі.

4. Поперечний переріз ПКД панелі симетричний щодо одного шару,

який навантажений і призводить до визначення одновісного згину.

5. Поперечні перерізи шарів дошок з'єднані на основі безперервної передачі зсуву з постійною жорсткістю зсуву.

6. Передбачається пружна робота елементів.

7. Тертя у вузлових з'єднаннях не враховується.

Методика, викладена у Єврокодi-5 [7] незначно відрізняється від представлення системи лінійних рівнянь для визначення пружного коефіцієнта γ (величина кожного шару).

На думку автора [11] альтернативним методом для визначення напружень згину та деформативності у ПКД панелі є метод С.П. Тимошенка. В балках Ейлера-Бернуллі застосовується гіпотеза плоских перерізів. Модифікований такому підходу метод або метод Тимошенка передбачає визначення деформації стержня по зсувній моделі, згідно до якої поперечний переріз після деформації залишається плоским та перпендикулярним до осі стрижня, але змінює форму. Теорія стрижня Тимошенка передбачає плоскі перерізи, однак, оскільки поперечні перерізи не можуть залишатися плоскими через зсув, співвідношення між поперечною силою та деформацією зсуву стрижня слід розглядати як наближення. Для того, щоб проаналізувати жорсткість зсуву в теорії стержнів Тимошенка, використовується коефіцієнт корекції зсуву k . Стосовно ПКД панелей, гнучкість до зсуву поперечних шарів є важливим фактором за теорію стрижнів Тимошенка, яка включає деформації зсуву.

Кожна методика має свої переваги та недоліки. Але з точки зору теорії будівельної механіки введення різних коефіцієнтів не є теоретично обґрунтованим.

Панелі ПКД, які мають шари з різним опором зсуву, можуть бути розраховані за теорією складених стрижнів О.Р. Ржаніцина [13], якою за неясних причин чомусь спеціалісти з розрахунку і проектування ПКД панелей нехтували. Теорія складених стрижнів (ТСС) дозволяє розрахувати багатошарову конструкцію без обмеження кількості шарів, їх геометричних і механічних характеристик. Подібний до теорії складених стрижнів метод розробив Р. Szeptynski [8], однак теорія складених стрижнів має більш широкі можливості.

Як було сказано вище, ПКД панель перекриття в реальності працює як плита у двох напрямках. Але всі методики, розглянуті вище, передбачають розрахунок ПКД панелей як балкових елементів. Зважаючи на те, що робочі шари у двох взаємно перпендикулярних напрямках ПКД панелі мають різну кількість шарів, розрахунок таких панелей за теорією тонких плит [9], навіть з врахуванням ортотропності, є проблематичним.

З огляду на вищесказане метою статті є розроблення методики розрахунку ПКД панелей із застосуванням теорії складених стрижнів і

стрижневої апроксимації роботи суцільних плит.

Результати та обговорення

ПКД панель має шари дошок, кожний наступний з яких є перпендикулярним попередньому шару (див. рис. 1). Причому кількість шарів в одному напрямку менша, ніж у перпендикулярному напрямку. Якщо панель є панеллю перекриття, яка обпирається по контуру, то розрахувати її як пластину за теорією плит [9] було б некоректним, оскільки теорія плит передбачає однакову товщину плити в будь-якій точці. Зважаючи на те, що робота шарів дошок, що лежать перпендикулярно до розглядуваного напрямку згину, не враховується, то виходить, що товщина плити в одному напрямку має величину $3t$ (де t – товщина шару дошок), а в перпендикулярному – $2t$. Розглянуті вище методики розрахунку передбачають окремий розрахунок як балки в одному і перпендикулярному напрямках. Але насправді ця конструкція є плитою, яка працює в двох напрямках. Звичайно, можна застосувати теорію розрахунку ортотропних плит. У програмі (наприклад, Ліра-САПР) можна задати різні модулі пружності у взаємно перпендикулярних напрямках, але неможливо задати товщину скінченного елемента плити різною в різних напрямках. Відомо, що циліндрична жорсткість D_x в напрямку осі x , жорсткість D_y в напрямку осі y , жорсткість кручення D_{xy} визначаються за формулами [9]:

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12}; \quad D_y = \frac{E_y h^3}{12}; \quad D_{xy} = \frac{Gh^3}{12} \quad (1)$$

де E_x , E_y – відповідно модулі пружності в одному і перпендикулярному напрямку; G – модуль зсуву; h – товщина пластини.

Модулі пружності E_x та E_y можна підібрати таким чином, щоб величини D_x та D_y відповідали дійсним значенням (якщо вони знайдені, про що буде сказано нижче), і тоді товщина h плити може бути вибрана довільно. Але для величини D_{xy} в будь-якому випадку потрібна товщина плити h . Окрім того, при визначенні D_{xy} в теорії плит передбачається, що модуль зсуву постійний для всіх точок суцільної плити, а в нашому випадку є модуль зсуву при крученні самих дошок і модуль зсуву поперечних дошок при так званому роликовому зсуві, який в рази менший основного модуля зсуву.

Рішенням проблеми може бути застосування стрижневої апроксимації, яка запропонована авторами цієї статті [2, 3, 10], на чому зупинимося нижче. Тут же розглянемо визначення жорсткісних характеристик ПКД панелі у двох напрямках. Для цього застосуємо теорію складених стрижнів (ТСС) [13].

Переріз уздовж одного з напрямків панелі показано на рис. 3.

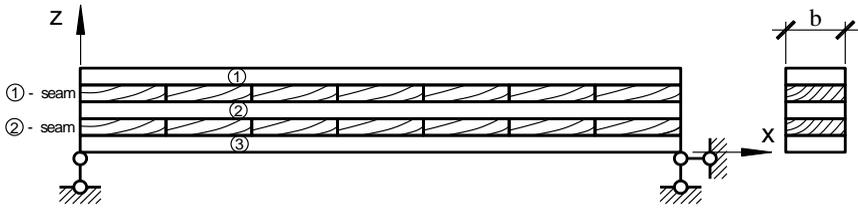


Рис. 3. Схема перерізу панелі з поперечно-клеєної деревини у вигляді складеного стрижня

Така балка шириною b розглядається як складений стрижень із трьох шарів і двох швів. Шари 1, 2 та 3 працюють на згин, а дошки швів відіграють роль в'язей зсуву.

В ТСС розглядається так званий складений стрижень з абсолютно жорсткими поперечними в'язями. Панель ПКД з високим ступенем точності можна віднести до складеного стрижня з абсолютно жорсткими в'язями. Це пов'язано з фактом, що деформацією у вертикальному напрямку на рис. 3 можна знехтувати.

Для визначення дотичних сил T_i у складеному стрижні з абсолютно жорсткими поперечними в'язями (рис. 4) у [13] виведено систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_1''}{\xi_1} - \Delta_{11}T_1 - \Delta_{12}T_2 - \dots - \Delta_{1k}T_k &= \Delta_{10} \\ \frac{T_2''}{\xi_2} - \Delta_{21}T_1 - \Delta_{22}T_2 - \dots - \Delta_{2k}T_k &= \Delta_{20} \\ \dots & \\ \frac{T_k''}{\xi_k} - \Delta_{k1}T_1 - \Delta_{k2}T_2 - \dots - \Delta_{kk}T_k &= \Delta_{k0} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де k – кількість швів; $\Delta_{i,j}$ – геометричні параметри складеного стрижня (для скорочення ці відомі вирази, які наведені у [13] тут не наводимо); $\Delta_{i,0}$ – параметри, які залежать від зовнішнього навантаження і геометричних характеристик; $T_i = T_i(x)$ – сумарні дотичні сили в i -тому шві, які пов'язані з дотичними погонними силами τ_i інтегральною залежністю:

$$T_i(x) = \int_0^x \tau_i dx \quad (3)$$

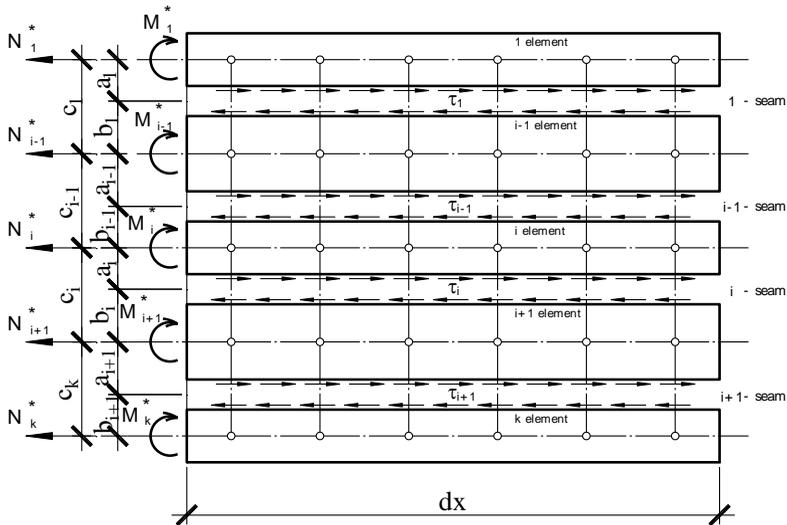


Рис. 4. Схема складеного стрижня з абсолютно жорсткими поперечними в'язями [13]

У рівняннях (2) через ξ позначено коефіцієнт жорсткості в'язей зсуву. В нашому випадку його значення ξ_i для кожного i -того шва буде визначено виразом:

$$\xi_i = \frac{bG_s}{C_i} \quad (4)$$

де G_s – модуль зсуву для шва; C_i – відстань між центрами ваги стрижнів, що розташовані вище і нижче i -того шва (див. рис. 4).

Враховуючи, що в ПКД панелях опір поперечних дошок зсуву має доволі низьке значення, то модуль зсуву G_s слід приймати рівним величині так званого роликового зсуву, який значно менший за модуль зсуву деревини. Так, за даними [11] для ПКД панелі класу міцності CL24 модуль пружності в площині складає $E=11600$ МПа, а опір роликовому зсуву $G_s=65$ МПа, тоді як у розрахунках звичайних дерев'яних конструкцій [7, 12] відношення модуля пружності до модуля зсуву складає приблизно 16, що відповідає значенню 650-700 МПа.

Ця обставина говорить про те, що врахування зсуву у розрахунках такого складеного стрижня є доволі важливою частиною.

Для ПКД панелей граничні умови для дотичних сил $T_i(x)$ мають вигляд:

складеного стрижня; M – сумарний момент складеного стрижня, який складається з моменту від зовнішнього навантаження M_q і моменту від дії всіх дотичних сил $T_i(x)$ в швах:

$$M = M_q - \sum_{i=1}^k T_i C_i \quad (9)$$

Тут C_i – відстані між центрами ваги суміжних з i -тим швом складових стрижнів (див. рис. 4).

Застосування рядів Фур'є для рішення системи рівнянь і тут допомагає без складнощів визначити прогини складеного стрижня. Проінтегрувавши вираз (8) два рази з врахуванням (9) і розкладання (6), отримаємо:

$$y(x) = \frac{1}{\sum EJ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2} \left(a_n - \sum_{i=1}^k b_{n,i} C_i \right) \text{Sin}(\alpha \cdot x); \quad (10)$$

де a_n – коефіцієнти Фур'є розкладання моментів від зовнішніх сил (відомі величини); $b_{n,i}$ – визначені з системи рівнянь (7) коефіцієнти Фур'є для сил $T_i(x)$ в i -тому шві.

Ряд (10) також, як і ряд (6) дуже швидко збігається. Так, для складеної балки з двома швами при трьох непарних членах ряду похибка у величині максимального прогину в середині прольоту складає менше 1%.

На цьому частина задачі, яка стосується визначення зусиль в швах і прогинів складеного стрижня, закінчена.

На відміну від Гамма-методу та інших методів, що наведені вище, застосування теорії складених стрижнів дозволяє розраховувати панелі з будь-якою кількістю шарів. Крім того, теорія складених стрижнів дозволяє враховувати різні жорсткості в швах між складовими стрижнями, різні товщини дошок в шарах ПКД панелі. Це обумовлено тим, що в системі диференціальних рівнянь (2) кожен стрижень (балка) може мати свою товщину та будь-який поперечний переріз. Крім того, кожен шов складеного стрижня може мати свій коефіцієнт жорсткості ξ_i (за формулою 4), що робить застосування теорії складених стрижнів універсальним для розрахунку ПКД панелей. При бажанні уточнення розрахунків можливе корегування формули (4) для визначення коефіцієнта жорсткості шва ξ_i , включивши зсув не тільки поперечних дошок, а й зсув дошок основного напрямку.

Перейдемо тепер до розрахунку ПКД панелі як плити, яка працює у двох напрямках. Вище було показано, що методи розрахунку ПКД панелей розглядають їх як балкові елементи, які працюють в одному напрямку. Насправді панель перекриття працює як плита у двох напрямках, хоча й має різні жорсткості на згин у взаємно перпендикулярних напрямках.

Для рішення цієї задачі слід розглянути одну смугу панелі у напрямку осі X як балку і визначити її згинальну жорсткість. Потім

розглянути смугу у перпендикулярному напрямку (напрямку осі Y) і визначити її згинальну жорсткість. При цьому слід мати на увазі, що, наприклад, панель, яка показана на рис. 3, у напрямку осі X буде мати три стрижні і два шви, а у напрямку осі Y – два стрижні і один шов.

Для розрахунку панелі як плити, обертої по контуру, зручно застосувати методіку авторів цієї статті [2, 3, 10] у вигляді стрижневої апроксимації. При цьому замість суцільної плити розглядається перехресно-балкова система.

Як було показано в [2, 3, 10] для моделювання ортотропної плити ширина апроксимуючих балок приймається рівною кроку балок в даному напрямку. Модуль пружності балок приймається за виразом:

$$E_b = \frac{E}{1 - \mu^2} \quad (11)$$

де E_b , E – відповідно модуль пружності апроксимуючої балки і плити; μ – коефіцієнт Пуассона. Згинальна жорсткість балок $EJ = E_b \cdot J$, де J – момент інерції поперечного перерізу балки. Крім того, як було показано в [2, 3, 10], крутильна жорсткість апроксимуючих балок GJ повинна прийматись рівною їх згинальній жорсткості, тобто $GJ = EJ$.

Порядок розрахунку ПКД панелі наступний.

1. Приймаємо певний крок апроксимуючих балок одного і другого напрямку. Наприклад, у напрямку осі x крок a ; у напрямку осі y – крок b . Чим більша кількість кроків, тим точніший розрахунок. Однак цілком достатньо прийняти 20 кроків балок.

2. Розраховуємо за наведеною вище методикою складені стрижні одного та перпендикулярного напрямку на задане навантаження із заданими характеристиками ПКД панелі.

3. Визначаємо максимальний прогин у середині прольоту для складеного стрижня кожного напрямку $f_{x,\max}$; $f_{y,\max}$.

4. Визначаємо еквівалентні жорсткості у двох напрямках умовно суцільної балки з відомого виразу опору матеріалів (при рівномірному зовнішньому навантаженні q):

$$EJ_{x,ekv} = \frac{5ql^4}{385f_{x,\max}}; \quad EJ_{y,ekv} = \frac{5ql^4}{385f_{y,\max}} \quad ((12))$$

5. Враховуючи вираз (11), зменшуємо $EJ_{x,ekv}$ та $EJ_{y,ekv}$ множенням на коефіцієнт $k_\mu = 1/(1-\mu^2)$ і отримуємо розрахункові значення жорсткостей балок вздовж осей X та Y :

$$EJ_x = EJ_{x,ekv} k_\mu; \quad EJ_y = EJ_{y,ekv} k_\mu \quad (13)$$

6. Складаємо розрахункову перехресно-балкову систему, враховуючи, що у напрямках осей X та Y балки мають різні жорсткості EJ_x та EJ_y за (13) і розраховуємо її або за методикою [2, 10], або із застосуванням

будь-якого програмного комплексу.

7. За методикою [10] переходимо від моментів у балках до моментів у плиті.

8. Перевіряємо умови міцності нормальних перерізів, умови граничних прогинів тощо.

Розрахунок складених балок у одному та перпендикулярному напрямку за описаною вище методикою дозволяє врахувати зсув дошок поперечного напрямку, чим суттєво уточнюються результати.

Після визначення $EJ_{x,ekv}$, $EJ_{y,ekv}$ за формулами (12) можна також розрахувати ПКД панель з використанням програмного комплексу із застосуванням теорії ортотропних плит. Для цього слід прийняти певну товщину плити, а потім модулі пружності E_x , E_y у взаємно перпендикулярних напрямках прийняти:

$$E_x = \frac{EJ_{x,ekv}}{J}; \quad E_y = \frac{EJ_{y,ekv}}{J} \quad (14)$$

де J – момент інерції одиничної ширини плити з однаковою товщиною h плити в обох напрямках. Це дозволить з одного боку використати існуючі програмні комплекси, а з іншого боку – врахувати різну кількість шарів дошок у взаємно перпендикулярних напрямках з одночасним врахуванням зсуву дошок, перпендикулярних до напрямку, що розглядається.

Розглянемо приклад. Нехай ми розраховуємо смугу шириною 15 см в напрямку осі X (за рис. 3) для ПКД п'ятишарової панелі. Нехай прольот панелі 3 м, товщина дошок 3 см. У напрямку осі X маємо складену балку із трьох шарів із двома швами (див. рис. 3).

Механічні характеристики деревини: модуль пружності $E=11600$ МПа, модуль зсуву при роликівому зсуві $G_s=65$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0.25$. Враховуючи, що розрахунок дерев'яних конструкцій практично за всіма нормативними документами проводиться у пружній стадії, для аналізу впливу зсуву неважливе значення зовнішнього навантаження. Тому в прикладі приймемо, що навантаження на ПКД панель складає 5 КПа. Тоді погонне навантаження на смугу шириною 0.15 м буде складати $q=750$ Н/м.

В результаті розрахунку за наведеною вище методикою отримані такі дані: максимальний прогин в середині прольоту $f_{x,max}=2.38$ мм; $EJ_{x,ekv}=332.6$ кН·м². Якщо б ми розраховали смугу панелі як суцільну балку, то жорсткість EJ склала б 489 кН·м², що в 1.47 раза більше. Тобто реальна згинальна жорсткість такої балки з врахуванням зсуву поперечних дошок на 47% менша, відповідно і максимальний прогин в середині прольоту більший на 47%.

Тепер розрахуємо таку ж смугу шириною 15 см в перпендикулярному напрямку. В цьому напрямку (див. рис. 3) ми маємо два

шари дошок з одним швом. В результаті розрахунку отримано: $f_{y,max}=8.38$ мм; $EJ_{y,ekv}=94.4$ кН·м². Якщо б ми розрахували смугу панелі як суцільну балку, то жорсткість EJ складала б 106 кН·м², що в 1.12 раза більше.

Тепер для розрахунку плити створюємо перехресно-балкову систему, де жорсткість балок за формулами (13) у напрямку осі X дорівнює $EJ_x=332.6/(1-0.25^2)=354.8$ кН·м²; у напрямку осі Y дорівнює $EJ_y=94.4/(1-0.25^2)=100.7$ кН·м². Крутильні жорсткості балок згідно з методикою авторів цієї статті [2, 3, 10] слід прийняти рівними їх згинальній жорсткості, тобто $GJ_x=EJ_x$; $GJ_y=EJ_y$.

В результаті розрахунку цієї системи у програмі Ліра-САПР отримуємо максимальний прогин панелі в середині прольоту $f_{max}=1.168$ мм. Розрахунок тієї ж системи (в припущенні суцільного перерізу) з жорсткостями (див. вище): $EJ_x=489$ кН·м²; $EJ_y=106$ кН·м², дає значення $f_{max}=0.899$ мм, що на 30% менше. Наведений приклад показує важливість врахування зсуву поперечних дошок.

Висновки

Врахування зсуву поперечних дошок суттєво впливає на кінцевий результат максимальних переміщень у середині прольоту ПКД панелі. У різні часи вчені різних країн застосовували різні методи для розрахунку таких панелей. Розрахунок за теорією складених стрижнів із пропозиціями застосування рядів Фур'є для рішення системи диференціальних рівнянь дозволяє визначити жорсткісні характеристики у двох взаємно перпендикулярних напрямках ПКД панелі.

Перевага застосування теорії складених стрижнів у тому, що за її допомогою можна розраховувати панелі з будь-якою кількістю шарів. Крім того, теорія складених стрижнів дозволяє враховувати різні жорсткості у швах між складовими стрижнями, різні товщини дошок у шарах ПКД панелі.

Ми показали, що на сьогодні ПКД панелі розраховують за балковою теорією, хоча панель перекриття працює у двох напрямках і її робота відрізняється від балкової. Застосування запропонованої авторами цієї статті стрижневої апроксимації для розрахунку ПКД панелей дозволяє розраховувати їх з врахуванням наявності роботи у двох напрямках. Стрижнева апроксимація дозволяє вирішити проблему правильного моделювання плити і усунення складності врахування різної товщини плити у двох напрямках.

Конфлікти інтересів

Автори заявляють, що у них немає конфлікту інтересів щодо поточного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський чи будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, наведені в цьому документі.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті статті.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні поточної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

References

1. Aicher S. (1987). Bemessung biegebeanspruchter Sandwichbalken mit dem modifizierten γ -Verfahren In: Bautechnik, 03, 79-86.
2. Azizov T. (2022). Determination of Bending and Torque moments in Orthotropic Plate as in a Crossbeam System, Sciences of Europe, 1 87, 61-63.
3. Azizov T., Kochkarev D. (2023). Limits of Using the Theory of Plates in the Calculation of Reinforced Concrete Slabs, Sciences of Europe, 111, 28-32.
4. Blass H., Fellmoser P. (2004). Design of solid wood panels with cross layers. Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering (Lahti, Finland), 1001-1006.
5. Blass H.J., Görlacher R. (2000). Rolling shear in structural bonded timber elements. Proc. Int. Conf. on Wood and Wood fiber Composites. Stuttgart, Germany, 327-337.
6. Moosbrugger T., Neumüller F. (2017). Neumüller A., Schwinden und Quellen von orthogonal verklebten Holzprodukten – Teil 1: Globales Schwindverhalten von Blockbohlen und Brettsperthölzern. In: Holztechnologie, 58, 5, IHD, Dresden.
7. EN 1995-1-1:2008: Eurocode 5: (2008). Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings, European Committee for Standardization CEN, Bruxelles, Belgium.
8. Szeptynski P. (2022). Closed-form analytical solution to the problem of bending of a multilayer composite beam – Derivation and verification, Composite Structures. 291, 115611.
9. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger. (1959). Theory of Plates and Shells. New York Toronto London, 635.
10. Azizov T.N., Kovrov A.V., Pereiras R. (2024). Do pytannia skincheno-elementnoho modeliuвання pry rozrakhunku zalizobetonnykh plyt. Resursoekonomni materialy, konstruksii, budivli ta sporudy.– Rivne: Nats. un-t vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannya, 45, 85-95.
11. Bidakov A.M. (2020). Metodolohiia rozrakhunku panelei z poperechnoi kleienoi derevyny ta yikh vuzliv. Dis. dokt.tekhn. nauk. Kharkiv, 349.
12. DBN V.2.6-161:2017. (2017). Dereviani konstruksii. Osnovni polozhennia. Kyiv, 111.
13. Rzhanitsyn A.R. (1986). Sostavnyie sterzhni i plastinki, 315.

Література

1. Aicher S. (1987). Bemessung biegebeanspruchter Sandwichbalken mit dem modifizierten γ -Verfahren In: Bautechnik, 03, 79-86.
2. Azizov T. (2022). Determination of Bending and Torque moments in Orthotropic Plate

as in a Crossbeam System, Sciences of Europe, 1 87, 61-63.

3. Azizov T., Kochkarev D. (2023). Limits of Using the Theory of Plates in the Calculation of Reinforced Concrete Slabs, Sciences of Europe, 111, 28-32.

4. Blass H., Fellmoser P. (2004). Design of solid wood panels with cross layers. Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering (Lahti, Finland), 1001-1006.

5. Blass H.J., Görlacher R. (2000). Rolling shear in structural bonded timber elements. Proc. Int. Conf. on Wood and Wood fiber Composites. Stuttgart, Germany, 327-337.

6. Moosbrugger T., Neumüller F., Neumüller A. (2017). Schwinden und Quellen von orthogonal verklebten Holzprodukten – Teil 1: Globales Schwindverhalten von Blockbohlen und Brettsperrhölzern. In: Holztechnologie, 58, 5, IHD, Dresden.

7. EN 1995-1-1:2008; Eurocode 5: (2008). Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings, European Committee for Standardization CEN, Bruxelles, Belgium.

8. Szeptynski P. (2022). Closed-form analytical solution to the problem of bending of a multilayer composite beam – Derivation and verification, Composite Structures. 291, 115611.

9. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger (1959). Theory of Plates and Shells. New York Toronto London, 635.

10. Азізов Т.Н., Ковров А.В., Перейрас Р. (2024). До питання скінчено-елементного моделювання при розрахунку залізобетонних плит. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне: Нац. ун-т водного господарства і природокористування, 45, 85-95.

11. Бідаков А.М. (2020). Методологія розрахунку панелей з поперечної клеєної деревини та їх вузлів. Дис. докт. техн. наук. Харків, 349.

12. ДБН В.2.6-161:2017. (2017). Дерев'яні конструкції. Основні положення. Київ, 111.

13. Ржаніцин О.Р. (1986). Складені стрижні і пластинки, 315.

Відомості про статтю:	Article information:
Отримано 05.11.2025	Received 05.11.2025
Отримано у доопрацьованому вигляді 17.11.2025	Received in revised form 17.11.2025
Прийнято 24.11.2025	Accepted 24.11.2025
Опубліковано 25.12.2025	Published 25.12.2025

T.N. Azizov

Doctor of Engineering, Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9621-9805>

Department of Reinforced Concrete Structures and Transport Facilities

Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Didrichson St., 4, Odesa, Ukraine, 65029

D.V. Kochkarev

Doctor of Engineering, Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4525-7315>

Department of Urban Construction and Economy

National University of Water and Environmental Engineering, Soborna str., 11, Rivne, Ukraine, 33028

O. F. Maistrenko*

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2941-4149>

Department of Reinforced Concrete Structures and Transport Facilities

Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Didrichson St., 4, Odesa, Ukraine, 65029

*corresponding author, e-mail: maystrenkoof@gmail.com

Calculation of multilayer wood panels using the theory of composite rods

How to Cite:

Azizov, T. N., Kochkarev, D.V., Maistrenko, O. F. (2025). Calculation of multilayer wood panels using the theory of composite rods. *Modern technologies and methods of calculations in construction*, 24, 5-19. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14\(24\)-01](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-14(24)-01)

Abstract. The article proposes a method for calculating CLT panels using the theory of composite rods and rod approximation. It is shown that, unlike existing approaches, the panel operation is considered in two directions, and not as a beam system. First, the stiffness characteristics of the panel are determined in each direction, taking into account the shear. Then the plate is calculated as an orthotropic plate with different stiffness characteristics in mutually perpendicular directions. In this case, such a calculation is performed either as an orthotropic solid plate or as a cross-rod system. The theory of composite rods was used to determine the stiffness characteristics in each direction, taking into account the shear of the boards in the transverse direction. Taking into account the boundary conditions, the system of differential equations is reduced to a system of algebraic equations by expanding the unknowns and the external load into Fourier series. It is shown that taking into account the shear of the transverse boards significantly affects the final result of the maximum displacements in the middle of the span of the CLT panel. Calculation according to the theory of composite rods with proposals for the use of Fourier series for solving a system of differential equations allows us to determine the stiffness characteristics in two mutually perpendicular directions of the CLT panel. It is shown that the advantage of using the theory of composite rods is that it can be used to calculate panels with any number of layers. In addition, the theory of composite rods allows us to take into account different stiffnesses in the joints between the composite rods, different thicknesses of boards in the layers of the CLT panel. The article shows that today CLT panels are calculated according to the beam theory, although the floor panel works in two directions and its work differs from the beam one. The use of the rod approximation proposed by the authors of this article for calculating the CLT panels allows us to calculate them taking into account the work in two directions. The rod approximation allows solving the problem of correct modeling of the slab and eliminating the complexity of taking into account the different thickness of the slab in two directions.

Keywords: CLT panel, roller shear, rod approximation, composite rods, wooden structures, Fourier series.