

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО  
СТАНУ ТРИШАРОВОЇ СКЛАДЕНОЇ ОБОЛОНКИ**

**SIMULATION AND RESEARCH OF THERMO ELASTIC STATE OF A  
THREE-LAYER COMPOUND SHELL**

**Бондарський О.Г., к.т.н., доц., Ужегова О.А., к.т.н., доц. (Луцький національний технічний університет)**

**Bondarskyi O.G., Ph.D. in Engineering, associate professor, Uzhehova O.A., PhD in Engineering, Associate Professor (Lutsk National Technical University)**

*Отримані результати розрахунків за класичною та уточненою теоріями для оболонкової системи при різних граничних умовах.*

*The emergence and development of cities were accompanied by Technical progress in the fields of construction, architecture, and urban planning encouraging architects, designers, and other engineering specialists to use new, modern, and effective materials and structures in their activities. It is important to solve the problem of creating structures from elements that have low material consumption, the required indicators of strength, reliability, durability, and high manufacturability. The solution to this problem lies in the improvement of general structural schemes of buildings and their calculation methods, in the development of effective structural elements, and the use of new, including high-strength, materials. Such modern constructions include multi-layer shells and plates made of composite materials. A peculiarity of the calculation of multilayer structures from composite materials is that the assumptions about the straight normal and plane sections and the classical theory built based on these hypotheses cannot be applied, because it leads to significant errors in the results. In this article, the finite-shear model of shell theory is used in the calculation of thin-walled multilayer structures in combination with modern numerical methods. The purpose of this article is to simulate the operation of multilayer shells and plates that work under the influence of force and temperature influences. The effect of transverse shear deformation on the thermoelastic equilibrium of the shell system "cylinder-cone" is investigated.*

*Some peculiarities in the work of the multilayer structure were revealed by comparing the solutions obtained according to the refined model and within the framework of the Kirchhoff-Leav hypotheses. The shell was calculated with different options for fixing the ends:*

- 1) articulated-movable support at  $x=0$  and clamping at  $x=L$ ;*
- 2) a free edge at  $x=0$  and pinching at  $x=L$ ;*
- 3) articulated-moving support at  $x=0$  and articulated-fixed at  $x=L$ ;*
- 4) clamping at  $x=0$  and  $x=L$ ;*
- 5) hinged and stationary support at  $x=0$  and clamping at  $x=L$ ;*

б) *hinged-fixed support with an absolutely rigid out-of-plane diaphragm at the end at  $x=0$  and  $x=L$ .*

*Ключові слова: багатошарові оболонки і пластини, кінцево-зсувна модель теорії оболонок.*

*Keywords: multilayer shells and plates, finite-displacement model of shell theory.*

**Вступ.** Технічний прогрес в галузях будівництва, архітектури та містобудування спонукає архітекторів, конструкторів та інших фахівців інженерного спрямування до застосування в своїй діяльності нових, сучасних та ефективних матеріалів та конструкцій. Важливим є розв'язок задачі створення споруд із елементів, які володіють низькою матеріалоемністю, потрібними показниками міцності, надійності, довговічності та високою технологічністю. Розв'язок такої задачі полягає в удосконаленні загальних конструкційних схем споруд і методів їх розрахунку, в розробці ефективних елементів конструкцій і застосування нових, в тому числі і високоміцних матеріалів. Такими сучасними конструкціями слугують багатошарові оболонки і пластини, які виготовлені із композиційних матеріалів.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій. Постановка проблеми**

Особливістю розрахунку багатошарових конструкцій із композитних матеріалів є те, що припущення щодо прямих нормалей та плоских перерізів і побудована на основі цих гіпотез класична теорія не може бути застосована, адже приводить до суттєвих похибок у результатах.

Для розрахунку таких конструкцій поряд з тривимірними розв'язками [1] широко використовують наближені двовимірні теорії які враховують анізотропію властивостей, низьку зсувну жорсткість та істотну залежність термомеханічних характеристик від температури нагріву [2]. Такі уточнені теорії відрізняються між собою різною точністю і областями застосування [3].

Дослідження термонапруженого стану багатошарових ортотропних оболонок і пластин може бути виконано за допомогою підходу [4], який ґрунтується на розв'язку рівнянь теорії пружності. Але такий підхід можливий тільки для оболонок канонічної форми і при певних граничних умовах.

В даній статті при розрахунку тонкостінних багатошарових конструкцій використовується кінцево-зсувна модель теорії оболонок [3,5,6] в поєднанні з сучасними числовими методами.

**Мета** цієї статті полягає у моделюванні роботи багатошарових оболонок і пластин, які працюють під дією силових і температурних

впливів. Досліджується вплив деформації поперечного зсуву на термопружну рівновагу оболонкової системи "циліндр-конус".

**Основна частина.** Розглядається складена оболонка, яка уявляє собою сукупність циліндричної і конічної оболонок обертання, які працюють як одне ціле (рис.1)

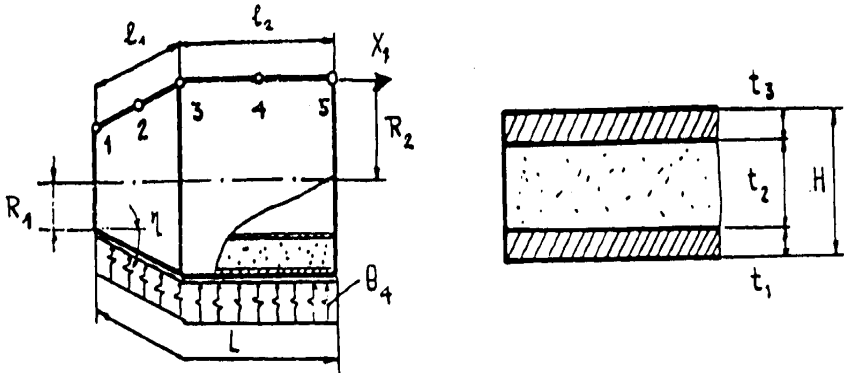


Рис 1. Конструктивна схема оболонки

Оболонка знаходиться в умовах конвективного теплообміну з оточуючим середовищем, температура якого задана виразами:

$$\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3 = 20^\circ\text{C}; \Theta_4 = 100^\circ\text{C}.$$

До зовнішньої поверхні оболонки прикладений тиск  $q=0,03$  МПа. Геометричні розміри оболонки наступні: довжина конічної частини  $L_1=0,24$  м, циліндричної –  $L_2=0,19$  м; початковий радіус конічної частини  $R_1=0,1$  м, циліндричної –  $0,2$  м; товщина несучих шарів  $t_1 = t_2=t_H=0,001$  м, заповнювача –  $t_2=t_{ЗАП}=0,012$  м. Коефіцієнти тепловіддачі з нижньої, верхньої і торцевих поверхонь відповідно рівні  $a_3=a_4=1500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К),  $a_1=a_2=200$  Вт/(м<sup>2</sup>·К). Матеріал шарів володіє такими характеристиками: модулі пружності  $E_H=7 \cdot 10^4$  МПа,  $E_{ЗАП}=70$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu_H=0,3$ ;  $\nu_{ЗАП}=0,1$ ; коефіцієнти теплопровідності  $\lambda_H=100$  Вт/(м·К),  $\lambda_{ЗАП}=100$  Вт/(м·К); коефіцієнти лінійного теплового розширення  $\alpha_H=0,238 \cdot 10^{-4}$  1/К,  $\alpha_{ЗАП}=0$ .

Оболонка розраховувалася при різних варіантах закріплення торців:

- 1) шарнірно-рухоме спирання при  $x=0$  і защемлення при  $x=L$ ;
- 2) вільний край при  $x=0$  і защемлення при  $x=L$ ;

- 3) шарнірно-рухоме спирання при  $x=0$  і шарнірно-нерухоме при  $x=L$ ;
- 4) защемлення при  $x=0$  і  $x=L$ ;
- 5) шарнірно-нерухоме спирання при  $x=0$  і защемлення при  $x=L$ ;
- 6) шарнірно-нерухоме спирання з абсолютно жорсткою із своєї площини діафрагмою на торці при  $x=0$  і  $x=L$ .

Виявимо деякі особливості в роботі багатошарової конструкції шляхом порівняння розв'язків, які отримані за уточненою моделлю [6] і в рамках гіпотез Кірхгофа-Лява. Розрахунки проводилися для тонкої оболонки. Результати розв'язку задачі при різних граничних умовах наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Результати розрахунку оболонки

Величини, що порівнюю ться	$x = \frac{L_1}{2}$		$x = L_1$		$x = L_1 + \frac{3}{4}L_2$	
	Класич.	Уточн.	Класич.	Уточн.	Класич.	Уточн.
1	2	3	4	5	6	7
1) шарнірно-рухоме спирання ( $x = 0$ ) і защемлення ( $x = L$ )						
$u_z \cdot 10^4$	2,26	2,29	2,93	2,75	2,31	3,02
$\sigma_{11}^-$	97,5	91,0	103	118	72,9	94,3
$\sigma_{11}^+$	-94,8	-88,7	-97,9	-113	-67,9	-89,2
$\sigma_{22}^-$	102	102	99,9	98,3	69,5	101
$\sigma_{22}^+$	-89,2	-82,3	-93,6	-104	-106	-87,7
3) шарнірне спирання торців						
$u_z \cdot 10^4$	2,26	2,29	2,92	2,76	3,58	3,53
$\sigma_{11}^-$	97,6	90,7	102	112	68,8	53,8
$\sigma_{11}^+$	-94,8	-88,4	-97,4	-119	-63,6	-48,8
$\sigma_{22}^-$	102	102	99,6	98,2	113	99,4
$\sigma_{22}^+$	-89,6	-86,6	-93,5	-103	-60,3	-64,7

4) защемлення торців						
$u_z \cdot 10^4$	2,70	2,62	5,31	6,82	2,59	3,33
$\sigma_{11}^-$	26,2	41,65	-23,9	-16,5	20,6	56,6
$\sigma_{11}^+$	-166	-150	-67,9	-95,1	-112	-127
$\sigma_{22}^-$	101	102	145	156	63,7	100
$\sigma_{22}^+$	-90,5	-89,6	-13,7	-10,1	-109	-88,8

Як видно із наведених результатів, переміщення і напруження отримані за класичною і уточненою теоріями для першого типу граничних умов близькі між собою. Виняток становлять напруження поруч защемленого торця оболонки, де розбіжність у результатах досягає 50%. Для шарнірно-спертої оболонки (третій тип граничних умов) характерний близький збіг результатів у всіх перерізах. У випадку защемлення торців розв'язок в рамках гіпотез Кірхгофа-Лява суттєво відрізняється від уточненого в зоні з'єднання циліндричної і кінцевої частин оболонки, а також в зоні торця. Результати розрахунку для другого, п'ятого і шостого типів граничних умов якісно відповідають розв'язкам, які наведені в таблиці 1 для першого, третього і четвертого варіантів спірання торців оболонки.

### References

1. Hryhorenko Ya.M., Vasylenko A.T., Pankratova N.D. Do rozv'iazku napruzhenoho stanu товстостінних неоднорідних оболонок. – Прикл. механіка, 1974, Т.10, №5, С. 86-93.
2. Bondarskyi O.H., Babkov O.V. Vplyv termochutlyvosti materialu шарів на napruzhenno-deformovanyi stan bahatosharovykh оболонок і пластин // Сучасні технології та методи розрахунків в будівництві: Зб. наук. пр. – Луцьк: Луцький НТУ, 2021. Вип. 16. С. 20-25.
3. Rasskazov O.O., Sokolovska I.I., Shulha M.A. Teoriia i rozrakhunok шаруватих ортотропних пластин і оболонок. Київ: Вушча школа. 1986. 191 с.
4. Hryhorenko Ya.M., Vasylenko A.T., Pankratova N.D. Statyka anizotropnykh тонкостінних оболонок. Київ: Вушча школа. 1985. 189 с.
5. Bondarskyi O.H., Babkov O.V., Kosenko V.I. Metodyka chyselnoho rozv'iazannia kraiovykh zadach statyky system bahatosharovoi struktury. // Mizhvuzivskyi zbirnyk "Naukovi notatky". Vypusk №33. 2011. С. 50–52.

6. Pankratova N.D., Rasskazov O.O., Bondar O.H., Bondarskyi O.H. Do rozv'язku termopapruzhenoho stanu piddatlyvykh na zsuв bahatosharovykh ortotropnykh obolonok i plastyn // Prykl. mekhanika, 1987. T.23, № 7. S. 55-61.

### **Список використаної літератури**

1. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. До розв'язку напруженого стану товстостінних неоднорідних оболонок. – Прикл. механіка, 1974, Т.10, №5, С. 86-93.

2. Бондарський О.Г., Бабков О.В. Вплив термочутливості матеріалу шарів на напружено-деформований стан багат шарових оболонок і пластин // Сучасні технології та методи розрахунків в будівництві: Зб. наук. праць – Луцьк: Луцький НТУ, 2021. Вип. 16. С. 20-25.

3. Рассказов О.О., Соколовська І.І., Шульга М.А. Теорія і розрахунок шаруватих ортотропних пластин і оболонок. Київ: Вища школа. 1986. 191 с.

4. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. Статика анізотропних тонкостінних оболонок. Київ: Вища школа. 1985. 189 с.

5. Бондарський О.Г, Бабков О.В., Косенко В.І. Методика чисельного розв'язання крайових задач статки систем багат шарової структури. // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки". Випуск №33. 2011. С. 50–52.

6. Панкратова Н.Д., Рассказов О.О., Бондар О.Г., Бондарський О.Г. До розв'язку термонапруженого стану піддатливих на зсув багат шарових ортотропних оболонок і пластин // Прикл. механіка, 1987. Т.23, № 7. С. 55-61.