

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ
ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ ТА НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ
НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНИХ
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК**

**STATISTICAL MODELS FOR PREDICTING THE RELIABILITY AND
BEARING CAPACITY OF NORMAL SECTIONS OF PRESTRESSED
REINFORCED CONCRETE BEAMS**

**Агасєва О.А., к.т.н., доц., Сьоміна Ю.А., к.т.н., доц.,
Постернак О.О., к.т.н., доц. (Одеська державна академія будівництва
та архітектури, Одеса)**

**Ahaieva O.A., Ph.D. in Engineering, Associate Professor,
Somina Yu.A., Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Posternak O.O.,
Ph.D. in Engineering, Associate Professor (Odesa State Academy of Civil
Engineering and Architecture, Odesa)**

Розроблені адекватні експериментально-статистичні моделі, які дозволяють достовірно визначати розрахункову надійність та несучу здатність нормальних перерізів попередньо напружених залізобетонних конструкцій для різних поєднань вихідних конструктивних чинників. Одночасно досліджені значення характеристик надійності та несучої здатності вказаних конструкцій в залежності від використаних в них класу бетону, класу арматури та коефіцієнту армування.

Effective regulation of the material consumption of buildings and structures and their safe operation are possible only with a precise assessment of the reliability and bearing capacity indices of building elements.

Ukrainian and European standards allow the design of prestressed reinforced concrete beams with a sufficient level of bearing capacity, confirmed by many years of engineering practice. However, the actual reliability level of such elements at the design stage is unknown. In some cases, it turns out to be overestimated and causes an overrun of materials. Also, it can be, on the contrary, insufficient, which leads to additional costs for eliminating the consequences of failures during operation. The main problem in using the reliability theory for the design of reinforced concrete structures is the need to accumulate a large amount of statistical data and the complexity of computational work. Therefore, it is necessary to develop a simpler reliability assessment apparatus for practical use.

The authors of the article carried out a large number of numerical experiments. As a result of these experiments, adequate statistical models of the design reliability and bearing capacity of normal sections of prestressed reinforced concrete rectangular

beams have been obtained. The main advantage of these models is that they allow the designer to explore both the direction of the change in the bearing capacity and the reliability index with the change in the initial design factors - the concrete class, the class of bar reinforcement, the class of wire reinforcement, and the reinforcement ratio.

It has been established that the influence of specified design factors on the design reliability indices and the design bearing capacity of beam structures with a rectangular section is mainly of a multidirectional nature. In this case, it is necessary to search for compromise solutions that comprehensively take into account all the parameters and are achieved through mutual concessions in "conflict" situations.

Ключові слова: експериментально-статистичні моделі, надійність, несуча здатність, залізобетонні конструкції, попередньо напружена арматура.

Keywords: statistical models, reliability, bearing capacity, reinforced concrete structures, prestressing reinforcement.

Постановка проблеми та аналіз відомих досліджень. Сучасні нормативні документи [1-3] дозволяють проєктувати попередньо напружені залізобетонні конструкції з достатнім рівнем несучої здатності, що підтверджується багаторічною практикою їх експлуатації. Проте фактичний рівень надійності таких конструкцій на стадії розробки проєкту залишається невідомим. У деяких випадках він виявляється завищеним і зумовлює перевитрату матеріалів або ж, навпаки, недостатнім, що призводить до додаткових витрат на ліквідацію наслідків відмов при експлуатації [4-9].

Основною перешкодою у використанні теорії надійності при проєктуванні будівельних конструкцій є труднощі, пов'язані з великим обсягом і складністю обчислювальної роботи, тому для практичної оцінки їх надійності важливим є розробка більш простого розрахункового апарату.

Крім того, в ході аналізу літературних джерел [6, 10] та результатів власних досліджень [11, 12] встановлено, що вплив різних конструктивних чинників на розрахункові характеристики надійності та розрахункову несучу здатність нормальних перерізів прямокутних балкових конструкцій має, в основному, різнонаправлений характер і вимагає проведення більш детальних досліджень.

Мета і завдання статті. Використовуючи теорію планування експерименту, розробити придатні для практичного застосування експериментально-статистичні моделі для оцінки розрахункової надійності попередньо напружених залізобетонних конструкцій із забезпеченням несучої здатності нормальних перерізів. На основі отриманих моделей з'ясувати комплексний вплив конструктивних чинників на вказані вихідні параметри як зокрема, так і у їхній взаємодії. Знайти спільні точки чи

області перетину графіків розрахункових характеристик надійності та розрахункових значень несучої здатності з метою раціонального використання матеріальних ресурсів при проектуванні вказаних конструкцій та пошуку компромісних рішень.

Виклад основного матеріалу

Попередні дослідження [10-12] показали, що найбільший вплив на характеристики надійності та несучу здатність нормальних перерізів має кількість поздовжнього армування $\rho_{l,p}$, клас бетону C і арматури $f_{p0,1k}$. Виходячи з цього, при проведенні числових експериментів у якості дослідних конструктивних чинників обрані (табл. 1): коефіцієнт поздовжнього армування $\rho_{l,p}$ (фактор x_1), клас бетону C (фактор x_2), клас стержневої арматури (фактор x_3 , серія А) і клас арматури з дроту та канатів (фактор x_3^* , серія Б*).

Вказані серії числових експериментів виконували за трифакторним трирівневим D-оптимальним планом Бокса-Бенкіна В3. Обраний план експерименту зумовлений тим, що дослідні чинники варто апроксимувати поліномом другого ступеня, розрахованим з використанням методу найменших квадратів, так як вони мають нелінійний вплив на функцію виходу (підкоряється закону Гауса).

Таблиця 1

Характеристика дослідних факторів та рівнів їх варіювання (серії А, Б*)

Код	Найменування фактору	Рівні варіювання			Інтервал варіювання	Примітка
		«-1»	«0»	«+1»		
x_1	Коефіцієнт поздовжнього армування $\rho_{l,p}$	0,010	0,015	0,020	0,005	Розміри дослідних балок: $l = 600$ см; $h = 40$ см; $b = 20$ см; $d = 36$ см.
x_2	Клас бетону C , МПа	C32/40	C40/50	C50/60	10	
x_3	Клас стержневої арматури $f_{p0,1k}$, МПа	575 (A600)	765 (A800)	955 (A1000)	190	
x_3^*	Клас арматури із дроту та канатів $f_{p0,1k}$, МПа	1240 (Bp1300)	1355 (K1400)	1430 (Bp1500)	95	

В результаті обробки даних, отриманих в роботах [11, 12], з використанням розробленого в Одеській державній академії будівництва та архітектури програмного комплексу COMPEX, отримали адекватні експериментально-статистичні моделі розрахункових характеристик

надійності β та несучої здатності M_u нормальних перерізів (серія А) балкових попередньо напружених залізобетонних конструкцій прямокутного перерізу зі стержневою арматурою:

$$\hat{Y}(\beta_A) = 5,41 + 0,10x_2 + 1,52x_3 + 1,58x_3^2 + 0,26x_2x_3, \quad (1)$$

коефіцієнт варіації $C_v = 6,1\%$;

$$\begin{aligned} \hat{Y}(M_{u,A}) &= 244,86 + 62,47x_1 + 11,12x_2 + 46,37x_3 - \\ &- 5,88x_1^2 + 6,89x_1x_2 + 7,53x_1x_3, \text{ кНм}, \quad (2) \\ C_v &= 2,5\%. \end{aligned}$$

Значною перевагою представлених адекватних експериментально-статистичних моделей є те, що вони дозволяють комплексно проаналізувати вплив кожного дослідного фактора на надійність та несучу здатність розглянутих конструкцій, тобто, не тільки в окремо взятій серії, а й за всіма серіями разом.

Аналізуючи розрахункові значення характеристики надійності (1) та несучої здатності (2) нормальних перерізів попередньо напружених залізобетонних конструкцій зі стержневою арматурою (серія А), слід констатувати однакову направленість впливу на них обраних конструктивних чинників: з їх збільшенням збільшуються також, як правило, зазначені вихідні параметри (рис. 1, а, б, в). При цьому, спостерігаються лінії перетину поверхонь β_A і $M_{u,A}$ (рис. 1, г, д) при $\rho_{l,p} < 0,01$ і $f_{p0,1k} \leq 955$ МПа. Отже, для отримання компромісних значень характеристики надійності β_A і несучої здатності $M_{u,A}$ нормальних перерізів залізобетонних конструкцій у даній серії дослідів доцільно приймати наступні величини конструктивних чинників: коефіцієнт поздовжнього армування стержневою арматурою $\rho_{l,p} = 0,015 \dots 0,020$, клас цієї арматури А800...А1000 при середніх класах бетону С32/40...С50/60 (рис. 1, г, д). Поверхні характеристик надійності та несучої здатності дослідних елементів перетинаються при значеннях $\beta_A = 7,61 \dots 8,20$ і $M_{u,A} = 274,08 \dots 295,86$ кНм (рис. 1, г) при використанні арматури високих класів.

Аналіз експериментально-статистичної моделі (1) показує (рис. 1), що найбільший позитивний вплив на величину характеристики надійності β_A дослідних елементів має клас стержневої арматури, а потім, клас бетону в той час, як кількість поздовжньої арматури практично не впливає на цю характеристику.

Серія А

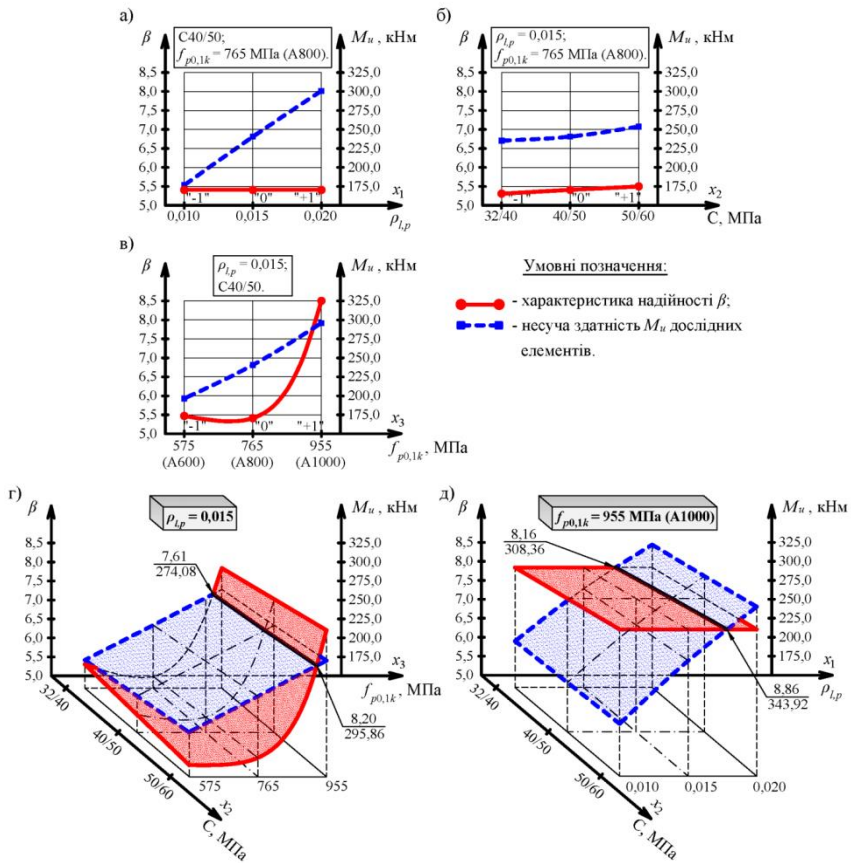


Рис. 1. Графіки впливу конструктивних чинників (коефіцієнта армування (а), класу бетону (б), класу стержневої арматури (в) на міцність нормальних перерізів M_u та показник надійності β попередньо напружених залізобетонних елементів. Комплексний вплив вказаних факторів на β і M_u (г, д)

Отже, характеристика надійності розрахункової міцності нормальних перерізів β_A попередньо напружених балкових конструкцій зростає по відношенню до її середнього значення 5,41:

- зі збільшенням класу стержневої арматури від А600 до А1000 на 56,2%;

- зі збільшенням класу бетону від С32/40 до С50/60 на 3,7%.

Наявність квадратичного ефекту x_3^2 з додатнім знаком +1,58 свідчить про те, що з подальшим збільшенням цього чинника (класу стержневої арматури) за межами його зміни матиме місце різке зростання β_A .

Суттєво взаємодіють між собою класи бетону та арматури: при їх збільшенні значення β_A збільшуються.

Аналіз експериментально-статистичної моделі (2) показує (рис. 1), що найбільший вплив на несучу здатність (міцність) нормальних перерізів попередньо напружених залізобетонних конструкцій має коефіцієнт поздовжнього армування $\rho_{l,p}$, клас цієї арматури $f_{p0,1k}$ і клас бетону C .

Несуча здатність нормальних перерізів вказаних конструкцій зростає по відношенню до її середнього значення 244,86 кНм:

- зі збільшенням кількості робочої арматури від $\rho_{l,p} = 0,01$ до $\rho_{l,p} = 0,02$ на 51%;

- зі збільшенням класу арматури від А600 до А1000 на 38%;

- зі збільшенням класу бетону від С32/40 до С50/60 на 9%.

Квадратичний ефект « $-x_1^2$ » показує, що за межами зміни цього чинника несуча здатність таких конструкцій збільшуватиметься із затуханням. Суттєво взаємодіють між собою кількість робочого армування і клас бетону, кількість робочої арматури та її клас. З одночасним збільшенням цих чинників $M_{u,A}$ зростатиме.

Характерним для серії А є різнонаправленість характеристик надійності та несучої здатності нормальних перерізів залізобетонних конструкцій зі стержневою робочою арматурою, а також наявність ліній перетину поверхонь, що їх відображають.

Аналогічним чином були також отримані експериментально-статистичні моделі розрахункових характеристик надійності β та несучої здатності M_u нормальних перерізів (серія Б*) балкових попередньо напружених залізобетонних конструкцій прямокутного перерізу з дрютяною арматурою:

$$\begin{aligned} \hat{Y}(\beta_{B*}) = & 7,88 - 0,13x_1 + 0,48x_2 - 0,04x_3 - \\ & - 0,22x_1^2 - 0,31x_2^2 - 0,98x_3^2, \quad (3) \\ C_v = & 5,8\%; \end{aligned}$$

$$\hat{Y}(M_{u, B^*}) = 364,79 + 67,12x_1 + 32,31x_2 + 12,42x_3 - \\ - 17,24x_1^2 - 6,13x_2^2 - 2,33x_3^2 + 19,78x_1x_2, \text{ кНм}, \quad (4) \\ C_v = 1,4\%.$$

Характеристику надійності та несучу здатність нормальних перерізів можна охарактеризувати за експериментально-статистичними моделями (3), (4), аналіз яких показує, що всі конструктивні чинники мають нелінійний вплив на вказані вихідні параметри.

Отже, характеристика надійності β_{B^*} визначення міцності нормальних перерізів (3) дослідних елементів збільшується (рис. 2) по відношенню до середнього значення $\beta_{B^*} = 7,88$ при:

- зменшенні кількості поздовжнього армування у вигляді попередньо напружених дроту та канатів від $\rho_{l,p} = 0,02$ до $\rho_{l,p} = 0,01$ на 3%;
- збільшенні класу бетону від С32/40 до С50/60 на 12%;
- зменшенні класу дротяної арматури $f_{p0,1k}$ від 1430 до 1240 МПа на 1%.

При цьому, наявність квадратичних ефектів x_1^2 , x_2^2 , x_3^2 з від'ємними знаками свідчить про те, що за межами зміни вказаних конструктивних чинників характеристика надійності β_{B^*} зменшуватиметься (рис. 2, г).

Несуча здатність нормальних перерізів дослідних елементів із попередньо напруженою дротяною арматурою може бути охарактеризована адекватною експериментально-статистичною моделлю (4), аналіз якої показує, що M_{u, B^*} збільшується порівняно із середнім значенням $M_{u, B^*} = 364,79$ кНм при збільшенні:

- кількості поздовжнього робочого армування від $\rho_{l,p} = 0,01$ до $\rho_{l,p} = 0,02$ на 37%;
- класу бетону від С32/40 до С50/60 на 18%;
- класу дротяної арматури $f_{p0,1k}$ від 1240 до 1430 МПа на 7%.

Від'ємні знаки при квадратичних ефектах x_1^2 , x_2^2 , x_3^2 свідчать про те, що зміна вказаних дослідних чинників за вказаними в табл. 1 межами призводить до зменшення зазначених вихідних параметрів і появи локальних екстремумів (рис. 2, г).

Суттєво взаємодіють між собою кількість поздовжньої дротяної арматури і клас бетону, з одночасним збільшенням яких несуча здатність нормальних перерізів попередньо напружених дослідних конструкцій також істотно зростає.

Серія Б*

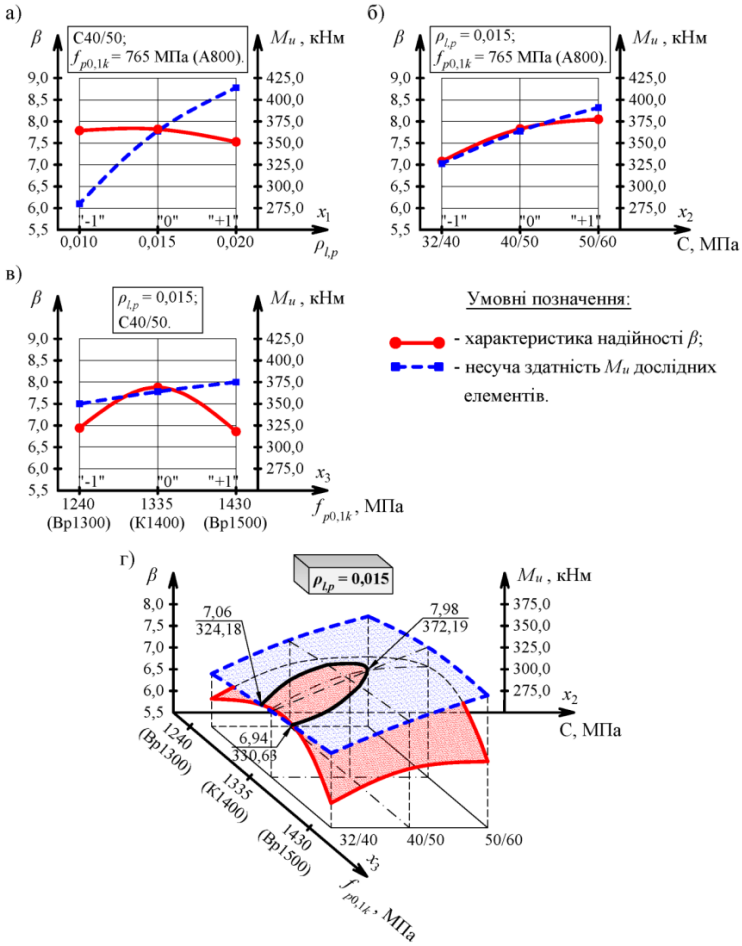


Рис. 2. Графіки впливу конструктивних чинників (коефіцієнта армування (а), класу бетону (б), класу дротяної арматури (в) на міцність нормальних перерізів M_u та показник надійності β попередньо напружених залізобетонних елементів. Комплексний вплив вказаних факторів на β і M_u (г)

Висновки. Представлені адекватні нелінійні експериментально-статистичні моделі (1)...(4) мають інформаційну корисність і дозволяють проаналізувати залежність характеристики надійності та несучої здатності

нормальних перерізів попередньо напружених залізобетонних конструкцій від класу бетону, класу і виду арматури та коефіцієнту армування не тільки окремо, а й у комплексній взаємодії. Вказані моделі будуть корисними при вирішенні оптимізаційних задач на стадії проектування з точки зору знаходження раціональних поєднань усіх зазначених параметрів та зменшення матеріалоемності будівництва.

Характеристики надійності та несуча здатність нормальних перерізів залізобетонних конструкцій, армованих попередньо напруженою стержневою арматурою, суттєво відрізняються від аналогічних показників елементів, армованих попередньо напруженою дротяною арматурою. Так, у першому випадку найбільший вплив на розрахункову характеристику надійності нормальних перерізів має клас стержневої арматури (56%), потім клас бетону (4%), в той час, як у другому випадку із дротяною арматурою визначальним є клас бетону (12%).

Основні конструктивні чинники мають різнонаправлений вплив на розрахункові характеристики надійності та несучу здатність нормальних перерізів попередньо напружених залізобетонних конструкцій, визначену за діючими нормами. При середніх значеннях цих чинників характеристики надійності та несучої здатності нормальних перерізів вказаних конструкцій прийнятих розмірів утворюють поверхні, які перетинаються при значеннях $\beta_A = 7,61 \dots 8,20$ та $M_{u,A} = 274,08 \dots 295,86$ кНм (рис. 1, г) при використанні стержневої арматури і $\beta_{B^*} = 7,06 \dots 7,98 \dots 6,94$ та $M_{u,B^*} = 324,18 \dots 372,19 \dots 330,63$ кНм (рис. 2, г) при застосуванні дротяної арматури.

References

1. DBN V.2.6-98:2009. Konstruktsii budynkiv i sporud. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii. Osnovni polozhennia. K.: Minrehionbud Ukrainy, 2022. 71 s.
2. DSTU B V.2.6-156:2010. Konstruktsii budynkiv i sporud. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii z vazhkohto betonu. Pravyla proektuvannia. K.: Minrehionbud Ukrainy, 2011. 118.
3. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Desing of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN, 2004. 225 p.
4. Pichuhin S.F. Rozrakhunok nadiinosti budivelnykh konstruktsii = Reliability Calculation of Buildings Structures: monohrafiia. Poltava: TOV «ASMI», 2016. 520 s.
5. Semko O.V., Voskobiinyk O.P. Keruvannia ryzykamy pry proektuvanni ta ekspluatatsii stalezalizobetonnykh konstruktsii: monohrafiia. Poltava: PolNTU, 2012. 514.
6. Novak A.S., Collins K.R. Reliability of Structures. 2nd ed. CRC Press. 2012. 407 p.
7. Todinov M.T. Reliability and Risk Models: Setting Reliability Requirements. 2nd ed. John Wiley & Sons, 2015. 456 p.
8. Ayyub B.M., McCuen R.H. Probability, Statistics, and Rebiality for Engineers and Scientists. 3rd ed. Boca Ration: CRC Press, 2011. 663 p.

9. Ditlevsen O., Madsen H.O. Structural Reliability Methods: monograph. 2nd ed. Technical University of Denmark, 2007. 361 p.
10. Zastava M.M., Ahaev A.A., Rabotyn Yu.A. Rehulyrovanye raschetnoi nadezhnosti zhelezobetonykh konstruksiyi. Odessa, 1996. 194 s.
11. Klymenko E.V., Karpiuk V.M., Ahaeva O.A. Raschet nadezhnosti proletnykh zhelezobetonykh elementov po prochnosti normalnykh secheniy. Nauka ta budivnytstvo, 2018. №1. S. 50-57.
12. Karpiuk V.M., Ahaeva O.A. Rehulyrovanye raschetnoi nadezhnosti yzghybaemykh predvartelno napriazhennykh zhelezobetonykh elementov po prochnosti normalnykh secheniy. Visn. Odeskoï derzh. akad. bud-va ta arkhitektury. Odessa, 2015. Vyp. 57. S. 171–181.

Список використаної літератури

1. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. К.: Мінрегіонбуд України, 2022. 71 с.
2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. К.: Мінрегіонбуд України, 2011. 118.
3. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Desing of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN, 2004. 225 p.
4. Пічугін С.Ф. Розрахунок надійності будівельних конструкцій = Reliability Calculation of Buildings Structures: монографія. Полтава: ТОВ «АСМІ», 2016. 520 с.
5. Семко О.В., Воскобійник О.П. Керування ризиками при проектуванні та експлуатації сталезалізобетонних конструкцій: монографія. Полтава: ПолНТУ, 2012. 514.
6. Novak A.S., Collins K.R. Reliability of Structures. 2nd ed. CRC Press. 2012. 407 p.
7. Todinov M.T. Reliability and Risk Models: Setting Reliability Requirements. 2nd ed. John Wiley & Sons, 2015. 456 p.
8. Аyyub В.М., McCuen R.H. Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists. 3rd ed. Boca Ration: CRC Press, 2011. 663 p.
9. Ditlevsen O., Madsen H.O. Structural Reliability Methods: monograph. 2nd ed. Technical University of Denmark, 2007. 361 p.
10. Застава М.М., Агаев А.А., Работин Ю.А. Регулирование расчетной надежности железобетонных конструкций. Одесса, 1996. 194 с.
11. Клименко Е.В., Карпюк В.М., Агаева О.А. Расчет надежности пролетных железобетонных элементов по прочности нормальных сечений. Наука та будівництво, 2018. №1. С. 50-57.
12. Карпюк В.М., Агаева О.А. Регулирование расчетной надежности изгибаемых предварительно напряженных железобетонных элементов по прочности нормальных сечений. Вісн. Одеської держ. акад. буд-ва та архітектури. Одеса, 2015. Вип. 57. С. 171–181.