

**ДО РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ПЕРЕКРИТТІВ З
УРАХУВАННЯМ СУМІСНОЇ РОБОТИ ЗБІРНИХ ПЛИТ**

**TO THE CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE
OVERLAPS WITH THE JOINT WORK OF PRECAST SLABS**

Майстренко О.Ф., к.т.н., доцент, Іванов І.І., студент (Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса)

Maystrenko O.F., Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Ivanov I.I., student (Odessa State Academy Civil Engineering and Architecture, Odessa)

На прикладі розрахунку фрагмента перекриття, що складається з п'яти багатопустотних плит, показана важливість врахування просторової роботи в збірних перекриттях при виникненні крутного моменту, а також зміну жорсткості в залізобетонних елементах внаслідок утворення в них нормальних тріщин.

Calculations of overlaps and other complex statically indeterminable systems, taking into account spatial work, make it possible to more accurately determine the efforts in individual elements. The article presents the method of calculating the overlap, consisting of precast slabs, taking into account the spatial work. It is shown that the calculation methods taking into account spatial work can be divided into five groups. It is shown that discrete-continuous calculation methods can be the most appropriate for calculating overlaps. Their use allows to take into account the change in the bending and torsional stiffness of the slabs as a result of cracking.

Using the example of calculating a fragment of an overlap consisting of five hollow-core slabs, the importance of taking into account the spatial work in precast slabs is shown. It is shown that in traditional design, prefabricated slabs are calculated as beam bending elements without taking into account the torques arising in them. Calculation, taking into account spatial work, shows that substantial torques arise in the slabs. This fact should be taken into account when designing. As a result of the bending moments, normal cracks form in the slabs. As a result of the formation of these cracks in slabs, both flexural and torsional stiffnesses change. Therefore, when designing

floor slabs, the change in torsional stiffness of precast slabs should be taken into account. The lack of consideration of changes in the torsional stiffness of precast slabs in traditional design leads to errors in determining the forces from external loads.

A typical line of the system of differential equations for determining the efforts of the interaction of precast slabs with each other is given. It is shown that solving a system of equations using the expansion of unknowns into Fourier series makes it possible to solve equations simply enough. However, it is difficult to determine the forces in the ceiling when the slabs are supported on flexible supports. In this regard, it is shown that the prospect of research is the solution of a system of differential equations in general form. It is shown that the use of the discrete-continuous method of calculation allows taking into account the bending of precast slabs in the transverse direction and the shear of a monolithic weld. These factors also affect the accuracy of the determination of the forces of interaction of precast slabs with each other.

Ключові слова: перекриття, просторова робота, перерозподіл зусиль, вигин, крутіння.

Keywords: overlap, spatial work, redistribution of forces, bending, torsion.

Постановка задачі і аналіз досліджень. Відомо, що перекриття і покриття є відповідальними і найбільш матеріаломісткими елементами будівлі. Вони виконують найважливіші функції – несуть корисні навантаження, забезпечують просторову жорсткість будівлі. Врахування просторової роботи залізобетонних перекриттів забезпечує істотну економію матеріалів і значно підвищує точність визначення зусиль, що діють в елементах перекриття [2, 8, 9].

Найбільш масовими є збірні багатопустотні плити. Їх широке застосування визначається високою міцністю і жорсткістю при невеликій висоті перетину, достатньою звукоізоляцією, високим рівнем заводської готовності, гладкою стелею та ін. Розрахунок збірних плит перекриттів і покриттів при традиційному проектуванні здійснюється як розрахунок балкових конструкцій, що працюють на поперечний згин. Розрахунок міцності пустотних плит на згин з крученням при традиційному проектуванні не

передбачено, хоча в результаті просторової роботи в окремих плитах виникають не тільки згинальні, але і крутні моменти.

На теперішній час розроблено різні способи просторового розрахунку перекриттів. Ці методи можна розділити на п'ять груп:

1. Обчислення тиску на головні балки з урахуванням коефіцієнтів поперечної установки (метод важеля, позацентрального стиснення і пружних опор);

2. Заміна прогонової будови балковим ростверком;

3. Заміна прогонової будови ортотропною плитою;

4. Членування конструкції на окремі елементи з подальшим розглядом роботи кожного з них і складанням умов спільності деформацій.

5. Чисельні методи розрахунку з використанням відомих програмних комплексів типу Ansys, Nastran, Abacus, Liga і ін.

Результати розрахунків чисельними методами є найбільш наближеними до реальності. Однак, розрахунок з використанням програмних комплексів має деякі недоліки, в числі яких досить складний облік зміни характеристик жорсткостних параметрів плит в результаті утворення тріщин. Розрахунки по пунктах 1-3 застосовувалися давно і мало прийнятні в даний час.

Найбільш прийнятними, на погляд авторів, є дискретно-континуальні методи (п. 4). Їх основоположником можна вважати Б.Є. Улицького [9]. П.Ф. Дроздов [6], вперше отримав точний розв'язок задачі дискретно-континуальної моделі в окремому випадку, що дозволяє в деяких випадках отримати рішення в замкнутій формі. Невідомі вертикальні реакції визначаються з рішення системи диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\frac{1}{EI_{k-1}}(p_k - p_{k-1} - q_{k-1}) - \frac{1}{GI_{k-1}}\left(\frac{b_{k-1}}{2}\right)^2 (p_k'' + p_{k-1}'') =$$
$$= \frac{1}{EI_k}(p_{k+1} - p_k - q_k) + \frac{1}{GI_k}\left(\frac{b_k}{2}\right)^2 (p_k'' + p_{k+1}'')$$
(1)

де p_k - вертикальні зусилля взаємодії плит між собою в k -тому шві перекриття. При цьому монолітний шов моделюється циліндричним шарніром; q_k - навантаження на k -ту плиту; b_k - ширина k -тої плити; EI_k і GI_k - відповідно згинальна і крутильна жорсткості k -тої плити.

Однак, метод П.Ф. Дроздова прийнятний тільки для розрахунку окремого випадку, коли між плитами враховуються тільки

вертикальні зусилля взаємодії. Тому його можна використовувати тільки для розрахунку перекриттів, що складаються з збірних багатопустотних плит. Крім того, цей метод не враховує вигин збірних плит в поперечному напрямку і зсув монолітного шва. Експериментальні дослідження [4] показують, що ці фактори впливають на перерозподіл зусиль між окремими плитами перекриття і повинні бути враховані в розрахунках.

Т.Н. Азізов вивів загальну систему диференціальних рівнянь для розрахунку перекриттів дискретно-континуальним методом. Згідно цього методу перекриття розсікають на окремі лінійні елементи. У загальному випадку по i -тій лінії розсічення діють чотири невідомих функцій зусиль: дотичні зусилля T_{i-1} і T_i , вертикальні погонні зусилля S_{i-1} і S_i , погонні поперечні згинальні моменти M_{i-1} і M_i , погонні горизонтальні сили розпору H_{i-1} і H_i . В результаті в роботі [2] виведена система 4-х диференціальних рівнянь з 4-х невідомими функціями зусиль. В результаті методика розрахунку П.Ф. Дроздова, Б.Є. Улицького, О.С. Семченкова становиться окремим випадком методики [2].

Розрахунки перекриттів з урахуванням просторової роботи дозволяють значно більш точно визначити зусилля, що виникають в перекритті. В системи рівнянь Т.Н. Азізова, П.Ф. Дроздова входять як згинальні жорсткості окремих елементів (наприклад, збірних багатопустотних плит), так і їх крутильні жорсткості, які змінюються після утворення різних тріщин. Отже перерозподіл зусиль в перекриттях істотно залежить як від згинальних жорсткостей їх елементів, так і від крутильних жорсткостей. Більшість робіт по крученню залізобетонних елементів стосуються елементів з просторовими тріщинами [5, 7, 13, 15]. Однак, в роботах [1, 3, 10, 11, 12, 14] показано, що нормальні тріщини також суттєво впливають на крутильну жорсткість залізобетонних елементів. В той же час на перерозподіл зусиль між окремими плитами збірного перекриття впливають як згинальні, так і круті жорсткості. Тому при розрахунку перекриттів слід чітко визначати і згинальні, і круті моменти, що можливе при врахуванні просторової роботи.

У зв'язку зі сказаним метою цієї статті є дослідження впливу розрахунку з урахуванням просторової роботи плит на перерозподіл зусиль між ними.

Викладення основного матеріалу

При розрахунку перекриттів, що складаються з збірних

багатопустотних плит вважається (подібно [2, 6], що вздовж довгих сторін плити умовно з'єднані циліндричним шарніром. Тобто від плити на плиту передаються тільки вертикальні сили їх взаємодії. У такому випадку можна використовувати скорочену систему рівнянь [2], де з чотирьох невідомих функцій зусиль залишаються тільки вертикальні сили $S_i(x)$. Крім того на відміну від системи П.Ф. Дроздова (1) слід враховувати вигин плит в поперечному напрямку, а також зсув монолітного шва, що з'єднує плити між собою. Це видно з рисунка 1, де показана схема деформування поперечного перерізу фрагмента перекриття, що складається з багатопустотних плит.

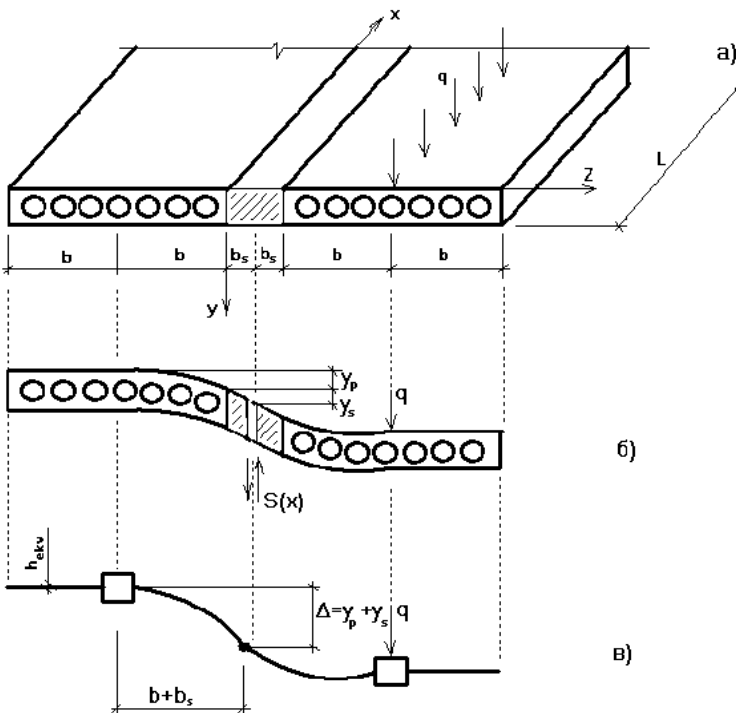


Рис. 1. Розрахункова схема перекриття з врахуванням згину плит в поперечному напрямку: а) реальна схема; б) схема деформованого поперечного перерізу перекриття; в) розрахункова схема

Відбувається викривлення поперечного перерізу і зсув шва. При моделюванні перекриття у вигляді ребра з полицею на рівні центра ваги (рис. 1, в) вигин полиць буде моделювати і вигин плити, і зсув шва. Жорсткість полиць на вигин такої системи в поперечному напрямку потрібно підібрати таким чином, щоб переміщення кінця полки в шарнірі Δ дорівнювало сумарному переміщенню Y від вигину перетину плити Y_p в поперечному напрямку і зсуву шва Y_s (рис. 1). Рядок системи диференціальних рівнянь для такого випадку має вигляд (2), а еквівалентна товщина умовно постійної товщини полки (по рис. 1, в) може бути визначена за виразом (3):

$$-\frac{1}{EI_i} \cdot MS_{i-1} + \left(\frac{1}{EI_i} + \frac{1}{EI_{i+1}} \right) \cdot MS_i + \frac{1}{EI_{i+1}} \cdot MS_{i+1} + \frac{L_i \cdot R_i}{GI_i} \cdot MS_{i-1} + \left(\frac{R_i^2}{GI_i} + \frac{L_{i+1}^2}{GI_{i+1}} \right) \times MS_i'' + \frac{L_{i+1} \cdot R_{i+1}}{GI_{i+1}} \cdot MS_{i+1}'' + \left(\frac{R_i^3}{3D_i} + \frac{L_{i+1}^3}{3D_{i+1}} \right) \cdot MS_i^{iv} = \frac{1}{EI_{i+1}} \cdot MQ_{i+1} - \frac{1}{EI_i} \cdot MQ_i, \quad (2)$$

$$h_{ekv} = \sqrt[3]{\frac{4(1-\mu^2) \cdot (b+b_s)^3}{E \left(\frac{b^3}{3D} + \frac{b_s}{G_s \cdot h_s} \right)}} \quad (3)$$

де μ - коефіцієнт Пуассона матеріалу перекриття; b_s - товщина монолітного шва (товщина шпонки); G_s - модуль зсуву бетону монолітного шва.

Таким чином, система збірних плит, з'єднаних між собою монолітними швами, приведена до системи ребристих плит з полками, розташованими по центрам ваги ребер (по рис. 1, в). Рівняння (2) складаються для кожного i -того шва між збірними багатопустотними плитами. Через MS_i і MQ_i в (2) позначені функції згинальних моментів відповідно від невідомих зусиль S_i , що діють в i -тому шві і зовнішнього навантаження q_i , що діє на i -ту плиту. Через D_i позначена циліндрична жорсткість плити при вигині в поперечному напрямку. L_i і R_i - відповідно відстань від центру ваги i -тої плити до монолітного шва зліва і справа. EJ_i і GJ_i - відповідно згинальна і крутильна жорсткості i -тої плити.

Систему диференціальних рівнянь (2) зручно вирішувати за допомогою розкладання невідомих функцій $MS_i = MS_i(x)$ в ряди Фур'є по синусах. Однак, при цьому, складно і незручно моделювати умови обпирання торців плит, що відрізняються від

жорсткого спирання (наприклад, при спиранні на податливі ригелі і балки). Незважаючи на те, що цей факт не дуже впливає на загальну роботу перекриття, при досить гнучких балках, на які спираються плити, слід враховувати податливість опор плит. У цьому випадку систему рівнянь (2) краще вирішувати чисельно, що є предметом подальших досліджень, про що буде сказано нижче. У той же час, в більшості випадків плити спираються на жорсткі опори (стіни, жорсткі ригеля) і використання системи рівнянь (2) з її рішенням за допомогою розкладання функцій в ряди Фур'є є цілком прийнятним.

Як видно з систем рівнянь (1) і (2) для визначення зусиль взаємодії плит між собою слід знати не тільки згинальні EJ , але і крутильні жорсткості плит GJ .

Перевага розрахунку перекриття з урахуванням просторової роботи, а також факт виникнення значних крутних моментів (на відміну від традиційного проектування, коли кожна багатопустотна плита розраховується як балковий елемент, що працює тільки на вигин) покажемо на простому прикладі. Нехай є фрагмент перекриття, що складається з п'яти багатопустотних плит шириною 1200 мм і прольотом 6000 мм. Всі плити оперті шарнірно по торцях. Крім того, одна крайня плита (крайня праворуч) оперта поздовжньою (довгою) стороною на стіну. Перекриття завантажено рівномірно розподіленим навантаженням 8 кПа. Схема такого перекриття показана на рис. 2.

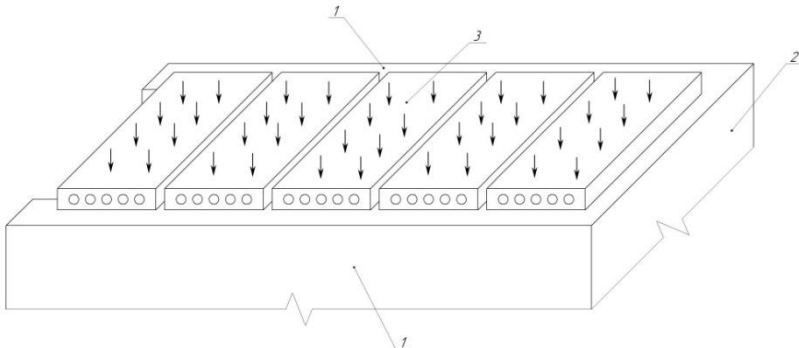
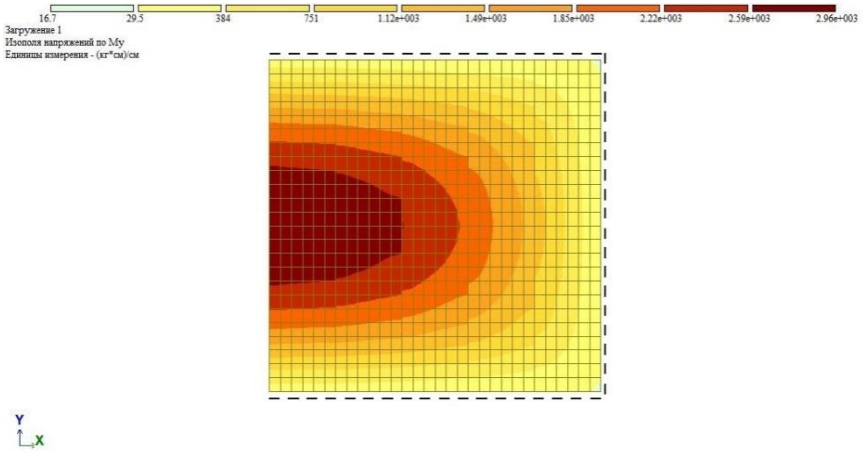


Рис. 2. Схема перекриття з 5-ти багатопустотних плит, крайня плита якого оперта поздовжньою стороною на стіну.

1 – торцеві стіни; 2 – поздовжня стіна; 3 – плити

На рис. 3 показано розподіл згинальних і крутних моментів.

а)



б)

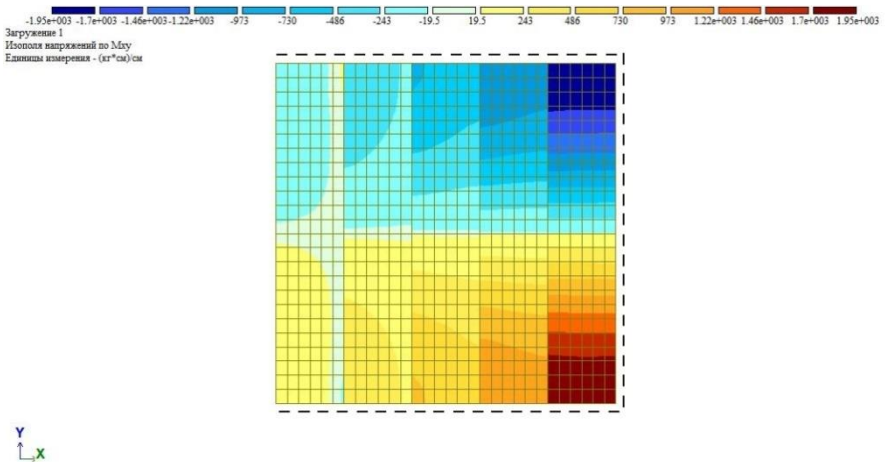


Рис. 3. Розподіл згинальних (а) і крутних (б) моментів у фрагменті перекриття. Штриховими лініями позначено спирання плит

Як видно з рисунку 3, максимальні згинальні моменти виникають в плиті зліва, довгий край якої не обпертий. Максимальний згинальний момент становить (в перерахунку на всю

ширину плити) 35,5 кН/м. При цьому він менше максимального згинального моменту в плиті, як якщо б вона працювала самостійно, який становить 43,2 кН/м, тобто на 22%. В інших плитах максимальні згинальні моменти значно менше цього значення. У той же час в крайній плиті, яка оперта довгою стороною, а також в сусідній з нею плиті виникають дуже серйозні крутні моменти, що не враховуються при проектуванні перекриття без урахування просторової роботи.

Висновки. На простих прикладах показано, що у фрагменті перекриття з багатопустотних плит, який зазвичай розраховується за балочною схемою, виникають не тільки згинальні, але і крутні моменти. Крім того, з огляду на те, що в плитах виникають в основному нормальні тріщини, але при цьому в перетинах діє і крутний момент, слід мати розрахунковий апарат, що дозволяє обчислювати крутильні жорсткості залізобетонних плит з нормальними тріщинами. У зв'язку з цим при розрахунках з урахуванням просторової роботи слід враховувати зміну жорсткості в залізобетонних елементах в результаті утворення в них нормальних тріщин.

Перспективою досліджень є рішення системи диференціальних рівнянь (2) у загальному випадку (без застосування рядів Фур'є) для забезпечення можливості розраховувати перекриття, плити яких спираються на піддатливі опори.

Список використаних джерел

1. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов прямоугольного сечения с нормальными трещинами / Т.Н. Азизов, Н.Н. Срибняк // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 16.,ч.2. – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2008. – С. 8-17.
2. Азизов Т.Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета. – Дисс. докт. техн. наук. – Полтава, 2006. – 406 с.
3. Азизов, Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами / Т.Н. Азизов // Дороги і мости. Збірник наукових праць. К.: ДерждорНДІ, 2007. – Вип. 7. Том 1. – С. 3-8.
4. Верещага А.И. Напряженно-деформированное состояние и прочность сборных железобетонных перекрытий. Дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Сумский национальный аграрный ун-т. – Сумы, 2002. – 248 с.

5. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Київ: Мінрегіонбуд, 2011.
6. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. – М.: Стройиздат, 1977. – 223 с.
7. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
8. Семченков А.С. Экспериментальные исследования сборных железобетонных перекрытий, опертых по контуру // Полносборные унифицированные конструкции в гражданском строительстве. – М.: ЦНИИЭП жилища, 1981. – С. 32-44.
9. Улицкий Б.Е. Пространственные расчёты балочных мостов. – М.: Автотрансиздат, 1962. – 180 с.
10. Яременко А.Ф., Чучмай А.М., Яременко Н.А. Инженерная методика определения крутильной жесткости железобетонных балок с нормальными трещинами // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 33 – Одеса: Зовнішрекламсервіс. 2009. – С. 146-151.
11. Azizov T. Calculation of reinforced concrete ceilings with normal cracks accounting the Chebyshev approximation / T.Azizov, O. Melnik and others // 6 th International Scientific Conference “Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings” Transbud-2017. – Kharkiv, April 19-21, 2017. – P. 1-7.
12. Azizov T.N. Effect of torsional rigidity of concrete elements with normal cracks onto special work of bridges and floorings// International Science Ukrainian Edition. Volume 3. USA – December, 2010. – P.55-59.
13. Cowan H.J., Kruchenie v obychnom i predvaritel'no napriazhennom zhelezobetone [Torsion in the ordinary and prestressed reinforced concrete], Strojizdat, Moscow, 1972.
14. D. Kochkarev, T. Azizov and T. Galinska. Bending deflection reinforced concrete elements determination. Published online: at the MATEC Web of Conferences, 16 November 2018, DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201823002012>
15. ENV 1992-1. Eurocode 2. Design of concrete structure. Part 1, General rules and rules for buildings, GEN, (1993).