

ЖОРСТКІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ПОХИЛИМИ ТРИЩИНАМИ ПРИ ДІЇ КРУТНОГО МОМЕНТА І ПОПЕРЕЧНОЇ СИЛИ

RIGIDITY OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH INCLINED CRACKS UNDER THE ACTION OF TRANSVERSAL FORCE AND TORSION

Азізов Т.Н., д.т.н., проф.¹, Кочкаръов Д.В., д.т.н., доц.², Юрковська Н.Р., к.т.н.³

¹Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, м. Умань, Україна;

²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна

³Краківський університет технологій імені Тадеуша Костюшка, Краків, Польща

Taliat Azizov¹, Dmytro Kochkarev², Nadzjeja Jurkowska³

¹Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Uman, Ukraine

²National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine

³Tadeusz Kosciuszko Cracow University of Technology, Krakow, Poland.

Наведено методику визначення нагельних сил в поздовжній і поперечній арматурі залізобетонного елемента з похилою тріщиною при дії поперечної сили і крутних моментів. Показано, що нагельна сила в поздовжній і поперечній арматурі має дві складові в горизонтальній і вертикальній площинах. Ці нагельні сили визначаються з умови спільності деформацій в місці умовного розсічення арматури. Наведено систему рівнянь для визначення нагельних сил в арматурі.

A method for determining the dowel forces in the longitudinal and transverse reinforcement of RCE with flexural cracks subjected to transverse force and torques is presented.

It is shown that the external transverse force is perceived by the shear force in the compressed zone of concrete, the sum of the forces in stirrups and transverse (dowel) force in the longitudinal reinforcement. It is assumed that the external transverse force is perceived in proportion to the stiffnesses of these three components. The shear stiffness of compressed zone of concrete is defined as the product of the area of the compressed zone and the shear modulus of concrete. The axial stiffness of transverse reinforcement within the calculated inclined section is defined as the product of the Young modulus of the rebar by the total area of all transverse rebars in this section. The shear stiffness of the longitudinal reinforcement is determined by the empirical formula for the anchor

displacement in the transverse direction due to the force acting perpendicular to its axis. In torsion, the dowel force in the longitudinal reinforcement has horizontal and vertical components.

The axial force and a horizontal component of the dowel force arise in the transverse reinforcement. To determine all components of the axial and dowel forces in the longitudinal and transverse reinforcement, the compatibility conditions should be composed in the places of the cut of the longitudinal and transverse rebars. In addition to displacements from external and internal forces, these conditions also include displacements due to local deformation in the places of cut of reinforcement. As a result, a system of four equations is derived for determining the vertical and horizontal components of forces in the longitudinal and transverse reinforcement.

After determining all the dowel forces in the longitudinal and transverse reinforcement, the mutual displacement of the sides of the inclined cracks is defined as the sum of displacements caused by external load and dowel forces. Having dowel and longitudinal forces, the torsional stiffness of an element with an inclined crack should be determined according to the method developed by the authors of this article previously.

Ключові слова: нагельна сила, жорсткість при крученні, поперечна сила, залізобетон, арматура.

Keywords: dowel force, torsional stiffness, shear force, reinforced concrete, reinforcement.

Аналіз досліджень і постановка задачі

При дії локальних навантажень на залізобетонні перекриття перерозподіл зусиль між окремими його елементами залежить як від згинальної, так і від крутильної жорсткостей цих елементів [3, 6, 7]. Визначення жорсткості при крученні залізобетонних елементів традиційними методами передбачає наявність просторових (спіральных) тріщин [8, 9]. Однак, в більшості випадків в залізобетонних елементах, в яких крутіння є вторинним ефектом, утворюються тільки нормальні і похилі тріщини. Питанням визначення крутильної жорсткості залізобетонних елементів з нормальними тріщинами присвячені роботи авторів цієї статті [1, 12]. У цих роботах показано, що задача визначення крутильної жорсткості залізобетонних елементів з нормальними тріщинами включає три етапи. На першому етапі поздовжню арматуру розсікають і визначають взаємне зміщення берегів нормальної тріщини без урахування поздовжньої арматури. На другому етапі визначають нагельні сили в поздовжній арматурі з умови рівності нулю взаємного зміщення арматури з двох сторін умовного розсічення поздовжньої арматури. Третій етап по суті це і є визначення жорсткості при крученні елемента з відомою величиною нагельних сил.

В роботі [10] вирішена перша частина завдання для елемента з похилою тріщиною. У похилому перерізі крім поздовжньої арматури є ще і поперечна арматура, яка також чинить опір дії крутного моменту. Методика визначення нагельних сил в подовжній і поперечній арматурі в

похилому перерізі відсутня.

У зв'язку з вищесказаним **метою цієї статті** є розроблення методики визначення зусиль в поздовжній і поперечній арматурі в елементі з похилою тріщиною при дії поперечних сил і крутного моменту.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо залізобетонний елемент з похилою тріщиною, на який діє поперечна сила і крутний момент. У поздовжній і поперечній арматурі будуть виникати осьові і нагельні сили не тільки від крутіння, а й від згину. Розглянемо спочатку визначення нагельної сили в поздовжній арматурі від дії згину. Після визначення нагельної сили від згину слід визначити нагельну силу від крутіння і тоді можна буде визначити крутильну жорсткість елемента. Експериментальними дослідженнями встановлено [4, 5], що величина нагельної сили в поздовжній арматурі в стадії перед руйнуванням при армуванні елемента поперечною арматурою не перевищує 10% всієї поперечної сили в перерізі. В стадії експлуатації величина нагельної сили ще менша. Тому, можна запропонувати наближений спосіб визначення цієї сили. Схема для визначення нагельної сили від дії поперечної сили приведена на рис. 1.

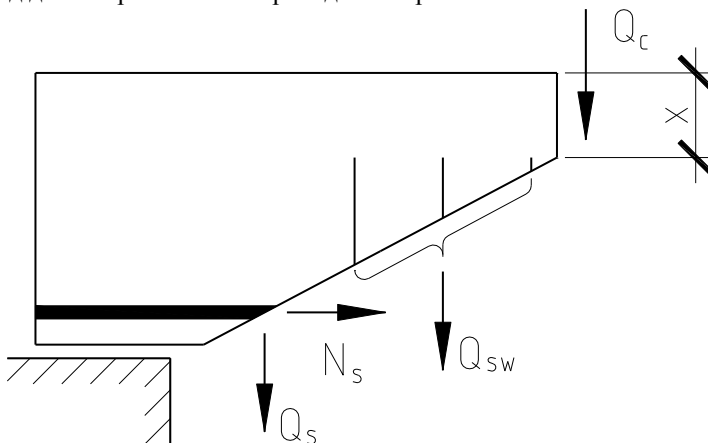


Рис. 1. Схема зусиль, що діють в похилому перерізі при дії поперечних сил

Зовнішню поперечну силу сприймає поперечна сила Q_c в стиснутій зоні бетону, поперечна сила Q_{sw} , що дорівнює сумі сил в хомутах, і поперечна (нагельна) сила Q_s в поздовжній арматурі. Припустимо, що зовнішня поперечна сила сприймається пропорційно жорсткості складових елемента. Позначимо зсувну жорсткість бетону стиснутої зони через GA_c , осьову жорсткість поперечної арматури, що потрапила в розрахунковий похилий переріз, через EA_{sw} , зсувну жорсткість поздовжньої арматури GA_s . Визначення жорсткостей GA_c і EA_{sw} не представляє труднощів:

$$GA_c = G_c b \cdot x; \quad (1)$$

$$EA_{sw} = E_{sw} A_{sw}, \quad (2)$$

де G_c – модуль зсуву бетону; b – ширина перерізу балки; x – висота стиснутої від згину зони (див. рис. 1); E_{sw} – модуль пружності поперечної арматури; A_{sw} – сумарна площа всієї поперечної арматури, що потрапила в розрахунковий похилий переріз.

Для визначення жорсткості поздовжньої арматури на зсув слід розглянути її деформовану схему (рис. 2).

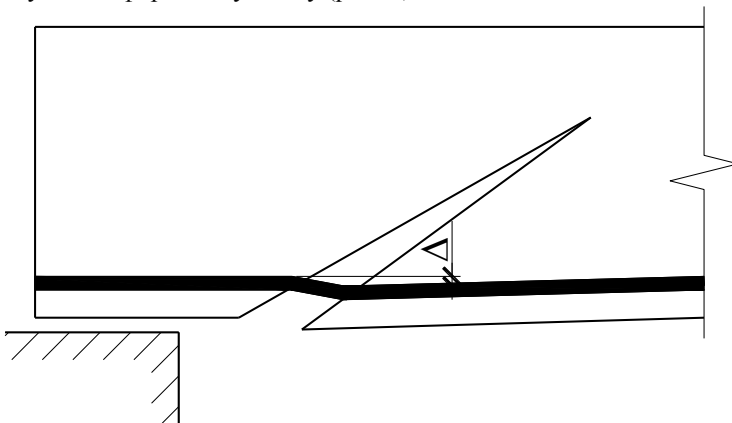


Рис. 2. Схема до визначення жорсткості поздовжньої арматури на зсув

Переміщення Δ арматури, закладеної в бетон, поперек її осі можна визначити за емпіричною формулою [11]:

$$\Delta = 1000 \frac{Q^2}{d^3 E_c^2} + \frac{Q}{d \cdot E_c}, \quad (3)$$

де Q – сила, яка зсуває арматуру поперек її осі; d , E_c – відповідно, діаметр арматури і модуль деформацій бетону.

Формулу (3) можна застосувати для арматури праворуч від похилої тріщини (див. рис. 2). Переміщення арматури зліва від похилої тріщини може бути визначено за формулою (3), множенням величини Δ на деякий коефіцієнт $k < 1$. Це пов'язано з тим, що переміщенню вниз арматури перешкоджає опора балки (див. рис. 2). Коефіцієнт k слід визначити на основі додаткових експериментальних досліджень.

Повне переміщення поздовжньої арматури в тріщині на одиниці довжини буде визначено за виразом:

$$\Delta_{crc} = \Delta(1 + k), \quad (4)$$

де Δ визначається за (3).

Після визначення Δ_{crc} зсувну жорсткість поздовжньої арматури GA_s отримаємо, прирівнюючи величину Δ_{crc} переміщенню від зсуву елемента одиничної довжини з площею A_s :

$$\Delta_{crc} = \frac{Q}{GA_s}, \quad (5)$$

звідки легко знайти величину GA_s , приймаючи в (3) і (5) одиничну поперечну силу.

Пояснимо наведену вище методику розподілу поперечної сили на прикладі. Нехай висота стиснутої зони елемента дорівнює $x = 5$ см, ширина перерізу елемента $b = 15$ см. Поздовжня арматура $2\emptyset 16A500$. У похилий переріз потрапляють 3 ряди поперечних стрижнів з арматури $2\emptyset 6A400$. Модуль деформацій бетону $E_c = 25000$ МПа = 2500 кН/см²; модуль зсуву бетону $G_c = 1000$ кН/см². Слід визначити, які частки зовнішньої поперечної сили будуть сприймати стиснутий бетон, поздовжня і поперечна арматура.

За формулами (1) і (2) будемо мати:

$$GA_c = 1000 \cdot 10 \cdot 5 = 50000 \text{ кН};$$

$$EA_{sw} = 20000 \cdot (3 \cdot 3 \cdot 0.29) = 34800 \text{ кН}.$$

Далі за формулою (3) при $Q=1$ визначимо:

$$\Delta = \left[\frac{1000}{1.6^3 \cdot 2600^2} + \frac{1}{1.6 \cdot 2500} \right] / 2 = 0.00014453 \text{ см}.$$

У останньому виразі поділено на 2, тому що є два поздовжніх стрижня.

Припустимо наближено, що коефіцієнт $k = 1$. Тоді будемо мати:

$$\Delta_{crc} = 2 \cdot \Delta = 0.000289 \text{ см}$$

Далі за (5) при $Q=1$ будемо мати:

$$GA_s = 1 / \Delta_{crc} = 1 / 0.000289 = 3459 \text{ кН}.$$

Якщо прийняти GA_s за одиницю, то будемо мати $GA_c = 14.45 GA_s$; $EA_{sw} = 10.06 GA_s$. Сумарне значення жорсткості в перерізі складе $25.51 GA_s$. Тоді розподіл зовнішньої поперечної сили між елементами складе:

$$\text{для бетону стиснутої зони } 14.45 / 25.51 = 0.566 Q;$$

$$\text{для поперечної арматури } 10.06 / 25.51 = 0.394 Q;$$

$$\text{для поздовжньої арматури (величина нагельної сили):}$$

$$1 / 25.51 = 0.0392 Q.$$

Таким чином, поздовжня арматура сприймає (за рахунок нагельного ефекту) 4% поперечної сили; поперечна арматура сприймає 40%, а бетон стиснутої зони – 56% поперечної сили в перерізі. Цей результат

узгоджується з даними експериментальних досліджень [4, 5], де сказано, що при достатньому армуванні поперечною арматурою сприйняття поперечної сили за рахунок нагельного ефекту становить близько 5%. Ті ж експериментальні дослідження показали, що на стадіях, близьких до руйнування, ефект нагельної сили збільшується. Це цілком можна пояснити з точки зору наведеної вище інженерної методики, тому що в цьому випадку за рахунок пластичних деформацій модуль зсуву бетону буде зменшуватися і частка поперечної сили, що сприймається за рахунок нагельного ефекту, буде збільшуватися.

Перейдемо тепер до визначення нагельної сили в поздовжній і поперечній арматурі при крученні (за принципом незалежності дії сил будемо вважати, що до нагельних і осьових сил від крутіння слід додати сили від згину).

Зробимо так само, як це зроблено для визначення нагельних сил в арматурі при наявності нормальних тріщин [2, 12]. Розсічемо всі поперечні і поздовжні стрижні. Дію всіх поперечних стрижнів так само, як це було зроблено вище для згину, замінимо одним рядом стрижнів з сумарною жорсткістю, яка дорівнює сумі жорсткостей всіх поперечних стрижнів, які потрапили в похилий переріз. Тоді в похилому перерізі будуть діяти нагельні і поздовжні сили, як показано на рис. 3.

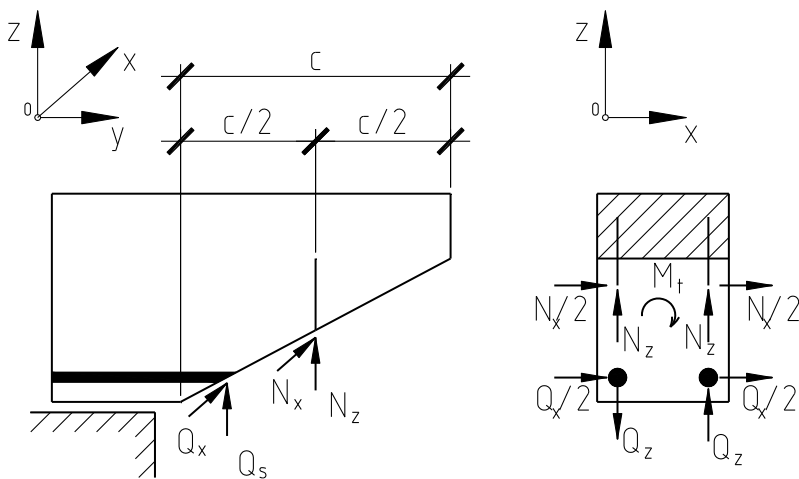


Рис. 3. Схема дії нагельних і поздовжніх сил в похилому перерізі

Нехай після розтину арматури визначені взаємні зміщення двох суміжних точок в місці перетину поздовжньої арматури і сумарної поперечної арматури способом, описаним в роботі авторів цієї статті [10].

Далі складанням умов спільності деформацій у місцях розтину поздовжньої і поперечної арматури слід записати систему рівнянь для визначення нагельних і поздовжніх сил у всіх стрижнях арматури. Система рівнянь виглядає наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{s,x}^{Mt} - Q_x \delta_{xx} - Q_z \delta_{xz} - N_x \delta_{x,Nx} - N_z \delta_{x,Nz} - 2\Delta_{loc}^x = 0 \\ \Delta_{s,z}^{Mt} - Q_x \delta_{zx} - Q_z \delta_{zz} - N_x \delta_{z,Nx} - N_z \delta_{z,Nz} - 2\Delta_{loc}^z = 0 \\ \Delta_{w,x}^{Mt} - Q_x \gamma_{xx} - Q_z \gamma_{xz} - N_x \gamma_{x,Nx} - N_z \gamma_{x,Nz} - 2\gamma_{loc}^x = 0 \\ \Delta_{w,z}^{Mt} - Q_x \gamma_{zx} - Q_z \gamma_{zz} - N_x \gamma_{z,Nx} - N_z \gamma_{z,Nz} - 2\gamma_{loc}^z = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

В системі (6) прийняті позначення:

$\delta_{xx}, \delta_{xz}, \delta_{x,Nx}, \delta_{x,Nz}$ – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили Q_x від крутіння одиничними силами відповідно $Q_x=1, Q_z=1, N_x=1, N_z=1$;

$\delta_{zx}, \delta_{zz}, \delta_{z,Nx}, \delta_{z,Nz}$ – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили Q_z від крутіння одиничними силами відповідно $Q_x=1, Q_z=1, N_x=1, N_z=1$;

$\gamma_{xx}, \gamma_{xz}, \gamma_{x,Nx}, \gamma_{x,Nz}$ – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили N_x від крутіння одиничними силами відповідно $Q_x=1, Q_z=1, N_x=1, N_z=1$;

$\gamma_{zx}, \gamma_{zz}, \gamma_{z,Nx}, \gamma_{z,Nz}$ – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили N_z від крутіння одиничними силами відповідно $Q_x=1, Q_z=1, N_x=1, N_z=1$;

$\Delta_{s,x}^{Mt}, \Delta_{s,z}^{Mt}, \Delta_{w,x}^{Mt}, \Delta_{w,z}^{Mt}$ – взаємне зміщення берегів тріщини від крутіння зовнішнім моментом в напрямку дії відповідно сил Q_x, Q_z, N_x, N_z ;

$\Delta_{loc}^x, \Delta_{loc}^z$ – переміщення від місцевої деформації в місці розташування поздовжньої арматури відповідно від сил Q_x і Q_z ;

$\gamma_{loc}^x, \gamma_{loc}^z$ – переміщення від місцевої деформації в місці розташування поперечної арматури відповідно від сил N_x і N_z .

Слід зазначити, що величини зсувів від одиничних сил і від зовнішнього моменту є величинами саме взаємного зміщення берегів тріщини, на відміну від коефіцієнтів канонічних рівнянь методу сил, які означають абсолютні переміщення певної точки, хоча природа їх однакова.

Для уточнення розрахунків можна розглянути умови спільності деформацій не в усередненій поперечній арматурі, а в місці розташування кожного з поперечних стрижнів, які потрапили в похилий переріз. Тоді система рівнянь буде містити більшу кількість невідомих.

Величини Δ_{loc} краще визначати за емпіричними даними, наведеними в нормативних документах, наприклад за [11]. Це пов'язано з фактом, що

моделювання навіть за допомогою об'ємних скінчених елементів не дає результату, близького до реальності, так як арматура в масиві бетону в реальних умовах стискає бетон під своєю поверхнею, а при комп'ютерному моделюванні скінченні елементи, розташовані з боку, протилежного напрямку нагельної сили, також чинять опір переміщенню. Тому величини Δ_{loc} потрібно визначати за емпіричною формулою (3).

Тут слід зазначити, що при визначенні Δ_{loc}^x замість Q у виразі (3) слід підставити величину $Q_x/2$, при визначенні γ_{loc}^x замість Q у вираз (3) слід підставити величину $N_x/2$, а при визначенні інших Δ_{loc} – безпосередньо ці величини сил. Це пов'язано з фактом, що величини Q_x і N_x однаково розподіляються між арматурними стрижнями зліва і справа (див. рис. 3).

Підставляючи (3) в систему (6), отримуємо систему чотирьох квадратних рівнянь, в результаті вирішення якої будуть визначені всі невідомі Q_x , Q_z , N_x , N_z . Після визначення цих невідомих сил до них слід додати нагельні і поздовжні сили в поздовжній і поперечній арматурі від дії згинального моменту і поперечної сили.

Після визначення всіх нагельних сил в поздовжній і поперечній арматурі, а також осьових сил в поперечній арматурі, взаємне зміщення берегів похилої тріщини визначається як сума переміщень від зовнішнього навантаження і від визначених у результаті рішення задачі нагельних сил. Маючи визначені нагельні і поздовжні сили, крутильну жорсткість елемента з похилою тріщиною можна обчислити за методикою [2, 12].

Висновки і перспективи досліджень

При крученні елемента з похилими тріщинами опір крутному моменту чинять поздовжня і поперечна арматура, а також частина бетонного перерізу без тріщин. Для визначення жорсткості при крученні елемента з похилою тріщиною слід спочатку розсікти поздовжню і поперечну арматуру в перерізі з тріщиною, а потім визначити взаємне зміщення берегів тріщини. Після визначення взаємного зсуву берегів тріщини слід визначити складові Q_x і Q_z нагельної сили в поздовжній арматурі, а також складові N_x і N_z в поперечній арматурі за допомогою системи рівнянь (6). Потім до цих нагельних сил слід додати нагельні та поздовжні сили в поздовжній і поперечній арматурі від дії згинального моменту і поперечної сили. Знаючи величину нагельних сил, неважко визначити крутильну жорсткість елемента з похилою тріщиною.

Наведена в роботі методика визначення нагельних сил в поздовжній і поперечній арматурі при крученні і поперечному згині залізобетонних елементів з похилими тріщинами дозволяє більш точно проектувати залізобетонні конструкції, в елементах яких з'являються похилі тріщини і які сприймають не тільки згинальні, але й крутні моменти. Методика є інженерною і має достатню для практичних розрахунків точність. При цьому відпадає потреба використання складних програмних комплексів з моделюванням об'ємними скінченими елементами, що в свою чергу

суттєво зменшує час та трудовитрати на проектування.

Перспективою досліджень є експериментальна перевірка розробленої методики розрахунку.

References

1. Azizov T. 2009. Zhestkost' zhelezobetonyh ehlementov pri kruchenii i ee vliyanie na prostranstvennuyu rabotu mostov [Stiffness of reinforced concrete elements in torsion and its impact on the spatial work of bridges] // Mechanics and physics of fracture of building materials and constructions Collection of scientific works. H. V. Karpenko Phys.-Mechanical Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine. – Lviv, 2009. – pp. 576–590.
2. Azizov T.N., Orlova O.M. ZHorstkist' i micnist' pri kruchenni zalizobetonyh dvotavrovih elementiv z normal'nimi trishchinami [Stiffness and torsional strength of reinforced concrete I-beams with normal cracks] // Tauride National University series: Technical Sciences Volume 31 (70) No. 3 2020.Part 2. – pp. 124-129.
3. Gornov V. N. Issledovanie prochnosti i zhyostkosti sbornyh zhelezobetonyh perekrytij iz lotkovykh nastilov [Research of strength and rigidity of precast reinforced concrete floors from tray floorings] // Materials and structures in modern architecture, Moscow: Stroizdat, 1950.
4. Dorofeev V. S., Karpjuk V. M., Kantovskaya E. N. Prochnost', treshchinostjokost' i deformativnost' nerazreznyh zhelezobetonyh balok [Strength, crack resistance and deformability of continuous reinforced concrete beams]. - Odessa, 2010. - 176 p.
5. Dorofeev V. S., Karpjuk V. M., Karpjuk F. R. Prochnost', treshchinostjokost' i deformativnost' predvaritel'no napryazhennyh tavrovyyh zhelezobetonyh elementov [Strength, crack resistance and deformability of prestressed reinforced concrete elements]. Odessa, 2010. - 223 p.
6. Drozdov P.F. Konstruirovaniye i raschyot nesushchih sistem mnogoetaznyh zdaniy i ih elementov [Design and calculation of bearing systems of multi-storey buildings and their elements], Moscow: Stroyizdat. 1977. – 223.
7. Karabanov B. V. Nelinejnyj raschet sborno-monolitnyh zhelezobetonyh perekrytij [Nonlinear calculation of precast-monolithic reinforced concrete floors] // Concrete and reinforced concrete. - 2001. - no. 6. – pp. 14-18.
8. Karpenko N.I. 1996. Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of the mechanics of reinforced concrete], Moscow: Stroyizdat, 1996. – 416.
9. Cowan H.J. 1972. Kruchenie v obychnom i predvaritel'no napryazhennom zhelezobetone [Torsion in the plane and prestressed reinforced concrete], Moscow: Strojizdat, 1972. – 104.
10. Kochkarev D.V., Azizov T.N. Peremeshcheniya pri kruchenii zhelezobetonyh elementov s naklonnymi treshchinami [Displacements of reinforced concrete elements with inclined cracks in torsion] // Science of Europe. – 2020. – Vol 1, № 54. – pp. 18-22.
11. NIIZhB Gosstroya SSSR sud. 1984. Rekomendacii po proektirovaniyu stal'nyh zakladnyh detalej dlya zhelezobetonyh konstrukcij [Recommendations for the design of steel details for reinforced concrete structures], Moscow: Stroyizdat, 1984. – 87.
12. Azizov T., Jurkowska N., Kochkarev D. Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks // Concrete Innovations In Materials,

Design And Structures. Fib Symposium 2019. Cracow 27-29 May 2019. Book of Abstracts. S. 489-490

Список використаної літератури

1. Азизов Т.Н. Жесткость железобетонных элементов при кручении и ее влияние на пространственную работу мостов // *Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій*// Збірник наукових праць. НАН України. Фізико-мех.інститут ім. В.Г. Карпенка. – Львів, 2009. – С. 576-590.
2. Азізов Т.Н., Орлова О.М. Жорсткість і міцність при крученні залізобетонних двотаврових елементів з нормальними тріщинами // *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського Серія: Технічні науки* Том 31 (70) № 3 2020. Частина 2. – С. 124-129.
3. Горнов В.Н. Исследование прочности и жёсткости сборных железобетонных перекрытий из лотковых настилов // *Материалы и конструкции в современной архитектуре.* – М.: Стройиздат, 1950.
4. Дорофеев В.С., Карпюк В.М., Крантовская Е.Н. Прочность, трещиностойкость и деформативность неразрезных железобетонных балок. – Одесса, 2010. – 176 с.
5. Дорофеев В.С., Карпюк В.М., Карпюк Ф.Р. Прочность, трещиностойкость и деформативность предварительно напряженных тавровых железобетонных элементов. Одесса, 2010. – 223 с.
6. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. – М.: Стройиздат, 1977. – 223 с.
7. Карабанов Б.В. Нелинейный расчет сборно-монолитных железобетонных перекрытий // *Бетон и железобетон.* – 2001. - №6. - С. 14-18.
8. Карпенко Н.И. общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
9. Коуэн, Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне: Пер. с англ. / Г.Дж. Коуэн; – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.
10. Кочкарев Д.В., Азизов Т.Н. Перемещения при кручении железобетонных элементов с наклонными трещинами // *Science of Europe.* – 2020. – Vol 1, № 54. – pp. 18-22.
11. Рекомендации по проектированию стальных закладных деталей для железобетонных конструкций / НИИЖБ. –М.: Стройиздат, 1984. – 87 с.
12. Azizov T., Jurkowska N., Kochkarev D. Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks // *Concrete Innovations In Materials, Design And Structures. FibSymposium 2019. Cracow 27-29 May 2019. Book of Abstracts.* S. 489-490.