

УДК 624.046.4:539.3:004.94:624.07

А.М. Смоляр

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5714-473X>

Кафедра промислового та цивільного будівництва

Черкаський державний технологічний університет, б-р Шевченка, 460, Черкаси, Україна, 18006

І.В. Мірошкіна*

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7878-4421>

Кафедра статистики та прикладної математики

Черкаський державний технологічний університет, б-р Шевченка, 460, Черкаси, Україна, 18006

Б.В. Середенко

студент

Черкаський державний технологічний університет, б-р Шевченка, 460, Черкаси, Україна, 18006

*автор-кореспондент, e-mail: irina.miroshkina@gmail.com

Натурний експеримент та комп'ютерне моделювання згину балки з будівельним вигином

Цитувати як:

Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Середенко Б.В. (2025) Натурний експеримент та комп'ютерне моделювання згину балки з будівельним вигином. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 23, 321-330. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13\(23\)-28](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13(23)-28)

© 2025, Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Середенко Б.В.

Анотація. Проведене експериментальне дослідження ефективності балки з будівельним вигином. Для проведення натурного дослідження прогинів балки розроблена і сконструйована спеціальна експериментальна установка. Зразки балок виготовлено FDM 3D друком із coPET. Надруковано три типи експериментальних зразків балки: з прямою віссю (модельна балка), з вигином 100% та 200%. Моделювалася робота двохопорної балки з жорстко затисненими кінцями під зосередженим навантаженням посередині балки. Вимірювався прогин під навантаженням. Проведені серії завантажень експериментальних зразків балок силою $F=0-200\text{ Н}$ з приростом сили $\Delta F=10\text{ Н}$. Побудовані діаграми залежності прогину модельної та вигнутих балок від навантаження. Виявлено ефект балки нульового прогину. Для перевірки результатів експериментальних випробувань робота досліджуваних балок аналітично та чисельно. Аналітичне моделювання дозволило модифікувати модуль пружності структури матеріалу 3D друку зразків. Результатами комп'ютерного моделювання у ПК ЛІРА узгоджуються з результатами експерименту та результатами аналітичного розрахунку. Візуалізація досліджень виконана у ПК FUSION. Вона в кольорі демонструє розподіл прогинів балки по довжині та ефективність балок з вигином щодо зменшення значень прогинів при збільшенні величини будівельного вигину. Проведені дослідження є черговим вкладом у вивчення явища будівельного вигину. Метою

досліджень є розробка практичних технологій застосування будівельного вигину у реальному будівництві. Показана можливість використання технології 3D друку у натурному моделюванні конструкційних елементів будівельних споруд. Помічена залежність механічних характеристик структур 3D друку від режиму друку та параметрів монолитки.

Ключові слова: будівельний вигин, натурний експеримент, комп'ютерне моделювання, FDM 3D друк, модельна балка, матеріал соPET, розподіл прогинів.

Вступ

Аналіз літературних джерел та постановка проблеми. Балки з будівельним вигином є важливим конструкційним елементом з вищими характеристиками надійності, довговічності та естетичності, що компенсують недоліки матеріалів і вплив часу.

Будівельний вигин балки є штучним початковим викривленням осі балки дотори, що закладається на стадії проектування задля запланованого вигідного перерозподілу нормальних напружень, зменшення прогину під навантаженням, а також зменшення матеріаломісткості без втрати несучої здатності, амортизації імпульсів при динамічних навантаженнях, захисту конструкційних матеріалів від втоми, підвищення стійкості при коливаннях, захисту від вібраційних навантажень тощо. Балка працює ефективніше, економиться матеріал і підвищується надійність [1].

Попередньо вигнуті балки використовуються у будівництві залізобетонних прогонових конструкцій мостів, у виробництві металевих балок та ферм, гнутих клеєних дерев'яних балок тощо [2].

Успішне використання вигину вимагає точного моделювання, контролю виготовлення та чіткого монтажу балок і при правильному виконанні може бути надзвичайно ефективним способом зміцнення.

Дослідження ефективності будівельного вигину, потреба розробки технологій практичного використання цього явища у практичному будівництві, згідно [3,4], обґрунтовує актуальність даної теми досліджень.

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження є аналіз та оцінка ефективності балки з будівельним вигином під навантаженням. Ставиться задача про комп'ютерне та експериментальне моделювання роботи вигнутої балки, визначення впливу величини будівельного вигину на прогин балки.

Матеріали та методи

В якості модельної задачі розглядається напружено-деформований стан двохопорної балки, кінці якої жорстко затиснені (рис. 1, а) [1]. Балка завантажена зосередженою силою $F=100.0$ Н посередині прогону. Вона має довжину $l=15$ см, поперечний переріз прямокутний шириною $b=1.0$ см,

висотою $h=2.0$ см, момент інерції – $I=0.667$ см⁴. Матеріал балки – поліетилентерефталат (сoPET). Модифікований модуль пружності матеріалу балки – $E=0.983$ ГПа. Таку балку будемо називати модельною балкою.

Для побудови балки з будівельним вигином в ПК ЛІРА була розрахована модельна балка [5]. Епюра прогинів балки зображена на рис. 1, б. Також за методом початкових параметрів із диференціального рівняння зігнутої осі балки отримана формула прогинів

$$w(x) = \frac{F}{EI} \left[-\frac{l}{16} x^2 + \frac{1}{12} x^3 - \frac{l}{6} \left(x - \frac{l}{2} \right)^3 \right] \quad (1)$$

та обчислені ординати прогинів модельної балки. Значення ординат прогинів зображених на рис. 1, б та за формулою (1) дуже близькі. Найбільше розрахункове переміщення в балці посередині, у точці прикладення сили F , дорівнює: $w\left(\frac{l}{2}\right)=0.268$ мм.

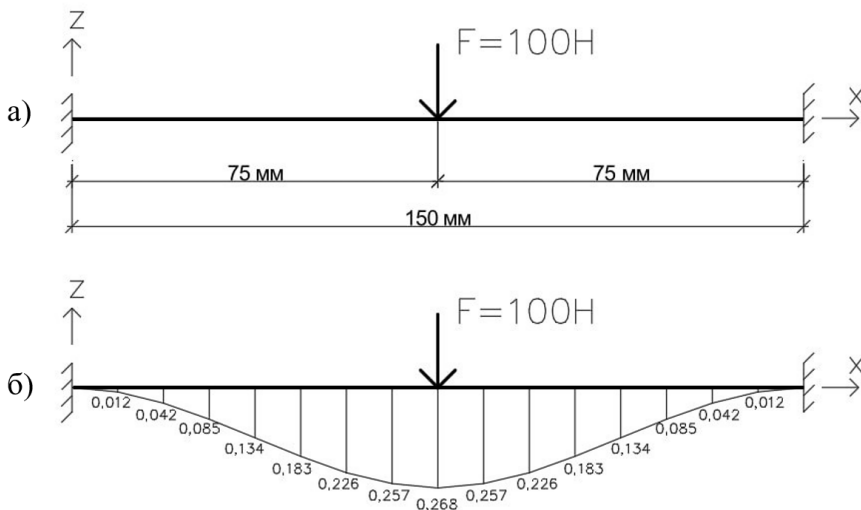


Рис. 1 а, б. Схема (а) та епюра прогинів (б) модельної балки

Епюра прогинів (рис. 1, б) модельної балки при симетричному відображенні відносно осі модельної балки стає осьовою лінією балки з будівельним вигином. Схема вигнутої балки зображена на рис. 2. Така балка буде мати вигин 100%. При збільшенні вигину у два рази отримаємо балку з вигином 200%.

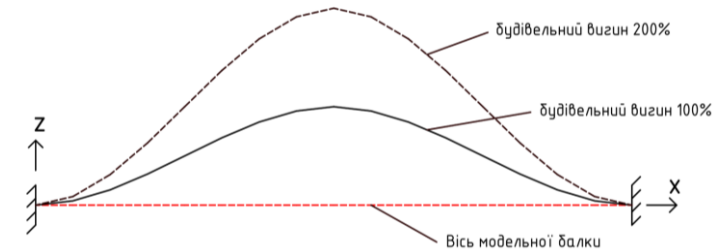


Рис. 2. Схема балки з будівельним вигином 100% та 200%

Натурний експеримент балки з будівельним вигином проведено на модельній балці. Метою експерименту є дослідження поведінки завантаженої балки, перевірка її жорсткості, прогину і загальної ефективності будівельного вигину.

Для натурального експерименту виготовлено із поліетилентерефталату (сoPET) FDM 3D друком зразки модельної балки та двох балок з будівельним вигином 100% і 200% (рис. 3) [6].



Рис. 3. Експериментальні зразки модельної балки та балок з вигином 100% і 200%

Для проведення експерименту була розроблена та сконструйована спеціальна установка (рис. 4). Експериментальна установка складається з металевої рамки 1. У середній частині рамки розміщується балка 2. До рамки прикріплені два опорних пристрої 3, що забезпечують жорстке затиснення кінців балки струбцинами 4. Знизу до рамки прикріплюється індикатор годинникового типу 5, зверху розміщений завантажувальний пристрій, що складається з динамометра 6 та завантажувального гвинта 7. Для центрування навантаження виготовлені 3D-друком спеціальні вставки 8, 9.

Принцип роботи експериментальної установки наступний. Модельна балка установлюється на опорні пристрої 3 та жорстко прикріплюється до них струбцинами 4. Навантаження у вигляді центральної зосередженої сили передається з завантажувального гвинта 7 через динамометр 6 на балку 2. Прогин балки знизу вимірюється індикатором годинникового типу 5.



Рис. 4. Установка для дослідження балок з будівельним вигином

Були проведені серії експериментальних вимірювань прогинів для трьох варіантів балок: модельної та з будівельним вигином 100% і 200%. Приріст навантаження вибраний $\Delta F = 10.0$ Н. Розглядалося навантаження до $F = 200$ Н. Результати експериментальних досліджень показують залежність прогинів балок від величини будівельного вигину та навантаження. Ця

залежність зображена у вигляді діаграм на рис. . 5.

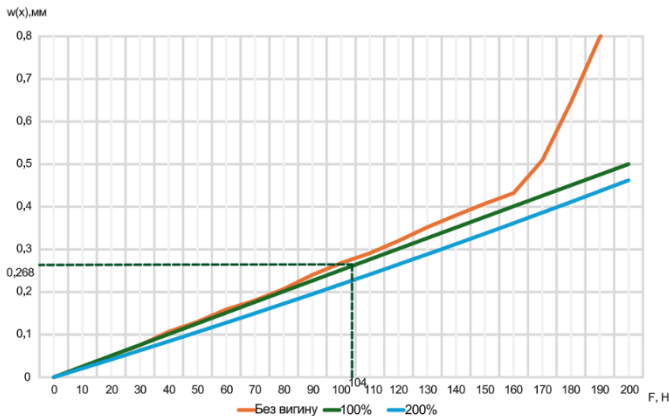


Рис. 5. Діаграми залежності прогинів балок від навантаження

Діаграми на рис. 5 дозволяють зробити висновок про зниження інтенсивності прогинів із збільшенням висоти вигину балки. На діаграмі прогинів модельної балки можливо виділити дві області інтенсивності прогинів. Роздільною точкою цих областей є навантаження приблизно $F=160$ МПа.

Діаграми дозволяють обчислити значення навантаження F при якому лінія прогинів балки з будівельним вигином наближається до осі незавантаженої модельної балки, тобто забезпечується умова для балки з нульовим прогином. Для балки з вигином 100% така зосереджена сила приблизно дорівнює $F=104$ Н (рис. 5).

Комп'ютерне моделювання напружено-деформованого стану модельної балки та балок з будівельним вигином 100% і 200% виконано в ПК ЛІРА. Епюри прогинів для $F=100$ Н приведені на рис. 1, б та рис. 6 [7].

Порівняння отриманих чисельних результатів з експериментальними дозволяє зробити висновки про їх близькість. Експериментальне значення прогину у досліджуваній точці посередині прогону модельної балки дорівнює $w^{\text{експ.}} = 0.262$ мм, а розрахункове – $w^{\text{розн.}} = 0.268$ мм, різниця складає біля $\varepsilon=2.3\%$.

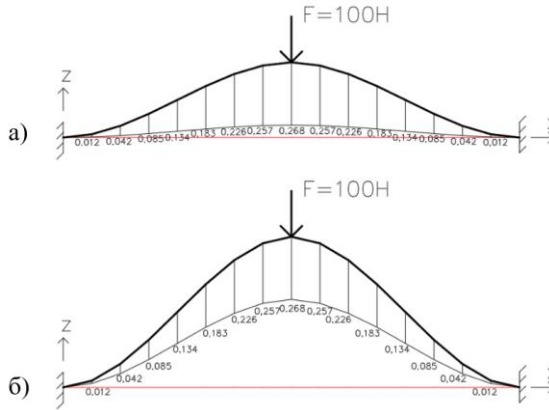


Рис. 6 а, б. Епюри прогинів балки з вигином 100% (а) та балки з вигином 200%

Результати комп'ютерного та натурального моделювання роботи балки з будівельним вигином знайшли підтвердження у візуалізації ПК FUSION. На рис. 7 зображені просторові розподіли переміщень для модельної та вигнутої балки.

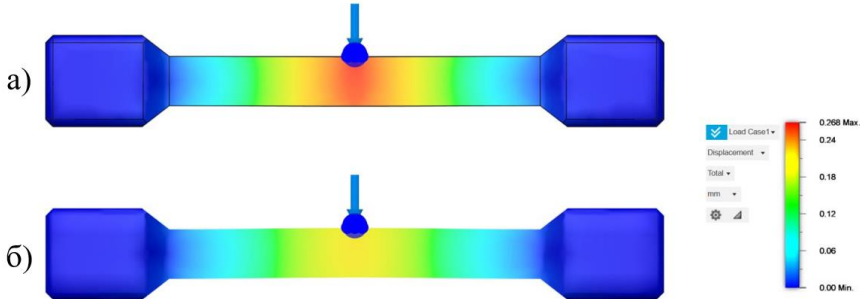


Рис. 7 а, б. Просторова візуалізація розподілу прогинів у модельній балці (а) та балці з будівельним вигином 200% (б)

Така візуалізація дає якісну картину розподілу прогинів у балках. Концентрація червоного кольору відповідає більшим значенням прогинів балки. Концентрація червоного кольору у модельної балки вища ніж у вигнутої. По кольору за шкалою прогинів можливо також визначити приблизні кількісні величини прогинів у перерізах балки.

Результати та обговорення

Результатами виконаних досліджень є натурне та комп'ютерне моделювання розподілу прогинів балок у залежності від висоти будівельного вигину. Доведено залежність прогинів від висоти вигину балок. Матеріалом для зразків балок вибраний пластик coPET. Цей матеріал має високі механічні властивості, що дозволяє його використання для моделювання будівельних конструкцій. Разом з FDM 3D друком проведення натурних експериментальних досліджень значно спростилося, підвищилась мобільність. Але поряд з цим постали проблеми модифікації механічних властивостей структур 3D друку.

Отримані результати ґрунтуються на натурному, аналітичному та чисельному моделюванні роботи вигнутої балки, що підтверджує їх відповідність.

Автори статті працювали єдиним організмом, кожен виконував свою важливу функцію.

Висновки

Проведені дослідження вказують на ефективність конструктивних елементів з будівельним вигином. Дослідження є вкладом у розробку практичних технологій застосування будівельного вигину у реальному будівництві. Показана можливість використання технології 3D друку у натурному моделюванні конструкційних елементів будівельних споруд.

Конфлікти інтересів

Автори заявляють, що у них немає конфлікту інтересів щодо поточного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський чи будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, наведені в цьому документі.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті статті.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні поточної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

References

1. Smolyar, A. M., Miroshkina, I. V., & Yurchenko, S. V. (2015). Strain state of zero-deflection plates. *Materials Science*, (51), 276–280. <https://doi.org/10.1007/s11003-015-9840-x>
2. Mykhailovskyi D., Komar, M., & Komar, O. (2024). Analysis of stress-strain state of plates made of cross-laminated timber reinforced with composite tapes. *Building*

- constructions. *Theory and practice*, (14), 29–40. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.14.2024.29-40>
3. Zhang, X., Sun, Y., Yang, X., Sun, L., & Wang, P. (2023). Study on the Bending Performance of High-Strength and High-Ductility CRE-Reinforced Concrete Beams. *Buildings*, 13(11), 2746. <https://doi.org/10.3390/buildings13112746>
4. Gomon, S., Marchuk, V., Nalepa, O., Romanyuk, V., & Ziatyuk, Y. (2022). Effective methods to strengthen the bending reinforced concrete elements. *ACTA SCIENTIARUM POLONORUM – Architectura Budownictwo*, (21), 51–56. <https://doi.org/10.22630/ASPA.2022.21.1.6>
5. Барабаш М., Костира Н., & Томашевський, А. (2022). Stress-strain state and strength calculations of damaged structures using “LIRA–SAPR” software tools. *Ukrainian Journal of Civil Engineering and Architecture*, (1), 7–14. <https://doi.org/10.30838/J.BPSACEA.2312.220222.7.827>
6. Characteristics of coPET – a Unique Monofilament Material for FDM 3D Printing (2018, April 23) monofilament.com.ua <https://monofilament.com.ua/ua/publikatsiji/osoblivosti-copet-unikalnogo-materialu-monofilament-dlja-fdm-3d-druku>

Література

1. Smolyar, A. M., Miroshkina, I. V., & Yurchenko, S. V. (2015). Strain state of zero-deflection plates. *Materials Science*, (51), 276–280. <https://doi.org/10.1007/s11003-015-9840-x>
2. Михайловський, Д., Комар, М., & Комар, О. (2024). Аналіз напружено-деформованого стану плит з перехресно-класної деревини підсилених композитними стрічками. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (14), 29–40. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.14.2024.29-40>
3. Zhang, X., Sun, Y., Yang, X., Sun, L., & Wang, P. (2023). Study on the Bending Performance of High-Strength and High-Ductility CRE-Reinforced Concrete Beams. *Buildings*, 13(11), 2746. <https://doi.org/10.3390/buildings13112746>
4. Gomon, S., Marchuk, V., Nalepa, O., Romanyuk, V., & Ziatyuk, Y. (2022). Effective methods to strengthen the bending reinforced concrete elements. *ACTA SCIENTIARUM POLONORUM – Architectura Budownictwo*, (21), 51–56. <https://doi.org/10.22630/ASPA.2022.21.1.6>
5. Барабаш М., Костира Н., & Томашевський, А. (2022). Визначення напружено-деформованого стану та міцності пошкоджених несних конструкцій інструментами ПК «ЛІРА – САПР». *Український журнал будівництва та архітектури*, (1), 7–14. <https://doi.org/10.30838/J.BPSACEA.2312.220222.7.827>
6. Особливості coPET – унікального матеріалу MonoFilament для FDM 3D друку. (2018, Квітень 23) monofilament.com.ua <https://monofilament.com.ua/ua/publikatsiji/osoblivosti-copet-unikalnogo-materialu-monofilament-dlja-fdm-3d-druku>

Відомості про статтю:	Article information:
Отримано 21.05.2025	Received 21.05.2025
Отримано у доопрацьованому вигляді 21.05.2025	Received in revised form 21.05.2025
Прийнято 01.06.2025	Accepted 01.06.2025
Опубліковано 25.06.2025	Published 25.06.2025

A.M. Smoliar

D.Sc. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5714-473X>
 Department of Industrial and Civil Construction
 Cherkasy State Technological University, Shevchenko Boulevard, 460, Cherkasy, Ukraine, 18006

I. V. Miroshkina*

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7878-4421>

Department of Statistics and Applied Mathematics

Cherkasy State Technological University, Shevchenko Boulevard, 460, Cherkasy, Ukraine, 18006

B. V. Seredenko

student

Cherkasy State Technological University, Shevchenko Boulevard, 460, Cherkasy, Ukraine, 18006

*corresponding author, e-mail: irina.miroshkina@gmail.com

Full-Scale Experiment and Numerical Modeling of Beam Bending with Constructional Camber

How to Cite:

Smoliar, A. M., Miroshkina, I. V., Seredenko, B. V. (2025). Full-Scale Experiment and Numerical Modeling of Beam Bending with Constructional Camber. *Modern technologies and methods of calculations in construction*, 23, 321-330. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13\(23\)-28](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13(23)-28)

Abstract. An experimental study was conducted to evaluate the effectiveness of beams with constructional camber. A custom test rig was developed and assembled to carry out full-scale investigations of beam deflection. Beam specimens were fabricated using FDM 3D printing technology from coPET material. Three types of experimental beam specimens were produced: with a straight axis (model beam), and with 100% and 200% camber. The experimental setup simulated the behavior of a two-span beam with fixed ends subjected to a central point load. The deflection under load was measured. Load tests were performed on the experimental beams with an applied force ranging from $F = 0$ to 200 N in increments of $\Delta F = 10\text{ N}$. Diagrams were constructed to show the relationship between the deflection of the model and cambered beams under various loading conditions. A zero-deflection beam effect was observed. To verify the experimental findings, the behavior of the tested beams was also analyzed analytically and numerically. Analytical modeling enabled the adjustment of the elastic modulus to account for the material structure produced by 3D printing. The results obtained from numerical simulations in the LIRA software package showed good agreement with both the experimental and analytical results. Visualization was performed using FUSION software, where colored diagrams illustrated the deflection distribution along the beam length and demonstrated the efficiency of cambered beams in reducing deflections with increasing constructional camber. The research contributes to the study of constructional camber effects. The objective of the study is to develop practical technologies for applying constructional camber in real-world construction. The feasibility of using 3D printing technology for full-scale modeling of structural elements in buildings was demonstrated. A correlation was noted between the mechanical properties of 3D printed structures and the printing mode and filament parameters.

Keywords: constructional camber, full-scale experiment, computer simulation, FDM 3D printing, model beam, coPET material, deflection distribution.