

УДК624.9

Ю. В. Олевич*

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5919-9945>

Кафедра будівництва

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ, Україна, 76019

А. С. Величкович

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2685-8753>

Кафедра будівництва

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ, Україна, 76019

А. В. Андрусяк

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2099-9045>

Кафедра будівництва

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ, Україна, 76019

І. І. Палійчук

к.т.н., доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8443-2702>

Кафедра будівництва

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ, Україна, 76019

*автор-кореспондент, e-mail: yurii.olevych@nung.edu.ua

Числовий аналіз міцності та жорсткості багатопустотної плити зі швидкотверднучого високоміцного бетону

Цитувати як:

Олевич Ю. В., Величкович А. С., Андрусяк А. В., Палійчук І. І. (2025). Числовий аналіз міцності та жорсткості багатопустотної плити зі швидкотверднучого високоміцного бетону. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 23, 182-195. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13\(23\)-17](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13(23)-17)

© 2025, Олевич Ю. В., Величкович А. С., Андрусяк А. В., Палійчук І. І.

Анотація. Швидкотверднучий високоміцний бетон поєднує високу ранню міцність із підвищеною щільністю структури, що робить його перспективним матеріалом для ефективного виробництва збірних залізобетонних конструкцій. У статті наведено результати числового моделювання напружено-деформованого стану залізобетонної багатопустотної плити із використанням об'ємної скінченно-елементної моделі, реалізованої в програмному комплексі ЛІРА-САПР. На відміну від традиційних підходів, заснованих на застосуванні пластинчастих скінченних елементів, у роботі побудовано повноцінну об'ємну модель, яка враховує реальну геометрію порожнин і дозволяє більш точно описати локальний розподіл напружень у бетонному тілі конструкції. З огляду на складну топологію плити, сітку скінченних елементів формували за допомогою комбінованого підходу. При триангуляції моделі одночасно використовували шестивузлові та восьмивузлові

об'ємні скінченні елементи, що дозволило зберігати баланс між точністю опису і обчислювальною ефективністю. При цьому було застосовано фізично нелінійні універсальні просторові скінченні елементи, а деформаційні властивості бетону описано експоненціальним законом деформування. Попередньо напружена робоча арматура моделювалась універсальними просторовими стержневими скінченними елементами, а її механічні властивості описувались діаграмою Прандтля. За результатами розрахунку визначено характер розподілу внутрішніх зусиль, прогинів та напружень, зокрема в області дії максимального згинального моменту та в зонах анкерування арматури. Установлено орієнтовне значення максимального корисного навантаження, при якому конструкція досягає граничного стану за жорсткістю, задовольняючи при цьому умови міцності. Оцінку міцності виконано за критерієм Кулона-Мора, що дозволило врахувати складний напружений стан, а також характерну для бетонів нерівність меж міцності при розтягу та стиску.

Ключові слова: швидкотверднучий високоміцний бетон, багатопустотна залізобетонна плита, числове моделювання, прогини, напруження, граничне навантаження, жорсткість, міцність.

Вступ

Будівельна індустрія постійно шукає шляхи підвищення ефективності матеріалів, щоб відповідати зростаючим вимогам щодо швидкості, якості та екологічності будівництва. Одним із таких матеріалів у будівельній галузі є бетон, який характеризується хорошими механічними властивостями та високою економічністю. Недоліком бетону є значні терміни набору проектної міцності, що часто стає основним обмеженням при швидкому будівництві, ремонтних роботах, особливо при виготовленні залізобетонних конструкцій, де потрібна прискорена готовність конструкції до навантаження. Саме тому використання швидкотверднучих високоміцних бетонів дає змогу підвищити швидкість виготовлення конструкцій та прискорити темпи будівництва.

Аналіз літературних джерел та постановка проблеми. Номенклатура бетонів, що використовуються в сучасному будівництві, надзвичайно широка і постійно розширюється. Цьому значною мірою сприяє науково-технічний прогрес в технології в'язких матеріалів, заповнювачів і різноманітних добавок до бетону [1]. На сьогодні бетон залишається основним будівельним матеріалом. Проте, тривалий час набору міцності, значні викиди CO_2 під час виробництва портландцементу та потреба у підвищенні довговічності бетону для складних архітектурних проектів спонукають до розробки нових типів бетону, які поєднують високу продуктивність із мінімальним впливом на довкілля. Одними із таких типів бетону є швидкотверднучі та високоміцні бетони, розробка і дослідження яких набули значних масштабів у наш час [2–6].

Так, у роботах [7–9] встановлено, що для досягнення покращених міцнісних характеристик бетону, як в ранньому так і проектному віці,

важливим фактором є ефективне проектування складу цементних композицій та бетонних сумішей, що забезпечує оптимізацію гранулометричного складу компонентів на різних структурних рівнях. Використання хімічних добавок також відіграє важливу роль в кінетиці тверднення бетону та сприяє зростанню його ранньої міцності[10].

Авторами [11] розроблено наномодифіковані швидкотверднучі високоміцні бетони, армовані дисперсними базальтовими волокнами. В проектному віці міцність на стиск таких бетонів досягає 108.6–118.8 МПа. Такі бетони можуть успішно використовуватись для створення захисних укріплень та фортифікаційних споруд спеціального призначення, що є актуальним на сьогоднішній день.

При розробці нових типів бетону, значну увагу вчені приділяють екологічним аспектам, а саме зменшенню викидів CO₂ в атмосферу[12-14]. У роботі [15] проаналізовано досвід зниження "вуглецевого сліду" у будівельній галузі за рахунок широкого використання низькоемісійних цементів. В результаті проведених досліджень, отримано клінкер-ефективний бетон із швидким наростанням міцності ($f_{cm2}/f_{cm28}=0,51$).

Слід зазначити, що використання бетонів високих класів має позитивний економічний ефект за рахунок зменшення поперечного перерізу конструкції, що дає змогу одержати економію на матеріалах[16].

Швидкотверднучі високоміцні бетони також використовують при виробництві залізобетонних конструкцій масового характеру, якими є багатопустотні плити перекриття. Згідно [17] багатопустотна плита – залізобетонна конструкція, що представляє собою плоский елемент постійної товщини з поздовжніми пустотами, армований попередньо напруженою або звичайною арматурою і призначена для несучих частин перекриттів будівель і споруд різного призначення. У праці [18] розроблено і досліджено швидкотверднучий високоміцний бетон на основі надшвидкотверднучої портландцементної композиції, який використовують для виробництва багатопустотних плит перекриття. В дослідженні [19] розроблено аналітичну модель контактної взаємодії в багатошарових бетонних виробках з включеннями. Враховуючи широке використання даних конструкцій у багатоповерхових будівлях, виникає потреба точного аналізу їхньої поведінки під навантаженням, особливо з урахуванням складної геометрії порожнин і впливу попередньо напруженої арматури. Використання числового моделювання дасть змогу дослідити напружено-деформований стан та несучу здатність конструкції.

Мета і завдання дослідження. Метою цієї роботи є розробка об'ємної скінченно-елементної моделі багатопустотної залізобетонної плити з високоміцного бетону на основі надшвидкотверднучої портландцементної композиції у ЛПРА-САПР і оцінка її напружено-деформованого стану, включаючи прогини, напруження та граничне корисне навантаження.

Матеріали та методи

У дослідженні проведено числове моделювання напружено-деформованого стану багатопустотної залізобетонної плити, яка є широкоживим елементом міжповерхових перекриттів у цивільному та промисловому будівництві. Довжина змодельованої плити становить 6 м, ширина – 1.2 м, а товщина – 220 мм. З огляду на симетрію геометричних параметрів та граничних умов, а також зважаючи на довгомірність конструкції на рис. 1 представлено половину моделі плити по довжині, тобто на ділянці $L/2 = 3.0$ м.

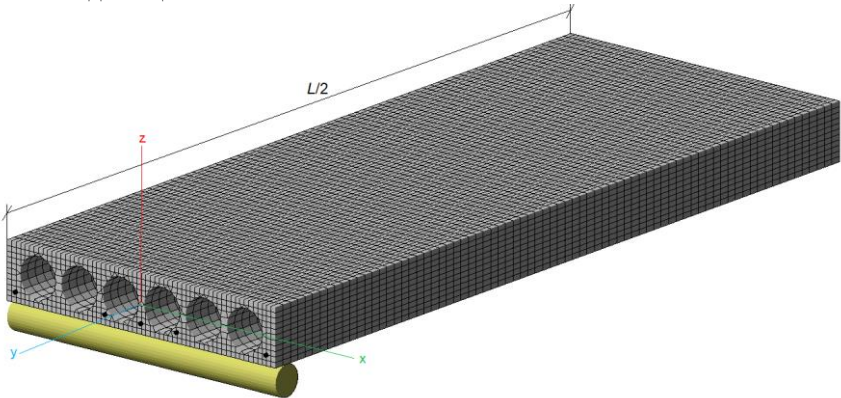


Рис. 1. Скінченно-елементна модель плити

На відміну від традиційного підходу, який передбачає використання пластинчастих скінченних елементів, у цьому дослідженні реалізовано тривимірну об'ємну модель. Такий підхід зумовлений необхідністю точного врахування геометричної складності внутрішніх порожнин та розподілу матеріалу, що характерно для багатопустотних плит, а також для можливості коректного опису локального напруженого стану в зонах концентраторів. Модель побудовано у програмному комплексі ЛІРА-САПР, який забезпечує широкі можливості для нелінійного аналізу складних конструктивних систем. Геометрія бетонної матриці враховувала точне розташування порожнин, сформованих за допомогою пустотоутворювачів. З огляду на складну топологію, сітку скінченних елементів формували за допомогою комбінованого підходу. При триангуляції моделі одночасно використовували шестивузлові та восьмивузлові об'ємні скінченні елементи, що дозволило зберігати баланс між точністю опису і обчислювальною ефективністю. Зазначимо, що було вибрано фізично нелінійні універсальні просторові скінченні елементи.

За базовий матеріал для досліджуваної багатопустотної залізобетонної плити взято високоміцний швидкотверднучий бетон на основі надшвидкотверднучої портландцементної композиції. Такий бетон

характеризується високою міцністю на стиск 60–130 МПа та швидким набором міцності на ранніх стадіях тверднення бетону ($f_{cm2}/f_{cm28} > 0,5$). Для високоміцної бетонної матриці прийнято наступні характеристики (їх було визначено експериментально у попередніх дослідженнях): початковий модуль пружності бетону – 52.6 ГПа; коефіцієнт Пуассона – 0.19; щільність – 2430 кг/м³. Міцнісні характеристики бетону включають межу міцності на стиск – 83.0 МПа та розтяг – 6.6 МПа (визначену при згинанні експериментальних взірців). Деформаційні властивості бетону описано експоненціальним законом деформування, що дає змогу врахувати нелінійність стискування та тріщиноутворення на пізніших стадіях навантаження.

Робоча арматура моделювалась окремо шляхом введення універсальних просторових стержневих скінченних елементів, вузли яких зв'язано з відповідними вузлами бетонної матриці. У конструкції передбачено п'ять арматурних стержнів діаметром 14 мм зі сталі класу А500, механічні властивості якої враховувалися через діаграму Прандтля (пружно-пластична поведінка). Плита моделювалась із попередньо напруженою арматурою. Початкове напруження в арматурі, яке виникало від натягу, встановлювалось як 60% від межі текучості арматурної сталі.

Граничні умови передбачали шарнірне закріплення обох коротких торців плити, що відповідає умовам опирання на реальні конструктивні елементи. Навантаження включало власну вагу плити та рівномірно розподілене корисне навантаження, яке моделювалось як тиск, прикладений до верхньої поверхні.

Особливу увагу було приділено аналізу сіткової збіжності. Проведено серію тестових задач із поступовим зменшенням розміру елементів, результати яких показали стабільність отриманих переміщень та напружень при певному рівні подрібнення. Остаточно сформована модель містила 63343 скінченних елемента, що забезпечує необхідну деталізацію для адекватної оцінки напружено-деформованого стану.

У моделі враховано ефект зсувів у бетоні, який суттєво впливає на оцінку прогинів у плитах з великою висотою перерізу та наявністю порожнин. Крім того, враховано обтиснення бетону від впливу натягу арматури, що особливо важливо при моделюванні попередньо напружених елементів. Такий рівень деталізації дозволяє аналізувати як глобальні параметри конструкції (прогини, реакції, напруження), так і локалізовані зони концентрації напружень.

Результати та обговорення

З метою оцінки несучої здатності запропонованої залізобетонної плити було проведено її числове моделювання із поступовим збільшенням прикладеного корисного навантаження. У межах цього аналізу визначались критичні значення вертикальних переміщень, нормальних та еквівалентних

напружень у бетоні, а також вивчалась локалізація зон концентрації напружень, зокрема в областях анкерування арматури.

На рис. 2 подано хромограму вертикальних переміщень плити при максимальному прикладеному корисному навантаженні 118.2 кН, що відповідає рівномірно розподіленому навантаженню 16.42 кН/м². Максимальне осідання плити в цьому навантаженому стані досягло 24 мм. Це значення становить гранично допустимий прогин відповідно до нормативної умови жорсткості $\delta_{\max} \leq L/250$. Таким чином, при зафіксованому навантаженні плита впритул досягає межового стану за жорсткістю.

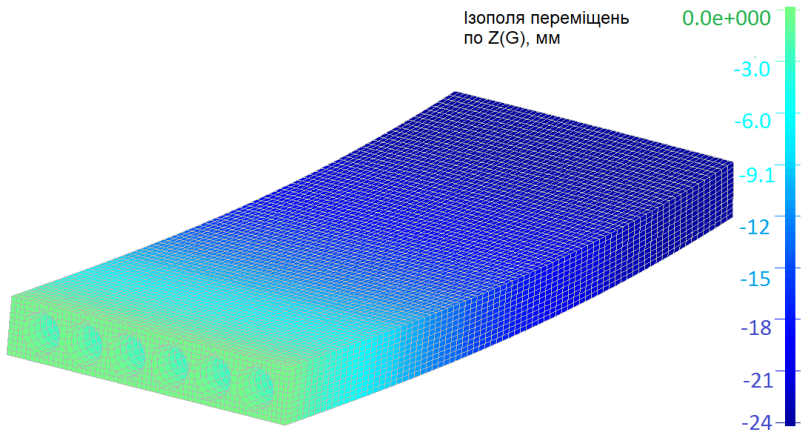


Рис. 2. Хромограма вертикальних переміщень плити (корисне навантаження 118,2 кН)

На рис. 3 показано хромограму нормальних напружень вздовж осі у в центральній частині плити (фрагментовано найбільш напружені середні 2 м її довжини). Аналіз отриманих даних свідчить про наявність несиметричного розподілу осьових напружень щодо нейтральної осі. У верхньому шарі бетону спостерігається зона інтенсивного стиску із максимальними напруженнями до 12 МПа. У нижньому шарі, навпаки, реалізуються розтягуючі напруження, максимальне значення яких становить 4.9 МПа. Зазначимо, що через суттєвий контраст жорсткості між матеріалом арматурних стрижнів та навколишньою бетонною матрицею, нормальні напруження в арматурі перевищують відповідні значення в бетоні на порядок (але не перевищують граничних значень для арматури). Така різниця різниці значень істотно впливає на інтерпретацію хромограми, оскільки кольорова шкала автоматично адаптується до максимальних напружень в арматурі, що призводить до втрати деталізації в бетоні. З цієї причини для побудови хромограм напруженого стану в бетоні арматурні

елементи були виключені з розгляду, аби зосередити увагу саме на розподілі напружень у бетонному тілі плити.

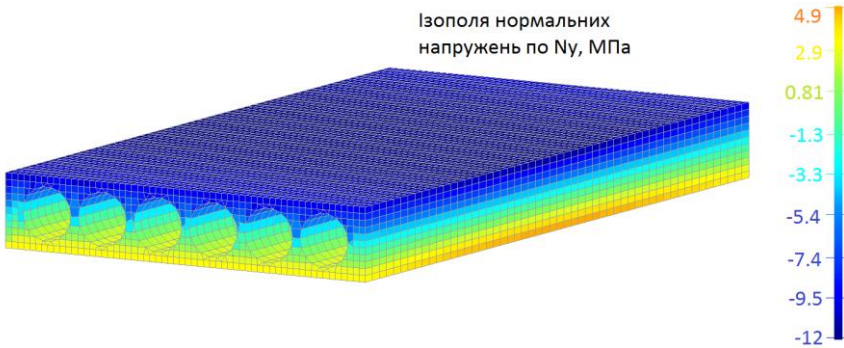
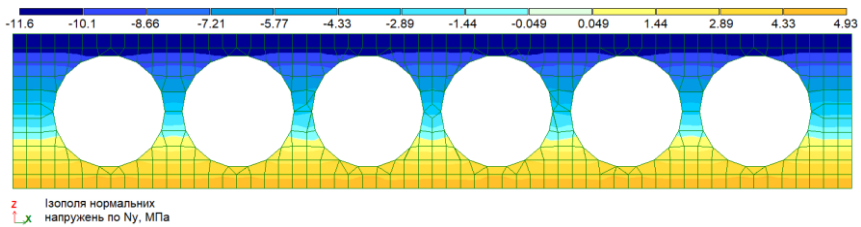
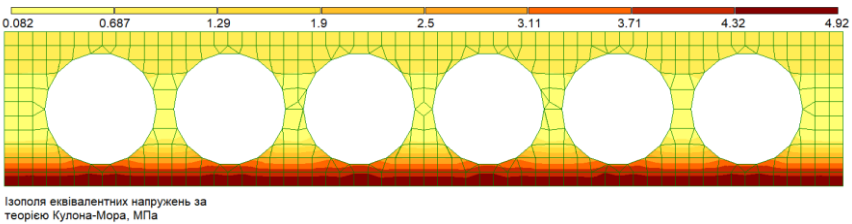


Рис. 3. Хромограма нормальних напружень вздовж осі z (показано середні 2 м плити)



а



б

Рис. 4. Ізополю нормальних (а) та еквівалентних (б) напружень в центральному поперечному перерізі плити

Максимальне значення еквівалентних напружень склало 4.93 МПа. Це значення потрібно порівнювати з допустимим розтягуючим напруженням для бетону, тож ми бачимо, що воно наближається до граничного значення з точки зору розтягувальної міцності бетону, але не

досягає його. Таким чином, у найбільш навантаженій зоні плити граничний стан за міцністю ні у верхній, ні у нижній частинах перерізу не досягається.

Окрему увагу було приділено аналізу зон анкерування робочої арматури. На рис. 5 представлено ізополя нормальних напружень, які демонструють виражену локалізацію інтенсивних стискаючих напружень у зонах фіксації арматури. Максимальні стискаючі напруження в цих ділянках досягають найвищих значень – 18.9 МПа, що однак не перевищує нормативного ліміту для вибраного бетону при стисканні. Однак наявність таких пікових значень потребує уваги при проектуванні арматурного каркасу та визначенні довжини анкерування, оскільки локальне перенапруження може спричинити утворення мікротріщин або передчасне руйнування поверхонь зчеплення. Вочевидь подальші дослідження доцільно спрямувати на аналіз чутливості швидкотверднучого високоміцного бетону до концентрації напружень. Зокрема, актуальним є вивчення впливу довжини анкерування, діаметра арматури та параметрів контактної взаємодії “бетон-арматура” на рівномірність розподілу поля напружень. Також перспективним є застосування оптимізованих схем армування для зменшення локальних піків напруженого стану і підвищення тріщиностійкості конструкції.

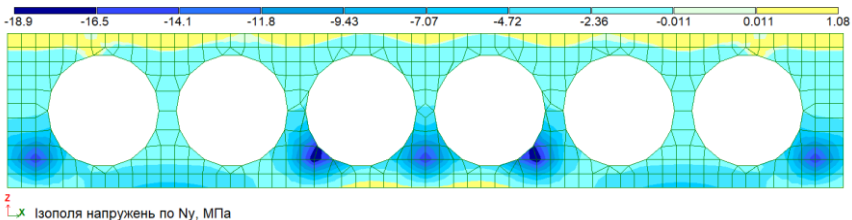


Рис. 5. Концентрація напружень в зонах анкерування робочої арматури

Отож, аналіз результатів моделювання показує, що пропонувана **плита досягає граничного стану за жорсткістю** при прикладеному корисному навантаженні 118.2 кН. Це підтверджує її конструктивну ефективність при заданих розмірах та армуванні. **Найбільш напружені ділянки** з точки зору розтягу локалізуються в нижньому шарі бетону в центральній за довжиною частині плити, де еквівалентні напруження Кулона-Мора близькі до граничних. **Зона анкерування** арматури виявляють концентрацію стискаючих напружень, що не перевищують допустимих значень, проте вимагають ретельного конструювання контактних ділянок.

Висновки

Побудовано об'ємну скінченно-елементну модель багатопустотної залізобетонної плити, яка успішно імітує просторову геометрію конструкції з урахуванням порожнин, вплив на поведінку плити попередньо напруженої арматури та фізичну нелінійність матеріалів.

Встановлено орієнтовне значення граничного корисного навантаження. Отримані результати аналізу показали, що при рівномірно розподіленому навантаженні 16.42 кН/м^2 (загальна величина корисного навантаження 118.2 кН) прогин плити досягає граничного значення, що відповідає граничному стану за жорсткістю. У цьому ж стані навантаження максимальні нормальні напруження в плиті задовольняють умову міцності.

Застосування критерію міцності Кулона-Мора дало змогу здійснити комплексну оцінку напруженого стану із урахуванням неоднакових характеристик бетону при розтягу і стиску. Визначено, що еквівалентні напруження Мора досягають значення 4.93 МПа , що наближається до граничного опору бетону на розтяг і потребує подальшої перевірки на тріщиностійкість.

Виявлено концентрацію напружень у зонах анкерування арматури, де максимальні стискаючі напруження досягають 18.9 МПа . Ці зони мають вирішальне значення для довговічності плити та повинні бути детально проаналізовані при проектуванні.

Загалом проведене числове моделювання підтверджує ефективність об'ємного підходу для аналізу залізобетонних конструкцій складної геометрії. Запропонована методика може бути рекомендована для уточнення проектних рішень, оцінки залишкової несучої здатності при реконструкції, а також для інженерного супроводу заходів із підсилення плит перекриття.

Конфлікти інтересів

Автори заявляють, що у них немає конфлікту інтересів щодо поточного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський чи будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, наведені в цьому документі.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті статті.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні поточної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

References

1. Dvorkin L., Zhytkovskiy V., Makarenko R. Vysokomitsni betony : navchalnyi posibnyk. Rivne, 2022. 216 s.
2. Marushchak U., Sydor N., Mazurak O., Mazurak R. Doslidzhennia shvydkotverdnuchykh betoniv, modyfikovanykh kompleksnoi nanodobavkoiu. *Visnyk Lvivskoho natsionalnoho ahrarynoho universytetu. Arkhitektura i silskohospodarske budivnytstvo*. 2018. № 19. S. 90–93. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vldau_2018_19_19
3. Kropyvnytska T., Sanytsky M., Rucinska T., Rykhlytska O. Development of nanomodified rapid hardening clicker-efficient concretes based on Portland-composite cements. *Eastern European Journal of Enterprise Technologies. Technology involves organic and inorganic substances*. 2019. Vol. 6, no. 6. P. 38–48. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.185111>
4. Gowram I., Beulah M. Experimental and Analytical Study of High-Strength Concrete Containing Natural Zeolite and Additives. *Civil Engineering Journal*. 2022. Vol. 8, no. 10. P. 2318–2335. <https://doi.org/10.28991/CEJ-2022-08-10-019>
5. Mo F, Li B, Li M, Fang Z, Fang S, Jiang H. Rapid-hardening and high-strength steel-fiber-reinforced concrete: effects of curing ages and strain rates on compressive performance. *Materials*. 2023. Vol. 16, no. 14. Article 4947. <https://doi.org/10.3390/ma16144947>
6. Elfakhrany M., Zamrawi A., Ibrahim W., Sherif A. Experimental study on the mechanical properties and structural performance of the rapid hardening concrete. *Journal of Engineering and Applied Science*. 2024. Vol. 71, Article 74. <https://doi.org/10.1186/s44147-024-00410-0>
7. Yu R., Zhang X., Hu Y., Li J., Zhou F., Liu K., Zhang J., Wang J., Shui Z. Development of a rapid hardening ultra-high performance concrete (R-UHPC): From macro properties to micro structure. *Construction and Building Materials*. 2022. Vol. 329, Article 127188. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.127188>
8. Andrusyak A. V., Silchuk D. V., Velychkovych A. S. Assessment of the efficiency of designing the compositions of concrete mixtures using alternative aggregates from the natural resources of the Carpathian region. *Modern technologies and methods of calculations in construction*. 2024. No. 21. P. 15–28. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11\(21\)-02](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11(21)-02)
9. Influence of Coarse Aggregate Type on the Mechanical Strengths and Durability of Cement Concrete/ L. Wang et al. *Coatings*. 2021. Vol. 11, no. 9. P.1036. <https://doi.org/10.3390/coatings11091036>
10. Singh G., Lallotra B. Achieving early strength in concrete using admixture. *AIP Conference Proceedings*. 2023. Vol. 2558, Article 020063. <https://doi.org/10.1063/5.0121270>
11. Korolko S., Serediuk B. (2021). Nanomodyfikovani vysokomitsni betony, armovani dyspersnymi bazaltovymi voloknami. *Viiskovo-tekhnichnyi zbirnyk*. 2021. №24. S. 57–63. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.57-63>

12. Miller S., John V., Pacca, S., Horvath A. Carbon dioxide reduction potential in the global cement industry by 2050. *Cement and Concrete Research*. 2018. Vol. 114, P. 115–124. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2017.08.026>
13. Schneider M. The cement industry is on the way to a low-carbon future. *Cement and Concrete Research*. 2019. Vol. 124, Article 105792. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2019.105792>
14. Feiri T., Kuhn S., Wiens U., Ricker M. Designing for climate neutrality: Evaluation of reinforced-concrete slab systems regarding emission reduction targets. *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 95, Article 110220. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2024.110220>
15. Sanytskyi M., Kropyvnytska T., Kruts T., Heviuk I. Modyfikovani shvydkotverdnuchi klinker-efektyvni betony. 2019. *Budivelni materialy ta vyroby*. №1-2. S. 24–28. <https://doi.org/10.48076/2413-9890.2020-101-04>
16. Rotko S., Uzhehova O., Zadorozhnikova I., Riabyi O. Analiz efektyvnosti vykorystannia vysokomitsnykh betoniv u stysnutykh elementakh monolitnykh karkasnykh budivel. 2024. *Suchasni tekhnolohii ta metody rozrakhunkiv u budivnytstvi*. №22. S. 191–198. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-12\(22\)-19](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-12(22)-19)
17. DSTU B V.2-6-53:2008. Konstruktsii budynkiv i sporud. Plyty perekryttiv zalizobetonni bahatopustotni dlia budivel i sporud. Tekhnichni umovy. Chynnyi vid 2010-01-01. Vyd. ofits. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy, 2009. 36 s.
18. Olevych Yu. V. Nadshvydkotverdnuchi portlandsementni kompozytsii ta modyfikovani vysokomitsni betony na yikh osnovi: dys. ...kand. tekhn. nauk (doktora filosofii): 05.23.05. Lviv, 2019. 186 s.
19. Velychkovych A., Ropyak L., Dubei O. Strength Analysis of a Two-Layer PETF-Concrete Column with Allowance for Contact Interaction between Layers. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2021. Vol. 2021. P. 1–10. <https://doi.org/10.1155/2021/4517657>

Література

1. Дворкін Л., Житковський В., Макаренко Р. Високоміцні бетони : навчальний посібник. Рівне, 2022. 216 с.
2. Марущак У., Сидор Н., Мазурак О., Мазурак Р. Дослідження швидкотверднучих бетонів, модифікованих комплексною нанодобавкою. *Вісник Львівського національного аграрного університету. Архітектура і сільськогосподарське будівництво*. 2018. № 19. С. 90–93. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vldau_2018_19_19
3. Kropyvnytska T., Sanytsky M., Rucinska T., Rykhlytska O. Development of nanomodified rapid hardening clicker-efficient concretes based on Portland-composite cements. *Eastern European Journal of Enterprise Technologies. Technology involves organic and inorganic substances*. 2019. Vol. 6, no. 6. P. 38–48. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.185111>

4. Gowram I., Beulah M. [Experimental and Analytical Study of High-Strength Concrete Containing Natural Zeolite and Additives](#). *Civil Engineering Journal*. 2022. Vol. 8, no. 10. P. 2318–2335. <https://doi.org/10.28991/CEJ-2022-08-10-019>
5. Mo F, Li B, Li M, Fang Z, Fang S, Jiang H. Rapid-hardening and high-strength steel-fiber-reinforced concrete: effects of curing ages and strain rates on compressive performance. *Materials*. 2023. Vol. 16, no. 14. Article 4947. <https://doi.org/10.3390/ma16144947>
6. Elfakhry M., Zamrawi A., Ibrahim W., Sherif A. Experimental study on the mechanical properties and structural performance of the rapid hardening concrete. *Journal of Engineering and Applied Science*. 2024. Vol. 71, Article 74. <https://doi.org/10.1186/s44147-024-00410-0>
7. Yu R., Zhang X., Hu Y., Li J., Zhou F., Liu K., Zhang J., Wang J., Shui Z. Development of a rapid hardening ultra-high performance concrete (R-UHPC): From macro properties to micro structure. *Construction and Building Materials*. 2022. Vol. 329, Article 127188. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.127188>
8. Andrusyak A. V., Silchuk D. V., Velychkovych A. S. Assessment of the efficiency of designing the compositions of concrete mixtures using alternative aggregates from the natural resources of the Carpathian region. *Modern technologies and methods of calculations in construction*. 2024. No. 21. P. 15–28. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11\(21\)-02](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11(21)-02)
9. Influence of Coarse Aggregate Type on the Mechanical Strengths and Durability of Cement Concrete/ L. Wang et al. *Coatings*. 2021. Vol. 11, no. 9. P.1036. <https://doi.org/10.3390/coatings11091036>
10. [Singh G.](#), [Lallotra B.](#) Achieving early strength in concrete using admixture. *AIP Conference Proceedings*. 2023. Vol. 2558, Article 020063. <https://doi.org/10.1063/5.0121270>
11. Королько С., Середюк Б. (2021). Наномодифіковані високоміцні бетони, армовані дисперсними базальтовими волокнами. *Військово-технічний збірник*. 2021. №24. С. 57–63. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.57-63>
12. Miller S., John V., Pacca, S., Horvath A. Carbon dioxide reduction potential in the global cement industry by 2050. *Cement and Concrete Research*. 2018. Vol. 114, P. 115–124. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2017.08.026>
13. Schneider M. The cement industry is on the way to a low-carbon future. *Cement and Concrete Research*. 2019. Vol. 124, Article 105792. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2019.105792>
14. Feiri T., Kuhn S., Wiens U., Ricker M. Designing for climate neutrality: Evaluation of reinforced-concrete slab systems regarding emission reduction targets. *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 95, Article 110220. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2024.110220>
15. Саницький М., Кропивницька Т., Круць Т., Гев'юк І. Модифіковані швидкотверднучі клінкер-ефективні бетони. 2019. *Будівельні матеріали та вироб.* №1-2. С. 24–28. <https://doi.org/10.48076/2413-9890.2020-101-04>

16. Ротко С., Ужегова О., Задорожнікова І., Рябий О. Аналіз ефективності використання високоміцних бетонів у стиснутих елементах монолітних каркасних будівель. 2024. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*. №22. С. 191–198. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-12\(22\)-19](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-12(22)-19)

17. ДСТУ Б В.2-6-53:2008. Конструкції будинків і споруд. Плити перекриттів залізобетонні багатопустотні для будівель і споруд. Технічні умови. Чинний від 2010-01-01. Вид. офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2009. 36 с.

18. Олевич Ю. В. Надшвидкотверднучі поргландцементні композиції та модифіковані високоміцні бетони на їх основі: дис. ...канд. техн. наук (доктора філософії): 05.23.05. Львів, 2019. 186 с.

19. Velychkovych A., Ropyak L., Dubei O. Strength Analysis of a Two-Layer PETF-Concrete Column with Allowance for Contact Interaction between Layers. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2021. Vol. 2021. P. 1–10. <https://doi.org/10.1155/2021/4517657>

Відомості про статтю:	Article information:
Отримано 10.05.2025	Received 10.05.2025
Отримано у доопрацьованому вигляді 12.05.2025	Received in revised form 12.05.2025
Прийнято 01.06.2025	Accepted 01.06.2025
Опубліковано 25.06.2025	Published 25.06.2025

Y. V. Olevych*

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5919-9945>
Department of Construction
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15 Karpatska St., Ivano-Frankivsk, Ukraine, 76019

A. S. Velychkovych

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2685-8753>
Department of Construction
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15 Karpatska St., Ivano-Frankivsk, Ukraine, 76019

A. V. Andrusiak

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2099-9045>
Department of Construction
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15 Karpatska St., Ivano-Frankivsk, Ukraine, 76019

I. I. Paliichuk

Ph.D. in Engineering, Associate Professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8443-2702>
Department of Construction
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15 Karpatska St., Ivano-Frankivsk, Ukraine, 76019

*corresponding author, e-mail: yurii.olevyich@nung.edu.ua

Numerical analysis of the strength and stiffness of a hollow-core slab made of high-strength rapid-hardening concrete

How to Cite:

Olevych Y. V., Velychkovych A. S., Andrusiak A. V., Paliichuk I. I. (2025). Numerical analysis of the strength and stiffness of a hollow-core slab made of high-strength rapid-hardening concrete. *Modern technologies and methods of calculations in construction*, 23, 182-195. [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13\(23\)-17](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2025-13(23)-17)

Abstract. High-strength, rapidly hardening concrete combines high early strength with increased structural density, making it a promising material for the efficient production of precast concrete structures. The article presents the results of numerical modeling of the stress-strain state of a reinforced concrete hollow-core slab using a volumetric finite element model implemented in the LIRA-SAPR software package. Unlike traditional approaches based on plate finite elements, this work develops a comprehensive volumetric model that accounts for the actual geometry of the voids, enabling a more accurate description of the local stress distribution within the concrete body of the structure. Given the complex topology of the slab, the finite element mesh was formed using a combined approach. During model triangulation, both six-node and eight-node volumetric finite elements were employed simultaneously to balance descriptive accuracy and computational efficiency. Physically nonlinear universal spatial finite elements were applied, with the deformation properties of concrete described by an exponential deformation law. The prestressed reinforcement was modeled using universal spatial rod finite elements, and its mechanical properties were defined by the Prandtl diagram. The calculations determined the distribution patterns of internal forces, deflections, and stresses, particularly in the region of maximum bending moment and in the anchorage zones of the reinforcement. An approximate value of the ultimate useful load was established at which the structure reaches the limit state in terms of stiffness while satisfying the strength condition. The strength assessment was performed using the Coulomb-Mohr criterion, which accounted for the complex stress state, including principal stresses, and reflected the characteristic disparity in concrete's tensile and compressive strength limits.

Keywords: rapid-hardening high-strength concrete, reinforced concrete hollow-core slab, numerical modeling, deflections, stresses, ultimate load, stiffness, strength.