

УДК 539.3 [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11\(21\)-03](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2024-11(21)-03)

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ОБОЛОНКОВОЇ СИСТЕМИ

### MODELING AND ANALYSIS OF THE THERMAL ELASTIC STATE OF THE SHELL SYSTEM

**Бондарський О.Г., к.т.н., доц. (Луцький національний технічний університет), Ужегова О.А., к.т.н., доц. (Луцький національний технічний університет)**

**Bondarskyi O.G. Ph.D. in Engineering, Associate Professor, (Lutsk National Technical University), Uzhogova O.A., Ph.D., Associate Professor (Lutsk National Technical University)**

*Розглядається вплив коефіцієнта теплопровідності на параметри термопружного стану тришарової ортотропної розбіжної оболонки типу «циліндр – конус».*

*Structural elements in the form of rotating shells made of composite materials are used quite often in various industries. Such shells, as a rule, have a multi-layered structure and are subject to the combined influence of force and temperature factors. Therefore, the questions related to the calculations of shell systems for thermoforce loads are quite relevant in the design and construction of such structures.*

*The calculation of structures consisting of multilayer shell systems of different configurations is a rather complex mathematical problem, especially in cases where the shell layers have properties of orthotropy.*

*The implementation of such problems by analytical methods is possible only for a narrow class of shells under certain boundary conditions and certain loads.*

*The calculation of multilayer structures based on the classical theory of Kirchhoff-Lewa, as numerous studies have shown, in many cases gives rather large errors.*

*In view of this, applied refined theories were developed which take into account transverse shear deformation and compression in the calculations. As research has shown, on the basis of such models, fairly accurate values of the parameters of the stress-strain state of multilayer orthotropic shells were obtained.*

*Quite often, such structures are affected not only by force factors but also by temperature loads. A mathematical model was proposed that took into account temperature effects when calculating the stress-strain state of multilayer orthotropic plates and shells.*

*This article considers the problem of determining the thermoelastic state of a three-layer orthotropic shell under the influence of a temperature field and a force load.*

*The purpose of this work is to study the influence of the thermomechanical characteristics of the material of the layers on the thermoelastic state of the shell system.*

*A divergent three-layer shell of the "cylinder-cone" type is considered, which is under the influence of the temperature field and force load under the conditions of convective heat exchange with the surrounding environment.*

*A load uniformly distributed over the surface acts on the shell. The shell has three layers, two of which are bearing layers and one layer is aggregate.*

*Ключові слова: багатoshарові оболонки і пластини, кінцево-зсувна модель теорії оболонок.*

*Keywords: multilayer shells and plates, finite-displacement model of shell theory.*

**Вступ.** Досить часто в різних галузях промисловості застосовуються конструктивні елементи у вигляді оболонок обертання які виготовлені із композитних матеріалів. Такі оболонки мають, як правило, багатoshарову структуру і піддаються комбінованому впливу силових і температурних факторів. Тому питання, які пов'язані із розрахунками оболонок систем на термосилові навантаження, є досить актуальними при проектуванні та спорудженні таких конструкцій [1,2,3].

#### **Аналіз останніх досліджень та публікацій. Постановка проблеми.**

Розрахунок конструкцій, що складаються із багатoshарових оболонок систем різної конфігурації, є досить складною математичною задачею, особливо у тих випадках, коли шари оболонки володіють властивостями ортотропії.

Реалізація таких задач аналітичними методами можлива тільки для вузького класу оболонок при певних граничних умовах і певних навантаженнях.

Розрахунок багатoshарових конструкцій на основі класичної теорії Кірхгофа – Лява, як показали багаточисленні дослідження, в багатьох випадках дає досить великі похибки.

З огляду на це, були розроблені прикладні уточнені теорії які у розрахунках враховують деформацію поперечного зсуву і обтиснення. Як показали дослідження на основі таких моделей були отримані досить точні значення параметрів напружено-деформованого стану багатoshарових ортотропних оболонок [1,2,3].

Досить часто такі конструкції піддаються впливу не тільки силових факторів, але і дії температурних навантажень. Була запропонована математична модель, яка враховувала при розрахунках напружено-деформованого стану багатoshарових ортотропних пластин і оболонок, ще і температурні впливи.

В даній статті розглядається задача визначення термопружного стану тришарової ортотропної оболонки яка знаходиться під впливом температурного поля і силового навантаження.

**Метою** цієї роботи є дослідження впливу термомеханічних характеристик матеріалу шарів на термопружний стан оболонкової системи.

**Основна частина.** Розглядається розбіжна тришарова оболонка типу “циліндр-конус” (рис.1) яка знаходиться під дією температурного поля і силового навантаження в умовах конвективного теплообміну з оточуючим середовищем.

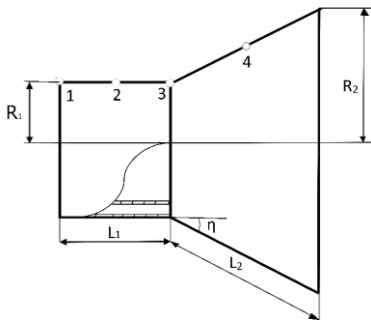


Рис. 1. Конструктивна схема оболонки

Характеристики температурного поля наступні

$$\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3 = 20^\circ\text{C}, \quad \Theta_4 = 100^\circ\text{C},$$

де  $\Theta_1, \Theta_2$ , - величини температур, до яких нагріті лівий та правий торці оболонки;  $\Theta_3$  - температура, яку має внутрішня поверхня оболонки, а  $\Theta_4$  - температура зовнішньої поверхні оболонки.

На оболонку діє рівномірно розподілене по поверхні навантаження, інтенсивність якого дорівнює

$$q = 0,03 \text{ МПа}.$$

Оболонка має три шари, з яких два – несучі шари та один шар – заповнювач. Товщини несучих шарів  $t_1 = t_3 = t_n = 0,001$  м, а товщина заповнювача  $t_2 = t_{\text{зап}} = 0,012$  м.

Оболонка має довжину  $L = 0,4$ м; довжина циліндричної частини -  $L_1 = 0,19$ м. Кут конусності  $\eta = 25^\circ$ .

Шари оболонки володіють наступними характеристиками.

Модуль пружності несучих шарів -  $E_n = 7 \cdot 10^4$  МПа, заповнювача -  $E_{\text{зап}} = 70$  МПа.

Коефіцієнт Пуассона несучих шарів -  $\nu_n = 0,3$ , заповнювача -  $\nu_{\text{зап}} = 0,1$ .

Коефіцієнти тепловіддачі зовнішньої та внутрішньої поверхонь оболонки -  $a_3 = a_4 = 1500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К), а для правого і лівого торців оболонки -  $a_1 = a_2 = 200$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Коефіцієнти лінійного теплового розширення несучих шарів -  $\alpha_n = 0,238 \cdot 10^{-4} 1/K$ , а для заповнювача -  $\alpha_{зап} = 0$ .

Коефіцієнти теплопровідності несучих шарів приймалися фіксованими -  $\lambda_n = 100 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ , а заповнювача змінювався так, щоб виконувалася умова

$$-1 \leq \left[ \gamma = \lg \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_{зап}} \right) \right] \leq 2.$$

В якості граничних умов приймалося, що оболонка має шарнірне спирання при відсутності переміщень торців вздовж осі оболонки.

Для розрахунку такої оболонки застосовувалася математична модель термопружного стану багат шарових ортотропних оболонок [3].

Результати розрахунку термопружного стану оболонки для трьох січень по довжині конструкції наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Результати розрахунку оболонки

Номер січення	Величини переміщень та напружень				
	$U_z \cdot 10^{-4}, \text{ м}$	$\sigma_{11}^-, \text{ МПа}$	$\sigma_{11}^+, \text{ МПа}$	$\sigma_{22}^-, \text{ МПа}$	$\sigma_{22}^+, \text{ МПа}$
$\gamma = -1$					
2	1,92	-50,6	-164	86,1	-81,1
3	-1,65	348	-563	-44,1	-451
4	2,75	-19,8	-136	81,0	-70,9
$\gamma = 0$					
2	1,98	-62,7	-152	83,0	-77,0
3	-1,64	339	-554	-46,3	-448
4	2,77	-30,3	-125	76,2	-64,3
$\gamma = 1$					
2	1,93	-65,8	-149	82,2	-75,9
3	-1,64	337	-552	-46,9	-447
4	2,77	-33,0	-122	75,0	-62,5
$\gamma = 2$					
2	1,93	-66,1	-148	82,1	-75,8
3	-1,64	337	-552	-47,0	-447
4	2,77	-33,4	-122	74,8	-62,3

З наведених результатів випливає, що переміщення  $U_z$  із збільшенням  $\gamma$  залишаються майже постійними, а напруження  $\sigma_{11}^-, \sigma_{11}^+, \sigma_{22}^-, \sigma_{22}^+$  суттєво змінюються. Так меридіональні напруження  $\sigma_{11}^-$  в проміжних січеннях (т.2 і т.4) при збільшенні відносного коефіцієнта теплопровідності в межах  $-1 \leq \gamma \leq 0$ , значно збільшуються: для січення 2 різниця в результатах дорівнює 19%, а для січення 4 - 35%. При подальшому збільшенні  $\gamma$  ця різниця помітно зменшується.

Меридіональні напруження  $\sigma_{11}^+$  і окружні  $\sigma_{22}^+, \sigma_{22}^-$  при збільшенні  $\gamma$  зменшуються, при цьому найбільш суттєво також в діапазоні  $-1 \leq \gamma \leq 0$ . Вказане явище пояснюється тим, що якраз в діапазоні  $-1 \leq \gamma \leq 0$  епюра температури якісно змінює свій характер, що і приводить до перерозподілу напруженого стану такої оболонкової системи.

### References

1. Pasichnyk R., Pasichnyk O., Uzhegova O., Andriichuk O., Bondarskii O. Calculation Optimization of Complex Shape Shells by Numerical Method. In: Ivanov V. et al. Advances in Design, Simulation, and Manufacturing II. DSMIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. pp 643-652. DOI:10.1007/978-3-030-22365-6\_64. Online ISBN 978-3-030-22365-6. SCOPUS
2. Pankratova N.D., Rasskazov A.O., Bondar A.G., Bondarskii A.G. Thermostress state of shear-pliable multilayer orthotropic shells and plates. Soviet Applied Mechanics, 1987, 23(7), pp. 658–663
3. Bondar A.G., Rasskazov A.O., Kozlov V.I., Bondarskii A.G. Thermoelastic equilibrium of multilayered composite shells. Strength of Materials., 1989, 21(6), pp. 784–789
4. Grigorenko Y.M., Vasylenko A.T., Pankratova N.D. To the resolution of the stress state of thick-walled inhomogeneous shells. - Application mechanics, 1974, Vol. 10, No. 5, pp. 86-93.
5. Bondarskyi O.G., Uzhegova O.A. Modeling and research of the thermoelastic state of a three-layer composite shell // Modern technologies and calculation methods in construction: Collection. of science works - Lutsk: Lutsk National Technical University, 2022. - Issue 18. - pp. 34-39.
6. Rasskazov O.O., Sokolovska I.I., Shulga M.A. Theory and calculation of layered orthotropic plates and shells. Kyiv: Higher School. 1986. – 191 p.
7. Bondarskyi O.G., Babkov O.V. The influence of the thermal sensitivity of the material of the layers on the stress-strain state of multilayer shells and plates // Modern technologies and methods of calculations in construction: Collection. of science works - Lutsk: Lutsk National Technical University, 2021. - Vol. 16. – pp. 20-25
8. Grigorenko Y.M., Vasylenko A.T., Pankratova N.D. Statics of anisotropic thin-walled shells. Kyiv: Higher School. 1985. – 189 p.

9. Bondarskyi O.G., Babkov O.V., Kosenko V.I. Methodology of numerical solution of boundary value problems of statics of multilayer structure systems. // Interuniversity collection "Scientific notes". – Issue #33. – 2011. – P. 50–52

### **Література**

1. Pasichnyk R., Pasichnyk O., Uzhegova O., Andriichuk O., Bondarskii O. Calculation Optimization of Complex Shape Shells by Numerical Method. In: Ivanov V. et al. Advances in Design, Simulation and Manufacturing II. DSMIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. pp 643–652. DOI:10.1007/978-3-030-22365-6\_64. Online ISBN 978-3-030-22365-6. SCOPUS

2. Pankratova N.D., Rasskazov A.O., Bondar A.G., Bondarskii A.G. Thermostress state of shear-pliable multilayer orthotropic shells and plates. Soviet Applied Mechanics, 1987, 23(7), pp. 658–663

3. Bondar A.G., Rasskazov A.O., Kozlov V.I., Bondarskii A.G. Thermoelastic equilibrium of multilayered composite shells. Strength of Materials. 1989, 21(6), pp. 784–789

4. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. До розв'язку напруженого стану товстостінних неоднорідних оболонок. – Прикладна механіка, 1974, Т.10, №5, С. 86–93

5. Бондарський О.Г., Ужегова О.А. Моделювання та дослідження термопружного стану тришарової складеної оболонки // Сучасні технології та методи розрахунків в будівництві: Зб. наук. праць – Луцьк: Луцький НТУ, 2022. – Вип. 18. – С. 34–39

6. Рассказов О.О., Соколовська І.І., Шульга М.А. Теорія і розрахунок шаруватих ортотропних пластин і оболонок. Київ: Вища школа. 1986. – 191 с.

7. Бондарський О.Г., Бабков О.В. Вплив термочутливості матеріалу шарів на напружено-деформований стан багатошарових оболонок і пластин // Сучасні технології та методи розрахунків в будівництві: Зб. наук. праць – Луцьк: Луцький НТУ, 2021. – Вип. 16. – С. 20–25

8. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. Статика анізотропних тонкостінних оболонок. Київ: Вища школа. 1985. – 189 с.

9. Бондарський О.Г., Бабков О.В., Косенко В.І. Методика чисельного розв'язання крайових задач статки систем багатошарової структури. // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки". – Випуск №33. – 2011. – С. 50–52