

**ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ
МЕТОДІВ ДЛЯ АНАЛІЗУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ
ПОРИСТИХ БУДІВЕЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ**

**FEATURES OF NUMERICAL METHODS APPLICATION
FOR THE ANALYSIS OF THE STRESS STATE OF
POROUS BUILDING MATERIALS**

Заякін Д.К., аспірант, Мікуліч О.А., д.т.н., проф. (Луцький національний технічний університет)

Zaiakin D.K, Ph.D. student, Mikulich O.A., Doctor of Engineering, Professor (Lutsk National Technical University),

Робота присвячена аналізу меж придатності основних числових методів прикладної математики до аналізу механічної поведінки структурно-неоднорідних будівельних матеріалів, а також визначенню основних переваг та обмежень при їх застосуванні. У роботі здійснено порівняльний аналіз наступних методів: метод скінченних елементів, метод граничних елементів, метод сіток, метод кінцевих різниць. У роботі також розглянуто можливі комбінації вказаних методів для зменшення похибки числових розрахунків.

The work is devoted to analyzing the possibilities of applicability of some numerical methods of applied mathematics to the analysis of the mechanical behavior of structurally heterogeneous construction materials. The main advantages and disadvantages of the application of these methods are determined. In the work, a comparative analysis of the following methods as the finite element method, boundary element method, mesh method, and finite difference method was carried out. The paper examines the advantages and limitations of each of the numerical analysis methods described above.

The discrete element method is most suitable for modeling the behavior of materials in terms of microstructure and interaction of individual elements. It allows you to describe in detail the mechanical behavior of the material, in particular, deformation, stress, and places of localization of damage. However, this method requires significant computing resources and long calculation time, especially when modeling large systems.

The finite element method is a widely used method for analyzing the behavior of porous material. It allows modeling of various physical processes and provides flexibility in modeling complex geometries. MSE is effective for medium-scale problems. However, when modeling heterogeneous materials or rapidly changing processes, this method may require complex approximations and refinements.

The boundary element method is an effective method for modeling the influence of boundaries on the behavior of porous materials. It allows you to study heat transfer,

mass transfer, and other processes that occur at the boundaries of the material. BEM provides high accuracy and efficient use of computing resources but is limited in its ability to model internal material processes.

The mesh method is used to approximate the levels in the entire study area. This method provides flexibility in choosing the type of mesh and separation, which allows for achieving the desired accuracy of the simulation. However, the mesh method can be computationally expensive with a large number of grid nodes, especially for 3D models.

For the case of the application finite differences method, the studied area is divided into a grid of points, and at each point, the difference equations are performed. This method provides numerical solutions of differential equations and modeling of physical processes in porous materials.

The work also considers the possibility of combinations of these methods to reduce the error of numerical calculations.

Ключові слова: числові методи, будівельні матеріали.

Keywords: numerical methods, building materials.

Вступ. Використання пористих будівельних матеріалів, таких як пінобетон, кераміка та ін. щороку істотно зростає у будівництві та дозволяє реалізувати різні інженерні рішення та проекти. Крім того, використання таких матеріалів у будівництві дозволяє збільшити експлуатаційні періоди та запобігти процесам руйнування від дії агресивних факторів навколишнього середовища.

Такі матеріали мають складну структуру за рахунок наявності повітряних пор та каналів. Тому аналіз механічної поведінки цих матеріалів істотно ускладнюється. Це пов'язано з неможливістю або істотним ускладненням застосування методів класичної теорії пружності.

При дослідженні швидкості руйнування та визначенні основних першопричин таких процесів слід враховувати низку змінних факторів, що частково залежать від властивостей самого матеріалу, а частково від різних впливів навколишнього середовища, які діють окремо або в різних комбінаціях. Тому швидкість та причини руйнування пористих будівельних матеріалів можуть варіюватися в широкому діапазоні, а прямі причинно-наслідкові зв'язки визначити нелегко.

Тому для вивчення впливу механічних властивостей цих матеріалів на зміну напружено-деформованого стану відповідних елементів конструкцій за дії різних типів навантажень досить часто застосовуються методи числового аналізу. Використання числового моделювання дозволяє здійснювати попередню інтерпретацію процесів руйнування на основі аналізу напружено-деформованого стану відповідних елементів конструкцій. Використання таких підходів числового моделювання дозволяє інженерам та конструкторам виявити певні недоліки, а також здійснити поступове уточнення отриманих моделей.

Постановка мети та задач досліджень. Робота присвячена аналізу особливостей застосування низки числових методів, які дозволяють проводити аналіз механічної поведінки елементів конструкцій, виготовлених з пористих матеріалів. Крім того, у статті здійснено аналіз переваг та обмежень при реалізації відповідних числових методів.

Основна частина. Механічну поведінку пористих будівельних матеріалів можна дослідити на основі моделювання процесів деформування у крихких структурно-неоднорідних матеріалах. Поряд з числовим моделюванням обов'язковим є проведення експериментальних досліджень шляхом випробувань на розтяг та стиск відповідних дослідних зразків. Такі експериментальні дослідження дозволяють не тільки наочно оцінити тип руйнування матеріалів, а і визначити залежність між навантаженнями та деформаціями. Це у свою чергу дозволяє здійснити адекватний вибір моделей, що будуть використані при числовому експерименті.

Серед великої кількості числових методів у цій статті буде проведено аналіз меж придатності кожного з розглянутих підходів, а також визначено переваги їх застосування.

Метод дискретних елементів (МДЕ) є одним з найпоширеніших методів числового аналізу сипучих та гранульованих будівельних матеріалів. Він базується на поділі досліджуваного об'єкта на окремі дискретні елементи. Кожен елемент представляється відповідно до його геометрії та властивостей. Застосування цього методу дозволяє провести аналіз руху великої кількості частинок. Крім того, МДЕ дозволяє детально вивчити поведінку матеріалу в залежності від його структури та внутрішніх напружень.

Перевагами цього методу є, зокрема, здатність моделювати складну геометрію та структуру матеріалів та можливість враховувати вплив внутрішніх пор та каналів на механічні властивості матеріалів.

Серед програмних комплексів, що працюють на основі методу дискретних елементів, можна виділити наступні [1]:

- Kratos Multiphysics розроблено CIMNE (Міжнародним центром чисельних методів у інженерії) у Барселоні та охоплює всі види чисельного моделювання, включаючи DEM/PEM та DEM/PEFM-FEM.
- YadeDEM — пакет DEM, спеціально розроблений для геомеханіки.
- Woo — це розгалуження YadeDEM із сильним фокусом на паралельних обчисленнях і портативності.
- LIGGGHTS — програмне забезпечення DEM загального призначення, яке включає моделювання теплопередачі та базується на LAMMPS.
- ESyS Particle розроблено в Університеті Квінсленда, Австралія, зосереджено на геонаукових/геотехнічних застосуваннях.

Крім вказаних програмних продуктів, що мають свою обчислювальну специфіку, націлену на вирішення конкретних задач, також широкі можливості мають DEM-пакети загального призначення: GranOO, LAMMPS, MercuryDPM.

OpenFOAM [2], розроблений на основі методу дискретних елементів, дозволяє здійснювати моделювання на основі частинок Ейлера-Лагранжа. Кожен процес у OpenFOAM шукає частинку в локальній сітці, якщо її знайдено, гідродинамічна сила опору та крутний момент обчислюються за допомогою швидкості рідини в положенні частинки (доступні два методи інтерполяції) та швидкості частинки (рис. 1).

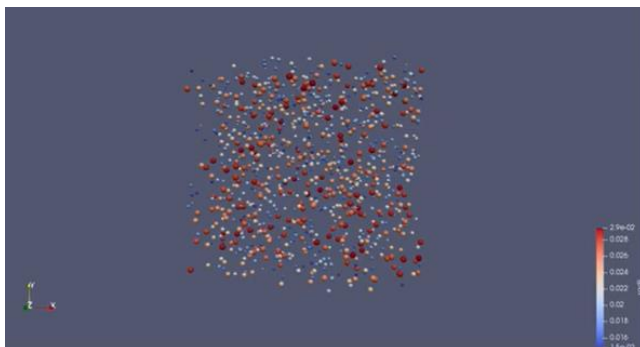


Рис. 1. Результати числового моделювання у OpenFOAM [2]

Проте, використання методу дискретних елементів пов'язане зі значною обчислювальною складністю при моделюванні систем з великою кількістю елементів та обмеженою можливістю моделювання динамічних процесів.

Метод скінченних елементів — один з основних методів числового аналізу різних типів неоднорідних, зокрема пористих, матеріалів. Він базується на поділі досліджуваного об'єкта на скінченні елементи, які взаємодіють між собою через вузли. Матеріальні властивості та граничні умови встановлюються для кожного елемента, а потім розв'язується система рівнянь для отримання поведінки матеріалу [3].

Перевагами такого числового підходу є здатність моделювати різні види навантажень та граничні умови, врахувати особливість геометрії та матеріальних властивостей об'єкта, а також з здійснювати розрахунок для різних типів аналізу, включаючи механічний, тепловий та електромагнітний.

Перелік програмних комплексів, що працюють на основі методу скінченних елементів значно більший [4], оскільки на сьогоднішній день

МСЕ є основним методом у будівельній інженерії для автоматизованого розрахунку балкових і поверхневих конструкцій [5].

При числовому моделюванні температурних чи силових впливів на елементи конструкцій, що мають структурну неоднорідність, слід враховувати дискретність будови матеріалу та додавати їх як додаткові умови при числових розрахунках (рис.2), як, наприклад, це зроблено у [6].

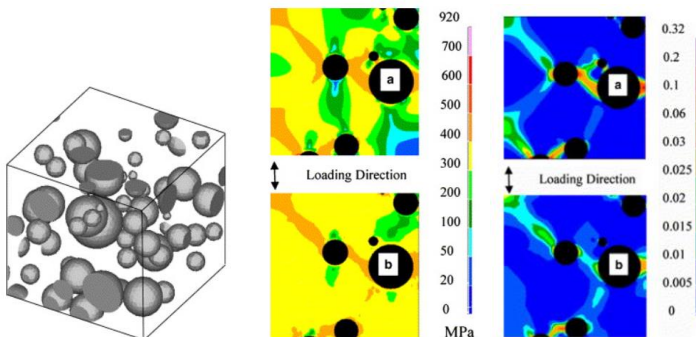


Рис. 2. Числовий аналіз МСЕ у випадку пористих матеріалів [6]

Недоліки реалізації МСЕ до розрахунку пористих будівельних матеріалів пов'язані з обчислювальною складністю при моделюванні великих дискретних систем складної геометрії, складністю у визначенні точних граничних умов та додаткових фізичних характеристик матеріалів.

Метод граничних елементів (МГЕ) також при його модернізації може бути використаний для числового аналізу розподілу напружень та деформацій у елементах конструкцій, що виготовлені з пористих матеріалів. Цей метод базується на поділі досліджуваного об'єкта на область тіла та граничну область. Визначальні співвідношення більш детально описуються у граничній області, в той час як область тіла моделюється за допомогою обмежень та припущень. Задовольняючи граничні умови на межі області, задача зводиться до інтегральних чи інтегро-диференціальних рівнянь. На основі отриманих результатів проводиться оцінка поведінки матеріалу за дії різних типів силових та температурних впливів [7].

Переваги методу граничних елементів при розрахунку елементів конструкцій, виготовлених зі структурно-неоднорідних пористих матеріалів, полягають у можливості дослідження механічних та теплових процесів на границях областей. Крім того, МГЕ не вимагає значних обчислювальних потужностей при моделюванні великих систем.

Проте, метод граничних елементів вимагає додаткових модернізацій при дослідженні внутрішніх процесів в матеріалах. Крім того, для МГЕ

існує залежність отриманих числових результатів від точності визначення граничних умов та припущень, що використовуються для моделювання областей тіла.

Метод сіток є іншим поширеним методом числового аналізу, що може бути застосований до аналізу механічної поведінки пористих будівельних матеріалів. Він базується на розбитті досліджуваного об'єкта на сітку точок, яка покриває всю область. Застосування методу сіток дозволяє апроксимувати рівняння, які описують поведінку пористих будівельних матеріалів, на вузлах сітки. Цей метод дозволяє розв'язувати диференціальні рівняння та моделювати різноманітні фізичні процеси в структурно-неоднорідних, зокрема, у пористих матеріалах.

Алгоритми та програмне забезпечення, розроблене на основі методу сіток, дозволяє моделювати різноманітні фізичні процеси, включаючи теплопередачу, масоперенос та механічну взаємодію, володіє високою гнучкістю при моделюванні складних геометричних структур. Крім того, основною перевагою методу сіток при розрахунку пористих матеріалів є можливість використовувати різні типи сіток (структуровані та неструктуровані) для досягнення оптимальної точності моделювання [8].

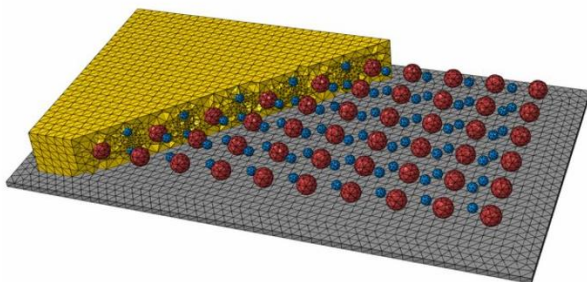


Рис. 3. Використання методу сіток при числовому аналізі [8]

Проте, якість та точність числових розрахунків істотно залежність від якості сітки та її розділення. Крім того, обчислювальна складність може зростати зі збільшенням розміру сітки та складності геометрії тіла.

Метод скінченних різниць — метод числового аналізу, що дозволяє при деяких модифікаціях проводити аналіз розподілу напружень та деформацій у пористих матеріалах. Він базується на апроксимації похідних в диференціальних рівняннях. Досліджувана область розбивається на сітку точок, і на кожній точці отримуються різницеві рівняння, які дозволяють апроксимувати поведінку матеріалу. Метод кінцевих різниць забезпечує чисельне розв'язування диференціальних рівнянь та моделювання фізичних процесів в пористих матеріалах [9].

Перевагою методу скінченних різниць є можливість його застосування до дослідження динамічних процесів, таких як теплопередача, дифузія речовин та механічна взаємодія. Крім того, він не потребує великих обчислювальних ресурсів для своєї реалізації при моделюванні великих систем.

Проте, числові результати, отримані при застосуванні цього методу, істотно залежать від розділення сітки та її кроку, що може вплинути на точність та стабільність розв'язку. Моделювання складних геометричних структур вимагає значних уточнень при застосуванні методу скінченних різниць.

Кожен з методів числового аналізу, описаних вище, має свої переваги та обмеження. Вибір методу залежить від конкретних потреб дослідження та характеристик матеріалів, а також від обсягу розрахунків та доступних ресурсів.

Для досягнення більш точних та достовірних результатів часто застосовують комбінацію різних методів. Наприклад, можна використовувати МДЕ для детального моделювання мікроструктури матеріалу та МСЕ для моделювання поведінки елементів конструкцій, що виготовлені зі структурно-неоднорідних матеріалів та мають складну геометрію. Це дозволяє поєднати переваги обох методів та отримати комплексний аналіз.

В конкретних дослідженнях можна проводити порівняльний аналіз різних методів та їх комбінацій, порівнюючи отримані результати з експериментальними даними або аналітичними розв'язками, що можна отримати для деяких класів задач. Це дозволяє оцінювати ефективність і достовірність кожного методу та визначити оптимальну стратегію для конкретного дослідження у випадку пористих будівельних матеріалів.

Крім того, важливо враховувати обмеження кожного методу та його застосовність для конкретного типу дослідження. Наприклад, МДЕ може бути складним у використанні для великих систем через обчислювальну складність, тоді як МКР може мати обмеження у моделюванні складних геометрій.

Висновки. Вибір методу числового аналізу пористих будівельних матеріалів залежить від конкретних вимог дослідження, доступних ресурсів та обмежень. Комбінація різних методів та аналіз їх переваг та обмежень дозволить отримати більш точні та достовірні результати. Важливо проводити порівняльні дослідження та перевіряти отримані результати з експериментальними даними для оцінки якості та надійності моделей числового аналізу пористих будівельних матеріалів.

References

1. <https://www.simonwenkel.com/lists/software/list-of-opensource-DEM-software.html>
2. <https://yade-dem.org/doc/FoamCoupling.html>
3. Motamedy, D., Mohammadi S.: Dynamic analysis of fixed cracks in composites by extended finite element method. *Engineering Fracture Mechanics*. 77, 2010, PP. 3373–3393.
4. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_finite_element_software_packages
5. <https://www.dlupal.com/en/solutions/application-areas/finite-element-analysis-fea-software>
6. Shen H., Brinson L.C.: Finite element modeling of porous titanium. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44(1), 2007, PP. 320-335.
7. Banerjee P.: *Boundary Element Method in Engineering Science*. McGraw Hill, New York, London, 1994.
8. Würkner M., Eisenträger S., Berger H., Gabbert U.: A software platform for the analysis of porous die-cast parts using the finite cell method.: *Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems*, 2018, PP. 295-296.
9. Chen, Y. M.: Numerical computation of dynamic stress intensity factors by a Lagrangian finite-difference method (the hemp code). *Eng. Fract. Mech.*, 7(4), 653–660 (1975).

Література

1. <https://www.simonwenkel.com/lists/software/list-of-opensource-DEM-software.html>
2. <https://yade-dem.org/doc/FoamCoupling.html>
3. Motamedy, D., Mohammadi S.: Dynamic analysis of fixed cracks in composites by extended finite element method. *Engineering Fracture Mechanics*. 77, 2010, PP. 3373–3393.
4. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_finite_element_software_packages
5. <https://www.dlupal.com/en/solutions/application-areas/finite-element-analysis-fea-software>
6. Shen H., Brinson L.C.: Finite element modeling of porous titanium. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44(1), 2007, PP. 320-335.
7. Banerjee P.: *Boundary Element Method in Engineering Science*. McGraw Hill, New York, London, 1994.
8. Würkner M., Eisenträger S., Berger H., Gabbert U.: A software platform for the analysis of porous die-cast parts using the finite cell method.: *Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems*, 2018, PP. 295-296.
9. Chen, Y. M.: Numerical computation of dynamic stress intensity factors by a Lagrangian finite-difference method (the hemp code). *Eng. Fract. Mech.*, 7(4), 653–660 (1975).