

**ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛІ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ
ОБОЛОНКОВОЇ СИСТЕМИ «КОНУС-ЦИЛІНДР»**

**RESEARCH OF THE THERMO-ELASTIC STATE MODEL OF THE
«CONE-CYLINDER» SHELL SYSTEM**

Бондарський О.Г., к.т.н., доц., Ужегова О.А., к.т.н., доц. (Луцький національний технічний університет)

Bondarskyi O.G., Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Uzhegova O.A., PhD in Engineering, Associate Professor (Lutsk National Technical University)

Досліджується вплив геометричних параметрів на напружено-деформований стан оболонкової системи яка піддається комплексному впливу силових та температурних факторів.

Issues related to calculations of strength, stiffness, and stability play an important role in the design and creation of the latest modern structures used in various industries. The construction of mathematical models and calculation schemes for the purpose of researching their stress-strain state is especially important. Quite often, the elements of such structures are made in the form of plates and shells, which makes it possible to make them sufficiently strong, light, and resource-saving. Multi-layer shells of complex shapes are widely used in industrial, civil, and road construction, mechanical engineering, aviation, and rocket technology.

For the production of multilayer plates and shells, various materials are used, which are anisotropic in nature. The calculation of structures made of anisotropic materials in a three-dimensional setting is a rather difficult task and is possible only for certain cases of shell geometry, load, and boundary conditions.

Solutions obtained on the basis of a mathematical model of the deformation of plates and shells in a linear arrangement lead to significant errors in the results. In this regard, approximate two-dimensional models of the theory of plates and shells, which take into account the anisotropy of properties and transverse shear deformation, have been widely used.

Quite often, multilayer structures are subjected to the combined influence of force factors and temperature, which causes the formation of a complex type of stress and deformation fields. There are solutions to such a problem in a refined setting, taking into account the dependence of the physical and mechanical properties of the layer material on temperature. This paper considers constructing a mathematical model and analyzing the stress-strain state based on applying the finite-shear theory of shells using numerical methods.

The purpose of this article is to solve the boundary value problem of thermoelastic equilibrium of a multilayer orthotropic composite shell and to analyze the obtained results.

A converging composite shell is considered, which is formed from cylindrical and conical parts that work as a whole. The influence of the taper angle on the stress-strain state of the folded shell, which varies in a fairly wide range, is studied.

Various variants of boundary conditions are considered:

Option 1. The left end has hinged and movable support, and the right end is pinched.

Option 2. The left end is free, and the right is pinched.

Option 3. The left end has hinged and movable support, and the right end has hinged and fixed.

Option 4. Both ends are pinched.

Option 5. The left end has hinged and fixed support, and the right is pinched.

Option 6. Both ends have hinged and fixed support with an absolutely rigid diaphragm in its plane.

Ключові слова: багатошарові оболонки і пластини, кінцево-зсувна модель теорії оболонок .

Keywords: multilayer shells and plates, finite-displacement model of shell theory.

Вступ. Питання, пов'язані з розрахунками на міцність, жорсткість та стійкість, відіграють важливу роль у проектуванні та створенні новітніх сучасних конструкцій, які використовуються у різноманітних галузях виробництва. Особливо важливим є побудова математичних моделей та розрахункових схем з метою дослідження їх напружено-деформованого стану. Досить часто елементи таких конструкцій виконані у вигляді пластин та оболонок, що дозволяє виготовляти їх достатньо міцними, легкими та ресурсощадними [1]. Багатошарові оболонки складної форми широко застосовуються у промисловому, цивільному та дорожньому будівництві, машинобудуванні, у авіаційній та ракетній техніці.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Постановка проблеми

Для виготовлення багатошарових пластин та оболонок використовуються різноманітні матеріали, які по своїй природі є анізотропними. Розрахунок конструкцій, що виготовлені із анізотропних матеріалів у тривимірній постановці є досить складною задачею і можливий тільки для окремих випадків геометрії оболонок, навантаження та граничних умов [2].

Розв'язки, які отримані на основі математичної моделі деформування пластин та оболонок у лінійній постановці Кірхгофа-Лява, приводять до суттєвих похибок у результатах [3].

У зв'язку із цим, широке застосування знайшли наближені двовимірні моделі теорії пластин та оболонок в яких враховується анізотропія властивостей та деформація поперечного зсуву [4].

Досить часто багат шарові конструкції піддаються комбінованому впливу силових факторів та температури, що викликає утворення складного виду полів напружень та деформацій. Розв'язок такої задачі в уточненій постановці, із врахуванням залежності фізико-механічних властивостей матеріалу шарів від температури, наведений у роботі [5].

В даній роботі розглядається побудова математичної моделі та аналіз напружено-деформованого стану оболонкової системи на основі застосування кінцево-зсувної теорії оболонок [6,7,8] із використанням чисельних методів.

Метою цієї статті є розв'язок крайової задачі термопружної рівноваги багат шарової ортотропної складеної оболонки та аналіз отриманих результатів.

Основна частина. Розглядається складена оболонка, яка утворена із циліндричної і конічної частин, що працюють як одне ціле (рис.1)

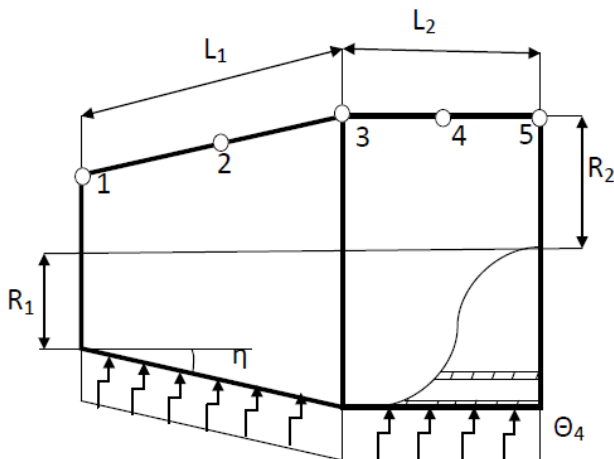


Рис. 1. Конструктивна схема оболонки

До оболонки прикладене рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю $q = 0,03 \text{ МПа}$.

Оболонка піддається впливу температурного поля з характеристиками:

$$\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3 = 20^{\circ}\text{C}, \Theta_4 = 100^{\circ}\text{C},$$

де $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ - значення температур оточуючого середовища відповідно біля лівого торця, правого торця та внутрішньої поверхні оболонки, а Θ_4 - температура зовнішньої поверхні оболонки.

Відбувається конвективний теплообмін оболонки з оточуючим середовищем.

Стінка оболонки складається із трьох шарів (рис. 2) товщини яких наступні:

$$t_1 = t_3 = t_n = 0,001 \text{ м (несучі шари)},$$

$$t_2 = t_{\text{зап}} = 0,012 \text{ м (заповнювач)}.$$

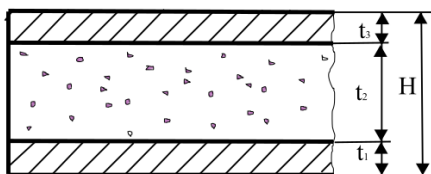


Рис. 2. Конструкція стінки оболонки

Довжина конічної частини оболонки $L_1 = 0,24$ м, циліндричної – $L_2 = 0,19$ м. Радіус циліндричної частини – $R_2 = 0,2$ м, конічної – $R_1 = 0,1$ м.

Фізико-механічні властивості матеріалу шарів оболонки такі.

Коефіцієнти тепловіддачі:

$a_3 = a_4 = 1500 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ – зовнішня і внутрішня поверхня оболонки,

$a_1 = a_2 = 200 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ - правий та лівий торці.

Модуль пружності: $E_n = 7 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $E_{\text{зап}} = 70 \text{ МПа}$.

Коефіцієнти Пуассона: $\nu_n = 0,3$; $\nu_{\text{зап}} = 0,1$.

Коефіцієнти теплопровідності: $\lambda_n = 100 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $\lambda_{\text{зап}} = 100 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

Коефіцієнт лінійного теплового розширення: $\alpha_n = 0,238 \cdot 10^{-4} \text{ 1/К}$, $\alpha_{\text{зап}} = 0$.

Досліджується вплив кута конусності η на напружено - деформований стан складеної оболонки. Кут конусності змінюється від 0° до 25° , тобто розв'язується цілий ряд задач про НДС оболонкової системи яка в граничному випадку приймає форму циліндричної оболонки ($\eta=0^{\circ}$).

Розглядаються різні варіанти граничних умов:

Варіант 1. Лівий торець має шарнірно-рухоме спирання, а правий – защемлений.

Варіант 2. Лівий торець вільний, а правий – защемлений.

Варіант 3. Лівий торець має шарнірно-рухоме спирання, а правий – шарнірно-нерухоме.

Варіант 4. Обидва торці защемлені.

Варіант 5. Лівий торець має шарнірно-нерухоме спирання, а правий защемлений.

Варіант 6. Обидва торці мають шарнірно-нерухоме спирання з абсолютно жорсткою із своєї площини діафрагмою.

За результатами розрахунку побудовані графіки залежності переміщень і напружень від кута конусності оболонки для перерізів позначених на рисунках 3 та 4 цифрами 1-5.

Як показав аналіз результатів, отриманих для защемленої оболонки, максимальні переміщення U_z , які виникають в зоні з'єднання циліндричної і конічної частин оболонки (т.3), при зменшенні кута конусності η нелінійно спадають (рис.3). В проміжних точках 2 і 4 спостерігається зворотнє явище: при зменшенні кута η переміщення U_z лінійно зростають.

Для циліндричної оболонки ($\eta=0^0$) переміщення 2, 3 та 4 точок практично однакові. Меридіональні напруження σ_{11} досягають максимальних значень в точках спирання (т.1 і т.5), причому із зменшенням кута конусності напруження σ_{11}^- залишаються майже постійними; а σ_{11}^+ збільшується на 20%. В зоні з'єднання із збільшенням кута конусності епюри σ_{11}^- і σ_{11}^+ мають суттєво нелінійний характер. Якщо при $\eta=15\div 25^0$ вказані напруження майже постійні, то при $\eta=0\div 15^0$ має місце значне зменшення. Зауважимо, що при куті конусності близькому до 13^0 напруження σ_{11}^- в зоні з'єднання змінюють знак. Кільцеві напруження σ_{22}^+ і σ_{22}^- в проміжних точках 2 і 4 при збільшенні η залишаються постійними. В зоні з'єднання кільцеві напруження циліндра ($\eta=0^0$) у всіх проміжних перерізах мають постійні значення характеристик термопружного стану. Аналогічним чином змінюються параметри термопружного стану оболонки в залежності від η для граничних умов 5 і 6.

Розглянемо оболонку при граничних умовах 1, 2, 3. На відміну від оболонок з нерухомим по X спиранням тут не проявляється різка зміна параметрів термопружного стану при зміні кута конусності η . Як видно із графіків які побудовані для оболонок при граничних умовах 1, 2, 3 (рис.4), переміщення і напруження залишаються практично постійними.

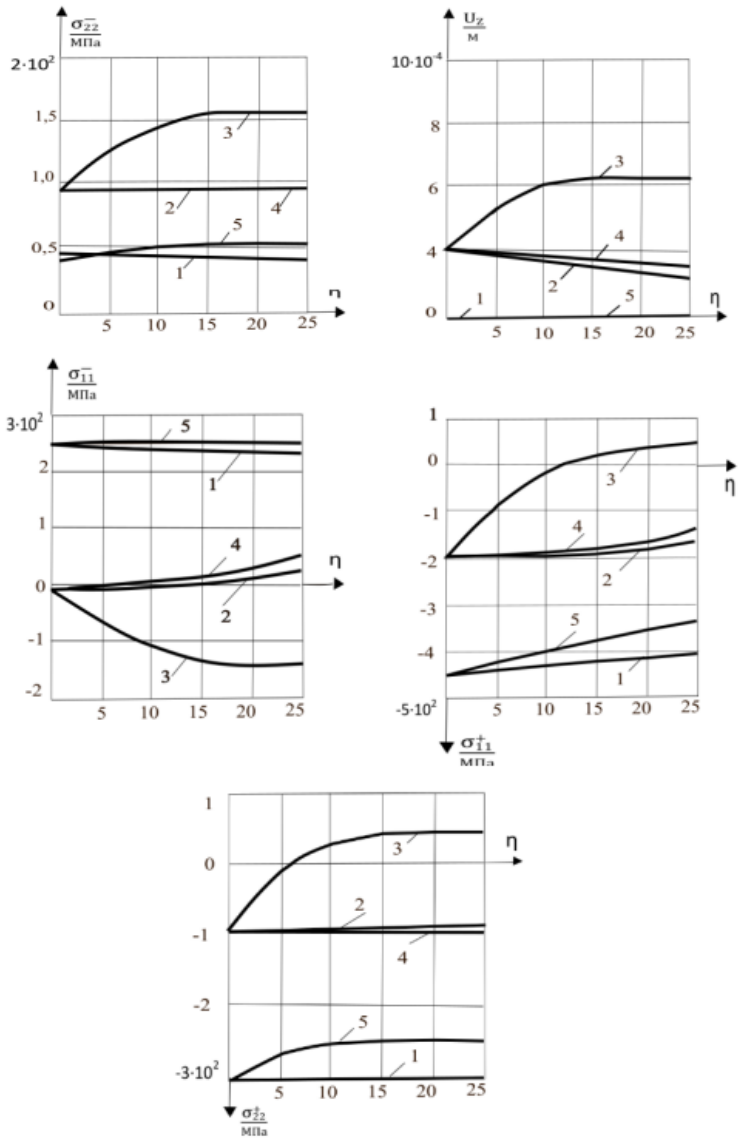


Рис. 3. Графіки залежностей $U_z - \eta$ і $\sigma - \eta$ для оболонки із зацемленими торцями

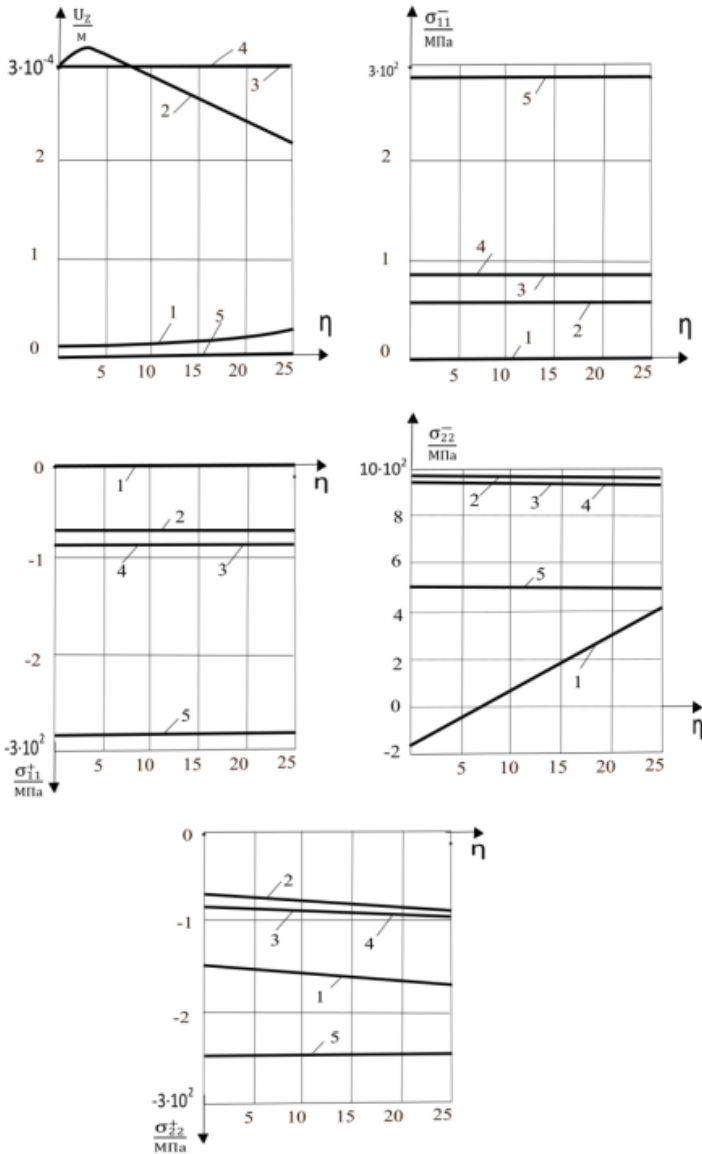


Рис. 4. Графіки залежностей $U_z - \eta$ і $\sigma - \eta$ для оболонки при граничних умовах 1,2,3

Виключення складають переміщення U_z другої точки, які при збільшенні η суттєво зменшуються, а також кільцеві напруження σ_{22} в першому перерізі оболонки які при збільшенні кута конусності різко зменшуються і змінюють при цьому знак.

Таким чином, аналіз отриманих результатів показує, що для складених оболонок, при відсутності вільних температурних зміщень в меридіональному напрямку, із збільшенням кута конусності спостерігається суттєве збільшення переміщень і напружень в області з'єднання циліндричної та конічної частин оболонки. У зв'язку із цим, для оболонок з великим кутом η необхідно приймати додаткові конструктивні заходи для підсилення стику складеної конструкції.

References

1. Pasichnyk R., Pasichnyk O., Uzhegova O., Andriichuk O., Bondarskii O. Calculation Optimization of Complex Shape Shells by Numerical Method. In: Ivanov V. et al. Advances in Design, Simulation and Manufacturing II. DSMIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. pp 643-652. DOI:10.1007/978-3-030-22365-6_64. Online ISBN978-3-030-22365-6. SCOPUS.
2. Hryhorenko Ya.M., Vasylenko A.T., Pankratova N.D. Do rozv'iazku napruzhenoho stanu tovtstoinnykh neodnorodnykh obolonok. – Prykl. mekhanika, 1974, T.10, №5, S. 86-93.
3. Bondarskyi O.H., Uzhegova O.A. Modeliuvannya ta doslidzhennia termoprzhnoho stanu trysharovoї skladoenoї obolonky // Suchasni tekhnologii ta metody rozrakhunkiv v budivnytstvi: Zb. nauk. prats – Lutsk: Lutskiy NTU, 2022. – Vyp. 18. – S. 34-39.
4. Rasskazov O.O., Sokolovska I.I., Shulha M.A. Teoriia i rozrakhunok sharuvatykh ortotropnykh plastyn i obolonok. Kyiv: Vyshcha shkola. 1986. – 191 s.
5. Bondarskyi O.H., Babkov O.V. Vplyv termochutlyvosti materialu shariv na napruzhenno-deformovanyi stan bahatosharovykh obolonok i plastyn // Suchasni tekhnologii ta metody rozrakhunkiv v budivnytstvi: Zb. nauk. prats – Lutsk: Lutskiy NTU, 2021. – Vyp. 16. – S. 20-25.
6. Hryhorenko Ya.M., Vasylenko A.T., Pankratova N.D. Statyka anizotropnykh tonkostinnykh obolonok. Kyiv: Vyshcha shkola. 1985. – 189 s.
7. Bondarskyi O.H., Babkov O.V., Kosenko V.I. Metodyka chyselnoho rozv'iazannia kraiovykh zadach statyky system bahatosharovoї struktury. // Mizhvuzivskyi zbirnyk "Naukovi notatky". – Vypusk №33. – 2011. – S. 50–52.
8. Pankratova N.D., Rasskazov O.O., Bondar O.H., Bondarskyi O.H. Do rozv'iazku termoprzhnoho stanu piddatlyvykh na zsvu bahatosharovykh ortotropnykh obolonok i plastyn // Prykl. mekhanika, 1987. T.23, № 7. S. 55-61.

Література

1. Pasichnyk R., Pasichnyk O., Uzhegova O., Andriichuk O., Bondarskii O. Calculation Optimization of Complex Shape Shells by Numerical Method. In: Ivanov V. et al. Advances in Design, Simulation and Manufacturing II. DSMIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. pp 643-652. DOI:10.1007/978-3-030-22365-6_64. Online ISBN978-3-030-22365-6. SCOPUS
2. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. До розв'язку напруженого стану товстостінних неоднорідних оболонок. – Прикл. механіка, 1974, Т.10, №5, С. 86-93.
3. Бондарський О.Г., Ужегова О.А. Моделювання та дослідження термопружного стану тришарової складеної оболонки // Сучасні технології та методи розрахунків в будівництві: Зб. наук. праць – Луцьк: Луцький НТУ, 2022. – Вип. 18. – С. 34-39.
4. Рассказов О.О., Соколовська І.І., Шульга М.А. Теорія і розрахунок шаруватих ортотропних пластин і оболонок. Київ: Вища школа. 1986. – 191 с.
5. Бондарський О.Г., Бабков О.В. Вплив термочутливості матеріалу шарів на напружено-деформований стан багатошарових оболонок і пластин // Сучасні технології та методи розрахунків в будівництві: Зб. наук. праць – Луцьк: Луцький НТУ, 2021. – Вип. 16. – С. 20-25.
6. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. Статика анізотропних тонкостінних оболонок. Київ: Вища школа. 1985. – 189 с.
7. Бондарський О.Г., Бабков О.В., Косенко В.І. Методика чисельного розв'язання крайових задач статки систем багатошарової структури. // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки". – Випуск №33. – 2011. – С. 50–52.
8. Панкратова Н.Д., Рассказов О.О., Бондар О.Г., Бондарський О.Г. До розв'язку термонапруженого стану піддатливих на зсув багатошарових ортотропних оболонок і пластин // Прикл. механіка, 1987. Т.23, № 7. С. 55-61.